



مجموعه کتاب‌های
علامه حلی

آزمونستان ریاضی نهم

ویژه استعدادهای
درخشان



۵۰ آزمون شبیه‌ساز ورودی تیزهوشان

مجت انصاری • علیرضا شیخ‌عطار • زهره پندی • فرمنده ترابی • ساقی نیک‌نشان



مجموعه کتاب‌های علامه حلی

آزمونستان ریاضی نهم

• حجت انصاری • علیرضا شیخ‌عطار
• ساقی نیک‌نشان • فرخنده ترابی • زهره پندی





شناسنامه
کتاب

عنوان و نام پدید آور	: آزمونستان ریاضی نهم - حجت انصاری و [دیگران]
مشخصات نشر	: تهران: انتشارات حلی، ۱۴۰۰
مشخصات ظاهری	: [۲۸۸ص: مصور، جدول، نمودار (رنگی)؛ ۲۹×۲۲ س.م.
فروست	: مجموعه کتاب علامه حلی
شابک	: ۹۷۸-۶۰۰-۴۹۶-۲۲۳-۰
وضعیت فهرست‌نویسی	: فیه پای مختصر
یادداشت	: حجت انصاری، علیرضا شیخ‌عطار، ساقی نیک‌نشان، فرخنده ترابی، زهره پندی.
شناسه افزوده	: انصاری، حجت ۱۳۵۹
شناسه افزوده	: معصومی، زهرا، ۱۳۶۰ - ویراستار
شماره کتابشناسی ملی	: ۸۵۳۲۵۱۹



عنوان کتاب	آزمونستان ریاضی نهم
ناشر	انتشارات حلی
مؤلفان	حجت انصاری، علیرضا شیخ‌عطار، زهره پندی، ساقی نیک‌نشان، فرخنده ترابی
ویراستار علمی	زهرا معصومی
مسئول هماهنگی	سمیه سادات فاطمی
صفحه آرا	راضیه سادات فرهانیان
طراح جلد	زهره شیروانی‌هرندی
سال چاپ	۱۴۰۱
نوبت چاپ	ششم (ویرایش اول)
شمارگان	۲۰۰۰ جلد
چاپ و صحافی	واژه‌پرداز اندیشه
قیمت	۱۶۷۰۰۰ تومان
شماره شابک	۹۷۸-۶۰۰-۴۹۶-۲۲۳-۰



تهران، خیابان انقلاب، میدان فردوسی، ابتدای کویه براتی، پلاک ۱۶ ول ۱۴

تلفن دفتر مرکزی: ۵-۸۴۴۴۳۱۴

کلیه حقوق این اثر برای ناشر محفوظ است.

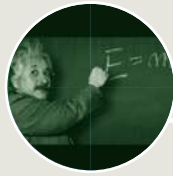
هیچ شخص حقیقی یا حقوقی حق برداشت تمام یا قسمتی از اثر را به صورت چاپ، فتوکپی، جزوه و مجازی ندارد.

متخلفان به موجب بند ۵ از ماده ۲ قانون حمایت از ناشران تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.



پالاب
براتی





فصل ۵
عبارت‌های
جبری

۸۳

۹۵

فصل ۶
خط و معادله‌های
خطی



آزمون
دوره‌ای

۱۱۴

۱۱۷

فصل ۷
عبارت‌های
گویا



فصل ۸
حجم و
مساحت

۱۲۷

۱۴۱

آزمون دوره‌ای
کتاب نهم

۱۴۹

آزمون دوره‌ای
متوسطه اول

۲۶۹

آزمون ورودی
سمپلا

۱۵۵

پاسخ‌نامه

فصل ۵

۸۰	■ آزمون شماره ۲۶
۸۴	■ آزمون شماره ۲۷
۸۶	■ آزمون شماره ۲۸
۸۸	■ آزمون شماره ۲۹
۹۰	■ آزمون شماره ۳۰
۹۲	■ آزمون شماره ۳۱

فصل ۶

۹۶	■ آزمون شماره ۳۲
۹۹	■ آزمون شماره ۳۳
۱۰۲	■ آزمون شماره ۳۴
۱۰۵	■ آزمون شماره ۳۵
۱۰۸	■ آزمون شماره ۳۶
۱۱۱	■ آزمون شماره ۳۷

۱۱۴	■ آزمون شماره ۳۸
-----	------------------

فصل ۷

۱۱۸	■ آزمون شماره ۳۹
۱۲۱	■ آزمون شماره ۴۰
۱۲۴	■ آزمون شماره ۴۱

فصل ۸

۱۲۸	■ آزمون شماره ۴۲
۱۳۱	■ آزمون شماره ۴۳
۱۳۴	■ آزمون شماره ۴۴
۱۳۷	■ آزمون شماره ۴۵

۱۴۰	■ آزمون شماره ۴۶
۱۴۳	■ آزمون شماره ۴۷
۱۴۶	■ آزمون شماره ۴۸
۱۴۹	■ آزمون شماره ۴۹
۱۵۲	■ آزمون شماره ۵۰

فصل ۱

۸	■ آزمون شماره ۱
۱۱	■ آزمون شماره ۲
۱۴	■ آزمون شماره ۳
۱۷	■ آزمون شماره ۴
۲۰	■ آزمون شماره ۵
۲۳	■ آزمون شماره ۶

فصل ۲

۲۸	■ آزمون شماره ۷
۳۱	■ آزمون شماره ۸
۳۴	■ آزمون شماره ۹
۳۷	■ آزمون شماره ۱۰
۴۰	■ آزمون شماره ۱۱
۴۳	■ آزمون شماره ۱۲

۴۶	■ آزمون شماره ۱۳
----	------------------

فصل ۳

۵۰	■ آزمون شماره ۱۴
۵۳	■ آزمون شماره ۱۵
۵۶	■ آزمون شماره ۱۶
۵۹	■ آزمون شماره ۱۷
۶۲	■ آزمون شماره ۱۸
۶۵	■ آزمون شماره ۱۹

فصل ۴

۶۸	■ آزمون شماره ۲۰
۷۰	■ آزمون شماره ۲۱
۷۲	■ آزمون شماره ۲۲
۷۴	■ آزمون شماره ۲۳
۷۶	■ آزمون شماره ۲۴
۷۸	■ آزمون شماره ۲۵

۲۰۹	پاسخنامه آزمون شماره ۲۶
۲۱۱	پاسخنامه آزمون شماره ۲۷
۲۱۳	پاسخنامه آزمون شماره ۲۸
۲۱۴	پاسخنامه آزمون شماره ۲۹
۲۱۷	پاسخنامه آزمون شماره ۳۰
۲۱۹	پاسخنامه آزمون شماره ۳۱
۲۲۰	پاسخنامه آزمون شماره ۳۲
۲۲۴	پاسخنامه آزمون شماره ۳۳
۲۲۷	پاسخنامه آزمون شماره ۳۴
۲۲۹	پاسخنامه آزمون شماره ۳۵
۲۳۲	پاسخنامه آزمون شماره ۳۶
۲۳۴	پاسخنامه آزمون شماره ۳۷
۲۳۶	پاسخنامه آزمون شماره ۳۸
۲۳۹	پاسخنامه آزمون شماره ۳۹
۲۴۱	پاسخنامه آزمون شماره ۴۰
۲۴۳	پاسخنامه آزمون شماره ۴۱
۲۴۴	پاسخنامه آزمون شماره ۴۲
۲۴۷	پاسخنامه آزمون شماره ۴۳
۲۴۹	پاسخنامه آزمون شماره ۴۴
۲۵۱	پاسخنامه آزمون شماره ۴۵
۲۵۳	پاسخنامه آزمون شماره ۴۶
۲۵۴	پاسخنامه آزمون شماره ۴۷
۲۵۶	پاسخنامه آزمون شماره ۴۸
۲۵۸	پاسخنامه آزمون شماره ۴۹
۲۶۰	پاسخنامه آزمون شماره ۵۰

۱۵۶	پاسخنامه آزمون شماره ۱
۱۵۸	پاسخنامه آزمون شماره ۲
۱۶۰	پاسخنامه آزمون شماره ۳
۱۶۲	پاسخنامه آزمون شماره ۴
۱۶۴	پاسخنامه آزمون شماره ۵
۱۶۶	پاسخنامه آزمون شماره ۶
۱۶۸	پاسخنامه آزمون شماره ۷
۱۷۰	پاسخنامه آزمون شماره ۸
۱۷۲	پاسخنامه آزمون شماره ۹
۱۷۴	پاسخنامه آزمون شماره ۱۰
۱۷۶	پاسخنامه آزمون شماره ۱۱
۱۷۸	پاسخنامه آزمون شماره ۱۲
۱۸۰	پاسخنامه آزمون شماره ۱۳
۱۸۲	پاسخنامه آزمون شماره ۱۴
۱۸۵	پاسخنامه آزمون شماره ۱۵
۱۸۹	پاسخنامه آزمون شماره ۱۶
۱۹۱	پاسخنامه آزمون شماره ۱۷
۱۹۴	پاسخنامه آزمون شماره ۱۸
۱۹۶	پاسخنامه آزمون شماره ۱۹
۱۹۸	پاسخنامه آزمون شماره ۲۰
۲۰۰	پاسخنامه آزمون شماره ۲۱
۲۰۲	پاسخنامه آزمون شماره ۲۲
۲۰۴	پاسخنامه آزمون شماره ۲۳
۲۰۵	پاسخنامه آزمون شماره ۲۴
۲۰۷	پاسخنامه آزمون شماره ۲۵

فصل ۱

مجموعه





مدت زمان پیشنهادی

۳۰ دقیقه



مرحله اول

۱	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۲	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۳	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۴	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۵	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۶	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۷	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۸	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۹	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۰	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۱	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۲	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۳	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۴	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۵	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۶	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۷	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۸	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۹	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۲۰	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)

تعداد درست:

تعداد غلط:

تعداد زنده:

تعداد درصد: $5 \times \square - \frac{5}{3} \times \bigcirc$

(علامه‌های ۹۸-۹۷)

۱. کدام گزینه یک مجموعه واحد را مشخص می‌کند؟

- (۱) اعداد صحیح بین -۳ و -۴ (۲) انسان‌های قد بلند
(۳) سه عدد صحیح بزرگ‌تر از ۵ (۴) غذاهای خوش بو

۲. چند تا از عبارتهای زیر، مجموعه تهی را نمایش می‌دهند؟
(۱) $\{ \}$ (۲) $\{ \emptyset \}$ (۳) $\{ \emptyset, \emptyset \}$ (۴) \emptyset

۳. کدام گزینه نادرست است؟

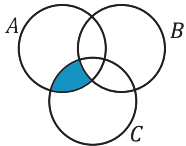
- (۱) $\{ \emptyset \} \subseteq A$ (۲) $\{ \emptyset \} \in A$ (۳) $\{ * \} \subseteq A$ (۴) $\{ * \} \in A$

۴. می‌دانیم a و b عددهای صحیح هستند. کدام گزینه همواره درست نیست؟

- (۱) $a - b \in \mathbb{Z}$ (۲) $a + b \in \mathbb{Z}$ (۳) $ab \in \mathbb{Z}$ (۴) $\frac{a}{b} \in \mathbb{Z}$

(علامه‌های ۹۸-۹۷)

۵. نمودار ون روبه‌رو کدام مجموعه را توصیف نمی‌کند؟



- (۱) $(A \cap C) - B$ (۲) $(A \cap C) - (A \cap B)$
(۳) $(A \cap C) - (B \cap C)$ (۴) $(A \cap C) - (C - B)$

۶. اگر عدد پنج، عضو مجموعه $(A \cap B) - C$ باشد، عدد پنج عضو کدام مجموعه نیز هست؟ (بیشترت تعیینی سمپار ۹۵-۹۴)

- (۱) $A - (B \cup C)$ (۲) $(A - B) \cup C$ (۳) $A - (B \cap C)$ (۴) $(A - B) \cap C$

۷. K عددی ثابت است و $\{ 4x + k \mid x \in \mathbb{Z} \} - 5$ است. کدام گزینه می‌تواند مجموع دوتا از عضوهای این مجموعه باشد؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

۸. یازده زیرمجموعه غیرمساوی از $M = \{ 1, 2, 3, \dots, 10 \}$ را طوری انتخاب می‌کنیم که از هر دوتای آن‌ها، یکی زیرمجموعه دیگری باشد. اگر A و B و C به ترتیب مجموعه‌های $۷, ۵, ۳$ عضوی باشند. در مورد $A \cup (B - C)$

(آزمون ورودی مدارس استعدادهای درخشان ۹۸-۹۷)

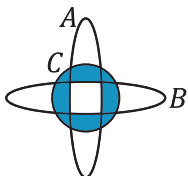
چه می‌توان گفت؟

- (۱) ۱۱ عضو است. (۲) ۹ عضو است. (۳) ۷ عضو است. (۴) ۵ عضو است.

۹. در چند زیرمجموعه از مجموعه $\{ 1, 5, 9, 13 \}$ ، مجموع کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو، برابر ۱۴ است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۰. کدام گزینه در نمودار روبه‌رو رنگی است؟



- (۱) $C - (A \cup B)$ (۲) $C - (A \cap B)$
(۳) $C \cap (A \cup B)$ (۴) $C \cap (A \cap B)$

متن زیر را با دقت بخوانید:

اگر مجموعه A زیرمجموعه N باشد، $N - A$ را \overline{A} نام‌گذاری می‌کنیم.
 A و B زیرمجموعه‌هایی از N هستند.

باتوجه به این توضیحات به سؤالات ۱۱ و ۱۲ پاسخ دهید.

۱۱. کدام درست است؟

$$A \cap \overline{B} = A - B \quad (۲) \quad A - \overline{B} = A \cap \overline{B} \quad (۱)$$

$$A \cup \overline{B} = A - B \quad (۴) \quad A - \overline{B} = A \cup \overline{B} \quad (۳)$$

۱۲. کدام عبارت با $\overline{A \cap B}$ برابر است؟

$$\overline{A - B} \quad (۴) \quad \overline{A \cup B} \quad (۳) \quad \overline{A} \cup \overline{B} \quad (۲) \quad \overline{A} \cap \overline{B} \quad (۱)$$

۱۳. A مجموعه‌ای متناهی و B مجموعه‌ای نامتناهی است. کدام مجموعه نامتناهی است؟

$$A \cap B \quad (۴) \quad A - B \quad (۳) \quad B - A \quad (۲) \quad A \cap (B - A) \quad (۱)$$

متن زیر را با دقت بخوانید:

مجموعه A را در نظر بگیرید. به تعدادی از زیرمجموعه‌های مختلف که بین هر دو تا از آن‌ها یکی زیرمجموعه دیگری است، زنجیری برای A می‌گویند.

مثلاً اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ باشد، سه مجموعه روبه‌رو یک زنجیر سه‌تایی A هستند:

$$\{2\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\{2\} \subseteq \{1, 2, 4\} \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$$

چون:

باتوجه به این مطلب به سؤالات ۱۴ تا ۱۷ پاسخ دهید.

۱۴. کدام زیرمجموعه‌های مجموعه $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ زنجیر سه‌تایی تشکیل نداده‌اند؟

$$\{1, 2, 5\}, \{1\}, \{1, 2\} \quad (۲) \quad \{1, 2, 3, 4, 5\}, \{3, 4, 5\}, \{4, 5\} \quad (۱)$$

$$\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5\} \quad (۴) \quad \emptyset, \{1\}, \{1, 2\} \quad (۳)$$

۱۵. مجموعه $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ را در نظر بگیرید. طولانی‌ترین زنجیری که می‌توان برای D ساخت، شامل چند

مجموعه است؟

$$۲۴ \quad (۴) \quad ۷ \quad (۳) \quad ۸ \quad (۲) \quad ۶ \quad (۱)$$

۱۶. مجموعه $C = \{1, 2, 3\}$ را در نظر بگیرید. چند زنجیر سه‌تایی برای C می‌توان تشکیل داد؟

$$۲۷ \quad (۴) \quad ۱۸ \quad (۳) \quad ۱۵ \quad (۲) \quad ۹ \quad (۱)$$

۱۷. مجموعه $\{1, 2, 3\}$ به همراه کدام گزینه تشکیل زنجیر نمی‌دهد؟

$$\{1\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 4\} \quad (۲) \quad \{1\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3, 4\} \quad (۱)$$

$$\{1\}, \{1, 2\} \quad (۴) \quad \{1\}, \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad (۳)$$

مرحله دوم

۱	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۲	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۳	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۴	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۵	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۶	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۷	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۸	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۹	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۰	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۱	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۲	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۳	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۴	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۵	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۶	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۷	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۸	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۹	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۲۰	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)

تعداد درست:

تعداد غلط:

تعداد نزده:

درصد = $۵ \times \square - \frac{۵}{۳} \times \bigcirc$

۱۸. در کیسه‌ای ۱۲ توپ قرمز، ۶ توپ آبی و ۶ توپ سبز داریم که فقط از نظر رنگ متفاوت‌اند. به تصادف یک توپ خارج می‌کنیم، بعد از دیدن رنگش آن‌را داخل کیسه می‌گذاریم و دوباره به تصادف یک توپ خارج می‌کنیم.

(پیشرفت تهریلی شماره ۹۵-۹۴)

کدام گزینه درست است؟

- ۱) احتمال اینکه یک توپ آبی باشد و دیگری سبز باشد = احتمال اینکه هر دو توپ سبز باشند.
- ۲) احتمال اینکه هر دو توپ قرمز باشند > احتمال اینکه یک توپ آبی باشد و دیگری سبز باشد.
- ۳) احتمال اینکه هر دو توپ قرمز باشند < احتمال اینکه یک توپ آبی باشد و دیگری سبز باشد.
- ۴) احتمال اینکه هر دو توپ قرمز باشند = احتمال اینکه یک توپ آبی باشد و دیگری سبز باشد.

۱۹. تاسی را سه بار پرتاب کرده‌ایم. احتمال آنکه حداقل یکی از تاس‌ها ۶ نیامده باشد، کدام است؟

- ۱) $1 - \left(\frac{1}{6}\right)^3$ ۲) $\left(\frac{1}{6}\right)^3$ ۳) $\left(\frac{5}{6}\right)^3$ ۴) $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3$

۲۰. در یک مدرسه، نصف دانش‌آموزان به هر دو ورزش والیبال و فوتبال علاقه‌مند هستند، اگر $\frac{1}{3}$ آن‌ها فقط به فوتبال علاقه داشته باشند و بدانیم ۱۶ نفر فقط به والیبال علاقه دارند، این مدرسه چند دانش‌آموز دارد؟ (هیچ دانش‌آموزی نیست که به یکی از این دو ورزش علاقه نداشته باشد).

(علامه‌های ۹۸-۹۷)

- ۱) ۷۲ ۲) ۹۶ ۳) ۱۱۲ ۴) ۱۰۶

مرحله سوم

۱	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۲	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۳	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۴	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۵	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۶	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۷	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۸	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۹	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۰	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۱	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۲	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۳	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۴	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۵	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۶	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۷	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۸	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۹	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۲۰	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)

تعداد درست:

تعداد غلط:

تعداد نزده:

$5 \times \square - \frac{5}{3} \times \bigcirc = \text{درصد}$



مرحله اول

۱	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۲	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۳	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۴	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۵	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۶	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۷	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۸	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۹	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۰	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۱	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۲	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۳	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۴	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۵	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۶	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۷	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۸	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۹	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۲۰	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)

تعداد درست:

تعداد غلط:

تعداد نزده:

درصد = $5 \times \square - \frac{5}{3} \times \bigcirc$

(پیشرفت تحصیلی سمپار ۹۵-۹۴)

۱. کدام یک از گزینه‌ها، مجموعه نیست؟

- (۱) همه عددهای طبیعی
- (۲) عددهای طبیعی دو رقمی بزرگ‌تر از ۱۰۰۰
- (۳) ۱۰۰۰ تا عدد طبیعی
- (۴) همه عددهای طبیعی یک، دو یا سه رقمی

۲. کدام مجموعه زیرمجموعه همه گزینه‌ها است؟

- (۱) $\{k+3 | k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k\}$
- (۲) $\{2k-1 | k \in \mathbb{N}\}$
- (۳) $\{2k-3 | k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k\}$
- (۴) $\{2k+1 | k \in \mathbb{N}\}$

۳. عدد ۱۵ عضو کدام مجموعه است؟

- (۱) $\{5x | x \in \mathbb{Z}, -3 < x < 3\}$
- (۲) $\{3x | x \in \mathbb{N}, x < 5\}$
- (۳) $\{4x+3 | x \in \mathbb{Z}, -1 < x < 5\}$
- (۴) $\{7x+1 | x \in \mathbb{N}, 5 < x\}$

۴. باتوجه به مجموعه‌های زیر، تعیین کنید حاصل $\frac{n(A \cap B)}{n(B)}$ کدام است؟

$$A = \{3k+2 | k \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq 100\}, \quad B = \{5k | k \in \mathbb{Z}, -100 < k \leq 100\}$$

$\frac{1}{10}$
 $\frac{1}{20}$
 $\frac{1}{50}$
 $\frac{1}{100}$

متن زیر را با دقت بخوانید:

مجموعه اعداد صحیح \mathbb{Z} را در نظر بگیرید.

هر زیرمجموعه از اعداد صحیح، زیرمجموعه \mathbb{Z} است. اگر مجموعه A زیرمجموعه \mathbb{Z} باشد، $\mathbb{Z} - A$ را \boxed{A} نام‌گذاری می‌کنیم؛ بنابراین اعضای مجموعه \boxed{A} عضو مجموعه \mathbb{Z} هستند ولی عضو مجموعه A نیستند.

باتوجه به این توضیح، به سوالات ۵ تا ۷ پاسخ دهید.

۵. اگر $A = \{x \in \mathbb{Z} | x \leq -7\}$ ، کوچک‌ترین عضو \boxed{A} کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۷ (۳) -۸ (۴) ندارد.

۶. اگر $B = \{x \in \mathbb{Z} | -2 < x < 2\}$ ، کدام گزینه مجموعه \boxed{B} را نمایش می‌دهد؟

- (۱) $\{x \in \mathbb{Z} | x \leq -2\} \cup \{x \in \mathbb{Z} | 2 \leq x\}$
- (۲) $\{x \in \mathbb{Z} | -2 < x < 2\}$
- (۳) $\{x \in \mathbb{Z} | x \leq -2\} \cap \{x \in \mathbb{Z} | 2 \leq x\}$
- (۴) $\{x \in \mathbb{Z} | -2 \leq x \leq 2\}$

۷. اگر $\boxed{\boxed{A} \cup \boxed{B}} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند مجموعه A باشد؟

- (۱) $A = \{4, 5, 6, 7, \dots\}$
- (۲) $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
- (۳) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- (۴) $A = \{7, 8, 9, 10, 11\}$

متن زیر را با دقت بخوانید:

اگر A مجموعه‌ای با بیش از ۲ عضو باشد، به زیرمجموعه‌ای از A ، که تنها یک عضو کمتر از A دارد، «وزیر A » و به زیرمجموعه‌ای از A ، که تنها یک عضو دارد، «سرباز A » می‌گوییم.

باتوجه به این توضیحات به سؤالات ۸ و ۹ پاسخ دهید.

۸. چند تا از جمله‌های زیر درست است؟

- تعداد عضوهای هر دو «سرباز A » با هم برابر است.

- تعداد عضوهای هر دو «وزیر A » با هم برابر است.

- تعداد «وزیرهای A » با تعداد «سربازهای A » برابر است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۹. B یکی از «وزیرهای A » است. کدام عبارت همواره درست است؟

(۱) $n(A) = n(B)$

(۲) $n(A) = 2n(B)$

(۳) (تعداد زیرمجموعه‌های B) = (تعداد زیرمجموعه‌های A)

(۴) (تعداد زیرمجموعه‌های B) = $2 \times$ (تعداد زیرمجموعه‌های A)

۱۰. فرض کنید: $\{1, 2, 3, \dots, 13\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ ، چند پاسخ مختلف برای A می‌توان پیدا کرد؟

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) 2^{13}

۱۱. اگر A و B دو مجموعه باشند، چه تعداد از عبارت‌های زیر $A = B$ را نتیجه می‌دهد؟

(آزمون روزی مدارس استعدادهای درخشان ۱۳۰۱-۱۳۰۰)

$n(A \cup B) = n(A \cap B)$

$A - B = B - A$

$B \subseteq A - B$

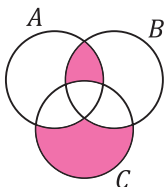
$A \subseteq A - B$

۱ (یکی) ۲ (دو تا) ۳ (سه تا) ۴ (چهار تا)

۱۲. اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ، $B = \{2x \mid x \in \mathbb{Z}, 1 \leq x \leq 5\}$ و $C = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 3\}$ باشند، مجموع

اعدادی که عضو نواحی رنگی هستند، کدام است؟

(علامه‌ها ۹۸-۹۷)



۵ (۱)
۶ (۲)
۷ (۳)
۸ (۴)

۱۳. مجموعه $(A - B) \cap (C - B)$ زیرمجموعه چند تا از مجموعه‌های زیر است؟

$A \cap C$ $A - C$ $C - A$
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۱۴. در چند زیرمجموعه از $A = \{10, 11, \dots, 19\}$ ، مجموع بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو، ۲۷ خواهد بود؟

(پیشرفت تهمینی سپار ۹۶-۹۵)

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۸۵

مرحله دوم

۱	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۲	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۳	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۴	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۵	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۶	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۷	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۸	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۹	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۰	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۱	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۲	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۳	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۴	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۵	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۶	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۷	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۸	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۹	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۲۰	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)

تعداد درست:

تعداد غلط:

تعداد زنده:

$5\% = \square \times$ $\frac{5}{3}\% \times \bigcirc$

۱۵. مجموعه‌های A ، B و C به ترتیب مجموعه شمارنده‌های ۱۳۹۴، ۱۳۹۵ و ۱۳۹۶ هستند. کدام گزینه، شکل این سه مجموعه را نشان می‌دهد؟



۱۶. در یک گروه ۸۰ نفری که ۹۰٪ آن‌ها مو مشکی‌اند، ۲۵ درصد عینکی هستند و ۲۰ درصد کلاه دارند! حداقل چند مو مشکی هستند که هم عینکی‌اند و هم کلاه دارند؟

- (۱) ۰ (۲) ۱۶ (۳) ۶ (۴) ۴

۱۷. دو مجموعه A و B را در نظر بگیرید. به A ، ۳۰ عضو جدید اضافه می‌کنیم، به $A \cap B$ تنها ۱۰ عضو جدید اضافه می‌شود. به $A \cup B$ چند عضو جدید اضافه می‌شود؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۳۰

۱۸. مریم ارقام ۱ تا ۹ را روی نه کارت نوشته و در کیسه‌ای می‌اندازد سپس ۴ کارت از آن خارج می‌کند و آن‌ها را به ترتیب بیرون آمدن کنار هم قرار می‌دهد. احتمال آن‌که عدد چهار رقمی به دست بیاید که اختلاف رقم‌های یکان و هزارگان آن ۴ باشد، چقدر است؟

(پیشرفت تهمینی بسیار ۹۵-۹۳)

- (۱) $\frac{5}{18}$ (۲) $\frac{5}{36}$ (۳) $\frac{5}{72}$ (۴) $\frac{5}{27}$

متن زیر را با دقت بخوانید:

در یک آزمایش تصادفی مانند A ، مجموعه S_A شامل همه حالت‌های ممکن است و هر یک از این حالت‌ها با بقیه هم شانس است. همه زیرمجموعه‌های S_A را می‌نویسیم، هر یک از آن‌ها نشان دهنده یک پیشامد است. مجموعه پیشامدها را T_A می‌نامیم.

به سوالات ۱۹ تا ۲۰ پاسخ دهید.

۱۹. کدام گزینه نمی‌تواند احتمال رخ دادن یکی از عضوهای T باشد؟

- (۱) ۰ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۱

۲۰. احتمال رخ دادن تنها ۳ تا از عضوهای T_A برابر $\frac{1}{3}$ است. احتمال رخ دادن چندتا از عضوهای T_A برابر $\frac{2}{3}$ است؟

- (۱) یکی (۲) دوتا (۳) سه‌تا (۴) چهارتا

مرحله سوم

۱	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۲	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۳	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۴	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۵	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۶	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۷	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۸	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۹	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۰	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۱	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۲	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۳	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۴	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۵	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۶	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۷	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۸	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۹	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۲۰	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)

تعداد درست:

تعداد غلط:

تعداد نزده:

$\square \times 5 = \text{درصد}$ $\times \frac{5}{3} = \square$



مدت زمان پیشنهادی

۳۰ دقیقه



مرحله اول

۱	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۲	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۳	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۴	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۵	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۶	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۷	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۸	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۹	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۰	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۱	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۲	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۳	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۴	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۵	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۶	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۷	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۸	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۹	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۲۰	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)

تعداد درست:

تعداد غلط:

تعداد زده:

$5x =$ درصد $x - \frac{5}{3}x =$

۱. کدام مجموعه متناهی است؟

- (۱) مجموعه عددهای زوج طبیعی بزرگتر از ۱۰۰
- (۲) مجموعه عددهای زوج صحیح بزرگتر از -۱۰۰
- (۳) مجموعه عددهای زوج طبیعی کوچکتر از ۱۰۰
- (۴) مجموعه عددهای زوج صحیح کوچکتر از -۱۰۰

۲. اگر $A = \{x | x \in \mathbb{N}, x^2 \leq 50\}$ و $B = \{x | \frac{x}{4} \in A, x < 100\}$ باشد، مجموعه B چند عضوی است؟

(علامه‌های ۹۸-۹۷)

- | | |
|-------|-------|
| ۳ (۱) | ۴ (۲) |
| ۵ (۳) | ۶ (۴) |

۳. تعداد عضوهای کدام مجموعه بیشتر است؟

- | | |
|--|--|
| (۱) $\{x \in \mathbb{N} 5x < 3000\}$ | (۲) $\{x \in \mathbb{N} 4x < 3000\}$ |
| (۳) $\{x \in \mathbb{N} 6x < 4000\}$ | (۴) $\{x \in \mathbb{N} 7x < 4000\}$ |

۴. در مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Q} | -7\frac{1}{3} < x < -3\frac{1}{4}\}$ چند عدد صحیح وجود دارد؟

- | | |
|-------|-------|
| ۵ (۱) | ۸ (۲) |
| ۳ (۳) | ۴ (۴) |

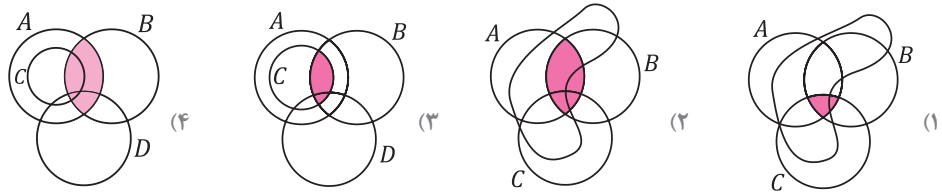
۵. کدام گزینه مجموعه عددهای طبیعی دو رقمی مضرب ۱۱ را نشان می‌دهد؟

- | | |
|--|--|
| (۱) $\{\overline{ab} a, b \in \mathbb{N}, a - b = 1\}$ | (۲) $\{\overline{ab} a, b \in \mathbb{N}, a = b\}$ |
| (۳) $\{11a a \in \mathbb{N}\}$ | (۴) $\{11a a \in \mathbb{N}, 10 \leq a \leq 99\}$ |

۶. کدام مجموعه فقط شامل همه عددهای صحیحی است که هم مربع کامل هستند و هم مکعب کامل؟

- | | |
|--|------------------------------------|
| (۱) $\{x^6 x \in \mathbb{W}\}$ | (۲) $\{x^2 x^3 \in \mathbb{W}\}$ |
| (۳) $\{x x^2 \in \mathbb{W}, x^3 \in \mathbb{W}\}$ | (۴) $\{x^3 x^2 \in \mathbb{W}\}$ |

۷. مجموعه‌های A, B, C, D ، به ترتیب مجموعه مضرب‌های ۲، ۳، ۴ و ۵ هستند. کدام گزینه به درستی مجموعه تمام مضرب‌های ۶ را نشان می‌دهد؟

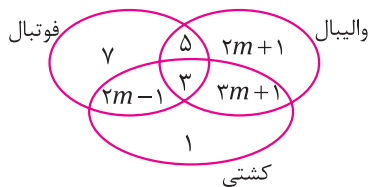


۸. به عضوهای یک مجموعه که بیش از یک عضو دارد، یکی اضافه می‌شود. چند تا از گزاره‌های زیر می‌تواند گاهی یا همیشه درست باشد؟

- تعداد زیرمجموعه‌ها یکی بیشتر می‌شود.
- تعداد زیرمجموعه‌ها دو تا بیشتر می‌شود.
- تعداد زیرمجموعه‌ها دو برابر می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۰

۹. با توجه به نمودار زیر، اگر تعداد افرادی که تنها به یک ورزش علاقه دارند، ۲۱ نفر باشد، چند نفر تنها به ۲ ورزش علاقه‌مند هستند؟



- (۱) ۲۲
- (۲) ۳۵
- (۳) ۲۸
- (۴) ۳۰

۱۰. با فرض آنکه $C \subset A$ باشد و B یک مجموعه دلخواه، کدام گزینه صحیح نیست؟

- (۱) $(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)$
- (۲) $B \cup (A - C) = B - C$
- (۳) $A \cup (A \cap C) = A$
- (۴) $A \cap (C - A) = \emptyset$

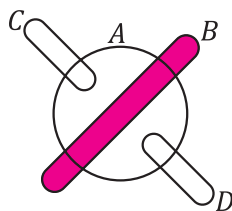
۱۱. می‌دانیم $A = \{1, 2\}$ و $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ است. می‌خواهیم مجموعه B را پیدا کنیم، چند پاسخ مختلف می‌توان به دست آورد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۲. می‌دانیم $A \subseteq B \subseteq C$. کدام گزینه با $(A \cap B) \cup (B \cap C)$ برابر است؟

- (۱) A (۲) B (۳) C (۴) \emptyset

۱۳. کدام گزینه در نمودار روبه‌رو هاشورخورده است؟



- (۱) $(C \cup D) - B$
- (۲) $B - (A - (C \cap D))$
- (۳) $B - (C \cup D)$
- (۴) $(C \cup D) \cap B$

مرحله دوم

۱	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۲	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۳	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۴	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۵	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۶	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۷	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۸	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۹	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۰	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۱	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۲	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۳	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۴	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۵	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۶	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۷	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۸	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۱۹	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
۲۰	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)

تعداد درست:

تعداد غلط:

تعداد نزده:

درصد = $5 \times \square - \frac{5}{3} \times \circ$

پاسخ سؤال‌های آزمون ۱



هست و هم عضو B هست؛ بنابراین 5 عضو A و B هست و عضو C نیست؛ حالا گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

گزینه ۱: 5 عضو A هست و عضو $B \cup C$ هم هست (زیرا 5 در B هست)؛ بنابراین در تقاض آن‌ها (یعنی $(A - (B \cup C))$) قرار ندارد.

گزینه ۲: 5 عضو A و B هست. پس عضو $A - B$ نیست و چون عضو C هم نیست، عضو اجتماع آن‌ها (یعنی $(A - B) \cup C$) هم نیست.

گزینه ۳: 5 عضو A هست ولی عضو $B \cap C$ نیست (زیرا در C قرار ندارد)؛ بنابراین وقتی $B \cap C$ را از A کم می‌کنیم، 5 از A حذف نمی‌شود. (زیرا در $B \cap C$ نبوده است)، پس عضو $(A - (B \cap C))$ خواهد بود.

گزینه ۴: 5 عضو A و B هست، پس عضو $A - B$ نیست، عضو C هم نیست در نتیجه عضو اشتراک آن‌ها (یعنی $(A - B) \cap C$) نیز نخواهد بود.

۷. گزینه «۴»

روش اول باقی‌مانده $4x + k$ بر 4 را در نظر می‌گیریم. باتوجه به اینکه k عددی ثابت است پس باقی‌مانده همه اعداد مجموع بر 4 برابر با باقی‌مانده $5 - k$ بر 4 است؛ بنابراین باقی‌مانده k بر 4 برابر با 3 است، پس باقی‌مانده جمع دو عدد در این مجموع بر 4 برابر با باقی‌مانده $2k$ بر 4 است، پس باقی‌مانده برابر با باقی‌مانده 6 بر 4 است، یعنی 2 . تنها گزینه‌ای که باقی‌مانده آن بر 4 برابر با 2 است، گزینه 4 می‌باشد.

روش دوم به‌ازای یک x صحیح، $4x + k = -5$ شده است!

■ از آنجا که x می‌تواند هر عدد صحیحی باشد، فرض می‌کنیم $x = 0$ ، عضو $5 - k$ را تولید کرده است:

$$x = 0 \Rightarrow 0 + k = -5 \Rightarrow k = -5$$

$$\Rightarrow \{4x - 5 \mid x \in \mathbb{Z}\} = \text{مجموعه مورد نظر}$$

اکنون مجموع دو عضو این مجموعه مانند $4x_1 - 5$ و $4x_2 - 5$ را در نظر می‌گیریم:

$$(4x_1 - 5) + (4x_2 - 5) = 4(x_1 + x_2) - 10$$

$x_1 + x_2 = y$ عددی صحیح است، پس باید از میان گزینه‌ها، عددی را پیدا کنیم که بتوان آن را به‌صورت $4y - 10$ نوشت. از میان گزینه‌ها تنها 18 می‌تواند انتخاب شود، چون $18 + 10 = 4y$ بخش‌پذیر است.

■ این بار فرض می‌کنیم $x = -2$ ، عضو $5 - k$ را تولید کرده است:

$$x = -2 \Rightarrow -8 + k = -5 \Rightarrow k = 3$$

$$\{4x + 3 \mid x \in \mathbb{Z}\}$$

اکنون مجموع دو عضو، $(4x_1 + 3) + (4x_2 + 3)$ ؛ یعنی $6 + 4(x_1 + x_2)$ است. از میان گزینه‌ها تنها 18 می‌تواند انتخاب شود، چون $18 - 6 = 4y$ بخش‌پذیر است.

■ عضو $5 - k$ با هر x دیگری هم تولید شده باشد، باز هم به‌همین پاسخ می‌رسیم.

۸. گزینه «۳»

مجموعه‌های مورد نظر عبارتند از:

$$\emptyset \subseteq \{1\} \subseteq \{1, 2\} \subseteq \{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3, 4\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \subseteq \{1, 2, 3\}$$

مجموعه 3 عضو زیرمجموعه مجموعه 5 عضو و مجموعه 5 عضو زیرمجموعه مجموعه 7 عضو است؛ بنابراین اجتماع حاصل 7 عضو خواهد بود.

۹. گزینه «۳»

۲ حالت داریم:

۱- در حالت اول، هر یک از زیرمجموعه‌های مورد نظر باید دو عضو 1 و 13 را داشته باشند پس می‌توان این دو عضو را به هر یک از زیرمجموعه‌های مجموعه $\{5, 9\}$ اضافه کرد تا هر یک از زیرمجموعه‌های مورد نظر به‌دست آیند. $\{5, 9\}$ دو عضو؛ بنابراین 4 زیرمجموعه دارد. پس مجموعه‌های مورد

گزینه «۱»
نکته: برای بیان یک مجموعه باید تمام اعضای مجموعه مشخص باشند؛ یعنی ویژگی اعضای مجموعه نسبی نباشد و هر فرد یک برداشت از آن دسته نداشته باشد.

گزینه ۱: بین $3 -$ و $4 -$ هیچ عدد صحیحی وجود ندارد پس این مجموعه، مجموعه تهی را مشخص می‌کند؛ یعنی مجموعه‌ای که عضوی ندارد.

گزینه ۲: بلندی قد انسان‌ها از نظر هر فردی ممکن است با فرد دیگر متفاوت باشد.

گزینه ۳: سه عدد صحیح بزرگ‌تر از 5 دقیقاً یک مجموعه واحد را مشخص نمی‌کند؛ زیرا هر سه عددی که از 5 بزرگ‌تر است، ممکن است عضو مجموعه باشد.

گزینه ۴: همچنین در مورد غذاهای خوش‌بو، ممکن است یک فردی از بوی یک غذا خوشش بیاید؛ ولی دیگری خوشش نیاید.

۲. گزینه «۲»

\emptyset ، $\{*\}$ نمایش‌هایی برای مجموعه تهی هستند و دو مجموعه دیگر هر یک دارای یک عضو می‌باشند.

۳. گزینه «۲»

اعضای یک مجموعه آن‌هایی هستند که عیناً در آن مجموعه آمده باشند، مثل $*$ ، 5 و $\{*\}$ که در مجموعه A آمده است، بنابراین داریم:

$$\{*\} \in A, * \in A, 5 \in A$$

نکته: اگر بخواهیم مجموعه‌ای مثل B زیرمجموعه مجموعه‌ای مثل A باشد، باید عضوهای مجموعه B عیناً و همگی در مجموعه A آمده باشد.

در ضمن اعضای یک مجموعه را داخل $\{ \}$ (آکولاد) نمایش می‌دهیم. طبق توضیحات داده شده، مجموعه A عضوی مانند $\{5\}$ ندارد. بقیه گزینه‌ها درست هستند.

۴. گزینه «۴»

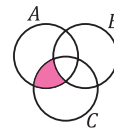
$\frac{a}{b}$ ممکن است صحیح نباشد، مثلاً اگر $a = 1$ و $b = 2$ باشد، $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$ است که صحیح نیست.

توجه داشته باشید که مجموع، تفاضل و حاصل‌ضرب دو عدد صحیح همواره یک عدد صحیح است.

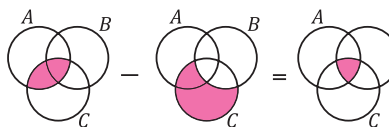
۵. گزینه «۴»

برای نمایش این مجموعه چند حالت زیر را می‌توان در نظر گرفت:

$$\begin{cases} 1: (A \cap C) - B \\ 2: (A \cap C) - (A \cap B) \\ 3: (A \cap C) - (B \cap C) \\ 4: (A \cap C) - (A \cap B \cap C) \end{cases}$$



در مورد گزینه ۴ داریم:



$$A \cap C - (A \cap B \cap C)$$

پس، گزینه ۴ نادرست است.

۶. گزینه «۳»

اگر عدد 5 عضو $(A \cap B) \cap C$ باشد، بدان معناست که 5 عضو $A \cap B$ هست و عضو C نیست و وقتی 5 عضو $A \cap B$ است؛ یعنی هم عضو A

۱۴. گزینه «۴»

گزینه ۱: $\{4, 5\} \subseteq \{3, 4, 5\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$

گزینه ۲: $\{1\} \subseteq \{1, 2\} \subseteq \{1, 2, 5\}$

گزینه ۳: $\emptyset \subseteq \{1\} \subseteq \{1, 2\}$

در مجموعه‌های گزینه ۴، بین هر دو تا از آن‌ها، هیچ کدام زیرمجموعه دیگری نیست.

۱۵. گزینه «۳»

اولین مجموعه می‌تواند $\{ \}$ و آخرین مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ باشد. هر مجموعه هم دست کم یک عضو بیشتر از مجموعه قبلی دارد پس طولانی‌ترین زنجیر شامل یک مجموعه صفرعضوی، یک مجموعه یک‌عضوی، دو عضو، سه‌عضوی، چهارعضوی و پنج‌عضوی و شش‌عضوی است. مثلاً می‌توان به‌صورت روبه‌رو یک زنجیر ۷ تایی ساخت.

$$\{ \} \subseteq \{3\} \subseteq \{3, 4\} \subseteq \{1, 3, 4\} \subseteq \{1, 3, 4, 5\} \subseteq \{1, 3, 4, 5, 6\} \\ \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

۱۶. گزینه «۳»

می‌توان به‌صورتی منظم همه زنجیرها را تشکیل داد:

$$\emptyset \subseteq \{1\} \subseteq \{1, 2\} \quad , \quad \emptyset \subseteq \{1\} \subseteq \{1, 3\}$$

$$\emptyset \subseteq \{1\} \subseteq \{1, 2, 3\}$$

$$\emptyset \subseteq \{2\} \subseteq \{1, 2\} \quad , \quad \emptyset \subseteq \{2\} \subseteq \{2, 3\}$$

$$\emptyset \subseteq \{2\} \subseteq \{1, 2, 3\}$$

$$\emptyset \subseteq \{3\} \subseteq \{1, 3\} \quad , \quad \emptyset \subseteq \{3\} \subseteq \{2, 3\}$$

$$\emptyset \subseteq \{3\} \subseteq \{1, 2, 3\}$$

$$\emptyset \subseteq \{1, 2\} \subseteq \{1, 2, 3\} \quad , \quad \emptyset \subseteq \{1, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\}$$

$$\emptyset \subseteq \{2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\}$$

$$\{1\} \subseteq \{1, 2\} \subseteq \{1, 2, 3\} \quad , \quad \{1\} \subseteq \{1, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\}$$

$$\{2\} \subseteq \{1, 2\} \subseteq \{1, 2, 3\} \quad , \quad \{2\} \subseteq \{2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\}$$

$$\{3\} \subseteq \{1, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\} \quad , \quad \{3\} \subseteq \{2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\}$$

روش دوم: به کمک نمودار مقابل، می‌توانیم به‌سادگی زنجیرهای سه‌تایی C را مشاهده نماییم و تعداد آن‌ها را بشماریم:

مجموعه صفر عضوی	\subseteq	مجموعه یک عضوی	\subseteq	مجموعه دو عضوی (شامل عضو مجموعه یک‌عضوی)	$1 \times 2 \times 2 = 4$	حالت ۶
مجموعه صفر عضوی	\subseteq	مجموعه یک عضوی	\subseteq	مجموعه سه عضوی	$1 \times 2 \times 1 = 2$	حالت ۳
مجموعه صفر عضوی	\subseteq	مجموعه دو عضوی	\subseteq	مجموعه سه عضوی	$1 \times 2 \times 1 = 2$	حالت ۲
مجموعه یک عضوی	\subseteq	مجموعه دو عضوی (شامل عضو مجموعه یک‌عضوی)	\subseteq	مجموعه سه عضوی	$3 \times 2 \times 1 = 6$	حالت ۶

پس در مجموع ۱۸ حالت وجود دارد.

۱۷. گزینه «۲»

در گزینه ۲، دو مجموعه $\{1, 2, 3\}$ و $\{1, 2, 4\}$ هیچ‌کدام زیرمجموعه دیگری نیستند در سایر گزینه‌ها داریم:

گزینه ۱: $\{1\} \subseteq \{1, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$

گزینه ۳: $\{1\} \subseteq \{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$

گزینه ۴: $\{1\} \subseteq \{1, 2\} \subseteq \{1, 2, 3\}$

۱۸. گزینه «۳»

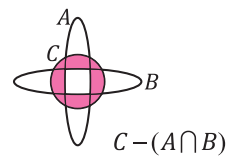
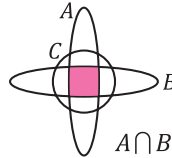
انتخاب توپ اول و برگرداندن آن تأثیری رو انتخاب توپ دوم ندارد، پس

$$\{1, 13\}, \{1, 5, 13\}, \{1, 9, 13\}, \{1, 5, 9, 13\}$$

نظر عبارتند از: ۲- زیرمجموعه‌هایی که از ۵ و ۹ تشکیل می‌شوند، که فقط یک حالت دارد: $\{5, 9\}$

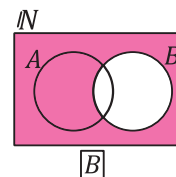
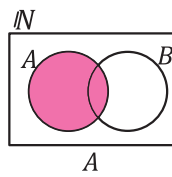
۱۰. گزینه «۲»

نمودار مربوط به گزینه‌ها را رسم و بررسی می‌کنیم. باتوجه به نمودار زیر مشخص است که گزینه ۲ درست است.

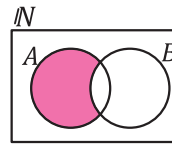


۱۱. گزینه «۲»

یکی از روش‌های مناسب برای حل این‌گونه سؤالات، رسم شکل است.

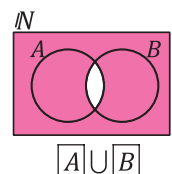
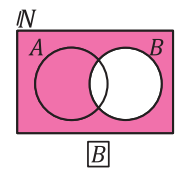
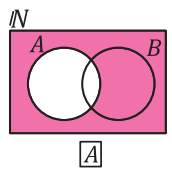
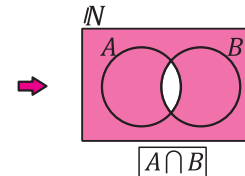
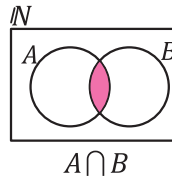


در نمودارهای بالا A و B نمایش داده شده‌اند. به‌همین ترتیب می‌توان نمودار هر عبارت را رسم و گزینه‌ها را بررسی کرد. باتوجه به نمودار زیر، مشخص است که گزینه ۲ درست است



$$A \cap \overline{B} = A - B$$

۱۲. گزینه «۲»



می‌توانیم به جای رسم شکل، با مثال زدن دو مجموعه عددی هم این سؤال را حل کنیم. مثلاً فرض کنیم:

$$A = \{1, 2, 3\} \Rightarrow \overline{A} = \{4, 5, 6\}$$

$$B = \{1\} \Rightarrow \overline{B} = \{2, 3, 4, 5, \dots\}$$

۱۳. گزینه «۲»

می‌دانیم که مجموعه متناهی مجموعه‌ای با تعداد عضو مشخص و مجموعه نامتناهی مجموعه‌ای با تعداد بی‌شمار عضو است؛ بنابراین اگر از یک مجموعه نامتناهی یک مجموعه متناهی را کم کنیم، کماکان دارای بی‌شمار عضو و نامتناهی خواهد بود.

هر یک از مجموعه‌های گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ زیرمجموعه A بوده، چون A متناهی است، آن‌ها نیز متناهی هستند؛ اما گزینه ۲ زیرمجموعه‌ای نامتناهی از B است.

$x < 5 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow 7x = 14 \Rightarrow 7x + 1 = 15$: گزینه ۴
* عضو مجموعه نیست.

۴. گزینه «۲»

تعداد اعضای مجموعه B برابر با ۲۰۰ است پس داریم:

$$\frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{x}{200}$$

بنابراین، در صورت ساده‌سازی کسر، مخرج آن باید مقسوم‌علیه ۲۰۰ باشد پس تنها گزینه ۲ درست است.

۵. گزینه «۱»

مجموعه A عبارت است از:

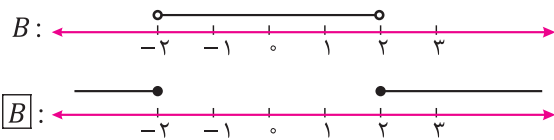
$$A = \{\dots, -9, -8, -7\}$$

بنابراین مجموعه \bar{A} به صورت مقابل خواهد بود:

$$\bar{A} = \{-6, -5, -4, \dots\}$$

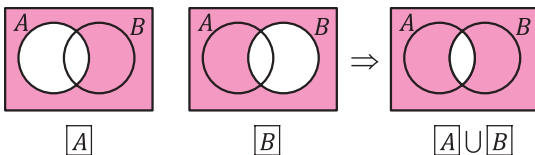
۶. گزینه «۱»

یکی از ساده‌ترین راه‌های حل مسائلی شامل مجموعه اعداد حقیقی، صحیح، طبیعی و... رسم نمودار یا محور اعداد است. در این سوال داریم:



۷. گزینه «۳»

ابتدا مجموعه $\bar{A} \cup \bar{B}$ را روی نمودار ون نمایش می‌دهیم.



حالا می‌توانیم $\bar{A} \cup \bar{B}$ را بیابیم.

بنابراین مجموعه $\bar{A} \cup \bar{B}$ اشتراک دو مجموعه A و B است؛ لذا اعضای آن باید در هر دو مجموعه A و B باشد. پس مجموعه‌ای را می‌خواهیم که شامل تمام اعضای ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ باشد که فقط گزینه ۳ این چنین است.

۸. گزینه «۳»

جمله‌ها را بررسی می‌کنیم:

■ همه زیرمجموعه‌های سرباز تک عضوی هستند (جمله اول درست است) و می‌توانند با هریک از اعضای مجموعه A تشکیل شوند پس تعداد سربازهای یک مجموعه، برابر تعداد عضوهای مجموعه است.

■ تعداد عضوهای همه وزیرهای یک مجموعه، یکی کمتر از تعداد عضوهای آن مجموعه است (جمله دوم درست است).

با برداشتن هر یک از عضوهای مجموعه A می‌توان یک زیرمجموعه وزیر آن را ساخت پس تعداد وزیرهای یک مجموعه برابر تعداد عضوهای مجموعه است؛ یعنی برابر با تعداد سربازهای آن مجموعه است (جمله سوم درست است).

۹. گزینه «۴»

نکته: برای به‌دست آوردن تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه

$$A = \{x_1, \dots, x_n\}$$

به این صورت عمل می‌کنیم:

انتخاب توپ اول و دوم دو پدیده مستقل هستند؛ بنابراین احتمال حالات خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

$$P(\text{قرمز}) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{آبی}) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{سبز}) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

اول سبز و دوم آبی) + $P(\text{اول آبی و دوم سبز}) = P(\text{یک آبی و یکی سبز}) + P(\text{یک سبز و یکی آبی})$
به علت مستقل بودن $\rightarrow P(\text{سبز}) \times P(\text{آبی}) + P(\text{آبی}) \times P(\text{سبز})$

$$\Rightarrow P(\text{یک آبی و یکی سبز}) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{8}$$

$$P(\text{هر دو سبز}) = P(\text{سبز}) \times P(\text{سبز}) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

$$P(\text{هر دو قرمز}) = P(\text{قرمز}) \times P(\text{قرمز}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

توضیح: برای حل این سوال سر جلسه آزمون، چون حتماً یکی از سه گزینه ۲، ۳ و ۴ صحیح است، نیاز به بررسی گزینه ۱ نیست.

۱۹. گزینه «۱»

در پرتاب سه تاس، تعداد کل حالت‌های ممکن برابر است با 6^3 حالت، چون تنها در یک حالت هر سه تاس ۶ می‌آیند و در بقیه حالات حداقل یکی از تاس‌ها ۶ نیامده؛ بنابراین تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با $6^3 - 1$ و احتمال موردنظر برابر است با:

$$\frac{6^3 - 1}{6^3} = 1 - \frac{1}{6^3} = 1 - \left(\frac{1}{6}\right)^3$$

۲۰. گزینه «۲»

از نمودار ون کمک می‌گیریم:

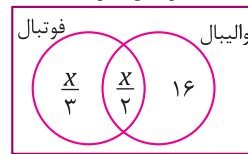
(X نفر) کل مدرسه

$$\Rightarrow \frac{X}{3} + \frac{X}{2} + 16 = X$$

$$\Rightarrow 16 = X - \frac{X}{2} - \frac{X}{3}$$

$$\Rightarrow 16 = \frac{6X - 3X - 2X}{6} = \frac{X}{6}$$

$$\Rightarrow X = 16 \times 6 = 96$$



پاسخ سؤال‌های آزمون ۲

۱. گزینه «۳»

گزینه ۳ مجموعه نیست؛ زیرا مشخص نیست کدام اعداد طبیعی عضو این مجموعه هستند و کدام عضو آن نیستند مشخص کننده یک مجموعه معین و یکتا نیست.

۲. گزینه «۱»

اعضای هریک از گزینه‌ها را می‌نویسیم:

$$1 \text{ گزینه: } \{5, 7, 9, \dots\}$$

$$2 \text{ گزینه: } \{1, 3, 5, \dots\}$$

$$3 \text{ گزینه: } \{-1, 1, 3, \dots\}$$

$$4 \text{ گزینه: } \{3, 5, 7, \dots\}$$

$$1 \text{ گزینه} \subseteq 2 \text{ گزینه} \subseteq 4 \text{ گزینه} \subseteq 3 \text{ گزینه}$$

۳. گزینه «۳»

یکی از راه‌ها نوشتن مجموعه‌ها است ولی با بررسی هر گزینه به صورت یک معادله، از نوشتن همه اعضا بی‌نیاز خواهیم بود، مثلاً گزینه ۱ حذف می‌شود؛ زیرا $X = 3 \Rightarrow 5X = 15$ ، در حالی که ۳ عضو مجموعه نیست؛ زیرا:

$$-3 < X < 3$$

بقیه گزینه‌ها را هم به همین صورت بررسی می‌کنیم:

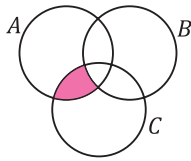
* عضو مجموعه نیست. $X < 5 \Rightarrow X = 5 \Rightarrow 3X = 15$: گزینه ۲

$$-1 < X < 5 \Rightarrow X = 3 \Rightarrow 4X = 12 \Rightarrow 4X + 3 = 15$$
: گزینه ۳

✓ عضو مجموعه است.

۱۳. گزینه «۱»

باتوجه به شکل زیر، مجموعه موردنظر زیرمجموعه $A - C$ و $C - A$ نیست ولی زیرمجموعه $A \cap C$ است.



$$(A - B) \cap (C - B)$$

۱۴. گزینه «۴»

زیرمجموعه‌هایی جمع کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو آن‌ها برابر ۲۷ می‌شود که کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو آنها برابر $(17, 10)$ ، $(16, 11)$ ، $(15, 12)$ یا $(14, 13)$ باشد. در حالت کلی برای محاسبه مجموعه‌هایی که کوچک‌ترین

و بزرگ‌ترین عضو آنها a و b باشد، به این روش عمل می‌کنیم:

تمامی اعضای بین a و b را در نظر می‌گیریم (آن‌را مجموعه B می‌نامیم) و تمامی زیرمجموعه‌های ممکن را می‌سازیم و در آخر a و b را به تک‌تک آن‌ها اضافه می‌کنیم. پس تعداد مجموعه‌هایی که a و b کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو آن باشد برابر با $2^{n(B)}$ است که $n(B)$ تعداد عضوهای مجموعه B است. در نتیجه جواب نهایی سؤال برابر است با:

$$\{13, 14\} \Rightarrow 2^0 = 1 \Rightarrow \text{بین } 13 \text{ و } 14 \text{ هیچ عددی قرار ندارد.} \Rightarrow (13, 14)$$

$$\{12, 15\} \Rightarrow 2^2 = 4 \Rightarrow \text{دو عدد بین } 12 \text{ و } 15 \text{ قرار دارد.} \Rightarrow (12, 15)$$

$$\{12, 13, 15\} \Rightarrow 2^3 = 8 \Rightarrow \text{سه عدد بین } 12, 13, 15 \text{ قرار دارد.} \Rightarrow (12, 13, 15)$$

$$\{12, 14, 15\} \Rightarrow 2^3 = 8 \Rightarrow \text{سه عدد بین } 12, 14, 15 \text{ قرار دارد.} \Rightarrow (12, 14, 15)$$

$$\{12, 13, 14, 15\} \Rightarrow 2^4 = 16 \Rightarrow \text{چهار عدد بین } 12, 13, 14, 15 \text{ قرار دارد.} \Rightarrow (12, 13, 14, 15)$$

$$16 = 2^4 \Rightarrow \text{چهار عدد بین } 11 \text{ و } 16 \text{ قرار دارد.} \Rightarrow (11, 16)$$

$$64 = 2^6 \Rightarrow \text{شش عدد بین } 10 \text{ و } 64 \text{ قرار دارد.} \Rightarrow (10, 64)$$

$$\Rightarrow 1 + 4 + 8 + 8 + 16 = 47$$

۱۵. گزینه «۳»

اگر اعداد داده شده را به شمارنده‌های اول تجزیه کنیم، داریم:

$$A = 1394 = 2 \times 17 \times 41$$

$$B = 1395 = 3 \times 3 \times 5 \times 31$$

$$C = 1396 = 2 \times 2 \times 349$$

عضو مشترک مجموعه A و B ، عدد ۱ است.

عضو مشترک مجموعه B و C ، عدد ۱ است.

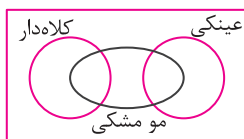
عضوهای مشترک مجموعه A و C ، عددهای ۱ و ۲ است.

بنابراین، ناحیه‌ای وجود دارد که بین هر سه مجموعه مشترک است و عدد ۱ در آن قرار دارد و یک ناحیه مشترک بین A و C وجود دارد که عدد ۲ در آن است. غیر از ناحیه مشترک ۳ مجموعه، ناحیه دیگری بین A و B ، همچنین بین B و C وجود ندارد.

۱۶. گزینه «۱»

می‌توان حالتی را فرض کرد که هیچ عینکی‌ای کلاه نداشته باشد، زیرا $20 = 80 \times \frac{25}{100}$ نفر عینکی هستند و $16 = 80 \times \frac{20}{100}$ نفر کلاه دارند و

از آنجا که $20 + 16 < 80$ ، پس ممکن است اشتراک نداشته باشند؛ بنابراین می‌توان حالتی را فرض کرد که هیچ مو مشکلی‌ای نباشد که هم کلاه داشته باشد و هم عینک پس حداقل تعداد برابر صفر است.



رابطه کلی برای هر زیرمجموعه به این صورت است که هر عضو x_i در آن می‌آید یا خیر پس برای هر x_i دو حالت وجود دارد؛ بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های A برابر با $2^{n(A)}$ است.

$$n(A) = n(B) + 1 \Rightarrow (\text{تعداد زیرمجموعه‌های } A)$$

$$= 2^{n(A)} = 2^{n(B)+1} = 2^{n(B)} \times 2 = 2 \times (\text{تعداد زیرمجموعه‌های } B)$$

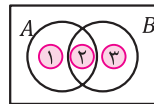
۱۰. گزینه «۲»

به دلیل آنکه $A \subseteq \{1, 2, \dots, 10\}$ است، پس باید شامل تمام اعضای $\{1, 2, \dots, 10\}$ باشد و به دلیل اینکه $A \subseteq \{1, 2, \dots, 13\}$ است. می‌تواند شامل هریک از اعضای $\{11, 12, 13\}$ باشد یا نباشد. برای هریک از اعداد ۱۱، ۱۲ و ۱۳ دو حالت وجود دارد، یعنی در کل $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ حالت مختلف وجود دارد.

۱۱. گزینه «۲»

هریک از گزاره‌ها را بررسی می‌کنیم و تاجای ممکن از نمودار ون برای درک بهتر و راحت‌تر استفاده می‌کنیم.

■ گزاره اول:



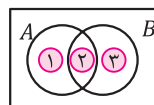
$$n(A \cap B) \leq n(A \cup B)$$

$$A \cap B \subseteq A \cup B$$

زیرا:

بنابراین وقتی گفته شده $n(A \cap B) = n(A \cup B)$ بدان معناست که دو مجموعه $A \cap B$ و $A \cup B$ برابر هستند. همان‌طور که در شکل می‌بینید، برابری $A \cap B$ و $A \cup B$ به معنای آن است که در ناحیه‌های ۱ و ۳ عضو وجود ندارد. در این صورت دو مجموعه A و B برابر می‌شوند. زیرا هر عضوی در A هست در B نیز هست و بالعکس.

■ گزاره دوم: همان‌طور که در شکل می‌بینید:



$$A - B = \{1\}$$

$$B - A = \{3\}$$

این دو مجموعه همواره جدا از هم هستند و برابری آن‌ها بدان معناست که هر دو تهی هستند. بنابراین $A - B = B - A = \emptyset$ لذا عضوهای مجموعه A و B فقط همان‌هایی هستند که در ناحیه ۲ قرار دارند. لذا A و B هم برابرند.

■ گزاره سوم: مثال نقض می‌زنیم.

$$\left. \begin{aligned} B &= \emptyset \\ A &= \{1\} \\ A - B &= \{1\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow B \subseteq A - B \quad A \neq B \text{ ولی}$$

■ گزاره چهارم: مثال نقض می‌زنیم همان مثال گزاره سوم

$$\left. \begin{aligned} B &= \emptyset \\ A &= \{1\} \\ A - B &= \{1\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A \subseteq A - B \quad A \neq B \text{ ولی}$$

۱۲. گزینه «۳»

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$C = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \{2, 4, 6\}$$

$$1 \text{ ناحیه رنگی} = (A \cap B) - C = \{4, 6\}$$

$$C - A = \{-2, -1, 0\}$$

$$2 \text{ ناحیه رنگی} = (C - A) - B = \{-2, -1, 0\}$$

پس باید مجموع روبه‌رو را به دست آوریم: $4 + 6 + (-2) + (-1) + 0 = 7$

