




برای مشاهده سؤالات و پاسخنامه تشریحی دروس عمومی لطفاً این رمزین را اسکن کنید.



## ریاضیات ؟

۱۰۱. دنباله‌های هندسی با قدرنسبت طبیعی و بزرگ‌تر از یک که شامل ۵ جمله هستند را در نظر بگیرید. چه تعداد از این نوع دنباله‌ها می‌توان یافت که جملات آن عضو مجموعه  $\{1, 2, \dots, 100\}$  باشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۰۲. کمترین مقدار تابع  $y = mx^2 - 12x + 5m - 1$  برابر ۲ است. محور تقارن سهمی، کدام است؟

- (۱)  $x = 2$  (۲)  $x = 2/5$  (۳)  $x = 3$  (۴)  $x = 3/5$

۱۰۳. مجموعه‌های  $A, B, C$  و  $D$  را در نظر بگیرید. تعداد اعضای  $C$ ، دو واحد بیشتر از  $A$  و تعداد اعضای  $D$ ، سه واحد کمتر از  $B$  است. اگر تعداد اعضای مجموعه  $C \times B$ ، ۲۵٪ بیشتر از تعداد اعضای مجموعه  $A \times B$  و  $1/5$  برابر تعداد اعضای مجموعه  $A \times D$  باشد، اختلاف تعداد اعضای مجموعه‌های  $A$  و  $B$  چه قدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۱۰

۱۰۴. اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع  $U$  باشند، مجموعه  $A' \cup ((B \cap A) \cap ((B \cup A) \cap B))$  با کدام مجموعه برابر است؟

- (۱)  $(A - B)'$  (۲)  $B - A$  (۳)  $B$  (۴)  $\emptyset$

۱۰۵. کدام گزاره زیر، هم‌ارز منطقی گزاره  $q \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$  است؟

- (۱)  $p$  (۲)  $p \vee q$  (۳)  $q$  (۴)  $\sim p \Leftrightarrow q$

۱۰۶.  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 + 6x + a = 0$  هستند. اگر  $\alpha < \beta < 0$  و  $3\alpha^2 + 2\beta^2 = 12\sqrt{2} + 85$  باشد، مقدار  $a$  چه قدر است؟

- (۱) ۱ (۲)  $13/4$  (۳)  $21/5$  (۴) ۲

۱۰۷. اگر  $\frac{1}{a^2+1} + \frac{1}{a^2-1} = 2$  باشد، حاصل  $(\frac{1}{a^2-\sqrt{a^2+1}} + \frac{1}{a^2+\sqrt{a^2+1}})^{1401}$  چه قدر است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۰۸. تابع  $f(x) = x^2 \sqrt{x^2}$  در یک بازه نزولی است. ضابطه وارون تابع در این بازه، کدام است؟

- (۱)  $-\sqrt{x^2}, x \leq 0$  (۲)  $-\sqrt{x^2}, x \leq 0$  (۳)  $-\sqrt{x^2}, x \geq 0$  (۴)  $-\sqrt{x^2}, x \geq 0$

۱۰۹. فاصله نقطه  $A$  روی خط  $x + y = a$  از دو نقطه  $B(-3, 2)$  و  $C(-1, 4)$  به ترتیب برابر  $\sqrt{29}$  و ۵ است. مقدار  $a$  چه قدر است؟

- (۱) ۲ (۲)  $1/2$  (۳)  $-1/2$  (۴) -۲

۱۱۰. اگر  $f(x) = \frac{\sqrt{2x}}{3x - \sqrt{2}}$  باشد، حاصل  $f \circ f \circ f(\sqrt{2})$  کدام است؟

- (۱)  $1/\sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳) ۲ (۴)  $1/2$

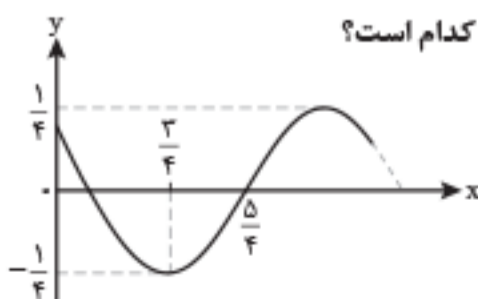
۱۱۱. فرض کنید  $5^x = 10$  است. اگر  $2^{f(x)} = 20$  باشد، ضابطه  $f$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2x+1}{x+1}$  (۲)  $\frac{x-1}{2x-1}$  (۳)  $\frac{2x-1}{x-1}$  (۴)  $\frac{x+1}{2x+1}$

۱۱۲. اندازه زاویه  $A$  در مثلث  $ABC$ ، ۴۵ درجه بیشتر از اندازه زاویه  $B$  است. حاصل  $2 \cos A \sin B - \sin C$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۴)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۱۳. شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a \cos(bx + c)$  را نشان می‌دهد. اگر  $b > 0$  و  $-c < \pi$  باشد، مقدار  $\frac{ac}{b}$  کدام است؟



- (۱)  $1/16$  (۲) ۱

- (۳)  $1/4\pi$  (۴)  $\pi$



۱۴۰. به ازای هر  $m$ ، معادله  $(m-2)x + (m+1)y = 6$ ، معادله قطری از دایره  $C$  است. اگر نقطه  $A(-1, 1)$  روی دایره  $C$  باشد، محیط دایره  $C$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{2}\pi$  (۲)  $2\pi$  (۳)  $3\pi$  (۴)  $2\sqrt{3}\pi$

۱۴۱. در سهمی  $2y^2 - 2ay + 8x + b = 0$  نقطه  $(-1, 1)$  رأس سهمی است. مقدار  $\frac{a}{b}$  چه قدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{5}$  (۳)  $-\frac{1}{5}$  (۴)  $-\frac{1}{3}$

۱۴۲. سه بردار  $\vec{a} = (1, 1, 0)$ ،  $\vec{b} = (-1, 2, 0)$  و  $\vec{c}$  غیر واقع در یک صفحه و  $\vec{h} = (x, y, 4)$  بردار ارتفاع متوازی السطوح حاصل از این سه بردار است. اگر  $\vec{b} \cdot \vec{c} = 5$ ،  $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$  باشد، اندازه بردار  $\vec{c}$  کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳)  $\sqrt{19}$  (۴)  $\sqrt{21}$

۱۴۳. دو بردار که اندازه یکی دو برابر دیگری است، با هم زاویه  $60^\circ$  درجه می‌سازند. زاویه بین بردار بزرگ‌تر و تفاضل دو بردار، چند درجه است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۵ (۳) ۶۰ (۴) ۱۲۰

۱۴۴. نقاط  $(a, b)$  روی منحنی  $y = \frac{3x-1}{x+2}$  قرار دارند. اگر  $a, b \in \mathbb{Z}$  باشند، چند نقطه با این ویژگی روی این منحنی قرار دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴۵. دو عدد  $a^2 - 1$  و  $14a + 6$  رقم یکان برابری دارند. رقم یکان  $a^2 + a$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۴۶. اگر  $x$  و  $y$  هر دو عدد طبیعی باشند، معادله سیاله خطی  $12x + 11y = 759$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۴۷. در یک گراف کامل  $q(G) = \Delta^2(G) - 2\delta(G)$  است. مقدار  $p(G)$  کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۴۸. درجه رأس‌های یک گراف ساده و همبند به صورت اعداد  $a, b, c, 3, 4, 4, 5$  هستند. اگر تعداد یال‌های این گراف  $1/5$  برابر  $(a+b+c)$  باشد، چند حالت مختلف برای مجموعه  $\{a, b, c\}$  وجود دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۴۹. چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۶۰۰۰ با مجموع ارقام ۸ وجود دارد؟

- (۱) ۱۵۵ (۲) ۱۶۵ (۳) ۱۶۴ (۴) ۱۵۸

۱۵۰. حداقل چند زیرمجموعه از مجموعه  $\{1, 2, 3, \dots, 7\}$  انتخاب شود تا مطمئن شویم دو زیرمجموعه با اشتراک تهی در آن‌ها وجود دارد؟

- (۱) ۶۵ (۲) ۶۴ (۳) ۴۵ (۴) ۴۶

## فیزیک

۱۵۱. تندی ۲۱۶ کیلومتر بر ساعت، معادل چند مایل بر دقیقه است؟ (یک مایل را ۱۸۰۰ متر فرض کنید).

- (۱) ۲ (۲)  $2/5$  (۳) ۳ (۴)  $3/6$

۱۵۲. یک قطعه سرب در دمای  $20^\circ\text{C}$  قرار دارد. اگر دمای این قطعه را  $200^\circ\text{C}$  افزایش دهیم، حجم آن چند درصد افزایش می‌یابد؟  $(\frac{1}{C} = 3 \times 10^{-5})$  ضریب انبساط طولی سرب

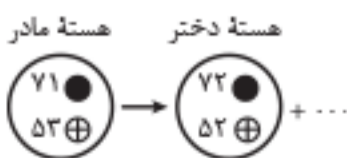
- (۱)  $0/6$  (۲)  $1/8$  (۳) ۶ (۴) ۱۸

۱۵۳. مطابق شکل مقابل، سیم مستقیمی به طول  $2/4\text{m}$  حامل جریان  $2/5\text{A}$  از شرق به غرب است. اندازه میدان مغناطیسی زمین در محل این سیم  $5G$  و جهت آن از جنوب به شمال است. اندازه و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر این سیم کدام است؟



- (۱)  $3 \times 10^{-5}\text{N}$ ، بالا (۲)  $3 \times 10^{-4}\text{N}$ ، بالا (۳)  $3 \times 10^{-5}\text{N}$ ، پایین (۴)  $3 \times 10^{-4}\text{N}$ ، پایین

۱۵۴. شکل مقابل، واپاشی  $\gamma$  را نشان می‌دهد. نام ذره گسیل شده، کدام است؟

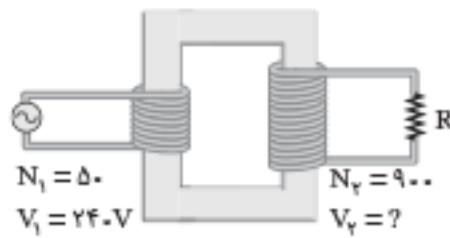


- (۱) آلفا (۲) گاما (۳) پوزیترون (۴) الکترون

۱۵۵. سطح مقطع یک تار مرتعش  $2\text{mm}^2$  و چگالی آن  $8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  است. اگر تندی انتشار موج در تار  $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  باشد، نیروی کشش تار چند نیوتون است؟

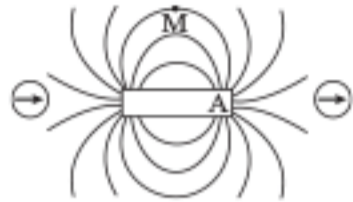
- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۲۰۰

۱۵۶. در شکل روبه‌رو،  $V_2$  چند ولت است؟



- (۱) ۲۱۶  
(۲) ۴۳۲  
(۳) ۲۱۶۰  
(۴) ۴۳۲۰

۱۵۷. با توجه به وضعیت هم‌قربه‌های مغناطیسی در شکل روبه‌رو، قطب A آهن‌ربا کدام است و جهت میدان مغناطیسی



- (۱) S،  $\rightarrow$   
(۲) S،  $\leftarrow$   
(۳) N،  $\rightarrow$   
(۴) N،  $\leftarrow$

۱۵۸. رشته‌ای از بسامدهای تشدید یک‌تار با دو انتهای بسته به صورت  $f_1 = 160\text{ Hz}$ ،  $f_2 = 320\text{ Hz}$  است.  $f_3 - f_1$  چند هرتز است؟

- (۱) ۲۴۰  
(۲) ۱۸۰  
(۳) ۱۶۰  
(۴) ۸۰

۱۵۹. جریان متناوبی که بیشینه آن ۲A و دوره آن ۰/۰۲s است، از یک رسانای اهمی می‌گذرد. معادله جریان متناوب در SI کدام است؟

- (۱)  $I = 2 \sin 40 \cdot \pi t$   
(۲)  $I = 2 \sin 100 \cdot \pi t$   
(۳)  $I = 1 \cdot \sin 400 \cdot \pi t$   
(۴)  $I = 1 \cdot \sin 100 \cdot \pi t$

۱۶۰. جسمی روی یک سطح شیب‌دار، آزادانه می‌لغزد و با تندی ثابت پایین می‌آید. برای این جسم، کدام موارد درست است؟

الف- کار نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، صفر است.

ب- کار نیروی خالص، برابر با کار وزن است.

ت- انرژی مکانیکی جسم ثابت می‌ماند.

ث- انرژی مکانیکی جسم کاهش می‌یابد.

- (۱) ب  
(۲) ت  
(۳) الف و ب  
(۴) پ و ت

۱۶۱. گازی آرمانی به حجم ۲ لیتر در فشار ثابت  $1.0^5 \text{ Pa}$ ، مقداری گرما به محیط می‌دهد و حجم آن به  $1/5$  لیتر می‌رسد. کار انجام شده روی گاز چند ژول است؟

- (۱) -۵۰  
(۲) -۳۰  
(۳) ۳۰  
(۴) ۵۰

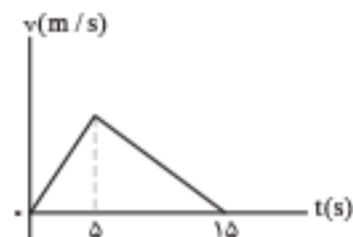
۱۶۲. متحرکی با شتاب ثابت  $\vec{a} = (4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \vec{i}$  در جهت محور x، در حرکت است. اگر مسافتی که این متحرک در فاصله زمانی  $t_1 = 0$  تا  $t_2 = 2\text{ s}$  طی می‌کند، ۴ متر بیشتر از مسافتی باشد که در ثانیه سوم طی می‌کند، سرعت اولیه آن چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۸  
(۲) ۶  
(۳) ۴  
(۴) ۲

۱۶۳. شکل مقابل، نمودار سرعت-زمان متحرکی است که روی محور x حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی در بازه زمانی

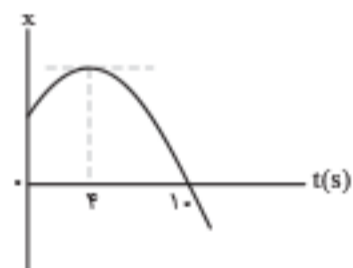
$t_1 = 2\text{ s}$  تا  $t_2 = 11\text{ s}$  برابر ۱۲۶ متر باشد، سرعت متحرک در لحظه  $t = 12\text{ s}$  چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۳  
(۲) ۶  
(۳) ۸  
(۴) ۱۲



۱۶۴. نمودار مکان-زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. تندی در لحظه  $t = 8\text{ s}$  چند برابر تندی در لحظه  $t = 2\text{ s}$  است؟

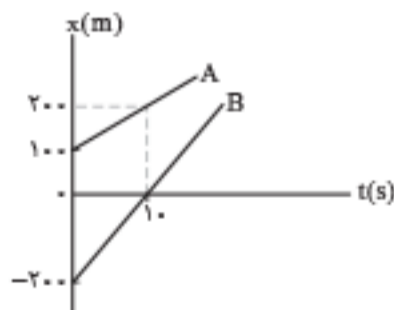
- (۱) ۲  
(۲) ۳  
(۳) ۴  
(۴) ۵



۱۶۵. شکل مقابل، نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد. در این مسیر، به مدت چند ثانیه فاصله دو

متحرک از هم، کمتر یا مساوی ۲۰ متر است؟

- (۱) ۸  
(۲) ۶  
(۳) ۴  
(۴) ۲



۱۶۶. گلوله‌ای از ارتفاع h رها می‌شود و با شتاب ثابت  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  سقوط می‌کند. اگر تندی متوسط آن در  $\frac{3}{4}$  پایانی مسیر  $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  باشد، تندی متوسط آن در کل

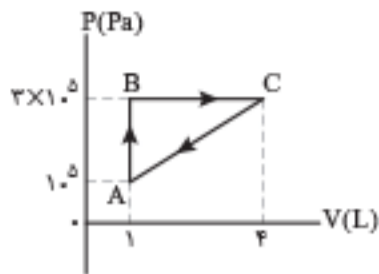
مسیر چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۵  
(۲)  $7/5$   
(۳) ۱۰  
(۴)  $12/5$

۱۶۷. جسمی به جرم  $2\text{ kg}$  با سرعت ثابت  $\vec{v} = (5 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \vec{i}$  در مسیر مستقیم در حرکت است. نیروی خالص  $\vec{F}_{\text{net}} = (4\text{ N}) \vec{i}$  به مدت چند ثانیه بر جسم اثر کند تا

تکانه آن دو برابر شود؟

- (۱) ۲۰  
(۲) ۲۵  
(۳) ۴۰  
(۴) ۵۰



۱۹۰. گاز داخل یک استوانه، چرخه‌ای مطابق شکل مقابل را می‌پیماید. گرمایی که گاز در این چرخه می‌گیرد، چند ژول است؟

- ۶۰۰ (۱)  
۳۰۰ (۳)  
۴۵۰ (۲)  
۱۵۰ (۴)

## شیمی

۱۹۱. ساختار مولکولی کدام ترکیب، فاقد پیوند سه‌گانه است؟

- $N_2$  (۴)      HCN (۳)      CO (۲)       $O_2$  (۱)

۱۹۲. کدام موارد از مطالب زیر، درست‌اند؟

- الف- بور، براساس مدل اتمی خود توانست طیف نشری خطی عنصرها را توجیه کند.  
ب- هر نوار رنگی در طیف نشری خطی عنصرها، نوری با انرژی و طول موج معین است.  
پ- بور، با بررسی دقیق طیف نشری خطی اتم هیدروژن، مدلی برای اتم عنصرها ارائه داد.  
ت- دانشمندان برای توجیه چگونگی نشر نور از اتم عنصرها، ساختار لایه‌ای را برای آن‌ها پیشنهاد کردند.

- الف، ب (۱)      الف، پ (۲)      ب، ت (۳)      پ، ت (۴)

۱۹۳. اتم عنصر A دارای ۸ الکترون با  $1 = -$  و شش الکترون‌های ظرفیتی آن با شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم  ${}_{31}Ga$  برابر است. عنصر A با کدام عنصر در

جدول تناوبی هم‌گروه است؟

- ${}_{47}Ag$  (۱)       ${}_{13}Al$  (۲)       ${}_{42}Mo$  (۳)       ${}_{39}Y$  (۴)

| ماده غذایی | ارزش سوختی ( $kJg^{-1}$ ) |
|------------|---------------------------|
| A          | ۱۱/۵                      |
| B          | ۲۰                        |
| C          | ۱۸                        |
| D          | ۴                         |

۱۹۴. فردی هنگام ورزش، در هر دقیقه ۲۲ کیلوژول انرژی مصرف می‌کند. با توجه به داده‌های جدول روبه‌رو، برای

تأمین انرژی یک ساعت ورزش، اگر به جای مناسب‌ترین ماده غذایی، از نامناسب‌ترین ماده غذایی استفاده کند،

نسبت مقدار مصرفی ماده غذایی نامناسب لازم، به ماده مناسب، کدام است؟

- ۶/۵ (۱)      ۶ (۲)      ۴/۵ (۴)      ۵ (۳)

۱۹۵. چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- عنصر  $Z$ ، یک فلز واسطه از گروه ۱۰ و دوره چهارم جدول تناوبی است.
  - در اتم عنصرها، زیرلایه‌های دارای  $n+1$  کوچک‌تر، پایدارترند و زودتر الکترون می‌گیرند.
  - اگر دو نافلز، یک ترکیب ناقطبی با فرمول عمومی  $AD_2$  تشکیل دهند، عنصر A در گروه ۱۴ جدول تناوبی جای دارد.
  - در مدل اتمی جدید، الکترون‌ها در فضایی بسیار کوچک نسبت به هسته اتم و در لایه‌هایی پیرامون آن، در نظر گرفته می‌شوند.
- چهار (۱)      سه (۲)      دو (۳)      یک (۴)

۱۹۶. در ۱۰ گرم آلومینیم سولفید، به تقریب، چند یون وجود دارد و نسبت جرم گوگرد به جرم آلومینیم در آن، کدام است؟ ( $Al = 27, S = 32; g.mol^{-1}$ )

- $\frac{16}{9}, 2 \times 10^{23}$  (۱)       $\frac{32}{27}, 2 \times 10^{23}$  (۲)       $\frac{16}{9}, 4 \times 10^{23}$  (۳)       $\frac{32}{27}, 4 \times 10^{23}$  (۴)

۱۹۷. اگر ۰/۱۵ مول از کاتیون یک فلز دوظرفیتی در واکنش کامل با آنیون فسفات، ترکیبی به جرم ۱۳/۱ گرم تشکیل دهد، این کاتیون به کدام فلز مربوط

است؟ ( $O = 16, Mg = 24, P = 31, Ca = 40, Fe = 56, Zn = 65; g.mol^{-1}$ )

- Ca (۱)      Fe (۲)      Zn (۳)      Mg (۴)

۱۹۸. چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- اشتراک گذاشتن الکترون، یک ویژگی مشترک نافلزها است.
- به‌طور معمول، فلزها، واکنش‌پذیری زیاد و نافلزها، واکنش‌پذیری کمی دارند.
- در یک گروه جدول تناوبی، فلز با جرم اتمی کمتر، خاصیت فلزی بیشتری دارد.
- به‌طور معمول، عناصر جامد دسته p در جدول تناوبی، شکننده‌اند و سطح صیقلی ندارند.
- عنصرهایی که شمار الکترون‌های دو زیرلایه آخر آن‌ها برابر است، در یک گروه جدول تناوبی جای می‌گیرند.

- پنج (۱)      چهار (۲)      سه (۳)      دو (۴)

$$-\frac{\Delta}{4a} = 2 \Rightarrow -\frac{144 - 4m(\Delta m - 1)}{4m} = 2 \Rightarrow -\frac{36 - m(\Delta m - 1)}{m} = 2$$

$$\Rightarrow \Delta m^2 - 3m - 36 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -\frac{12}{\Delta} \end{cases}$$

(سهمی روبه بالاست، پس  $m > 0$ )

به ازای  $m = 3$  طول رأس سهمی که معادله خط محور تقارن آن نیز هست، برابر است با:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-12}{2(3)} = 2$$

۱۰۳. گزینه ۴ (آمار و احتمال / فصل ۱ / درس ۳ / ضرب دکارتی)

می‌دانیم اگر  $M$  و  $N$  دو مجموعه دلخواه باشند، آن گاه  $n(M \times N) = n(M)n(N)$ . برای راحتی کار تعداد اعضای مجموعه‌های  $A, B, C$  و  $D$  را به ترتیب  $a, b, c$  و  $d$  در نظر می‌گیریم و طبق فرض‌های داده شده داریم:

$$\begin{cases} c = a + 2 & (1) \\ d = b - 2 & (2) \\ c \times b = a \times b + \frac{1}{25}(a \times b) = \frac{1}{5}(a \times d) & (3) \end{cases}$$

از رابطه (۳) داریم:

$$\begin{cases} c \times b = \frac{1}{25}(a \times b) \xrightarrow{+b} c = \frac{1}{25}a \xrightarrow{(1)} a + 2 = \frac{1}{25}a \\ \Rightarrow \frac{24}{25}a = 2 \Rightarrow a = 8 \\ \frac{1}{25}(a \times b) = \frac{1}{5}(a \times d) \xrightarrow{+a} \frac{1}{25}b = \frac{1}{5}d \\ \Rightarrow d = \frac{1/25b}{1/5} = \frac{b}{5} \\ \xrightarrow{(2)} \frac{b}{5} = b - 2 \Rightarrow \frac{1}{5}b = 2 \Rightarrow b = 10 \end{cases}$$

بنابراین:  $b - a = 10 - 8 = 2$

۱۰۴. گزینه ۱ (آمار و احتمال / فصل ۱ / درس ۲ / جبر مجموعه‌ها)

$$A' \cup ((B \cap A) \cap ((B \cup A) \cap B)) = A' \cup ((B \cap A) \cap B)$$

$$= A' \cup (B \cap A) = (A' \cup B) \cap (A' \cup A)$$

$$= A' \cup B \stackrel{\text{دمورگان}}{=} (A \cap B) = (A - B)'$$

۱۰۵. گزینه ۲ (آمار و احتمال / فصل ۱ / درس ۱ / ترکیب گزاره‌ها)

$$\begin{aligned} (\sim p \vee q) \Leftrightarrow q &\equiv [(\sim p \vee q) \Rightarrow q] \wedge [q \Rightarrow (\sim p \vee q)] \\ &\equiv [\sim(\sim p \vee q) \vee q] \wedge [\sim q \vee (\sim p \vee q)] \\ &\equiv [(p \wedge \sim q) \vee q] \wedge (\sim q \vee \sim p) \\ &\equiv [(p \wedge \sim q) \vee q] \wedge (\sim p \vee T) \\ &\equiv [(p \vee q) \wedge (\sim q \vee q)] \equiv p \vee q \end{aligned}$$

۱۰۶. گزینه ۱ (حسابان / فصل ۱ / درس ۲ / معادله درجه دوم)

نکته: در رابطه‌های نامتقارن، می‌توان از فرمول زیر استفاده نمود:  $(A > B)$

$$mA + nB = \left(\frac{m+n}{2}\right)(A+B) + \left(\frac{m-n}{2}\right)(A-B)$$

با توجه به این که  $\alpha < \beta < 0$  است؛ بنابراین  $\alpha^2 > \beta^2$  است و می‌توان رابطه نامتقارن  $3\alpha^2 + 2\beta^2$  را به کمک فرمول بالا به صورت زیر نوشت:

$$\left(\frac{3+2}{2}\right)(\alpha^2 + \beta^2) + \left(\frac{3-2}{2}\right)(\alpha^2 - \beta^2) = \frac{5}{2}(S^2 - 2P) + \frac{1}{2}(\alpha - \beta)(\alpha + \beta)$$

## ریاضیات

### تحلیل درس حسابان



تحلیل تصویری

• **بودجه‌بندی:** تعداد تست‌های حسابان به ۲۱ تست تقبیل یافته است. البته تست‌های حسابان در محدوده تست‌های ۱۰۱ تا ۱۲۴ به سیاق سال قبل قرار داشت ولی سه تست ۱۰۳، ۱۰۴ و ۱۰۵ عملاً مربوط به مبحث مجموعه کتاب آمار و احتمال و ریاضیات گسسته است. در مورد بودجه‌بندی نیز: ۲ تست از سال دهم، ۱۱ تست از سال یازدهم و ۸ تست از سال دوازدهم طرح شده بود.

• **ترتیب چیدمان:** ترتیب و چینش تست‌ها مطابق سال‌های گذشته تقریباً براساس پایه - فصل مشخص شده است؛ یعنی سؤال‌های ابتدایی مربوط به سال دهم، سؤال‌های میانی مربوط به یازدهم و سؤال‌های انتهایی مربوط به دوازدهم بودند. در هر پایه نیز تقریباً تست‌ها به ترتیب فصل‌های کتاب درسی طرح می‌شوند.

• **درجه دشواری:** از نظر من و همکاران بنده سطح دشواری حسابان کنکور ۱۴۰۱ میانگین سطح دشواری ۱۴۰۰ و ۱۳۹۹ بوده است. در مجموع با کنکور ساده‌ای در سال ۱۴۰۱ در درس حسابان مواجه نبودیم. از مجموع تست‌ها ۴ تست ساده، ۱۱ تست متوسط و ۶ تست دشوار بود.

• **محتوای تست‌ها:** در مجموع محتوایی بودن کنکور و طرح تست از تمرین‌ها و مثال‌های کتاب درسی در مجموع تست‌ها مشاهده نشد و به‌طور کلی تغییری در شیوه طراحی تست‌ها ایجاد نشده بود.

• **ایرادهای وارد بر سؤال‌ها:** خوشبختانه امسال اشکال علمی بارزی در تست‌ها وجود نداشت. و تنها توصیه به طراح تست ۱۱۱ این است که مقدار  $X$  پکتاست و استفاده از یافتن ضابطه تابع  $f(x)$  به صلاح نیست.

• **کاهش تعداد تست‌ها:** نسبت به سال گذشته تعداد تست‌های مستقیم حسابان از ۲۴ به ۲۱ تست تقبیل یافته بود. متأسفانه ما به عنوان مولف و معلم ریاضی همچنان بعد از ۴ سال از برگزاری کنکور نظام جدید، هنوز متوجه نشدیم که تعداد تست‌های درس حسابان چندتاست! یک سال ۱۸ تا، یک سال ۲۴ تا و یک سال ۲۱ تست.

• **رهنمودهایی برای داوطلبان کنکور ۱۴۰۲:** با توجه به نمودار دشواری تست‌ها به‌طور کلی نمایان‌گر تغییر مسیر درس حسابان از متوسط به دشوار است. بچه‌های ۱۴۰۲ باید سعی کنند تا از تست‌های دشوارتر به عنوان تمرین استفاده کنند.

۱۰۱. گزینه ۴ (ریاضی / فصل ۱ / درس ۱ / دنباله هندسی)

اگر  $q$  را ۲ در نظر بگیریم:

$$a_1 q^{n-1} \leq 100 \Rightarrow a_1 (2)^{n-1} \leq 100$$

با توجه به این که تعداد جملات ۵ است، به جای  $n$  عدد ۵ جای گذاری می‌کنیم.

$$a_1 (2)^{5-1} \leq 100 \Rightarrow 16a_1 \leq 100 \Rightarrow a_1 \leq \frac{100}{16} \Rightarrow a_1 \leq 6/25$$

بنابراین:  $a_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  می‌تواند باشد.

اگر  $q$  را ۳ در نظر بگیریم:

$$a_1 q^{n-1} \leq 100 \Rightarrow a_1 (3)^{n-1} \leq 100 \Rightarrow a_1 (3)^{5-1} \leq 100$$

$$\Rightarrow a_1 (3^4) \leq 100 \Rightarrow 81a_1 \leq 100 \Rightarrow a_1 \leq \frac{100}{81} \Rightarrow a_1 \leq 1/23$$

بنابراین:  $a_1 = \{1\}$  می‌تواند باشد.

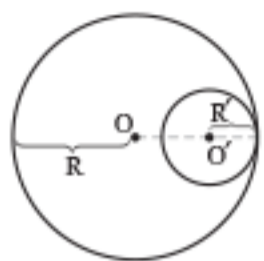
به ازای  $q \geq 4$  نیز نمی‌توان ۵ جمله با شرایط سؤال یافت.

در مجموع، ۷ دنباله به صورت گفته شده به دست می‌آید.

۱۰۲. گزینه ۱ (ریاضی / فصل ۴ / درس ۲ / سهمی)

کمترین مقدار تابع درجه دوم  $f(x) = ax^2 + bx + c$  برابر  $-\frac{\Delta}{4a}$  است. بر اساس آنچه گفته شده، کمترین مقدار برابر ۲ است.

۱۳۵. گزینه ۱ (هندسه ۲ / فصل ۱ / درس ۱ / اوضاع نسبی دو دایره)



$$OO' = 2/5 \xrightarrow{R > R'} R - R' = 2/5 \quad (1)$$

$$S_{\text{دایره کوچک}} - S_{\text{دایره بزرگ}} = 21\pi$$

$$\Rightarrow \pi R'^2 - \pi R^2 = 21\pi \Rightarrow R'^2 - R^2 = 21$$

$$\Rightarrow \frac{(R - R')(R + R')}{2/5} = 21 \Rightarrow R + R' = 6 \quad (2)$$

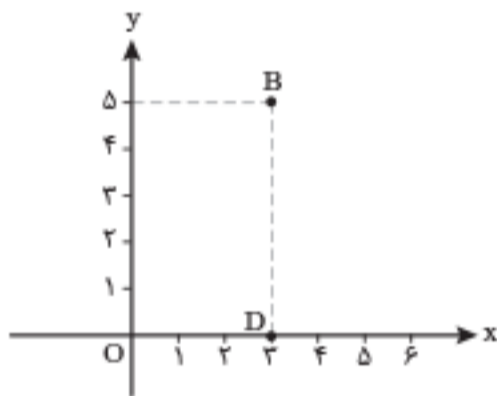
از روابط (۱) و (۲) دستگاه زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{cases} R - R' = 2/5 \\ R + R' = 6 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} R = 4/5, R' = 1/5$$

۱۳۶. گزینه ۲ (هندسه ۲ / فصل ۲ / درس ۱ / بازتاب)

می‌دانیم اگر نقطه‌ای روی محور بازتاب باشد، آن‌گاه بازتاب آن نقطه نسبت به همان محور بر خودش منطبق می‌شود: پس نقطه D (مطابق شکل ۱) روی محور X هاست و مختصات آن،  $D(3, 0)$  می‌باشد. از آن جایی که BD قطر مربع است

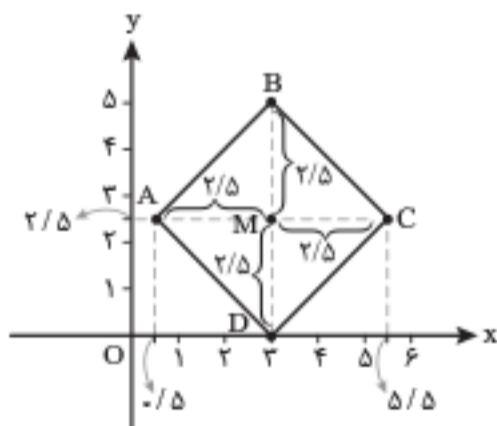
و اندازه آن،  $|BD| = \sqrt{(3-3)^2 + (5-0)^2} = 5$  می‌باشد: پس AC نیز قطر دیگر مربع و به اندازه ۵ می‌باشد. می‌دانیم قطرهای مربع عمودمنصف یکدیگرند.



شکل (۱)

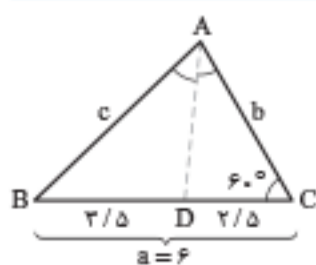
یعنی نقطه  $M(3, 2.5)$ ، وسط پاره خط BD، مرکز مربع است و لذا مختصات دو رأس دیگر، به صورت  $A(0.5, 2.5)$  و  $C(5.5, 2.5)$  می‌باشد (شکل ۲): بنابراین واضح است که بازتاب نقطه C، نسبت به قطر BD، نقطه A می‌باشد و فاصله آن از مبدأ مختصات برابر است با:

$$|OA| = \sqrt{(0.5)^2 + (2.5)^2} = \sqrt{6.5}$$



شکل (۲)

۱۳۷. گزینه ۱ (هندسه ۲ / فصل ۳ / درس ۲ / قضیه نیمسازها و قضیه کسینوسها)



به کمک قضیه نیمسازها داریم:

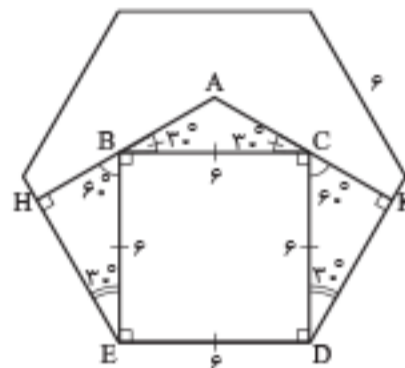
$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{2/5}{2/5} = \frac{c}{b}$$

$$\Rightarrow c = \frac{2/5}{2/5} b = \frac{1}{5} b$$

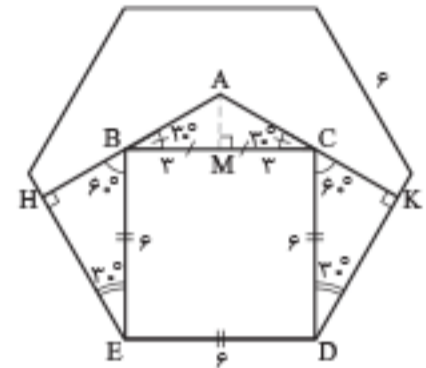
نتیجه می‌گیریم  $\widehat{D} = \widehat{E} = 30^\circ$  و  $\widehat{B} = \widehat{C} = 60^\circ$  است و لذا در مثلث ABC، ارتفاع AH در مثلث متساوی الساقین ABC (شکل ۲)، داریم:

$$\Delta AMC: \widehat{M} = 90^\circ \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{AM}{MC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AM}{3}$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{3} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC = \frac{1}{2} (\sqrt{3})(6) = 3\sqrt{3}$$

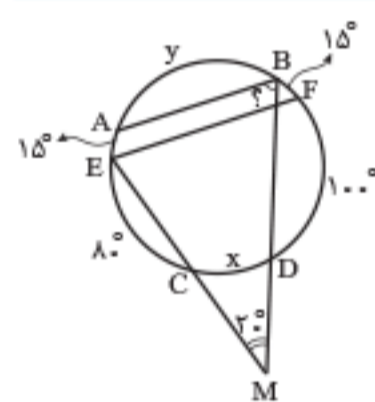


شکل (۱)



شکل (۲)

۱۳۳. گزینه ۴ (هندسه ۲ / فصل ۱ / درس ۱ / زاویه‌های مهم در دایره)



شکل (۱)

با توجه به توازی دو وتر AB و EF، درمی‌یابیم:

$$\widehat{BF} = \widehat{AE} = 15^\circ$$

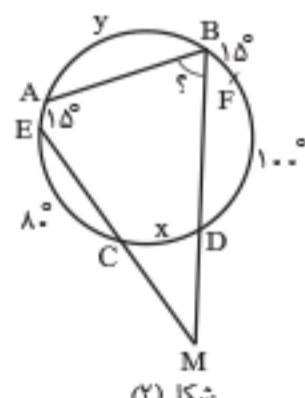
از طرفی می‌دانیم:

$$\widehat{AB} + \widehat{BF} + \widehat{AE} + \widehat{FD} + \widehat{EC} + \widehat{CD} = 360^\circ$$

$$\frac{y}{15} + \frac{15}{15} + \frac{15}{15} + \frac{100}{15} + \frac{8}{15} + \frac{x}{15} = 360$$

$$\Rightarrow x + y = 150^\circ \quad (1)$$

اما طبق فرض مسئله،  $\widehat{BME} = 20^\circ$  پس طبق شکل (۲) داریم:



شکل (۲)

$$\widehat{BME} = \frac{\widehat{BAE} - \widehat{CD}}{2}$$

$$\Rightarrow 20^\circ = \frac{y + 15^\circ - x}{2}$$

$$\Rightarrow y + 15^\circ - x = 40^\circ \Rightarrow y - x = 25^\circ \quad (2)$$

با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} y - x = 25^\circ \\ x + y = 150^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} x = 62/5, y = 87/5$$

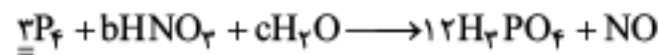
بنابراین اندازه زاویه محاطی مطلوب برابر است با:

$$\widehat{ABD} = \frac{\widehat{AE} + \widehat{EC} + \widehat{CD}}{2} = \frac{15^\circ + 8^\circ + 62/5}{2} = 78/5$$

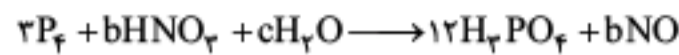
۱۳۴. گزینه ۴ (هندسه ۲ / فصل ۱ / درس ۳ / چهارضلعی‌های محاطی و محیطی)

می‌دانیم در هر دوزنقه متساوی الساقین محیط بر یک دایره، قطر دایره محیطی، واسطه هندسی بین اندازه‌های دو قاعده دوزنقه است. طبق فرض مسئله،  $\pi R^2 = 15\pi$  و در نتیجه  $R^2 = 15$  داریم:

$$(2R)^2 = (a)(6) \Rightarrow 4R^2 = 6a \Rightarrow a = 10$$



حالا تعداد اتم هیچ یک از عنصرهای باقی مانده در یکی از دو سمت معادله مشخص نیست. برای موازنه بودن N لازم است ضریب NO برابر b قرار داده شود:



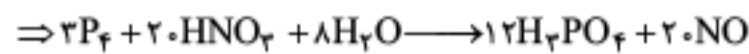
$$H \text{ موازنه: } b + 2c = 26$$

$$O \text{ موازنه: } 2b + c = 48 + b \Rightarrow 2b + c = 48$$

با تشکیل دستگاه، b و c را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} b + 2c = 26 \\ -2(2b + c) = -96 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b + 2c = 26 \\ -4b - 2c = -96 \end{cases}$$

$$-2b = -60 \Rightarrow b = 20 \Rightarrow c = 8$$



بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت اول: نسبت c به b برابر ۸ به ۲۰ یا ۴/۵ است.

عبارت دوم: عدد اکسایش N از (+۵) به (+۲) رسیده و کاهش یافته است. پس  $NO_2^-$  نقش اکسنده را دارد.

عبارت سوم: عدد اکسایش اکسیژن در هر دو سمت معادله، برابر (-۲) بوده و تغییر نکرده است.

عبارت چهارم: ضریب استوکیومتری  $HNO_f$  و NO برابر است.

عبارت پنجم: گونه اکسنده،  $NO_2^-$  و گونه کاهنده،  $P_f$  است.

عدد اکسایش نیتروژن از +۵ به +۲ رسیده و ۳ کاهش یافته است.

عدد اکسایش فسفر از صفر به +۵ رسیده و ۵ افزایش یافته است.

$$3 = 5 - 2 = \text{تغییر عدد اکسایش گونه اکسنده}$$

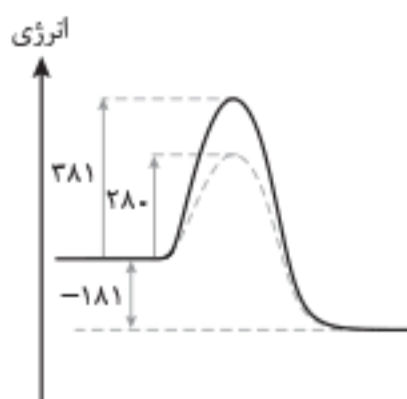
$$20 = 4 \times (5 - 0) = \text{تغییر عدد اکسایش گونه کاهنده}$$

$$\Rightarrow 20 - 3 = 17$$

ضریب استوکیومتری هیچ یک از واکنش دهنده‌ها برابر ۱۷ نیست.

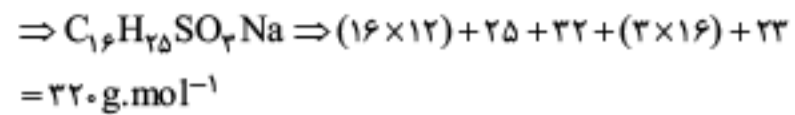
گزینه ۲ (شیمی ۳ / فصل ۴ / انرژی فعال سازی)

اگر مسیر واکنش بدون کاتالیزگر را با خط ممتد و با کاتالیزگر را، با خط چین نشان دهیم، آشکار است که کاتالیزگر سطح انرژی واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها را تغییر نمی‌دهد و در هر حال (با کاتالیزگر یا بدون آن) سطح انرژی واکنش دهنده‌ها به اندازه ۱۸۱ کیلوژول بالاتر از سطح انرژی فراورده‌هاست.



توضیح سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: کاتالیزگر نه آنتالپی واکنش را تغییر می‌دهد و نه محتوای انرژی فراورده‌ها یا واکنش دهنده‌ها را.



گزینه ۳ (شیمی ۱ و ۳ / فصل ترکیبی / تبدیل اتم به یون)

عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست‌اند.

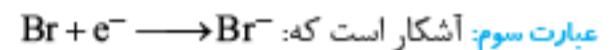
اتم A در مجموع ۳۵ الکترون دارد و در واقع  $Br_{25}$  است.

اتم B دارای ۱۲ الکترون است و در واقع  $Mg_{12}$  است.

بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت اول: اتم A (یعنی Br) با گرفتن یک الکترون به آرایش گاز نجیب  $Kr_{36}$  می‌رسد.

عبارت دوم: B یک عنصر فلزی است و فقط امکان اکسایش داشته و نمی‌تواند اکسنده باشد، بلکه صرفاً نقش کاهنده را می‌تواند داشته باشد.



عبارت چهارم: با انتقال دو مول الکترون از یک مول Mg به دو مول Br (یا یک مول  $Br_2$ )، یک مول فراورده یونی ( $MgBr_2$ ) پدید می‌آید.

گزینه ۲ (شیمی ۳ / فصل ۱ / محاسبات pH)

ابتدا غلظت مولار  $Ba(OH)_2$  در محلول را حساب می‌کنیم:

$$M = \frac{427/5 \times 10^{-3}}{250 \times 10^{-3}} = \frac{427/5}{250 \times 171} = 0.01 \text{ mol.L}^{-1}$$

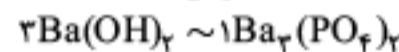
در محلول  $Ba(OH)_2$  داریم:  $Ba(OH)_2 \sim 2OH^-$

$$[OH^-] = 2 \times 0.01 = 0.02 \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow pOH = -\log \frac{2}{100}$$

$$= \log \frac{100}{2} \Rightarrow pOH = 2 - \log 2 = 2 - 0.3 = 1.7$$

$$pH = 14 - pOH = 14 - 1.7 = 12.3$$

فراورده نامحلول به دست آمده،  $Ba_3(PO_4)_2$  است: بنابراین:



مول به ضریب دو ماده را برابر هم قرار می‌دهیم:

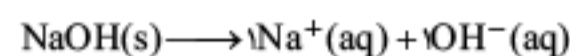
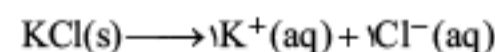
$$\frac{150 \times 10^{-3} \times 0.01}{3} = \frac{x \times 10^{-3}}{60 \times 1} \Rightarrow x = 300 / 5 \text{ mg } Ba_3(PO_4)_2$$

گزینه ۴ (شیمی ۳ / فصل ۱ / رسانایی الکتریکی)

pH در محلول‌های بازی به رنگ آبی در می‌آید.

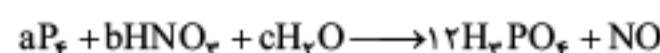
محلول‌های بازی: متیل آمین، سود سوزآور (یعنی ب و ت)

رسانایی الکتریکی محلول KCl و NaOH (با دما و غلظت مولی یکسان) برابر هم است: زیرا هر دوی آنها الکترولیت قوی بوده و تعداد مول یون حاصل از انحلال هر مول از آنها، برابر هم است:



گزینه ۳ (شیمی ۳ / فصل ۲ / عدد اکسایش)

موازنه می‌کنیم: (عبارت‌های اول تا چهارم درست‌اند.)



تعداد اتم‌های دو عنصر P و H در سمت راست معادله مشخص است. چون H در دو ترکیب از سمت چپ معادله حضور دارد، فعلاً نمی‌توان آن را موازنه کرد، اما کلک P را همین الان می‌توان کند!

