



انتشارات
بین المللی
گاج

آس

مجموعه کتاب‌های آموزش ساده

سرشناسه: طبیعی، سعید
عنوان و نام پدیدآور: آمار و احتمال یازدهم ریاضی / سعید طبیعی،
ابوالقاسم رجبی سگزآبادی، شاهد مشهودی
مشخصات نشر: تهران: انتشارات بین المللی گاج؛ ۱۳۹۷
مشخصات ظاهری: ۲۸۰ ص. مصور.
فروست: این کتاب از مجموعه کتاب‌های آس گاج می‌باشد.
بها: ۳۵۰۰۰ تومان
شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۳۵۹-۸۶۴-۵
وضعیت فهرست نویسی: فیبای مختصر.
شماره‌ی کتابشناسی ملی: ۵۱۵۹۳۷۲

توجه: به موجب ماده‌ی
۵ قانون حمایت از حقوق
مؤلفان، مصنفان و هنرمندان مصوب
۱۳۴۸/۱۰/۱۱ کلیه‌ی حقوق این کتاب برای
انتشارات بین المللی گاج محفوظ می‌باشد و هیچ
شخص حقیقی یا حقوقی مق استفاده از آن
را ندارد و متفلفین به موجب این
قانون تمت پیگرد قانونی
قرار می‌گیرند.

[ناشر: انتشارات بین المللی گاج]
[مدیر مسئول: مهندس ابوالفضل جوکار]
[معاونت علمی: مهندس محمد جوکار]
[مدیر تألیف: علیرضا مزرعتی]
[واحد پژوهش و برنامه‌ریزی کتاب‌های: آس]
[عنوان کتاب: آمار و احتمال یازدهم ریاضی]
[مؤلفان: سعید طبیعی - ابوالقاسم رجبی سگزآبادی - شاهد مشهودی]
[نظارت بر تألیف: نیلوفر حاجیلو] + [ویرایش علمی: سیده زینب صالحی - مینا پروین]
[مدیر واحد فنی و گرافیک: صغری قربانی] + [نظارت بر تایپ و صفحه‌آرایی: محمد یوسفی]
[صفحه‌آرایی: ساناز عاشقی - مریم ناییب - فرزانه رجبی] + [اجرا: مهسا هوشیار - لیلا فرجی امین - الناز دارانی]
[طراح شکل: وحیده معینی - ملیکا فدایی] + [کارتون‌نویس: مجید باقرزادگان] + [طراح جلد: منصور سماواتی]
[مدیر چاپ: علی مزرعتی] + [لایتنوگرافی، چاپ‌خانه و صحافی: گاج]
[نوبت چاپ: اول (۱۳۹۷)] + [شمارگان: ۳۰۰۰ نسخه]
[دفتر مرکزی: تهران، خیابان انقلاب، بین چهار راه ولیعصر (عج)
و خیابان فلسطین، شماره ۹۱۹] + [تلفن: ۰۲۱ - ۶۴۲۰]
[سرویس پیام کوتاه (SMS): ۱۰۰۰۴۲۵]
[صندوق پستی: ۳۷۷ - ۱۳۱۴۵]
[پایگاه اینترنتی: www.gaj.ir]
[قیمت: ۳۵۰۰۰ تومان]

سخن‌مدیرتألیف

به نام آنکه هستی نام از او یافت ...

اندیشه در آفرینش هستی و نگاه به زندگی موجودات کوچک و بزرگ برای انسان درس‌های بزرگی به همراه دارد، باید تلاش کنیم با یادآوری این نعمت‌ها مسیر اندیشیدن، راه و روش درست زندگی کردن و سعادت‌مند شدن و استفاده درست از موهبت‌های الهی را بیاموزیم. خیلی مهم است که همیشه رویکردی مثبت به زندگی داشته باشیم، موانعی در زندگی وجود دارد که برای عبور از این موانع نباید دست از تلاش برداریم و نا امید شویم بلکه باید به دنبال راه‌های جایگزین برای رسیدن به اهدافمان باشیم.

یادگیری حل مسئله از مهم‌ترین موضوعاتی است که نظام آموزشی در کتاب‌های درسی جدید توجه ویژه‌ای به آن داشته است. اما چرا حل مسئله مهم است؟ وقتی صحبت از حل مسئله می‌کنیم لزوماً قرار نیست دربارهٔ ریاضیات صحبت کنیم، ما در زندگی روزانه خود با مسائل متفاوتی مواجه می‌شویم که باید یاد بگیریم چگونه با آن‌ها برخورد کنیم و از همه مهم‌تر بیاموزیم با تکیه بر تحلیل‌های همه‌جانبه از عهده حل آن‌ها برآییم. این هدفی است که ما برای آن برنامه داریم و قصدمان این است که با تألیف کتاب‌هایی مبتنی بر محتوای کتاب‌های درسی جدید در کنار شما باشیم. کتاب‌های جدید انتشارات گاج تحت عنوان آموزش ساده یا به اختصار **آس** قرار است از دریچهٔ تازه‌تری به رشد و ارتقای سطح علمی و همچنین فهم عمیق مفاهیم مختلف به شما کمک کند.

هدف ما در کتاب‌های آس تنها این نیست که به صورت کلیشه‌ای سؤال‌ها و مثال‌هایی را در صفحه‌های مختلف همراه نکته‌های فراوان جا دهیم و در واقع با این کار به بمباران ذهن شما بپردازیم. آس می‌خواهد علم را به زبان ساده‌تر و صمیمی‌تری به نسلی که آینده برای آن‌هاست انتقال دهد. کسب مهارت‌های لازم برای حل مسئله از دیگر اولویت‌های مهم کتاب آس است که برای تحقق این هدف در بخش‌های مختلف آموزشی، سؤال‌ها و تست‌هایی از ساده به دشوار برای شما دانش‌آموزان عزیز فراهم شده است. برای خواندن آس این احساس را در خودتان به وجود بیاورید که قصد خواندن یک کتاب داستان را دارید، سطر به سطر را با حوصله بخوانید و از آن لذت ببرید. تمام تلاش خود را برای ارائه کتابی متفاوت و بی‌نقص به کار برده‌ایم اما علاقمند هستیم که شما نیز در این شیوه آموزشی با ما مشارکت داشته باشید، بنابراین ما را از نظرات و ایده‌هایتان بی‌نصیب نگذارید. منتظر انتقادات و پیشنهادات و راه‌حل‌های خلاقانه شما هستیم.

علیرضا مزراعی

@mazraati

مقدمه مؤلفان

◆◆◆ سخن اول

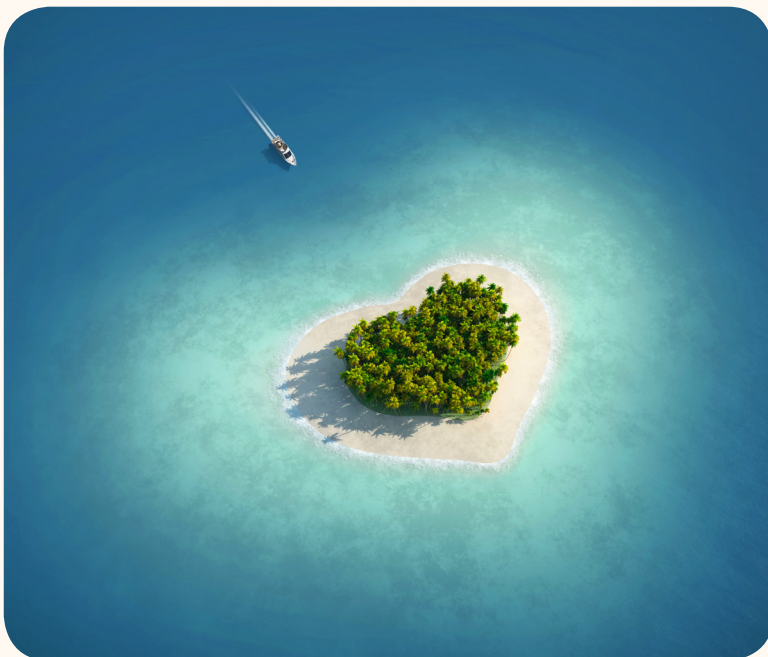
جدید خیلی راضی هستند و بعضی هم نه! اما آن چیزی که از همه اینا مهمتره اینه که «اصلاً چرا باید درس بخوانیم؟! و این همه دانش‌ها و آموخته‌هامون، کی و کجا قراره به دردمون بخورن؟» خصوصاً سؤال همیشگی تون: «ریاضیات به این سختی بالاخره به چه دردی میخوره؟!». البته به نظر ما هر دانش‌آموزی که برای این سؤال‌ها جوابی داشته باشه، دیگه درس خواندن براش سخت نیست!

سلام بچه‌ها. از سال ۱۳۹۰ که تغییرات کتاب‌های درسی ابتدایی و بعد متوسطه شروع شد درباره این که کتب دبیرستان و آزمون کنکور بالاخره چه شکلی میشه، حرف‌های زیادی می‌شنیدیم. به خصوص شماها که از اولین نسل‌هایی بودین که هر سال با کتاب‌های درسی جدید برخورد می‌کردین! بعضی معلم‌ها از کتاب‌های

◆◆◆ ویژگی‌های بارز کتاب

در تألیف کتب درسی جدید، به کاربردهای علم در زندگی توجه ویژه‌ای شده، طوری که بر روش بیان و مراحل آموزش مفهومی هم تأثیر گذاشته است. اما متأسفانه اکثر کتاب‌های کمک درسی همچنان دارند با همان روش‌های قدیمی و برخلاف اهداف آموزش مفهومی در کتب درسی جدید تألیف پیش می‌روند، یعنی با سؤالات و مثال‌های تکراری بیش از حد و نکته‌های حفظی و کلیشه‌ای، به بمباران ذهن خواننده می‌پردازند. در حالی که تحولات کتب درسی جدید همسو با پیشرفت‌های آموزشی جهان بوده و نباید در مقابلش ایستادگی کرد! بنابراین ما هم با توجه

به خلأ موجود در کتب کمک درسی فعلی کشور و همچنین الگو برداری از روش‌های کارآمد کتب خودآموز برتر جهان، بر آن شدیم تا نسل جدیدی از کتاب‌های کمک درسی را منطبق بر آخرین تغییرات محتوای کتب درسی جدید تألیف و رعایت روابط طولی و عرضی در اختیار شما عزیزان قرار دهیم. این سری کتابها، همان طور که می‌دانید، در واحد تألیف انتشارات بین المللی گاج، نام «آس» به خود گرفت که مخفف «آموزش ساده» است و تمام قابلیت‌های نسل‌های قبلی کتب کمک درسی چه برای مطالعه در منزل و چه برای تمرین در مدرسه، یکجا در آن‌ها گنجانده شده است. در سری کتاب‌های آس، سعی بر این بوده تا ضمن مطالعه مطالب درسی، شما بتوانید با کشف کاربردهایشان در زندگی روزمره، لذت یادگیری واقعی و تفکر خلاق را بچشید. کتاب آموزش ساده «آمار و احتمال یازدهم ریاضی» که اکنون پیش روی شماست، هم از این قاعده مستثنی نیست و مانند کتاب درسی آمار و احتمال یازدهم ریاضی دارای چهار فصل و در هر فصل دارای تعدادی درس است. در ادامه به توضیح ساختار کتاب برای راهنمایی نحوه استفاده از آن می‌پردازیم.



◆ شیوه بهره‌مندی و استفاده مفید از این کتاب

با توجه به تنوع طلبی ذهنی و بصری دانش‌آموزان امروز که ناشی از رشد هوش و افزایش گستره اطلاعات‌شان در عصر ارتباطات می‌باشد، در این کتاب از بخش‌های مختلف خلاق و جذابی برای تفکیک مطالب به کمک گرافیک استفاده شده است. بنابراین یکی دیگر از ویژگی‌های مخصوص کتب آس، بهره‌گیری از این بخش‌های موضوعی - گرافیکی متنوع است، از جمله: «ماجرا چیه؟، فکر کن تا کشف کنی، درسنامه، یادت میاد؟، بیشتر بدانیم، کافه سوال، گزینه چند؟، تمرین دوره‌ای و پیشرفته پایان هر فصل، طنز، معما» و بسیاری موارد دیگر که ماهیت کلی و کاربرد هر کدام، هم از روی عنوان آن‌ها مشخص است و هم با چند دقیقه ورق زدن کتاب می‌توانید خودتان آن‌ها را با چشم ببینید. پس درباره برخی از اصلی‌ترین موارد آنها به ارائه توضیحات کوتاهی می‌پردازیم.

ماجرا چیه؟

در بخش «ماجرا چیه؟»، در ابتدای هر فصل با ارائه دیدگاه‌های کلی درباره موضوعات مورد بحث، تلاش شده تا فضای ذهنی دانش‌آموز برای درک مطالب آماده شود.

فکر کن تا کشف کنی

در بخشی با عنوان «فکر کن تا کشف کنی»، با طرح یک نمونه جالب از مسائل چالشی هدفدار و به ظاهر ساده، در سطح دانسته‌های قبلی دانش‌آموز، سعی کرده‌ایم با ترغیب او برای تعقیب موضوع، زمینه را برای یادگیری اکتشافی مطالب درسی، پیشاپیش فراهم نماییم. واضح است حتی دانش‌آموزانی که در ابتدای درس نتوانند به جواب صحیح دست یابند، پس از مطالعه و تسلط بر مفاهیم می‌توانند به عقب برگشته و به سادگی از عهده حل چالش پیشین برآیند.

درسنامه

در نگارش «درسنامه»‌ها علاوه بر انطباق با محتوا و اهداف کتاب درسی، سعی شده تا سادگی بیان در عین حفظ جامعیت مطالب، همواره مد نظر قرار گیرد. دانش‌آموزان با مطالعه مثال‌های متنوع و کاربردی در خلال درسنامه‌های مفهومی و خلاق، معمولاً به سادگی می‌توانند بر ابعاد مختلف درس مسلط شوند. گاهی درسنامه‌ها متناسب با روند تاریخی کشف مطالب پیش‌رفته‌اند تا ضمن آشنایی دانش‌آموزان با انگیزه‌ها و ضرورت کشف هر مطلب، ماندگاری مطالب در ذهن‌شان بیشتر شود. گاهی نیز برای جذابیت و تاثیرگذاری بیشتر، از داستان‌هایی ساختگی و طنزآمیز درباره کاشفان مطالب یا در قالب گفتگوی معلم و شاگرد و امثالهم استفاده شده، که هرچا چنین بوده غیر تاریخی بودن ماجرای آن به نوعی بارز شده است.

البته در درسنامه‌ها بخش‌های جزئی‌تری هم داریم. مانند مثال‌ها، تمرین حین تدریس و ضمناً هرچا که نیاز بوده و حس شده ممکن است دانش‌آموز خسته شود یا به دلایل دیگر، سعی کرده‌ایم تغییری مقطعی در لحن بیان‌مان وارد کنیم، یا یک شوخی کوتاه با خواننده بکنیم و سعی‌مان هم این بوده که این مورد نیز در امتداد درس باشد. از بخش‌های جزیی دیگر درسنامه، می‌توان به «بپا اشتباه کنی» اشاره کرد که با تأکید بر روی برخی اشتباهات و خطاهای رایج، به هشدار برای پیشگیری از بدفهمی مطالب پیچیده در ذهن دانش‌آموزان می‌پردازد.

بیشتر بدانیم

بخش‌هایی با عنوان «بیشتر بدانیم» و امثالهم برای بیان مطالب کاربردی فوق برنامه ولی مرتبط با درس آورده شده‌اند. سعی ما بر این بوده که متن برخی از «بیشتر بدانیم»‌ها به گونه‌ای تنظیم شود که دانش‌آموزان بتوانند از آنها به عنوان یک پروژه تحقیقی نیز استفاده کنند.

کافه سوال، گزینه چند؟ و آزمون دوره‌ای

در بخش‌های، «کافه سوال»، «گزینه چند؟»، «آزمون دوره‌ای» و ... همان‌طور که از عنوان آنها معلوم است،

سعی‌مان بر این بوده که همه انواع سؤالات ارتباط با موضوع درس را در سطح استاندارد کتاب درسی و امتحانات تشریحی مدارس و آزمون‌های تستی کنکور، بدون آوردن سؤالات تکراری و خسته کننده، پیش روی شما قرار دهیم تا با حل کردن تعداد محدودی مسئله از ساده به دشوار، بتوانید تقریباً بر تمام انواع سؤالات مرتبط با درس مسلط شوید. از این رو تقریباً هیچ دو سوالی به‌طور کامل مشابه هم نیستند، و هر سؤال هم جنبه‌های علمی جدیدی را می‌سنجد.

تلاش کرده‌ایم راه‌حل‌هایی که برای سؤالات آورده‌ایم، منطقی و طبیعی و خلاق باشند، و ضمناً نحوه تفکر بر روی مسائل برای کشف ایده حل را آموزش دهند تا کم‌کم به مهارت کافی در فنون حل کردن مسئله‌ها برسید. فراموش نکنید که تسلط بر ریاضیات بدون قلم و کاغذ ممکن نیست! پس هر بار که قصد خواندن این کتاب را می‌کنید، همیشه یک مداد یا خودکار و چند کاغذ سفید در کنارتان داشته باشید تا شما نیز مانند ما از حل مسائل لذت کافی ببرید. برای چنین اوقاتی شاید نوشیدن چای یا قهوه نیز در کنار حل مسئله‌های کافه سوال راهگشا باشد!

ایستگاه المپیاد

گاهی که نیاز به طرح مسائلی جالب و کمی بالاتر از سطح کتاب درسی بوده، آنها را تحت عنوان «ایستگاه المپیاد» جدا کرده‌ایم، بنابراین مسائل مذکور لزوماً المپیادی و پیچیده نیستند، اما تفکر روی آنها هم خالی از لطف نخواهد بود.



ما سعی کردیم در پاسخنامه‌ها بیشتر به پاسخ‌های خلاقانه توجه کنیم تا به رشد خلاقیت و ایده‌پردازی شما هم کمک کرده باشیم اما این به آن معنا نیست که فقط راه‌حل‌های کتاب ما درست‌اند، بلکه قطعاً روش‌های متفاوتی برای رسیدن به پاسخ هر مسئله وجود دارد و ما مطمئنیم شما می‌توانید ما را در جریان راه‌های پیشنهادی‌تان یا اشتباهات احتمالی‌مان قرار دهید تا در چاپ‌های بعدی کتاب لحاظ شوند.

هرگونه پیشنهاد و انتقاد و همچنین مشاوره درسی و سؤالات علمی خود را با مؤلفان این کتاب در میان بگذارید، برای این منظور می‌توانید همه روزه از ساعت ۱۶ تا ۱۸ با تلفن ثابت ۰۲۱-۶۴۳۴۴۳۶۰ تماس گرفته و یا با ارسال ایمیل به آدرس Acebook@gaj.ir با مؤلفین این کتاب ارتباط برقرار کنید.

ارتباط ما

فهرست مطالب

CONTENTS

آس | آمار و احتمال یازدهم ریاضی

فصل اول

آشنایی
با مبانی
ریاضیات

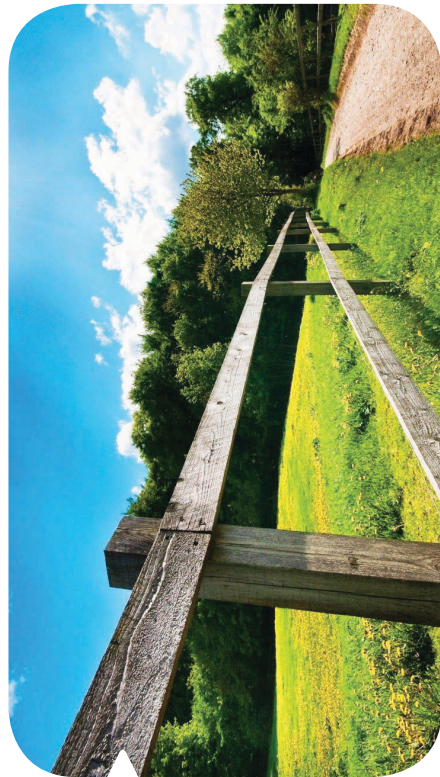
۰۹



فصل دوم

احتمال

۸۳



فصل چهارم

آمار
استنباطی

۲۲۹



فصل سوم

آمار توصیفی

۱۷۹

۱ قانون جابه‌جایی

$$q \vee p \equiv p \vee q \quad , \quad q \wedge p \equiv p \wedge q$$

۲ قانون شرکت‌پذیری

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r) \quad , \quad (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

در این‌جا به یک موضوع زیرپوستی شما رو دعوت می‌کنم:

چون عملگرهای \vee و \wedge بین دو گزاره تعریف می‌شوند پس ترکیب عطفی و ترکیب فصلی n گزاره $(n \geq 3)$ به خودی خود بی‌معناست و ما طبق قرارداد با استفاده از پرانتز در جای مناسب عملگرها را بین دو گزاره قرار می‌دهیم: یعنی:

$$p \vee q \vee r \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

۳ قانون توزیع‌پذیری

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

توزیع‌پذیری \wedge نسبت به \vee :

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

توزیع‌پذیری \vee نسبت به \wedge :

همه آن‌ها با جدول ارزش گزاره‌ها به راحتی قابل اثبات است.

سؤال

$$(p \vee \sim q) \wedge (p \vee q) \equiv p$$

عبارت مقابل را ثابت کنید:

$$(p \vee \sim q) \wedge (p \vee q) \equiv p \vee (\sim q \wedge q)$$

پاسخ از توزیع‌پذیری \vee نسبت به \wedge داریم:

می‌دانیم $\sim q \wedge q$ گزاره‌ای نادرست است، چون همیشه یکی از q یا $\sim q$ نادرست است.

و ارزش ترکیب فصلی $p \vee F$ به p بستگی دارد اگر p درست باشد $p \vee F$ درست و اگر p نادرست باشد $p \vee F$ نیز نادرست خواهد بود، پس:

$$(p \vee \sim q) \wedge (p \vee q) \equiv p \vee F \equiv p$$

مثال‌های آموزشی



الف) $\forall x \in P ; x = 2k + 1 (k \in \mathbb{N})$

۱) گزاره‌های سوری داده شده را به فارسی ترجمه کنید و ارزش آن را تعیین کنید.

ب) $\exists \alpha \in \mathbb{R} ; \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha > 1$

ج) $\forall n \in \mathbb{N} ; n(n+1) = 2k (k \in \mathbb{N})$

پاسخ الف) به‌ازای هر x از مجموعه اعداد اول آن عدد فرد است:

$$\forall x \in P ; x = 2k + 1 (k \in \mathbb{N})$$

x عددی فرد است. به‌ازای هر عضو از مجموعه اعداد اول

یا به زبان ساده‌تر می‌توان گفت هر عدد اول فرد است. ارزش این گزاره نادرست است. عدد ۲ مثال نقضی برای این گزاره است.

ب) $\exists \alpha \in \mathbb{R} ; \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha > 1$

مجموع مجذورات سینوس و کسینوس آن عدد حقیقی و کسینوس آن عدد حقیقی وجود دارد. از عدد ۱ بزرگ‌تر است.

ب)

ترجمه: عددی حقیقی وجود دارد که به‌ازای آن مجموع مجذورات کسینوس و سینوس آن عدد حقیقی از عدد ۱ بزرگ‌تر است. می‌دانیم این گزاره نادرست است. چون به‌ازای تمام مقادیر حقیقی α ، $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$ همواره برابر عدد یک است و بزرگ‌تر از آن نخواهد بود.

ج) $\forall n \in \mathbb{N} ; n(n+1) = 2k (k \in \mathbb{N})$

ضرب دو عدد طبیعی به‌ازای تمام متوالی زوج است. اعداد طبیعی

ترجمه: به‌ازای تمام اعداد طبیعی، ضرب هر دو عدد طبیعی متوالی زوج است.

ارزش این گزاره درست است چون همواره یکی از دو عدد متوالی زوج است.

ج)

کافه سؤال



۱ نتیجه استدلال‌های زیر را تعیین کنید.

الف) مستطیل، متوازی‌الاضلاعی است که هر چهار زاویه آن قائمه باشد.
هر چهار زاویه یک مربع قائمه است.

نتیجه:

ب) هرگاه برف ببارد آنگاه اداره‌ها تعطیل هستند.
امروز اداره‌ها تعطیل نیستند.

نتیجه:

۲ در جای خالی از نماد یا اعداد طوری استفاده کنید که گزاره حاصل ارزش نادرست داشته باشد.

ج) $\frac{7 \times 6}{2} + 1$ 2×11

الف) $\sqrt{184} -$ $\notin \mathbb{N}$ ب) $\{ \emptyset \notin \{ \emptyset, \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \} \}$

۳ موارد زیر را با استدلال ثابت کنید. (در مورد قسمت الف جدول ارزش گزاره‌ها را نیز رسم کنید).

الف) $\sim (p \leftrightarrow q) \equiv \sim p \leftrightarrow q$ ب) $p \Rightarrow (q \Rightarrow (r \Rightarrow T)) \equiv T$

ج) $q \wedge F \equiv F$ د) $q \vee T \equiv T$

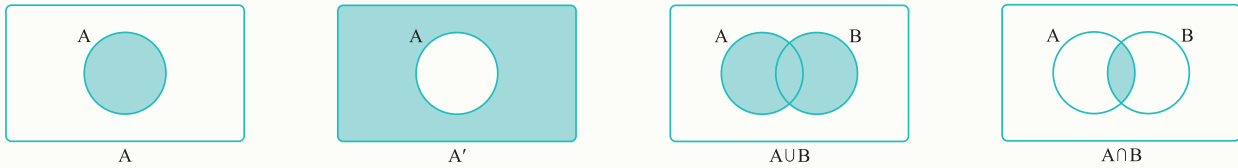
۴ الف) در جاهایی که با اعداد ۱ تا ۲۰ مشخص شده‌اند گزاره‌هایی مثال بنویسید که جدول ارزش‌ها درست باشد.

p	۱	۲	۳	۴
د	د	د	ن	ن
ن	د	ن	د	ن

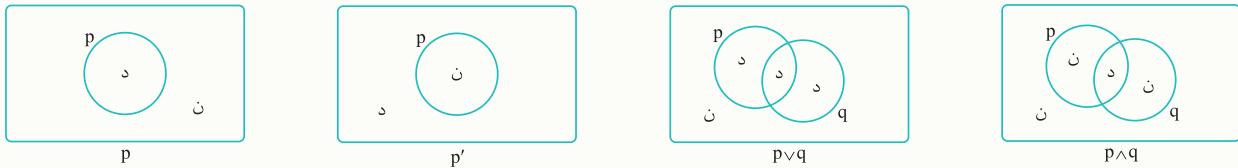
p	q	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
د	د	د	د	د	د	ن	د	د	د
د	ن	د	د	د	ن	د	د	ن	ن
ن	د	د	د	ن	د	د	ن	د	ن
ن	ن	د	ن	د	د	د	ن	ن	د

p	q	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
د	د	ن	ن	ن	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	د	د	ن	ن	د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن	د	ن	ن	د	ن	ن
ن	ن	ن	د	د	ن	ن	ن	د	ن

در مبحث مجموعه‌ها نمودار مجموعه‌های $A, A', A \cap B, A \cup B$ را بصورت زیر رسم می‌کردیم.



حال اجازه بدهید ابتکار به خرج دهیم و $p, p', p \vee q, p \wedge q$ را به صورت زیر نمایش دهیم.



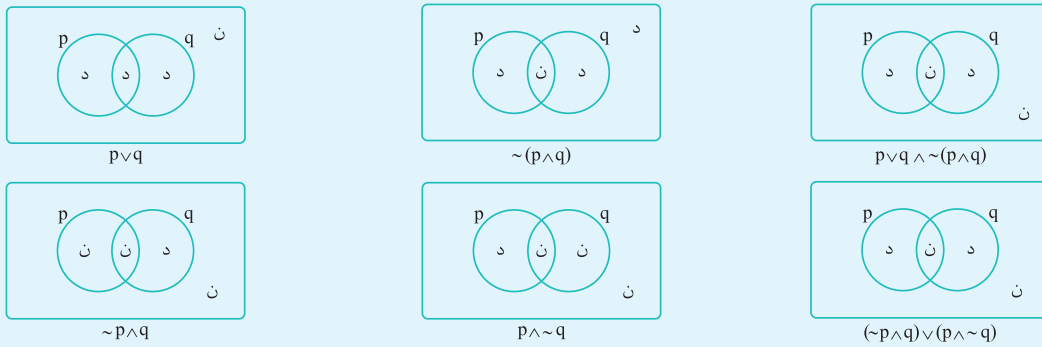
می‌بینیم که اگر در شکل‌های مربوط به مجموعه‌ها بجای A, B, A', \cup, \cap به ترتیب p, q, p', \vee, \wedge قرار دهیم و به جای قسمت رنگی بنویسیم «د» و بجای قسمت سفید بنویسیم «ن» به شکل‌های مربوط به منطق می‌رسیم. در شکل‌های فوق می‌توان ریشه این شباهت‌ها را دید. در واقع وقتی p و q را بصورت مجموعه نشان می‌دهیم $p \wedge q$ یعنی نقاطی که هم داخل p است و هم داخل q و این در واقع تعریف اشتراک است و در واقع اگر بخواهیم مباحث منطقی را با نمودار نشان دهیم حتماً با \vee و \wedge مانند \cup و \cap برخورد می‌کنیم و این تشابه است. می‌توان از مطلب فوق یعنی روش رسم شکل برای بررسی هم‌ارزی‌های سؤال‌های زیر استفاده کرد.

سؤال

با استفاده از روش ترسیم شکل هم‌ارزی زیر را نشان دهید.

$$(p \vee q) \wedge \sim (p \wedge q) \equiv (\sim p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)$$

پاسخ

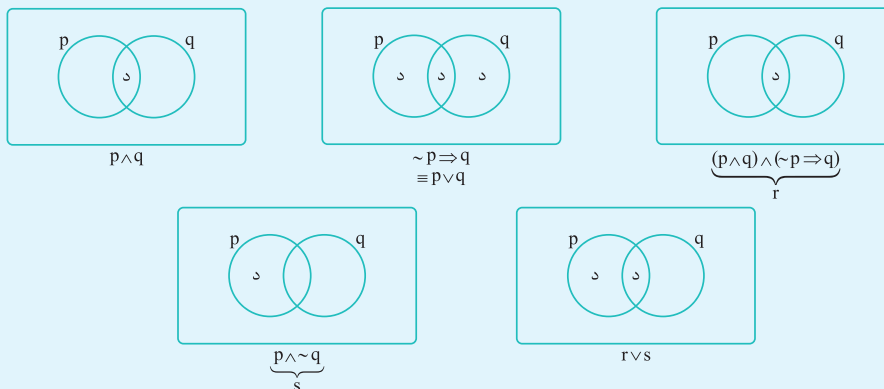


سؤال

با استفاده از روش ترسیم شکل هم‌ارزی داده شده را نشان دهید.

$$((p \wedge q) \wedge (\sim q \Rightarrow p)) \vee (p \wedge \sim q) \equiv p$$

پاسخ با توجه به اینکه برای رسم نمودار برای $p \Rightarrow q$ ایده خاصی ارائه نکردیم می‌توانیم از هم‌ارزی $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ استفاده کنیم.



درس دوم: احتمال غیر هم‌شانس

تعریف احتمال غیر هم‌شانس



در بعضی مواقع ممکن است با مسائلی (آزمایش‌های تصادفی) روبه‌رو شویم که فضای نمونه در آن هم‌شانس نباشد. به عنوان مثال تاسی مکعبی را در نظر بگیرید که روی یک وجه آن عدد یک، روی دو وجه آن عدد ۲ و روی سه وجه آن عدد ۳ نوشته باشد.



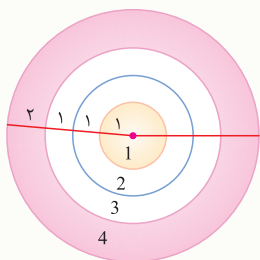
در این آزمایش فضای نمونه $\{1, 2, 3\}$ می‌باشد. با کمی دقت متوجه می‌شویم که احتمال آمدن اعداد با یک‌دیگر متفاوت است

و احتمال آمدن هر عدد برابر است با: $P(1) = \frac{1}{6}$ $P(2) = \frac{2}{6}$ $P(3) = \frac{3}{6}$

نکته جالب در این آزمایش این است که مانند آزمایش‌های هم‌شانس احتمال فضای نمونه برابر یک است.

$$P(S) = P(1) + P(2) + P(3) = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = 1$$

به عنوان مثال دیگر سیبل مقابل را در نظر بگیرید، فرض کنید دارتی به سمت آن پرتاب شود و به سیبل برخورد کند، فضای نمونه این آزمایش برابر است با: $\{1, 2, 3, 4\}$



اما می‌دانیم که احتمال برخورد دارت به هر کدام از این نواحی متفاوت است.

مثلاً اگر احتمال برخورد دارت به تمام نقاط سیبل برابر باشد آنگاه احتمال برخورد دارت به ناحیه ۴ بیشتر از احتمال برخورد دارت به ناحیه ۱ است واضح است که هر چه مساحت ناحیه بیشتر باشد، احتمال برخورد دارت به آن ناحیه بیشتر است.

حال به محاسبه احتمال‌ها می‌پردازیم:

$$P(a \text{ ناحیه}) = \frac{\text{مساحت ناحیه}}{\text{مساحت سیبل}}$$

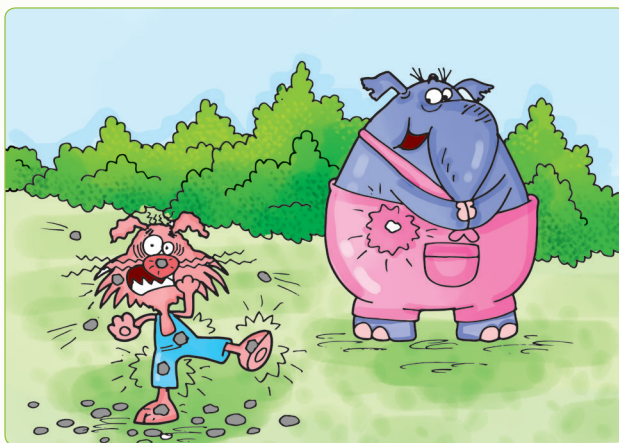
$$P(1) = \frac{\pi}{25\pi} = \frac{1}{25}, P(2) = \frac{4\pi - \pi}{25\pi} = \frac{3}{25}, P(3) = \frac{9\pi - 4\pi}{25\pi} = \frac{5}{25}, P(4) = \frac{25\pi - 9\pi}{25\pi} = \frac{16}{25}$$

مجموع احتمال ناحیه‌ها برابر ۱ است.

هرگاه حداقل دو پیشامد ساده از فضای نمونه‌ای $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ احتمال نابرابر داشته باشند، S را فضای نمونه‌ای با احتمال غیر



هم‌شانس می‌گوییم.



اثر: یوهان کر ایف «گر به برشانس»

اصول احتمال در فضای نمونه با احتمال غیر هم‌شانس

اصول احتمال که در درس قبلی بیان شدند، برای فضای نمونه با احتمال غیر هم‌شانس هم برقرار هستند. به عبارتی دیگر: در فضای نمونه‌ای با احتمال غیر هم‌شانس، اگر $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ فضای نمونه‌ای و $A = \{a_1, \dots, a_k\}$ یک زیرمجموعه k عضوی از S (بنابراین یک پیشامد) باشد، داریم:

۱ $0 \leq P(A) \leq 1$ ؛ احتمال هر پیشامد در بازه $[0, 1]$ است.

۳ $P(A) = P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_k)$

نتیجه: اگر پیشامد $S = \{s_1, \dots, s_n\}$ را در نظر بگیریم، با استفاده از خاصیت‌های ۲ و ۳ داریم: $P(s_1) + P(s_2) + \dots + P(s_n) = 1$

ردیف	سؤالات	زمان پاسخگویی:
۱	<p>صحیح یا غلط بودن جملات زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ یک فضای نمونه‌ای هم‌شانس برای آزمایش پرتاب تاس است.</p> <p>ب) در هر آزمایش تصادفی، \emptyset یک پیشامد با احتمال برابر صفر است.</p> <p>ج) اگر a عضوی از فضای نمونه S باشد، $\{a\}$ را یک پیشامد ساده می‌گوییم.</p> <p>د) اگر $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی باشد، آن‌گاه $P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_n) = 1$</p>	<p>۰/۵</p> <p>۰/۵</p> <p>۰/۵</p> <p>۰/۵</p>
۲	<p>جملات زیر را با انتخاب عبارت مناسب داخل پرانتز کامل کنید.</p> <p>الف) در آزمایش پرتاب تاس، پیشامد $A = \{1, 3, 4\}$ را در نظر بگیرید. اگر نتیجه آزمایش، عدد ۳ باشد، می‌گوییم پیشامد A (اتفاق افتاده است / اتفاق نیفتاده است).</p> <p>ب) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند که $A \subseteq B$ است، آن‌گاه وقوع B وقوع A را (نتیجه می‌دهد / نتیجه نمی‌دهد)</p>	<p>۰/۵</p> <p>۰/۵</p>
۳	<p>جاهای خالی را با کلمه مناسب پر کنید.</p> <p>الف) به هر زیرمجموعه از، یک پیشامد گفته می‌شود.</p> <p>ب) اگر A و B دو پیشامد باشند، پیشامد «A یا B اتفاق بیفتد»، به زبان مجموعه‌ها به صورت است.</p> <p>ج) در یک فضای نمونه‌ای، احتمال وقوع همهها با هم برابر است.</p>	<p>۰/۵</p> <p>۰/۵</p> <p>۱</p>
۴	<p>برای آزمایش تصادفی زیر، یک فضای نمونه‌ای مناسب بنویسید:</p> <p>یک تاس را پرتاب می‌کنیم. سپس یک سکه را به تعداد دفعه برابر با عدد آمده در پرتاب تاس می‌اندازیم.</p>	<p>۱</p>
۵	<p>در آزمایش تصادفی پرتاب دو تاس، احتمال وقوع هر یک از پیشامدهای زیر را حساب کنید.</p> <p>الف) هر دو تاس، ۶ بیایند.</p> <p>ب) دقیقاً یکی از تاس‌ها، ۶ بیاید.</p> <p>ج) هر دو تاس، عددی فرد بیایند.</p> <p>د) حداقل یکی از تاس‌ها عددی فرد بیاید.</p> <p>ه) دقیقاً یکی از تاس‌ها عددی فرد بیاید یا دقیقاً یکی از تاس‌ها عددی اول بیاید.</p>	<p>۰/۵</p> <p>۰/۵</p> <p>۰/۵</p> <p>۰/۵</p> <p>۱</p> <p>۱</p>
۶	<p>با استفاده از اصول احتمال، برای دو پیشامد A و B نشان دهید.</p> $P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)$	<p>۱</p>
۷	<p>در یک مسابقه فوتبال بین دو تیم A و B، احتمال تساوی برابر $\frac{1}{4}$ است. ضمناً احتمال برد تیم A دو برابر احتمال برد تیم B است. احتمال برد تیم A چقدر است؟</p>	<p>۱</p>
۸	<p>در یک کیسه، ۵ مهره قرمز و ۷ مهره سبز وجود دارد. دو مهره به تصادف خارج می‌کنیم (بدون جایگزینی).</p> <p>الف) چقدر احتمال دارد که مهره اول قرمز باشد؟</p> <p>ب) چقدر احتمال دارد که مهره اول قرمز و مهره دوم سبز باشد؟</p> <p>ج) اگر بدانیم مهره اول قرمز است، چقدر احتمال دارد مهره دوم سبز باشد؟</p> <p>د) اگر بدانیم مهره اول قرمز است، چقدر احتمال دارد مهره دوم قرمز باشد؟</p> <p>ه) اگر بدانیم مهره دوم قرمز است، چقدر احتمال دارد مهره اول قرمز بوده باشد؟</p> <p>و) اگر بدانیم حداقل یکی از مهره‌ها قرمز است، چقدر احتمال دارد که مهره اول سبز بوده باشد؟</p>	<p>۰/۵</p> <p>۰/۵</p> <p>۰/۵</p> <p>۰/۵</p> <p>۰/۵</p> <p>۰/۵</p>

فصل ۴ پاسخنامه آزمون تستی

۴ ۱

جامعه: مجموعه کل واحدهای آماری را جامعه می‌نامیم که درباره اعضای آن می‌خواهیم موضوع یا موضوعاتی را مطالعه کنیم.

۳ ۲

اگر تمام افراد جامعه را مورد مطالعه قرار دهیم، می‌گوییم سرشماری کرده‌ایم. علت درست نبودن گزینه ۲ این است که نمی‌توان به تمام مورچه‌های کره زمین دسترسی داشت.

۲ ۳

۳ ۴

نکته: مشکلات سرشماری:

- ۱) در دسترس نبودن تمام اعضای جامعه؛ به طور مثال اگر بخواهیم تمام ماهی‌های اوزون برون را در دریای خزر مورد مطالعه قرار دهیم. به همه این ماهی‌ها دسترسی نداریم.
- ۲) از بین رفتن اعضای جامعه؛ به طور مثال اگر بخواهیم مقاومت تمام لامپ‌های تولیدشده توسط یک کارگاه را برابر نوسانات جریان الکتریکی بسنجیم. ممکن است همه لامپ‌ها را از بین ببریم.
- ۳) وقت‌گیر بودن؛ در جامعه‌ها با اعضای بسیار زیاد، سرشماری وقت زیادی را می‌گیرد.
- ۴) هزینه‌بر بودن؛ بدیهی است که برای سرشماری نیاز به نیروها و تجهیزات فراوانی داریم و این یعنی باید هزینه زیادی را متحمل شویم. برای حل این مشکلات معمولاً از نمونه‌گیری استفاده می‌کنیم.

۱ ۵

$$\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!}$$

۳ ۶

۴ ۷

داده‌ها طبقه‌بندی شده‌اند و از هر طبقه به تصادف انتخاب می‌کنیم. پس نمونه‌گیری به روش طبقه‌ای است.

۱ ۸

یک پادگان را انتخاب می‌کنیم. (خوشه‌ای) و از درجات مختلف افرادی را انتخاب می‌کنیم. (طبقه‌ای).

۱ ۹

۲ ۱۰

۳ ۱۱

نمی‌توان در این قسمت داده‌ها را برحسب یک ویژگی خاص دسته‌بندی کرد.

۲ ۱۲

۱ ۱۳

$$\sigma_{\bar{x}_1} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}_1} = \frac{\sigma}{\sqrt{12}} = 6$$

$$\sigma_{\bar{x}_2} = \frac{\sigma}{\sqrt{48}} = \frac{\sigma}{\sqrt{12 \times 4}} = \frac{1}{\sqrt{4}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{12}} = \frac{1}{\sqrt{4}} \times 6 = \frac{6}{2} = 3$$

۳ ۱۴

۴ ۱۵

$$\bar{x} = 17, \quad \sigma = 2, \quad n = 64$$

$$\left(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right) = \left(17 - \frac{2 \times 2}{\sqrt{64}}, 17 + \frac{2 \times 2}{\sqrt{64}} \right) = \left(17 - \frac{1}{2}, 17 + \frac{1}{2} \right) = (16.5, 17.5)$$

همان‌طور که قبلاً هم گفته شد تفاوتی ندارد که بازه را باز در نظر بگیریم و یا بسته.

کتاب‌های پرسمان

ویژه ارتقای معدل؛ برای ۲۰، پرسمان کافیت

کتاب‌های پرسمان شامل آموزش کامل، تمرین‌ها و نمونه سؤالات امتحانی با پاسخ‌های تشریحی برای مطالعه در طول سال تحصیلی و آمادگی برای شب امتحان است. در درسنامه‌های پرسمان از زیاده‌روی پرهیز شده و سعی شده است حجم کتاب‌ها به قدری باشد که دانش‌آموزان عزیز بتوانند تمام درسنامه‌ها و سؤالات را مطالعه کنند. این کتاب‌ها بر مبنای استاندارد امتحانات نهایی طراحی شده و در آنها مطلبی خارج از کتاب درسی آورده نشده است.



کتاب‌های کار و کارپوچینو

کتاب‌های کار انتشارات گاج

کتاب‌های کار انتشارات گاج از مقطع پیش دبستانی تا پایه‌ی نهم با عنوان «کارپوچینو» و در مقطع متوسطه دوم با عنوان کتاب‌های کار تولید و توزیع می‌گردند.

این کتاب‌ها شامل درسنامه‌های مختصر، کاربردی و مطابق با سرفصل‌های کتاب درسی است.

در این کتاب‌ها نمونه سؤالات متنوع با هدف آموزش، تکرار و تثبیت مطالب درسی به منظور کار در کلاس و کار در منزل تألیف شده‌اند.

چیدمان سؤالات در این کتاب‌ها کاملاً استاندارد و بر اساس زیربخش‌های کتاب درسی می‌باشد.

در ویرایش، بازنگری و تألیف این کتاب‌ها، از نظرات کارشناسان خبره در هر پایه استفاده شده است.



کتاب‌های دور دنیا در ۴ ساعت

مجموعه کتاب‌های دور دنیا در ۴ ساعت شامل کنکورهای سراسری سال‌های گذشته است. هدف اصلی این کتاب‌ها شبیه‌سازی جلسه کنکور برای دانش‌آموزان است تا بتوانند دانش و آموخته‌های خود را با این کنکورها محک بزنند تا برای جلسه اصلی کنکور خود را آماده کنند. پاسخ‌های تشریحی این کنکورها را نیز حتماً در جلد دوم این کتاب‌ها بررسی کنید تا بتوانید تحلیلی مناسب از این آزمون‌ها داشته باشید.



کتاب‌های زنبور

ما در کتاب‌های زنبور (واحد کودک و نوجوان انتشارات گاج): خوراک روح خردسالان، کودکان و نوجوانان شما را تأمین می‌کنیم. زنبور برای کودکان سرزمینمان، داستان، شعر و رمان‌هایی را ترجمه می‌کند که یا شاهکارهای ادبی جهان هستند یا جایزه‌های بین‌المللی گرفته‌اند. در بخش بین‌المللی، شاهکارهای ادبی کهن ایران، از جمله شاهنامه، کلیله و دمنه، بوستان، گلستان، مثنوی و... را از فارسی به زبان‌های دیگر ترجمه می‌کند، در حوزه تألیف، از بزرگان ادبیات کودک، آثاری با تصویرگری‌هایی جذاب و دلنشین منتشر می‌شود.



کتاب‌های سیرت‌پایز

کنکورت ۱۰۰ بزن - امتحان ۲۰ بگیر

کتاب‌های سیرت‌پایز شامل ۳ کتاب می‌باشد:

جلد ۱ (کتاب آموزش): شامل آموزش کامل به همراه نکات کنکوری و امتحانی است.

جلد ۲ (کتاب کنکور (تست)): شامل تمام تست‌های کنکور و تست‌های تألیفی است. تعداد تست‌ها به حدی است که دانش‌آموزان

را از هر کتاب تستی بی‌نیاز می‌کند.

جلد ۳ (کتاب امتحان): شامل سؤالات امتحانی و مشابه‌سازی تمرین کتاب درسی است.

