



انتشارات
بین‌المللی
گاج

آس

مجموعه کتاب‌های آموزش ساده

سرشناسه: موسوی، سید شجاع‌الدین
عنوان و نام پدیدآور: ریاضی دهم (رشته ریاضی و تجربی) / سید شجاع‌الدین موسوی
شاهد مشهودی
مشخصات نشر: تهران: انتشارات بین‌المللی گاج؛ ۱۳۹۷
مشخصات ظاهری: ۲۸۰ ص. مصور.
فروست: این کتاب از مجموعه کتاب‌های آس گاج می‌باشد.
بها: ۳۵۰۰۰ تومان
شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۳۵۹-۸۶۱-۴
وضعیت فهرست‌نویسی: فیبای مختصر.
شماره کتابشناسی ملی: ۵۱۵۸۵۱۲

توجه: به موجب ماده‌ی
۵ قانون حمایت از حقوق
مؤلفان، مصنفان و هنرمندان مصوب
۱۳۴۸/۱۰/۱۱ کلیه‌ی حقوق این کتاب برای
انتشارات بین‌المللی گاج محفوظ می‌باشد و هیچ
شخص حقیقی یا حقوقی مق استفاده از آن
را ندارد و متفلفین به موجب این
قانون تمت پیگرد قانونی
قرار می‌گیرند.

[ناشر: انتشارات بین‌المللی گاج]
[مدیر مسئول: مهندس ابوالفضل جوکار]
[معاونت علمی: مهندس محمد جوکار]
[مدیر تألیف: علیرضا مزرعتی]
[واحد پژوهش و برنامه‌ریزی کتاب‌های: آس]
[عنوان کتاب: ریاضی دهم (رشته ریاضی و تجربی)]
[مؤلفان: سید شجاع‌الدین موسوی - شاهد مشهودی]
[نظارت بر تألیف: نیلوفر حاجیلو] + [ویرایش علمی: مهسا چراغعلی - سیده زینب صالحی - پروانه سعادتخواه]
[مدیر واحد فنی و گرافیک: صغری قربانی] + [نظارت بر تایپ و صفحه‌آرایی: محمد یوسفی]
[صفحه‌آرایی: ساناز عاشقی - مریم ناییب - فرزانه رجیبی] + [اجرا: مهسا هوشیار - الناز دارانی - لیلا فرجی امین]
[طراح شکل: وحیده معینی - ملیکا فدایی] + [کارتون‌نویس: مجید باقرزادگان] + [طراح جلد: منصور سماواتی]
[مدیر چاپ: علی مزرعتی] + [لیتوگرافی، چاپ‌خانه و صحافی: گاج]
[نوبت چاپ: اول (۱۳۹۷)] + [شمارگان: ۳۰۰۰ نسخه]
[دفتر مرکزی: تهران، خیابان انقلاب، بین چهار راه ولیعصر (عج)
و خیابان فلسطین، شماره ۹۱۹] + [تلفن: ۰۲۱ - ۶۴۲۰]
[سرویس پیام کوتاه (SMS): ۱۰۰۰۴۲۵]
[صندوق پستی: ۳۷۷ - ۱۳۱۴۵]
[پایگاه اینترنتی: www.gaj.ir]
[قیمت: ۳۵۰۰۰ تومان]

مقدمه مؤلفان

◆◆◆ سخن اول

همان‌طور که روش تدریس معلماتون هم کمی متفاوت شده و ... که این‌ها همون تحولاتی هستن که از اول اشاره کردیم. اما این چیزها اصلاً جای نگرانی نداره چون به قول معروف: مشکلی نیست که آسان نشود! فقط کافیه قبل از هرکاری چند تا سوال جدی از خودتون بپرسید و پاش وایسید تا راز موفقیت را در جوابهایی که به خودتون میدید کشف کنید: «چرا باید درس بخونیم! و این همه دانش‌ها و آموخته‌هامون، کی و کجا قراره به دردمون بخورن؟» خصوصاً سوال همیشه‌گی‌تون: «ریاضیات به این سختی بالاخره به چه دردی میخوره؟!» چون به نظر ما هر دانش‌آموزی که بتونه جواب‌هایی منطقی برای این سوالات اساسی پیدا کنه، دیگه درس خوندن براش سخت نیست!

سلام بچه‌ها، ورودتون به مقطع متوسطه دوم را تبریک می‌گیم. احتمالاً خودتون هم متوجه یه تحولاتی در شکل و شمایل درسهای پایه دهم نسبت به نهم شدین! مثلاً همین که به جای یه کتاب علوم از این به بعد سه کتاب فیزیک و شیمی و زیست‌شناسی دارین! خوب این مزده را بدیم که در درس ریاضی علاوه بر کتاب ریاضی دهم، فقط یه کتاب دیگه دارین به نام هندسه دهم، نه بیشتر! پس وقتی تعداد کتابهاتون کمی بیشتر شده، حتماً لازمه روش مطالعه‌تون هم کمی تغییر کنه،

◆◆◆ ویژگی‌های بارز کتاب

در تألیف کتب درسی جدید، به کاربردهای علم در زندگی توجه ویژه‌ای شده، طوری که بر روش بیان و مراحل آموزش مفهومی هم تأثیر گذاشته است. اما متأسفانه اکثر کتاب‌های کمک درسی همچنان دارند با همان روش‌های قدیمی و برخلاف اهداف آموزش مفهومی در کتب درسی جدید تألیف پیش می‌روند، یعنی با سؤالات و مثال‌های تکراری بیش از حد و نکته‌های حفظی و کلیشه‌ای، به بمباران ذهن خواننده می‌پردازند. در حالی که تحولات کتب درسی جدید همسو با پیشرفت‌های آموزشی جهان بوده و نباید در مقابله با ایستادگی کرد! بنابراین ما هم با توجه به خلأ موجود در کتب کمک درسی فعلی کشور و همچنین الگو برداری از روش‌های کارآمد کتب خودآموز برتر جهان، بر آن شدیم تا نسل جدیدی از کتابهای کمک درسی را منطبق بر آخرین



تغییرات محتوای کتب درسی جدید التألیف و رعایت روابط طولی و عرضی در اختیار شما عزیزان قرار دهیم. این سری کتابها، همان‌طور که می‌دانید، در واحد تألیف انتشارات بین‌المللی گاج، نام «آس» به خود گرفت که مخفف «آموزش ساده» است و تمام قابلیت‌های نسل‌های قبلی کتب کمک درسی چه برای مطالعه در منزل و چه برای تمرین در مدرسه، یکجا در آن‌ها گنجانده شده است. در سری کتاب‌های آس، سعی بر این بوده تا ضمن مطالعه مطالب درسی، شما بتوانید با کشف کاربردهایشان در زندگی روزمره، لذت یادگیری واقعی و تفکر خلاق را بچشید. کتاب آموزش ساده «ریاضی دهم (رشته ریاضی و تجربی)» که اکنون پیش روی شماست، هم از این قاعده مستثنی نیست و مانند کتاب درسی ریاضی (۱) علوم تجربی و ریاضی فیزیک دارای هفت فصل و در هر فصل دارای تعدادی درس است. در ادامه به توضیح ساختار کتاب برای راهنمایی نحوه استفاده از آن می‌پردازیم.

فهرست مطالب

CONTENTS

آسی | ریاضی دهم (رشته ریاضی و تجربی) —

فصل اول
مجموعه، الگو و دنباله

۵۹



فصل سوم

توان‌های گویا و
عبارت‌های جبری

۱۰۱



فصل دوم
مثلثات

۵۷

فصل پنجم

تابع

۱۸۵



فصل چهارم
معادله‌ها و
نامعادله‌ها

۱۳۷



فصل ششم

شمارش، بدون شمردن

۲۱۷



فصل هفتم
آمار و احتمال

۲۵۳



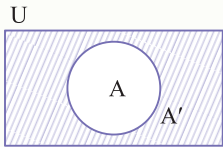
درس دوم: متمم مجموعه

تعریف متمم



۱

در هر مبحث، مجموعه‌ای را که همهٔ مجموعه‌های مورد بحث، زیرمجموعهٔ آن باشند؛ مجموعهٔ مرجع می‌نامیم و آن را با U نشان می‌دهیم.



هرگاه U مجموعهٔ مرجع باشد و $A \subseteq U$ آنگاه مجموعهٔ $U - A$

را متمم A می‌نامیم و آن را با نماد A' نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر A' شامل عضوهایی از U است که در A نیست.

به عنوان مثال وقتی بحث حول مجموعهٔ همهٔ اعداد می‌چرخد، \mathbb{R} مجموعهٔ مرجع است و چون \mathbb{Q} زیرمجموعهٔ \mathbb{R} است، $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ را با \mathbb{Q}' نشان می‌دهیم و چون \mathbb{Z} زیرمجموعهٔ \mathbb{R} است، می‌توانیم $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$ را با \mathbb{Z}' نمایش دهیم که نمایش آن روی محور به شکل مقابل خواهد بود:



به عنوان مثالی دیگر وقتی بحث حول مجموعهٔ اعداد طبیعی می‌چرخد، \mathbb{N} مجموعهٔ مرجع است و مجموعهٔ اعداد زوج یک زیرمجموعهٔ آن است و متمم آن می‌شود مجموعهٔ اعداد فرد و مجموعهٔ اعداد طبیعی بزرگتر از 100 یک زیرمجموعهٔ دیگر آن است و متمم آن می‌شود مجموعهٔ اعداد طبیعی کوچکتر یا مساوی 100 . بسته به بحث ما مجموعهٔ مرجع می‌تواند یک مجموعهٔ متناهی و کوچک نیز باشد.

سؤال

فرض کنید مجموعهٔ $U = \{a, b, c, d, e\}$ مجموعهٔ مرجع باشد و $A = \{a, c\}$ و $B = \{b, c, e\}$ ، آنگاه مجموعه‌های زیر را به دست آورید:

- | | |
|------------------|------------------|
| الف) A' | ب) B' |
| ج) $A' \cup B'$ | د) $A' \cap B'$ |
| ه) $(A \cup B)'$ | و) $(A \cap B)'$ |
| ز) $(A')'$ | ح) $(B)'$ |

پاسخ

الف) $A' = U - A = \{a, b, c, d, e\} - \{a, c\} = \{b, d, e\}$

ب) $B' = U - B = \{a, b, c, d, e\} - \{b, c, e\} = \{a, d\}$

ج) $A' \cup B' = \{b, d, e\} \cup \{a, d\} = \{a, b, d, e\}$

د) $A' \cap B' = \{b, d, e\} \cap \{a, d\} = \{d\}$

ه) $(A \cup B)' = U - (A \cup B) = \{a, b, c, d, e\} - \{a, b, c, e\} = \{d\}$

و) $(A \cap B)' = U - (A \cap B) = \{a, b, c, d, e\} - \{c\} = \{a, b, d, e\}$

ز) $(A')' = U - A' = U - \{b, d, e\} = \{a, c\}$

ح) $(B)'' = U - B' = U - \{a, d\} = \{b, c, e\}$

مثال‌های آموزشی



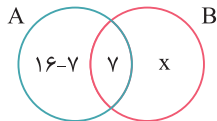
(۱) اگر $n(A) = 16$ ، $n(A \cap B) = 7$ و $n(A \cup B) = 28$ ، آنگاه $n(B)$ را محاسبه کنید.

پاسخ

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$28 = 16 + n(B) - 7 \Rightarrow n(B) = 19$$

البته همیشه می‌توانیم بدون استفاده از فرمول، مستقیماً با استفاده از رسم نمودار مقدار جواب را بیابیم. به عنوان مثال در این مثال می‌توانستیم به صورت زیر مسأله را حل کنیم:



$$28 = n(A \cup B) = 16 - 7 + 7 + x \Rightarrow x = 12$$

$$n(B) = x + 7 = 12 + 7 = 19$$

(۲) اگر $n(A) = 18$ ، $n(B) = 13$ و $n(A \cup B) = 25$ ، آنگاه موارد زیر را محاسبه کنید:

(ج) $n(B - A)$

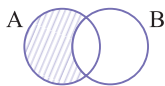
(ب) $n(A - B)$

(الف) $n(A \cap B)$

پاسخ الف

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$25 = 18 + 13 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 6$$



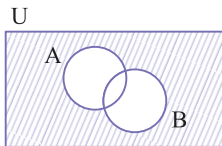
(ب) از نمودار کمک می‌گیریم.

معلوم است که $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$ و در نتیجه $n(A - B) = 18 - 6 = 12$

(ج) با توجه به نمودار مشابه قسمت ب می‌بینیم که

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow n(B - A) = 13 - 6 = 7$$

(۳) اگر U مجموعه مرجع باشد و A و B دو زیرمجموعه از آن باشند و $n(U) = 110$ ، $n(A) = 70$ ، $n(B) = 57$ و $n(A \cap B) = 32$ ، آنگاه $n((A \cup B)')$ را بیابید.



پاسخ یک شکل به عنوان راهنما رسم می‌کنیم:

ابتدا $n(A \cup B)$ را محاسبه می‌کنیم.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 70 + 57 - 32 = 95$$

با توجه به اینکه اگر G زیرمجموعه U باشد، آنگاه $n(G') = n(U) - n(G)$ (چرا؟) معلوم می‌شود که:

$$n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) = 110 - 95 = 15$$

(۴) فرض کنیم A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعه مرجع U باشند به طوری که $n(U) = 200$ ، $n(A) = 120$ ، $n(B) = 80$ و $n(A \cap B) = 40$ ، مطلوب است:

(د) $n(A' \cap B')$

(ج) $n(A' \cap B)$

(ب) $n(A \cap B')$

(الف) $n(A \cup B)$

پاسخ

برای حل اینگونه مسائل می‌توانیم نمودار رسم کنیم و با کمک آن محاسبات لازم را انجام دهیم. همچنین می‌توانیم به نوعی آنچه مسأله از ما خواسته را به $n(A \cup B)$ ، $n(A - B)$ ، $n(B - A)$ و چیزهایی شبیه آن که محاسبه آنها با فرمول، ساده است ربط دهیم.

الف

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 120 + 80 - 40 = 160$$

ب



$$n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 120 - 40 = 80$$

ج



$$n(A' \cap B) = n(B \cap A') = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 80 - 40 = 40$$

د

$$n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(U - (A \cup B)) = n(U) - n(A \cup B) = 200 - 160 = 40$$

سؤال

۱۳مین عدد طبیعی که در تقسیم بر ۳ باقیمانده‌اش ۲ است را بیابید.

پاسخ اولاً می‌دانیم که اولین این اعداد خود ۲ است زیرا $2 = 0 \times 3 + 2$

و با قدری دقت درمی‌یابیم که ۱۳مین این اعداد می‌شود:

$$12 \times 3 + 2 = 38$$

سؤال

۲۰مین عدد بزرگتر از ۳۰ که بر ۷ بخش‌پذیر است چه عددی است؟

پاسخ اولین عدد بزرگتر از ۳۰ که بر ۷ بخش‌پذیر است ۳۵ است.

و در نتیجه ۲۰مین عدد بزرگتر از ۳۰ که بر ۷ بخش‌پذیر است می‌شود:

$$35 + 19 \times 7 = 168$$

سؤال

۸۲مین عدد بزرگتر از ۴۰ که در تقسیم بر ۹ باقیمانده‌اش ۳ است، چه عددی است؟

پاسخ اولین عددی که این ویژگی را دارد ۴۸ است و در نتیجه ۸۲مین عددی که این ویژگی را دارد می‌شود: $48 + 81 \times 9 = 777$

سؤال

آیا به همان سادگی که به سؤالات قبل پاسخ گفتید می‌توانید بگویید که ۸۲مین عدد اول، کدام است؟

پاسخ عمراً، زیرا که در واقع نظم مشخصی بر اعداد اول حاکم نیست و برای اینکه بفهمیم یک عدد اول است یا نه باید از همان روش تجزیه عدد استفاده کنیم به عبارت دیگر باید عدد را بر اعداد اول کوچکتر از خودش تقسیم کنیم تا ببینیم که آیا باقیمانده صفر می‌شود یا نه و... و در واقع فرمول یا روشی وجود ندارد که به ما کمک کند که بطور مستقیم n مین عدد اول را مشخص کنیم و در واقع این اعداد نامنظمند. "نظم باعث می‌شود بتوانیم مناسبه کنیم".

مثال‌های آموزشی



(۱) با توجه به نظم حاکم بر دنباله‌های زیر چند جمله بعدی آنها را بنویسید و سپس مشخص کنید n مین جمله هر کدام چیست؟

- (الف) $2, 7, 12, 17, \dots$ (ب) $3, -1, -5, \dots$ (ج) $2, 8, 18, 32, \dots$ (د) $3, 6, 12, 24, \dots$

پاسخ (الف) در این دنباله دیده می‌شود که هر جمله دنباله ۵ تا بیشتر از جمله قبل است، پس می‌توان گفت که جملات بعدی آن برابرند با:

$$22, 27, 32, \dots$$

و جملات آن را می‌توان بصورت $2, 7, 12, 17, \dots$ نوشت و در کل می‌توان گفت جمله n ام آن برابر $5(n-1) + 2$ است، یا به عبارت دیگر $5n - 3$.

(ب) در این دنباله دیده می‌شود که هر جمله دنباله ۴ تا از جمله قبل کمتر است. پس می‌توان گفت که جملات بعدی آن می‌شوند: $-9, -13, -17, \dots$ و جملات این دنباله را می‌توان به صورت $3, -1, -5, \dots$ نوشت و در کل می‌توان گفت جمله n ام آن $3 - (n-1) \times 4$ می‌شود، یا به عبارت دیگر $7 - 4n$.

(ج) جملات این دنباله را می‌توان بصورت $2 \times 1, 2 \times 4, 2 \times 9, 2 \times 16, \dots$ نوشت و یا به شکل دیگر: $2 \times 1^2, 2 \times 2^2, 2 \times 3^2, 2 \times 4^2, \dots$ پس می‌توان حدس زد جملات بعدی آن برابرند با: $2 \times 5^2, 2 \times 6^2, 2 \times 7^2, \dots$ یعنی $50, 72, 98, \dots$ و جمله n ام آن برابر $2n^2$ است.

(د) جملات این دنباله را می‌توان بصورت $3 \times 2^0, 3 \times 2^1, 3 \times 2^2, 3 \times 2^3, \dots$ نوشت و یا به شکل دیگر: $3, 6, 12, 24, \dots$ پس می‌توان گفت جملات بعدی آن برابرند با: $3 \times 2^4, 3 \times 2^5, 3 \times 2^6, \dots$ یعنی $48, 96, 192, \dots$ و جمله n ام آن برابر است با $3 \times 2^{n-1}$.

سؤال

۱۳مین عدد طبیعی که در تقسیم بر ۳ باقیمانده‌اش ۲ است را بیابید.

پاسخ اولاً می‌دانیم که اولین این اعداد خود ۲ است زیرا $2 = 0 \times 3 + 2$

و با قدری دقت درمی‌یابیم که ۱۳مین این اعداد می‌شود:

$$12 \times 3 + 2 = 38$$

سؤال

۲۰مین عدد بزرگتر از ۳۰ که بر ۷ بخش‌پذیر است چه عددی است؟

پاسخ اولین عدد بزرگتر از ۳۰ که بر ۷ بخش‌پذیر است ۳۵ است.

و در نتیجه ۲۰مین عدد بزرگتر از ۳۰ که بر ۷ بخش‌پذیر است می‌شود:

$$35 + 19 \times 7 = 168$$

سؤال

۸۲مین عدد بزرگتر از ۴۰ که در تقسیم بر ۹ باقیمانده‌اش ۳ است، چه عددی است؟

پاسخ اولین عددی که این ویژگی را دارد ۴۸ است و در نتیجه ۸۲مین عددی که این ویژگی را دارد می‌شود: $48 + 81 \times 9 = 777$

سؤال

آیا به همان سادگی که به سؤالات قبل پاسخ گفتید می‌توانید بگویید که ۸۲مین عدد اول، کدام است؟

پاسخ عمراً، زیرا که در واقع نظم مشخصی بر اعداد اول حاکم نیست و برای اینکه بفهمیم یک عدد اول است یا نه باید از همان روش تجزیه عدد استفاده کنیم به عبارت دیگر باید عدد را بر اعداد اول کوچکتر از خودش تقسیم کنیم تا ببینیم که آیا باقیمانده صفر می‌شود یا نه و... و در واقع فرمول یا روشی وجود ندارد که به ما کمک کند که بطور مستقیم n مین عدد اول را مشخص کنیم و در واقع این اعداد نامنظمند. "نظم باعث می‌شود بتوانیم مناسبه کنیم".

مثال‌های آموزشی



(۱) با توجه به نظم حاکم بر دنباله‌های زیر چند جمله بعدی آنها را بنویسید و سپس مشخص کنید n مین جمله هر کدام چیست؟

- (الف) $2, 7, 12, 17, \dots$ (ب) $3, -1, -5, \dots$ (ج) $2, 8, 18, 32, \dots$ (د) $3, 6, 12, 24, \dots$

پاسخ (الف) در این دنباله دیده می‌شود که هر جمله دنباله ۵ تا بیشتر از جمله قبل است، پس می‌توان گفت که جملات بعدی آن برابرند با:

$$22, 27, 32, \dots$$

و جملات آن را می‌توان بصورت $2, 7, 12, 17, \dots$ نوشت و در کل می‌توان گفت جمله n ام آن برابر $5(n-1) + 2$ است، یا به عبارت دیگر $5n - 3$.

(ب) در این دنباله دیده می‌شود که هر جمله دنباله ۴ تا از جمله قبل کمتر است. پس می‌توان گفت که جملات بعدی آن می‌شوند: $-9, -13, -17, \dots$ و جملات این دنباله را می‌توان به صورت $3, -1, -5, \dots$ نوشت و در کل می‌توان گفت جمله n ام آن $3 - (n-1) \times 4$ می‌شود، یا به عبارت دیگر $7 - 4n$.

(ج) جملات این دنباله را می‌توان بصورت $2 \times 1, 2 \times 4, 2 \times 9, 2 \times 16, \dots$ نوشت و یا به شکل دیگر: $2 \times 1^2, 2 \times 2^2, 2 \times 3^2, 2 \times 4^2, \dots$ پس می‌توان حدس زد جملات بعدی آن برابرند با: $2 \times 5^2, 2 \times 6^2, 2 \times 7^2, \dots$ یعنی $50, 72, 98, \dots$ و جمله n ام آن برابر $2n^2$ است.

(د) جملات این دنباله را می‌توان بصورت $3 \times 2^0, 3 \times 2^1, 3 \times 2^2, 3 \times 2^3, \dots$ نوشت و یا به شکل دیگر: $3, 6, 12, 24, \dots$ پس می‌توان گفت جملات بعدی آن برابرند با: $3 \times 2^4, 3 \times 2^5, 3 \times 2^6, \dots$ یعنی $48, 96, 192, \dots$ و جمله n ام آن برابر است با $3 \times 2^{n-1}$.

درس سوم: عبارتهای جبری

معرفی عبارت جبری



شیخ بهایی در جایی در کتاب کشکول خود می‌گوید:

«حاصل ضرب هر عددی در خود، از حاصل ضرب دو عدد قبل و بعد آن در یک‌دیگر، یک شماره بیشتر است.» و ما این عبارت

$$x^2 = (x-1)(x+1) + 1$$

را در ریاضیات امروزی به شکل مقابل می‌نویسیم:

که همان عبارت $x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$ است.

بعضاً برای محاسبات سریع و ذهنی هم، برخی افراد از این رابطه‌ها استفاده می‌کنند، مثلاً قردی از شما می‌پرسد 49×51 چند است؟ و خودش

به سرعت محاسبه می‌کند 2499 ، زیرا او با توجه به رابطه بالا می‌داند که $2499 = 2500 - 1 = 5^2 - 1^2 = (50-1)(50+1) = 49 \times 51$

قردی می‌گوید خُب یک سؤال دیگر 76×84 و تا شما به صورت ذهنی رقم‌ها را ضرب کنید و حاصل آن‌ها را در ذهن نگه دارید و ... خودش

پاسخ می‌دهد 6384 . او برای این محاسبه از اتحاد مزدوج یعنی $x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$ استفاده می‌کند.

$$76 \times 84 = (80-4)(80+4) = 80^2 - 4^2 = 6400 - 16 = 6384$$

خُب، در زمان‌های قدیم که ریاضیات نظم کنونی خود را نیافته بود، قردی به طور اتفاقی به یک برابری عجیب می‌رسید و هرچه محاسبه می‌کرد، می‌دید که گویا این برابری برای همه اعداد برقرار است. پس آن را به عنوان یک واقعیت بیان می‌کرد و گاه‌ها هم با تلاش، اثباتی برای آن فراهم می‌نمود.

این سؤال پیش آمد که آیا ما راهی برای به دست آوردن همه این نوع برابری‌ها داریم و یا این که این برابری‌ها مثل سنگ‌های کمیاب، به طور اتفاقی و بدون پیش‌بینی توسط افراد کشف خواهند شد؟ و همین‌طور روند کشف رابطه‌های جدید ادامه خواهد داشت؟ پس از مدتی متوجه شدند که گویا همه این گونه ویژگی‌ها یک منشأ دارند.

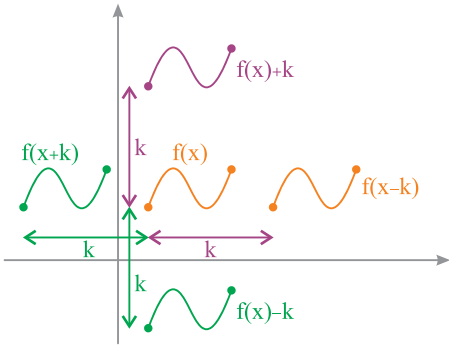


عبارتهای جبری

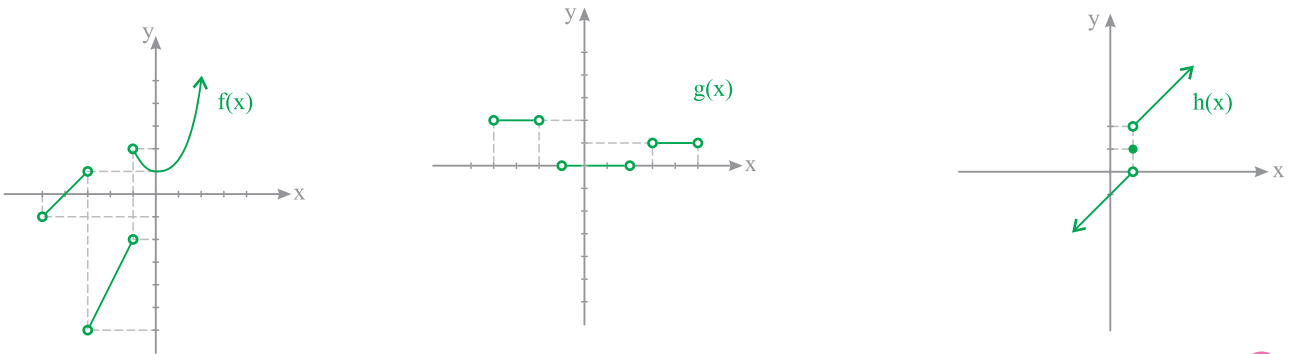
اثر: میخدیو باقرینو

ردیف	تمرین دوره‌ای
۱.	اگر α یک جواب معادله $(x+2)^2 = (2x+3)$ باشد آن‌گاه مقدار $3\alpha - 1$ چقدر است؟ <input type="checkbox"/> ۴ (۱) <input type="checkbox"/> -۵ (۲) <input type="checkbox"/> ۵ (۳) <input type="checkbox"/> -۴ (۴)
۲.	جواب‌های معادله $4t^2 + 6t + 5 = 4$ کدام است؟ <input type="checkbox"/> ۱) $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{4}$ <input type="checkbox"/> ۲) $\frac{-6 \pm 4\sqrt{5}}{8}$ <input type="checkbox"/> ۳) $\frac{6 \pm 2\sqrt{5}}{8}$ <input type="checkbox"/> ۴) $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{4}$
۳.	معادله $2x^2 - x + 5$ را به صورت $a(x+p)^2 + q$ نوشته‌ایم مقدار p و q کدامند؟ <input type="checkbox"/> ۱) $\frac{41}{8}, \frac{1}{4}$ <input type="checkbox"/> ۲) $\frac{41}{8}, -\frac{1}{4}$ <input type="checkbox"/> ۳) $-\frac{41}{16}, \frac{1}{4}$ <input type="checkbox"/> ۴) $\frac{41}{16}, -\frac{1}{4}$
۴.	جواب‌های معادله $x^6 + 6x^3 + 4 = 0$ کدامند؟ <input type="checkbox"/> ۱) $\sqrt{3 \pm \sqrt{5}}$ <input type="checkbox"/> ۲) $\sqrt{-3 \pm \sqrt{5}}$ <input type="checkbox"/> ۳) $\sqrt[3]{-3 \pm \sqrt{5}}$ <input type="checkbox"/> ۴) $\sqrt[3]{3 \pm \sqrt{5}}$
۵.	جواب‌های کدام یک از معادلات زیر $\frac{2 \pm \sqrt{5}}{3}$ است؟ <input type="checkbox"/> ۱) $9x^2 + 12x - 1 = 0$ <input type="checkbox"/> ۲) $9x^2 + 12x + 1 = 0$ <input type="checkbox"/> ۳) $9x^2 - 12x + 1 = 0$ <input type="checkbox"/> ۴) $9x^2 - 12x - 1 = 0$
۶.	عددی ۵ برابر عدد دیگر و حاصل ضرب آن دو ۵ برابر مجموعشان بوده، اگر هر دو عدد غیرصفر باشند، قدر مطلق تفاضل آن‌ها چقدر است؟ <input type="checkbox"/> ۱) ۲۳ <input type="checkbox"/> ۲) ۲۵ <input type="checkbox"/> ۳) ۲۴ <input type="checkbox"/> ۴) ۲۲
۷.	به ازای کدام مقدار a ، معادله $2x(4-2x) = a$ دارای جواب مضاعف است؟ <input type="checkbox"/> ۱) ۴ <input type="checkbox"/> ۲) -۴ <input type="checkbox"/> ۳) $-\frac{1}{4}$ <input type="checkbox"/> ۴) $\frac{1}{4}$
۸.	مجموع جواب‌های معادله $\frac{8x^3 + 6x + 2}{(2x+1)^2} = (2x+1)^2$ کدام است؟ <input type="checkbox"/> ۱) $\frac{\sqrt{12}}{6}$ <input type="checkbox"/> ۲) ۰ <input type="checkbox"/> ۳) $-\frac{\sqrt{12}}{6}$ <input type="checkbox"/> ۴) $\frac{\sqrt{12}}{12}$
۹.	مختصات نقطهٔ رأسی و معادلهٔ محور تقارن $y = 2x^2 + 8x - 2$ کدام است؟ <input type="checkbox"/> ۱) $x = -2, (-2, -10)$ <input type="checkbox"/> ۲) $x = 2, (2, -10)$ <input type="checkbox"/> ۳) $x = -2, (-2, 10)$ <input type="checkbox"/> ۴) $x = 2, (2, 10)$
۱۰.	کمترین مقدار عبارت $y = 2x^2 - 3x + 5$ کدام است؟ <input type="checkbox"/> ۱) $\frac{31}{8}$ <input type="checkbox"/> ۲) $\frac{3}{4}$ <input type="checkbox"/> ۳) $-\frac{3}{4}$ <input type="checkbox"/> ۴) $\frac{67}{8}$
۱۱.	به ازای کدام a بیشترین مقدار عبارت $ax^2 + 4x + 1$ برابر ۳ است؟ <input type="checkbox"/> ۱) $-\frac{1}{4}$ <input type="checkbox"/> ۲) ۲ <input type="checkbox"/> ۳) -۲ <input type="checkbox"/> ۴) $+\frac{1}{4}$
۱۲.	اگر خط تقارن منحنی $y = kx^2 - k - x + 4$ خط $x = \frac{1}{4}$ باشد آن‌گاه نقطهٔ رأسی آن کدام است؟ <input type="checkbox"/> ۱) $(\frac{1}{4}, \frac{17}{8})$ <input type="checkbox"/> ۲) $(\frac{1}{4}, \frac{15}{8})$ <input type="checkbox"/> ۳) $(\frac{1}{4}, \frac{15}{4})$ <input type="checkbox"/> ۴) $(\frac{1}{4}, \frac{17}{4})$
۱۳.	اگر نقطهٔ رأس $kx^2 - 4x + (k+3)$ روی محور x باشد، مقدار k کدام است؟ <input type="checkbox"/> ۱) -۴ یا -۱ <input type="checkbox"/> ۲) ۴ یا ۱ <input type="checkbox"/> ۳) ۴ یا -۱ <input type="checkbox"/> ۴) ۱ یا -۴
۱۴.	مجموع ریشه‌های معادله $(x+1)^2 - 3 = 0$ چند برابر قدر مطلق تفاضل ریشه‌های معادله $3x^2 - 5 = 0$ می‌باشد؟ <input type="checkbox"/> ۱) $\frac{3}{\sqrt{15}}$ <input type="checkbox"/> ۲) $\frac{\sqrt{15}}{3}$ <input type="checkbox"/> ۳) $-\frac{3}{\sqrt{15}}$ <input type="checkbox"/> ۴) $\frac{-\sqrt{15}}{3}$

۱



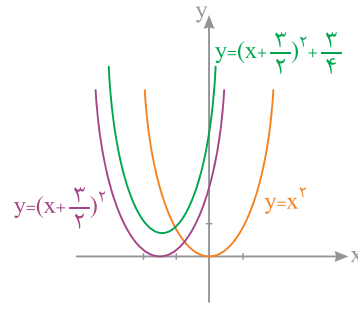
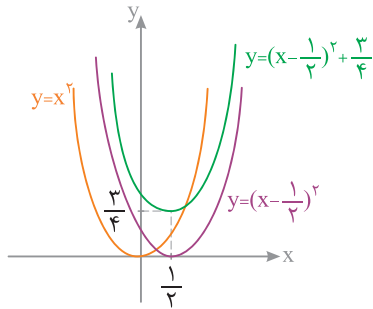
۲



۳

الف) $y = x^2 - x + 1 = x^2 - 2\left(\frac{1}{2}\right)(x) + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$

ب) $y = x^2 + 3x + 3 = x^2 + 2\left(\frac{3}{2}\right)(x) + \frac{9}{4} + \frac{3}{4} = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$



۴

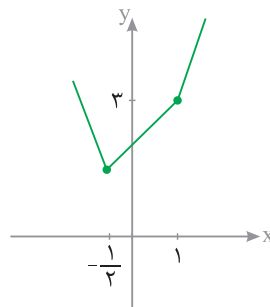
الف) $y = |2x + 1| + |x - 1|$

$$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \Rightarrow 2x + 1 \geq 0 \\ x < -\frac{1}{2} \Rightarrow 2x + 1 < 0 \end{cases}$$

و

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \Rightarrow x - 1 \geq 0 \\ x < 1 \Rightarrow x - 1 < 0 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} -2x - 1 - x + 1 = -3x & x < -\frac{1}{2} \\ 2x + 1 - x + 1 = x + 2 & -\frac{1}{2} \leq x < 1 \\ 2x + 1 + x - 1 = 3x & x \geq 1 \end{cases}$$



گزینه چند؟!!!



۱- اگر $P(A \cup B) \leq P(A \cap B)$ ، آنگاه $P(A - B) + P(B - A)$ کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

- (۱) ۰
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) $\frac{1}{3}$
 (۴) $\frac{1}{4}$

۲- اگر پیشامدهای A_1, A_2, A_3 دو ناسازگار باشند و $P(A_1) = 2P(A_2) = 3P(A_3)$ و $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = S$ باشد، آنگاه

$P(A_2 \cup A_3)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{12}$
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) $\frac{5}{11}$
 (۴) $\frac{1}{3}$

۳- تعداد ۳۰ اقتصاددان و ۲۰ سیاستمدار در جلسه‌ای حضور دارند. ۳ نفر از آنها را برای حضور در یک میزگرد به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه

حداقل یک سیاستمدار انتخاب شود چقدر است؟

- (۱) $\frac{111}{140}$
 (۲) $\frac{119}{150}$
 (۳) $\frac{4}{5}$
 (۴) $\frac{4}{7}$

۴- اگر $P(A) = 5P(B)$ ، $P(A \cup B) = 1$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ ، آنگاه $P(A)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{6}$
 (۲) $\frac{3}{16}$
 (۳) $\frac{5}{16}$
 (۴) $\frac{15}{16}$

۵- اگر دو تاس را پرتاب کنیم، احتمال اینکه تفاوت دو عدد ظاهر شده برابر ۲ باشد چقدر است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$
 (۲) $\frac{2}{7}$
 (۳) $\frac{2}{9}$
 (۴) $\frac{2}{11}$

۶- اگر یک سکه را ۶ بار پرتاب کنیم احتمال اینکه دقیقاً ۳ بار رو بیاید چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{16}$
 (۲) $\frac{3}{16}$
 (۳) $\frac{5}{16}$
 (۴) $\frac{7}{16}$

۷- اگر ۷ نفر که ۳ نفر از آنها دوست هستند، به تصادف در یک ردیف قرار بگیرند، چقدر احتمال دارد ۳ دوست کنار هم باشند؟

- (۱) $\frac{1}{7}$
 (۲) $\frac{2}{7}$
 (۳) $\frac{3}{7}$
 (۴) $\frac{4}{7}$

۸- اگر یک سکه را ۹ بار پرتاب کنیم احتمال اینکه بیش از ۴ بار پشت بیاید چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) $\frac{1}{3}$
 (۳) $\frac{1}{4}$
 (۴) $\frac{1}{5}$

۹- در جعبه‌ای ۴ مهره قرمز، ۳ مهره آبی و ۲ مهره سبز وجود دارد. اگر دو مهره به تصادف از جعبه انتخاب کنیم احتمال اینکه هر دو قرمز باشد

چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) $\frac{1}{3}$
 (۳) $\frac{1}{4}$
 (۴) $\frac{1}{6}$

۱۰- اگر A و B دو پیشامد باشند، کدام یک از عبارات زیر درست است؟

(۱) اگر A و B ناسازگار باشند و C هم ناسازگار باشند، آنگاه قطعاً A با C ناسازگار است.

(۲) اگر $P(A) < P(B)$ باشد آنگاه $A \subseteq B$

(۳) اگر $A \subseteq B$ باشد آنگاه $P(A) < P(B)$

(۴) اگر $P(A) + P(B) = \frac{4}{3}$ باشد آنگاه $P(A - B) < \frac{1}{3}$