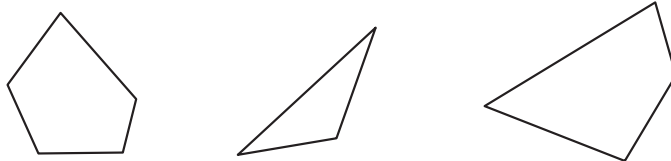
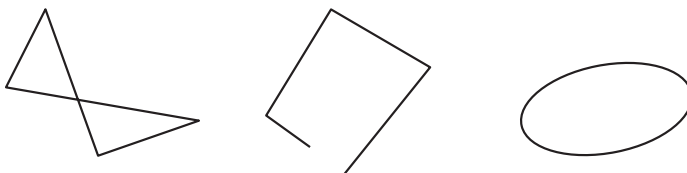


چندضلعی: به هر خط شکسته بسته، چندضلعی گفته می‌شود به شرط آن که ضلع‌ها یک‌دیگر را قطع نکنند، مگر در رأس‌ها که دو ضلع به هم می‌رسند.

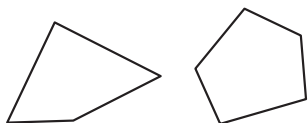


شکل‌های بالا چندضلعی هستند ولی شکل‌های زیر چندضلعی نیستند.

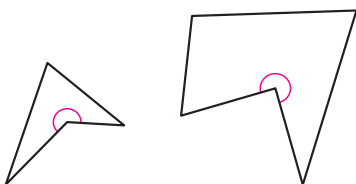


انواع چندضلعی

۱. **چندضلعی محدب (کوژ):** به چندضلعی که زاویه‌های آن کوچک‌تر از 180° درجه باشد، چندضلعی محدب (کوژ) می‌گویند.



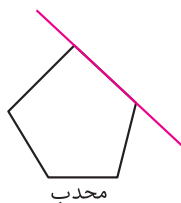
۲. **چندضلعی مقعر (کاو):** به چندضلعی که دست‌کم یک زاویه آن بزرگ‌تر از 180° درجه باشد، چندضلعی مقعر (کاو) گفته می‌شود.



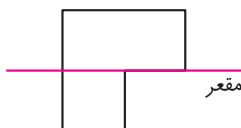
۱. اگر هر ضلع چندضلعی را ادامه دهیم و تمام شکل در یک طرف خط به وجود آمده قرار گیرد، چندضلعی محدب است، در غیر این صورت مقعر می‌باشد.



نکته

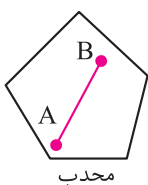


محدب

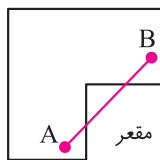


مقعر

۲. اگر بتوان هر پاره‌خطی داخل یک چندضلعی رسم کرد به طوری که تمام پاره‌خط داخل چندضلعی قرار گیرد، چندضلعی محدب است، در غیر این صورت مقعر است.

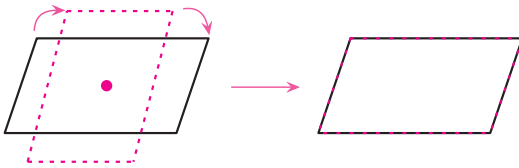


محدب



مقعر

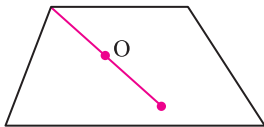
مرکز تقارن: نقطه‌ای از شکل است که اگر شکل را حول آن 180° درجه دوران دهیم بر خودش منطبق شود.



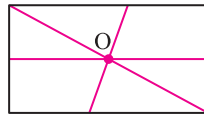
نقطه‌ای مرکز تقارن است که اگر قرینه هر نقطه از شکل را نسبت به آن به دست آوریم نقطه‌ای از خود شکل به دست می‌آید.



نکته



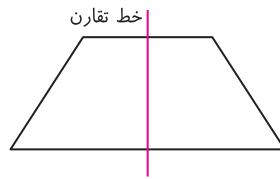
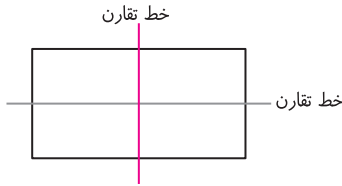
O مرکز تقارن نیست.



O مرکز تقارن است.

خط تقارن: خطی است که شکل را به دو قسمت قرینه تقسیم می‌کند به طوری که اگر شکل را روی خط تقارن تا کنیم دو قسمت

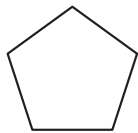
بر هم منطبق می‌شوند.



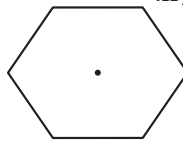
پنذضلعی‌های منتظمی که تعداد ضلع‌های آن زوج باشند، مرکز تقارن دارند و پنذضلعی‌های منتظمی که تعداد ضلع‌های آن فرد باشد، مرکز تقارن ندارند.



نکته

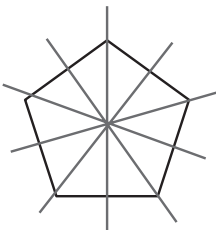


مرکز تقارن ندارد.

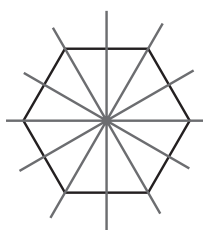


مرکز تقارن دارد.

n ضلعی‌های منتظم دارای n محور تقارن هستند.



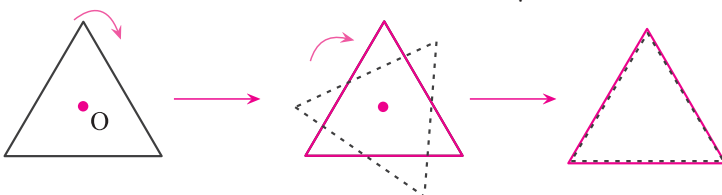
پنج ضلعی منتظم ۵ محور تقارن دارد.



شش ضلعی منتظم ۶ محور تقارن دارد.

تقارن چرخشی: اگر شکلی را حول یک نقطه دوران دهیم به طوری که دوران یافته شکل بر خودش منطبق شود، می‌گوییم شکل تقارن چرخشی دارد.

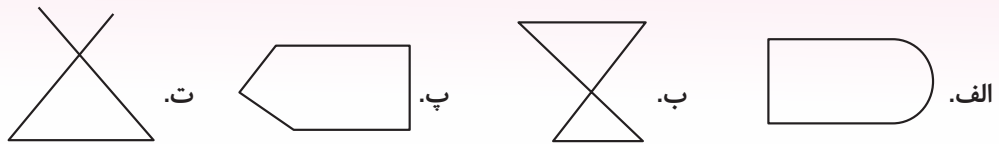
اگر مثلث متساوی‌الاضلاع را حول نقطه O، 120° درجه دوران دهیم بر خودش منطبق می‌شود.





مثال

۱. کدام یک از شکل‌های زیر چندضلعی است؟



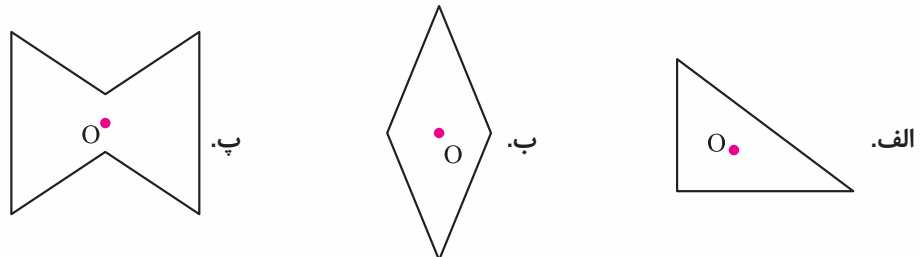
پاسخ: شکل (ب)

۲. کدام یک از چندضلعی‌های زیر محدب و کدام یک مقعر است؟



پاسخ: شکل‌های (ب) و (ت) محدب و شکل‌های (الف) و (پ) مقعر هستند؛ زیرا حداقل یک زاویه بزرگ‌تر از 180° درجه دارند.

۳. در کدام شکل نقطه O مرکز تقارن است؟



پاسخ: در شکل‌های (ب) و (پ) نقطه O مرکز تقارن است، زیرا اگر شکل را حول نقطه O دوران 180° درجه دهیم، شکل بر خودش منطبق می‌شود.

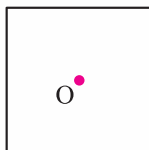
۴. الف. آیا متوازی‌الاضلاع خط تقارن دارد؟

ب. دایره چند خط تقارن دارد؟

پ. مثلث متساوی‌الاضلاع چند خط تقارن دارد؟

پاسخ: الف. خط تقارن ندارد. ب. بی‌شمار خط تقارن دارد. پ. ۳ خط تقارن دارد.

۵. مربع با دوران چند درجه بر خودش منطبق می‌شود؟



پاسخ: اگر مربع را حول نقطه O، 90° درجه دوران دهیم بر خودش منطبق می‌شود. لازم به یادآوری است که با دوران 180° نیز بر خودش منطبق می‌شود.

تمرینات



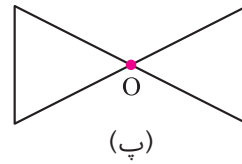
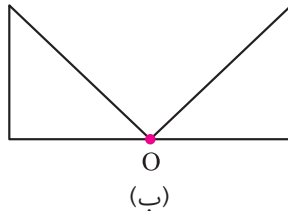
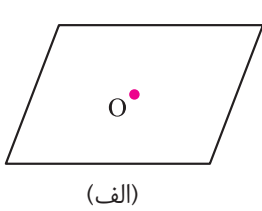
۱. جدول‌های زیر را مانند نمونه کامل کنید.

نام چندضلعی	مرکز تقارن	تعداد محور تقارن	نام چندضلعی	مرکز تقارن	تعداد محور تقارن
مثلث متساوی‌الساقین	ندارد	۱	متوازی‌الاضلاع		
مثلث متساوی‌الاضلاع			دوزنقه متساوی‌الساقین		
مربع			پنج‌ضلعی منتظم		
مستطیل			شش‌ضلعی منتظم		
لوزی			دایره		

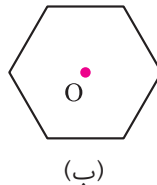
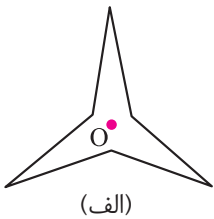
۲. الف. یک چندضلعی منتظم رسم کنید که خط تقارن داشته باشد، ولی مرکز تقارن نداشته باشد.

ب. یک شش‌ضلعی مقعر رسم کنید.

۳. در کدام شکل نقطه O مرکز تقارن است؟



۴. هر یک از شکل‌های زیر با دوران چند درجه حول نقطه O بر خودش منطبق می‌شود؟



پاسخ تمرینات



نام چندضلعی	مثلث متساوی‌الساقین	مثلث متساوی‌الاضلاع	مربع	مستطیل	لوزی	متوازی‌الاضلاع	دوزنقه متساوی‌الساقین	پنج‌ضلعی منتظم	شش‌ضلعی منتظم	دایره
مرکز تقارن	ندارد	ندارد	دارد	ندارد	دارد	دارد	ندارد	ندارد	دارد	دارد
محور تقارن	۱	۳	۴	۲	۲	ندارد	۱	۵	۶	بی‌شمار

۳

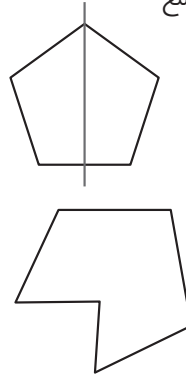
در شکل‌های (الف) و (ب) نقطه O مرکز تقارن است.

۴

شکل (الف) با دوران ۱۲۰ درجه بر خودش منطبق می‌شود.
شکل (ب) با دوران ۶۰ درجه بر خودش منطبق می‌شود.

۲

الف. چندضلعی‌های منتظمی که تعداد ضلع فرد دارند مرکز تقارن ندارند.
مانند: پنج‌ضلعی منتظم



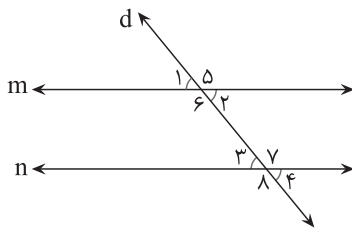
ب.

توازی و تعامد

درس ۲

دو خط موازی

خط‌های m و n با هم موازی‌اند، چون خطی مانند d آن‌ها را با زاویه‌های مساوی مانند شکل قطع کرده است.

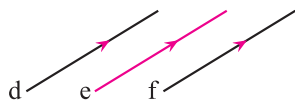


$$\hat{1} = \hat{2} = \hat{3} = \hat{4}$$

$$\hat{5} = \hat{6} = \hat{7} = \hat{8}$$

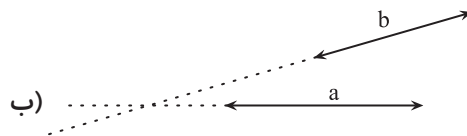
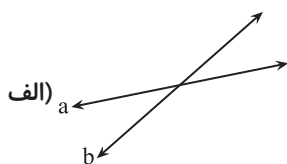
موازی بودن دو خط m و n را به صورت $m \parallel n$ نشان می‌دهیم.

نکته دو خط موازی با یک خط با هم موازی‌اند.

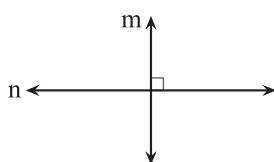


$$\left. \begin{matrix} d \parallel e \\ e \parallel f \end{matrix} \right\} \Rightarrow d \parallel f$$

موازی نبودن: اگر دو خط با هم موازی نباشند (یعنی یک‌دیگر یا امتداد هم را قطع کنند) متقاطع هستند که به صورت a // b نشان می‌دهیم.



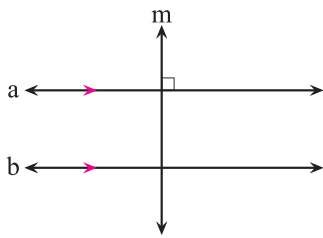
تعامد: اگر دو خط m و n با هم تشکیل زاویه ۹۰ درجه دهند می‌گوییم که بر هم عمود هستند و به صورت $m \perp n$ نشان می‌دهیم.



نکته

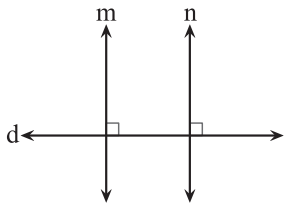


۱. اگر فطی بر یکی از دو فط موازی عمود باشفء، بر دیگرى نیز عمود است.



$$\left. \begin{array}{l} a \parallel b \\ m \perp a \end{array} \right\} \Rightarrow m \perp b$$

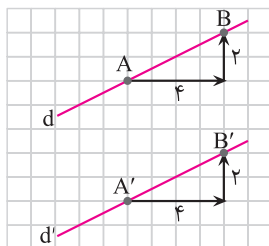
۲. دو فط عمود بر یک فط با هم موازی اند.



$$\left. \begin{array}{l} m \perp d \\ n \perp d \end{array} \right\} \Rightarrow m \parallel n$$

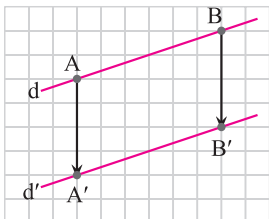
روش رسم دو خط موازی در صفحه شطرنجی

۱. با استفاده از حرکت



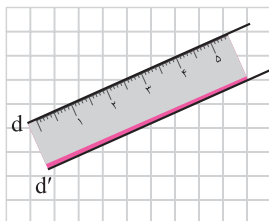
دو نقطه دلخواه A و B را روی خط d انتخاب و حرکت‌هایی را که باید انجام دهیم تا از A به B برسیم مشخص می‌کنیم. سپس نقطه A' را روی صفحه به دلخواه مشخص می‌کنیم و حرکت‌های رسیدن از نقطه A به B را روی آن انجام می‌دهیم تا نقطه B' به دست آید. نقاط A' و B' را به هم وصل می‌کنیم و امتداد می‌دهیم تا خط d' حاصل شود. به این ترتیب $d' \parallel d$ رسم می‌شود.

۲. با استفاده از انتقال



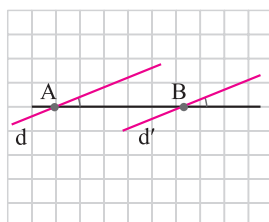
دو نقطه دلخواه A و B را روی خط d انتخاب می‌کنیم و آن‌ها را با دو بردار مساوی دلخواه انتقال می‌دهیم تا نقاط A' و B' حاصل شود. این دو نقطه را به هم وصل می‌کنیم و امتداد می‌دهیم تا خط d' رسم شود. به این ترتیب $d' \parallel d$ رسم می‌شود.

۳. با استفاده از خط‌کش (خط‌کش مستطیلی)



طول خط‌کش را بر خط d منطبق می‌کنیم و از طرف دیگر خط‌کش، خط d' را رسم می‌کنیم. به این ترتیب $d' \parallel d$ رسم می‌شود، زیرا طبق خواص متوازی‌الاضلاع (مستطیل) طول‌ها با هم موازی هستند.

۴. با تشکیل دو زاویه مساوی

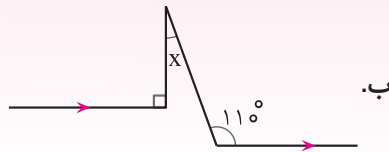


بر روی خط d نقطه A را انتخاب و از آن خطی با زاویه دلخواه رسم می‌کنیم. روی خط رسم شده نقطه B را انتخاب کرده و زاویه‌ای مساوی با \hat{A} از آن خارج می‌کنیم. به این ترتیب $d' \parallel d$ رسم می‌شود.

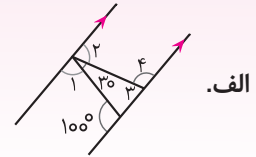


مثال

۱. در شکل‌های زیر اندازه زاویه‌های خواسته شده را بنویسید.



ب.

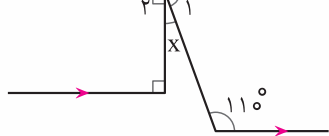


الف.

$$\hat{1} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

پاسخ: الف.

ب. خط d را موازی با دو خط دیگر رسم می‌کنیم به این ترتیب داریم:



$$\hat{2} = 90^\circ$$

$$\hat{2} = 180^\circ - (30^\circ + 80^\circ) = 70^\circ$$

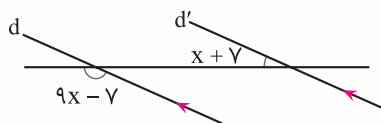
$$\hat{1} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

$$\hat{3} = \hat{2} = 70^\circ$$

$$\hat{x} = 180^\circ - (90^\circ + 70^\circ) = 20^\circ$$

$$\hat{4} = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

۲. اندازه زاویه‌های مشخص شده در شکل را به دست آورید.



$$9x - y + x + y = 180^\circ$$

$$\text{زاویه تند: } x + y = 18 + y = 25^\circ$$

پاسخ:

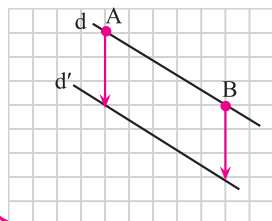
$$10x = 180^\circ$$

$$\text{زاویه باز: } 9x - y = 9 \times 18 - y = 155^\circ$$

$$x = \frac{180^\circ}{10}$$

$$x = 18^\circ$$

۳. خطی موازی با خط d رسم کنید و روش رسم خود را توضیح دهید.



پاسخ: با یکی از روش‌های داده شده می‌توان به سؤال پاسخ داد که در اینجا از روش

انتقال استفاده می‌کنیم. دو نقطه A و B را روی خط d اختیار کرده و آن‌ها را با

برداری مساوی انتقال می‌دهیم. نقاط به دست آمده را به هم وصل می‌کنیم و

امتداد می‌دهیم. خط رسم شده با خط d موازی است. ($d \parallel d'$)

تمرینات



۱. در سوالات زیر گزینه درست را بنویسید.

الف. در شکل مقابل $d \parallel d'$ است. x برابر است با:

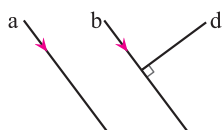
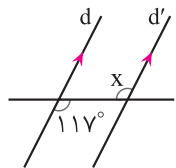
۱۱۷° (۱) ۶۳° (۲)

۶۷° (۳) ۲۳° (۴)

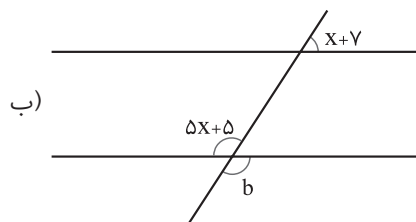
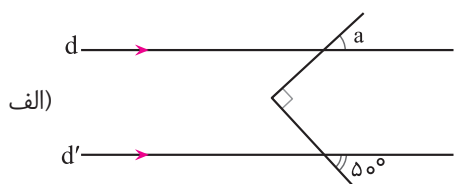
ب. اگر $b \parallel a$ باشد، امتداد خط d با چه زاویه‌ای می‌سازد؟

۱۸۰° (۱) ۸۰° (۲)

۹۰° (۳) (۴) زاویه نمی‌سازد.



۲. در شکل‌های زیر $d \parallel d'$ است. اندازه زاویه‌های a و b را به دست آورید.



پاسخ تمرینات



$$5x + 5 + x + 7 = 180^\circ$$

$$6x + 12 = 180^\circ$$

$$6x = 180^\circ - 12^\circ$$

$$6x = 168^\circ$$

$$x = \frac{168^\circ}{6}$$

$$\hat{x} = 28^\circ$$

$$b = 5x + 5 = 5 \times 28 + 5 = 145^\circ$$

ب.

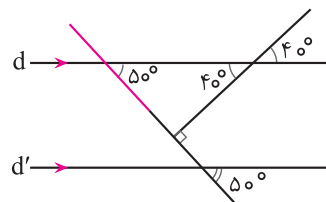


الف. گزینه «۱»

ب. گزینه «۳»، اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود باشد، بر دیگری هم عمود است.



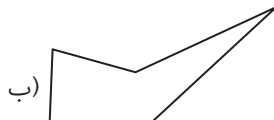
الف. با توجه به شکل $a = 40^\circ$



تمرینات مروری



۱. کدام یک از شکل‌های زیر محدب و کدام یک مقعر هستند؟

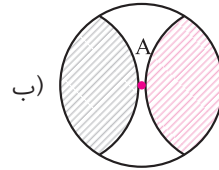
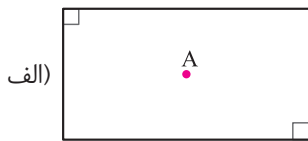




۲. جدول زیر را کامل کنید.

شکل	لوزی	۷ ضلعی منتظم	۲۲ ضلعی منتظم	متوازی‌الاضلاع	نیم‌دایره	ربع دایره
تعداد خط تقارن						
مرکز تقارن						

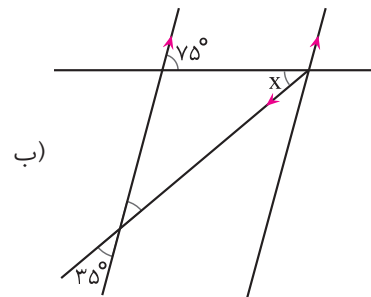
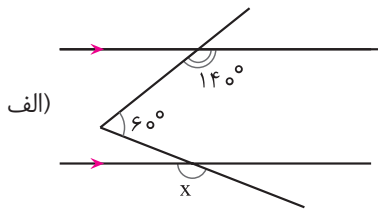
۳. در کدام یک از شکل‌های زیر A مرکز تقارن است؟



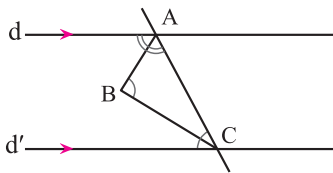
۴. جمله‌های زیر را با کلمه مناسب کامل کنید.

- الف. اگر خطی بر یکی از دو خط موازی باشد، بر دیگری نیز عمود است.
 ب. دو خط عمود بر یک خط با هم هستند.
 پ. دوزنقه متساوی‌الساقین مرکز تقارن

۵. در شکل‌های زیر مقادیر خواسته شده را به دست آورید.



۶. در شکل زیر $d \parallel d'$ است و \overline{AB} و \overline{CB} نیمسازهای زاویه‌های A و C هستند. اندازه زاویه B را به دست آورید.

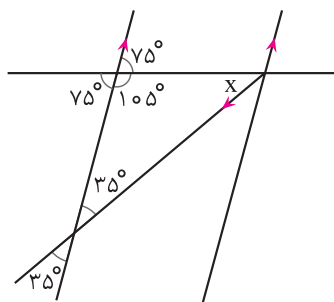


پاسخ تمرینات مروری



۱. الف. محدب ب. مقعر
۲. الف. عمود ب. موازی پ. ندارد
۳. در هر دو شکل (الف) و (ب) نقطه A مرکز تقارن است.

شکل	لوزی	۷ ضلعی منتظم	۲۲ ضلعی منتظم	متوازی‌الاضلاع	نیم‌دایره	ربع دایره
تعداد خط تقارن	۲	۷	۲۲	ندارد	۱	۱
مرکز تقارن	دارد	ندارد	دارد	دارد	ندارد	ندارد



$$\hat{X} = 180^\circ - (105^\circ + 35^\circ) = 40^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} = \frac{180^\circ}{2} \quad \frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} = 90^\circ$$

$$\hat{B} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

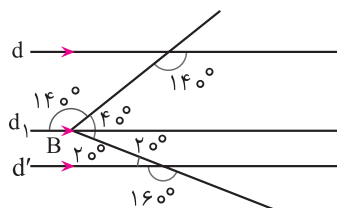
ب.

5

الف. خط d را موازی با دو خط دیگر رسم می‌کنیم.

d_1 را موازی d و d' را از نقطه B رسم می‌کنیم. پس طبق شکل داریم:

$$\hat{X} = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$$



6

چهارضلعی‌ها

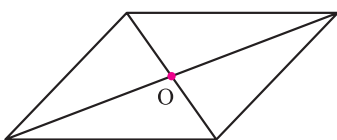
3

درس

متوازی‌الاضلاع: چهارضلعی که ضلع‌های روبه‌روی آن دوجه‌دو با هم موازی‌اند.

خواص متوازی‌الاضلاع

اگر یک متوازی‌الاضلاع را 180° درجه حول مرکز تقارنش دوران دهیم بر خودش منطبق و خواص زیر نتیجه می‌شود:



۱. زاویه‌های روبه‌رو مساوی‌اند.
۲. ضلع‌های روبه‌رو مساوی‌اند.
۳. قطر‌ها یک‌دیگر را نصف می‌کنند.
۴. زاویه‌های مجاور مکمل یک‌دیگرند.

نکته مستطیل، مربع و لوزی نیز متوازی‌الاضلاع هستند و تمام خواص متوازی‌الاضلاع را دارند.

خواص مستطیل

۱. چهار زاویه قائمه دارد.
۲. دو قطر با هم مساوی‌اند.

خواص لوزی

۱. چهار ضلع با هم مساوی‌اند.
۲. دو قطر بر هم عمودند.
۳. دو قطر نیمساز زاویه‌ها هستند.

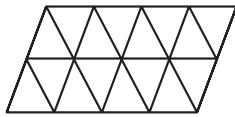
مربع: مستطیلی است که خواص لوزی را هم دارد.

کاشی کاری: در کاشی کاری، کاشی‌ها را طوری کنار هم قرار می‌دهند که روی هم نیفتند و جای خالی بین آن‌ها نباشد.

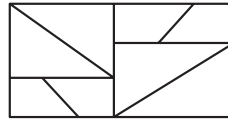
۱. کاشی‌کاری می‌تواند با یک یا چند نوع کاشی انجام پذیرد.



نکته



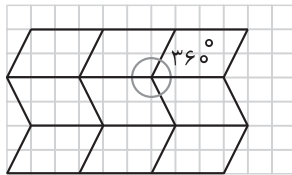
کاشی کاری با یک نوع کاشی



کاشی کاری با دو نوع کاشی

۲. با مثلث متساوی‌الاضلاع، مربع و شش‌ضلعی منتظم می‌توان هر سطحی را کاشی‌کاری کرد.

۳. اگر اندازه مجموع زاویه‌ها، در محل تلاقی رأس‌های کاشی‌ها 360° شود کاشی‌کاری صورت می‌گیرد.



مثال

۱. جمله‌های زیر را با کلمه مناسب کامل کنید.

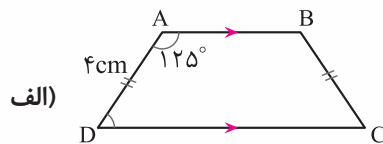
الف. در مربع، عمود منصف یک دیگرند.

ب. در متوازی‌الاضلاع قطرها یک دیگر را می‌کنند.

پ. با مثلث متساوی‌الاضلاع، مربع و می‌توان هر سطحی را کاشی کاری کرد.

پاسخ: الف. قطرها ب. نصف پ. شش‌ضلعی منتظم

۲. در شکل‌های زیر اندازه خواسته شده را بنویسید.

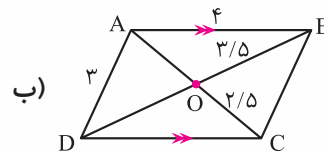


$$\overline{BC} =$$

$$\widehat{D} =$$

$$\overline{BC} = 4 \text{ cm}$$

$$\widehat{D} = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$



$$\overline{CD} =$$

$$\overline{BD} =$$

$$\overline{CB} =$$

$$\overline{OA} =$$

پاسخ: الف. در دوزنقه متساوی‌الساقین دو ساق با هم مساوی‌اند، پس:

در دوزنقه متساوی‌الساقین زاویه‌های مجاور دو ساق مکمل یک دیگرند.

$$\overline{CD} = 4$$

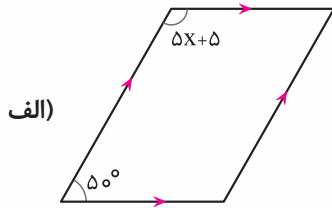
$$\overline{BD} = 2 \times 3 / 5 = 7$$

$$\overline{CB} = 3$$

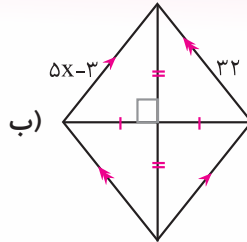
$$\overline{OA} = 2 / 5$$

ب.

۳. در شکل‌های زیر مقدار x را به دست آورید.



$$\begin{aligned} 5x + 5 + 55 &= 180^\circ \\ 5x + 55 &= 180^\circ \\ 5x &= 180^\circ - 55^\circ \\ 5x &= 125^\circ \\ x &= \frac{125^\circ}{5} \\ x &= 25^\circ \end{aligned}$$



پاسخ: الف. در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های مجاور مکمل یک‌دیگرند، پس:

ب. با توجه به اطلاعات داده شده شکل موردنظر لوزی است و در لوزی ضلع‌ها با هم مساوی‌اند. پس:

$$\begin{aligned} 5x - 3 &= 32 \\ 5x &= 32 + 3 \\ 5x &= 35 \\ x &= \frac{35}{5} \\ x &= 7 \end{aligned}$$

تمرینات



۱. جمله‌های درست را با \checkmark و جمله‌های نادرست را با \times مشخص کنید.

الف. هر مستطیل یک مربع است.

ب. قطرهای هر لوزی با هم برابرند.

پ. در مستطیل قطرها عمودمنصف یک‌دیگرند.

ت. هر متوازی‌الاضلاع دو زاویه تند دارد.

۲. در سؤال‌های زیر گزینه صحیح را مشخص کنید.

الف. در کدام چهارضلعی قطرها نیمساز هستند؟

(۱) دوزنقه

(۲) متوازی‌الاضلاع

(۳) لوزی

(۴) مستطیل

ب. کدام چهارضلعی منتظم است؟

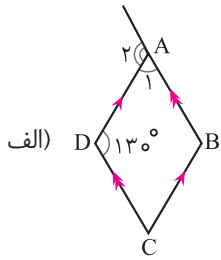
(۱) مربع

(۲) مستطیل

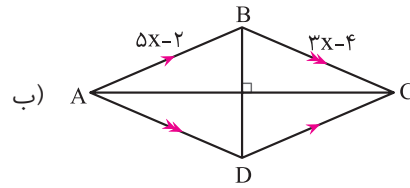
(۳) لوزی

(۴) متوازی‌الاضلاع

۳. در هر شکل اندازه‌های خواسته شده را به دست آورید.

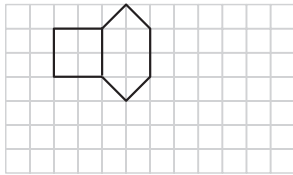


الف) $\widehat{A}_1 =$ $\widehat{A}_2 =$



ب) $\overline{AD} =$

۴. صفحه زیر را با دو نوع کاشی مربعی و شش ضلعی مانند نمونه کاشی کاری کنید.



پاسخ تمرینات



$$5x - 2 = 3x + 4$$

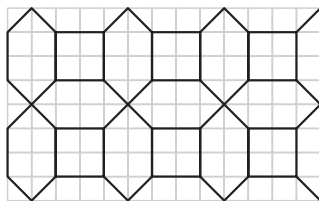
$$5x - 3x = 4 + 2$$

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

$$\overline{AD} = 5x - 2 = 5 \times 3 - 2 = 13$$



ب.

۱

الف. نادرست، مربع یک نوع مستطیل است.
 ب. نادرست، قطرهای لوزی می‌تواند نامساوی هم باشند.
 پ. نادرست، در مربع و لوزی قطرها عمودمنصف یک‌دیگرند.
 ت. نادرست، در مربع و مستطیل که نوعی متوازی‌الاضلاع هستند همه زاویه‌ها قائمه‌اند.

۲

الف. گزینه «۳» ب. گزینه «۱»

۳

$$\widehat{A}_1 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

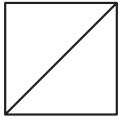
$$\widehat{A}_2 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

الف.

دروس ۴ زاویه‌های داخلی

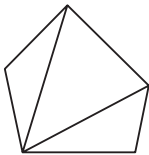
یادآوری: مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث 180° درجه است.

با استفاده از مطلب قبل و کاشی کاری می‌توان مجموع زوایای داخلی یک چندضلعی را به دست آورد.



مجموع زاویه‌های داخلی دو مثلث = مجموع زاویه‌های داخلی چهارضلعی

$$\text{مجموع زاویه‌های داخلی چهارضلعی} = 2 \times 180^\circ = 360^\circ$$



مجموع زاویه‌های داخلی سه مثلث = مجموع زاویه‌های داخلی پنج‌ضلعی

$$\text{مجموع زاویه‌های داخلی پنج‌ضلعی} = 3 \times 180^\circ = 540^\circ$$

$$(n-2) \times 180^\circ$$

۱. مجموع زاویه‌های داخلی n ضلعی از رابطه (روبرو به دست می‌آید):



نکته

$$\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$$

۲. اندازه هر زاویه داخلی n ضلعی منتظم از رابطه (روبرو به دست می‌آید):

مثال

۱. مجموع زاویه‌های داخلی ۷ ضلعی را به دست آورید.

$$\text{مجموع زاویه‌های داخلی } n \text{ ضلعی} = (n-2) \times 180^\circ$$

پاسخ:

$$\text{مجموع زاویه‌های داخلی } 7 \text{ ضلعی} = (7-2) \times 180^\circ = 900^\circ$$

۲. اندازه هر زاویه داخلی ۱۰ ضلعی منتظم را به دست آورید.

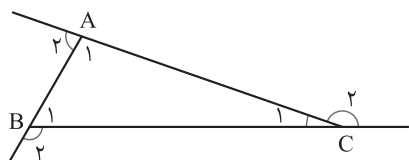
$$\text{اندازه هر زاویه داخلی } n \text{ ضلعی منتظم} = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$$

پاسخ:

$$\text{اندازه هر زاویه داخلی } 10 \text{ ضلعی منتظم} = \frac{(10-2) \times 180^\circ}{10} = 144^\circ$$

دروس ۵ زاویه‌های خارجی

زاویه خارجی: زاویه‌ای که در هر رأس یک چندضلعی محدب، بین یک ضلع و امتداد ضلع دیگر تشکیل می‌شود، زاویه خارجی آن رأس نامیده می‌شود.



\hat{A}_p زاویه خارجی \hat{A}_1 است.

\hat{B}_p زاویه خارجی \hat{B}_1 است.

\hat{C}_p زاویه خارجی \hat{C}_1 است.

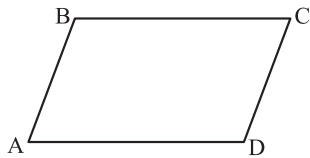


توجه

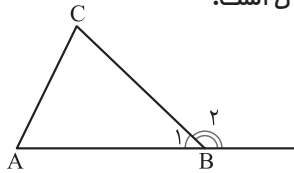


دو زاویه مجاور: در چندضلعی، دو زاویه‌ای را که کنار هم (دو زاویه‌ای که روی یک پاره‌خط) هستند دو زاویه مجاور گویند.

زاویه‌های B و D مجاور زاویه A هستند، اما زاویه C مجاور A نمی‌باشد. (زاویه C زاویه غیرمجاور A است.)



۱. در هر مثلث، اندازه هر زاویه خارجی برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور آن است.



$$\hat{B}_3 = \hat{A} + \hat{C}$$

۲. مجموع زاویه‌های خارجی هر n ضلعی برابر 360° درجه است.

مثال

۱. در مثلثی $\hat{A} = 40^\circ$ و $\hat{B} = 75^\circ$ است. اندازه زاویه خارجی C را به دست آورید.

پاسخ: در هر مثلث اندازه زاویه خارجی برابر مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاورش می‌باشد. پس:

$$\hat{C}_{\text{خارجی}} = 75^\circ + 40^\circ = 115^\circ$$

۲. مجموع زاویه‌های خارجی یک چندضلعی چند درجه است؟

پاسخ: مجموع زاویه‌های خارجی یک چندضلعی همیشه برابر 360° می‌باشد.

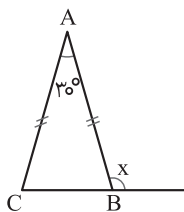
تمرینات



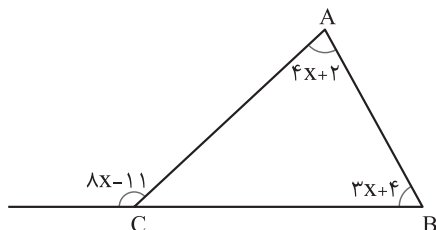
۱. اندازه هر زاویه داخلی ۱۲ ضلعی منتظم چند درجه است؟

۲. مجموع زاویه‌های داخلی یک چندضلعی 2340° است. تعداد اضلاع آن را به دست آورید.

۳. مثلث ABC متساوی‌الساقین است. مقدار x را به دست آورید.



۴. در مثلث ABC زاویه B چند درجه است؟



پاسخ تمرینات



۱

اندازه هر زاویه داخلی n ضلعی $= \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$

اندازه هر زاویه داخلی ۱۲ ضلعی $= \frac{(12-2) \times 180^\circ}{12} = 150^\circ$

۲

$(n-2) \times 180^\circ = 2340^\circ$

$180^\circ n - 360^\circ = 2340^\circ$

$180^\circ n = 2340^\circ + 360^\circ$

$180^\circ n = 1980^\circ$

$n = \frac{1980^\circ}{180^\circ}$

$n = 11$

۳

$\hat{A} = 30^\circ \Rightarrow \hat{C} = \hat{B} = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$

$\hat{x} = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$

۴

$\hat{A} + \hat{B} = \hat{C}$ خارجی

$4x + 2 + 3x + 4 = 8x - 11$

$7x + 6 = 8x - 11$

$6 + 11 = 8x - 7x$

$17 = x$

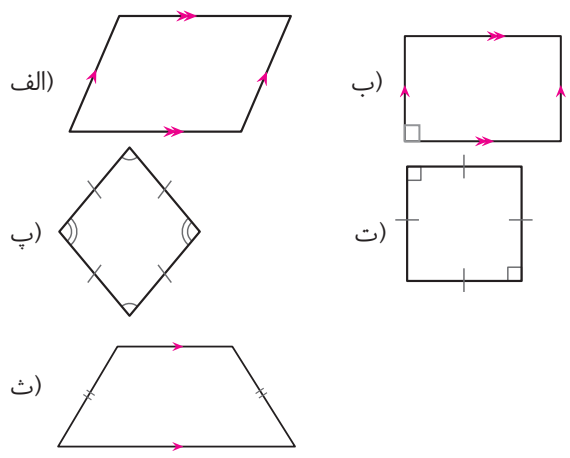
$\hat{B} = 3 \times 17 + 4 = 55^\circ$

تمرینات مروری



۱. هر شکل به کدام جمله یا جمله‌ها مربوط می‌شود؟

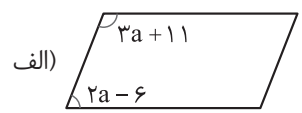
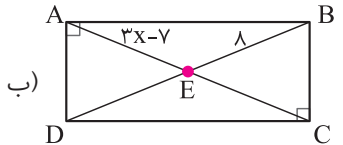
- (۱) قطرهای یک‌دیگر را نصف می‌کنند.
- (۲) قطرهای عمود منصف یک‌دیگرند.
- (۳) قطرهای نیمساز زاویه‌های روبه‌رو هستند.
- (۴) اضلاع با هم مساوی‌اند.
- (۵) زاویه‌های آن قائمه‌اند.
- (۶) فقط دو ضلع آن با هم موازی‌اند.



۲. مجموع زاویه‌های خارجی یک ۵ ضلعی را محاسبه کنید.

۳. اگر بخواهیم یک سطحی را کاشی‌کاری کنیم در نقاط تلاقی مجموع زاویه‌های کاشی‌ها باید چند درجه شود؟

۴. مقدارهای مجهول را به دست آورید.



۵. بندبازی طناب‌های خود را در فضای یک ورزشگاه به صورت یک ۴ ضلعی بسته است. اگر او یک دور کامل روی بند

راه برود چند درجه در فضا چرخیده است؟



$$\hat{A}_2 + \hat{B}_2 + \hat{C}_2 + \hat{D}_2 + \hat{E}_2 = (5 \times 180^\circ) - (3 \times 180^\circ)$$

$$\hat{A}_2 + \hat{B}_2 + \hat{C}_2 + \hat{D}_2 + \hat{E}_2 = 2 \times 180^\circ = 360^\circ$$

باید مجموع زاویه‌های رأس‌ها در هر نقطه برابر 360° شود.

ب. $3x - 7 = 8$

$$3x - 7 = 8$$

$$3x - 7 = 8$$

$$3x = 15$$

$$x = \frac{15}{3}$$

$$x = 5$$

الف. $3a + 11 + 2a - 6 = 180^\circ$

$$5a + 5 = 180^\circ$$

$$5a = 180^\circ - 5$$

$$5a = 175^\circ$$

$$a = \frac{175^\circ}{5}$$

$$a = 25^\circ$$

به اندازهٔ مجموع زاویه‌های خارجی چهارضلعی چرخیده است. پس برابر 360° می‌شود.

۱

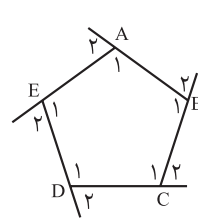
الف. ۱

ب. ۱-۵

پ. ۱-۲-۳-۴ ت. ۱-۲-۳-۴-۵ ث. ۶

۲

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ$$



$$\hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 180^\circ$$

$$\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180^\circ$$

$$\hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 180^\circ$$

$$\hat{E}_1 + \hat{E}_2 = 180^\circ$$

رابطه‌های بالا را با هم جمع می‌کنیم پس داریم:

$$(\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 + \hat{D}_1 + \hat{E}_1) + \hat{A}_2 + \hat{B}_2 + \hat{C}_2 + \hat{D}_2 + \hat{E}_2 = 5 \times 180^\circ$$

می‌دانیم که مجموع زاویه‌های داخلی هر ۵ ضلعی برابر $540^\circ = 3 \times 180^\circ$ است. پس داریم:

$$\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 + \hat{D}_1 + \hat{E}_1 = 3 \times 180^\circ$$


$$\Rightarrow (3 \times 180^\circ) + \hat{A}_2 + \hat{B}_2 + \hat{C}_2 + \hat{D}_2 + \hat{E}_2 = 5 \times 180^\circ$$

تمرین‌های دوره‌ای شکل سوم

۱. جمله‌های درست را با \checkmark و جمله‌های نادرست را با \times مشخص کنید.

الف. به هر خط شکسته که ضلع‌ها همدیگر را قطع نکنند، چندضلعی گفته می‌شود.

ب. با داشتن یک زاویهٔ باز می‌توان مثلثی قائم‌الزاویه رسم کرد.

پ. نقطهٔ O مرکز تقارن  است.

ت. مستطیل دو محور تقارن دارد.

۲. جاهای خالی را پر کنید.

الف. خط d_1 بر خط d_2 عمود است را به صورت می‌نویسیم.

ب. در هر لوزی قطرهای یک‌دیگرند.

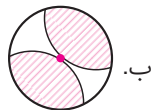
پ. مجموع زاویه‌های داخلی یک هفت‌ضلعی درجه است.

ت. به چندضلعی که همهٔ زاویه‌های آن کوچک‌تر از 180° درجه باشد، می‌گویند.

۳. هر زاویه خارجی مثلث برابر است با مجموع

- (۱) یک زاویه خارجی و یک زاویه داخلی
 (۲) دو زاویه داخلی دیگر
 (۳) دو زاویه خارجی دیگر
 (۴) دو زاویه داخلی و یک زاویه خارجی دیگر

۴. تعداد خط‌های تقارن هر یک از شکل‌های زیر را بنویسید.



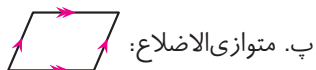
ب.



الف. مثلث متساوی‌الاضلاع:

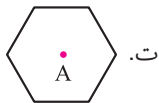


ت.

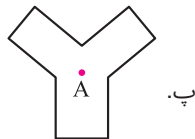


پ. متوازی‌الاضلاع:

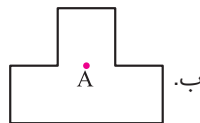
۵. در کدام شکل نقطه O مرکز تقارن است؟



ت.



پ.



ب.

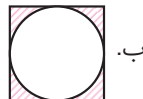


الف.

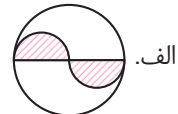
۶. هر یک از شکل‌های زیر را چند درجه دوران دهیم تا شکل بر خودش منطبق شود؟



پ.

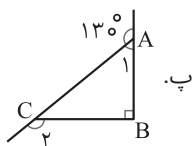


ب.

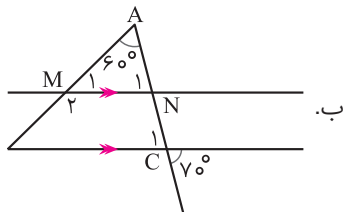


الف.

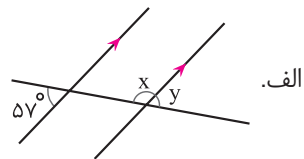
۷. در هر شکل اندازه زاویه‌های خواسته شده را بنویسید.



پ.



ب.



الف.

$$\hat{A}_1 = \dots\dots$$

$$\hat{C}_\gamma = \dots\dots$$

$$\hat{C}_1 = \dots\dots$$

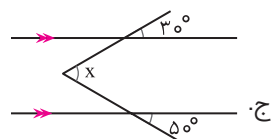
$$\hat{N}_1 = \dots\dots$$

$$\hat{M}_1 = \dots\dots$$

$$\hat{M}_\gamma = \dots\dots$$

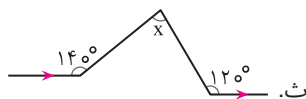
$$\hat{x} = \dots\dots$$

$$\hat{y} = \dots\dots$$



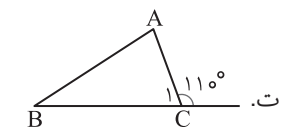
ج.

$$\hat{x} = \dots\dots$$



ث.

$$\hat{x} = \dots\dots$$



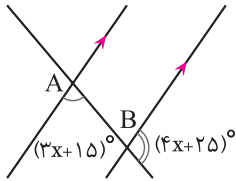
ت.

$$\hat{C}_1 = \dots\dots$$

$$\hat{A} + \hat{B} = \dots\dots$$



۸. در شکل مقابل با تشکیل معادله، اندازه زاویه‌ها را پیدا کنید.



۹. با توجه به خاصیت‌هایی که می‌خوانید، بگویید این شکل چیست.

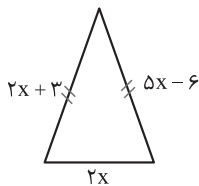
الف. چهار ضلع و چهار زاویه دارد.

ب. ضلع‌های روبه‌روی آن مساوی و موازی‌اند.

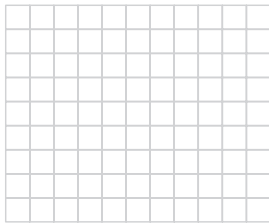
پ. یکی از زاویه‌های آن ۹۰ درجه است.

ت. قطرهای آن با هم مساوی و عمودمنصف یک‌دیگرند.

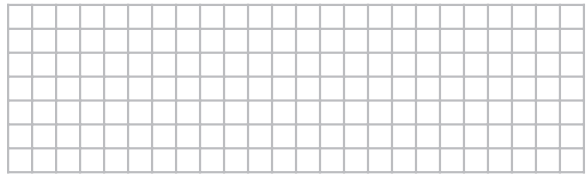
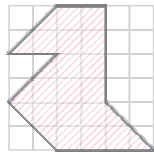
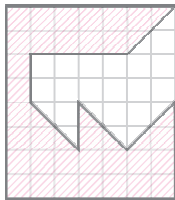
۱۰. در شکل مقابل با تشکیل معادله، اندازه ضلع‌ها را پیدا کنید.



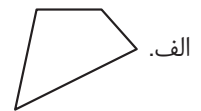
۱۱. در صفحه شطرنجی مقابل یک لوزی رسم کنید که قطرهای مساوی داشته باشد.



۱۲. با کاشی‌های داده شده سطح زیر را کاشی‌کاری کنید. (سپس رنگ‌آمیزی نمایید).



۱۳. کدام یک از شکل‌های زیر محدّب و کدام یک مقعر است؟



۱۴. الف. مجموع زاویه‌های داخلی یک ۱۵ ضلعی را حساب کنید.

ب. مجموع زاویه‌های خارجی یک ۱۶ ضلعی چند درجه است؟

پاسخ تمرینات دوره‌ای فصل سوم



$$\widehat{M}_1 = 180^\circ - (130^\circ + 70^\circ) = 50^\circ$$

$$\widehat{M}_2 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

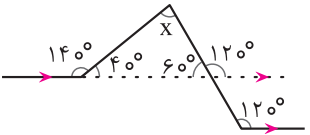
$$\widehat{A}_1 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

$$\widehat{C}_2 = 50^\circ + 90^\circ = 140^\circ \text{ (زاویه خارجی)}$$

$$\widehat{C}_1 = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

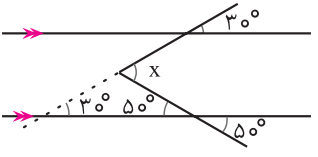
مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور $\widehat{A} + \widehat{B} = 110^\circ$

$$\widehat{X} = 180^\circ - (40^\circ + 60^\circ) = 80^\circ$$



$$\widehat{X} = 30^\circ + 50^\circ = 80^\circ$$

زاویه خارجی مثلث است پس با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور برابر است.



پ.

ت.

ث.

ج.

۸

مجموع دو زاویه 180° می‌باشد چون یکی تند و دیگری باز است. معادله را حل می‌کنیم:

$$3X + 15^\circ + 4X + 25^\circ = 180^\circ$$

$$7X + 40^\circ = 180^\circ$$

$$7X = 180^\circ - 40^\circ$$

$$7X = 140^\circ$$

$$X = \frac{140^\circ}{7} = 20^\circ$$

$$\text{زاویه تند: } 3X + 15^\circ = 3(20^\circ) + 15^\circ = 75^\circ$$

$$\text{زاویه باز: } 4X + 25^\circ = 4(20^\circ) + 25^\circ = 105^\circ$$

۱

الف. نادرست ب. نادرست

پ. نادرست ت. درست

۲

الف. $d_1 \perp d_2$

ب. عمودمنصف

$$P. (7-2) \times 180^\circ = 5 \times 180^\circ = 900^\circ$$

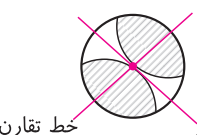
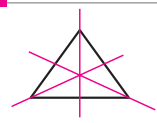
ت. محدب

۳

گزینه ۲

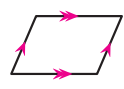
۴

الف. ۳ تا

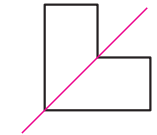


خط تقارن خط تقارن

ب. ۲ تا



پ. خط تقارن ندارد.



ت. یکی

خط تقارن

۵

شکل «الف» و «ت»

۶

الف. 180° ب. 90° پ. 120°

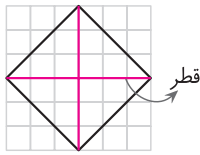
۷

$$\widehat{X} = 180^\circ - 57^\circ = 123^\circ \quad \widehat{Y} = 57^\circ \quad \text{الف.}$$

$$\widehat{C}_1 = 70^\circ \text{ متقابل به رأس} \quad \widehat{N}_1 = 70^\circ \quad \text{ب.}$$

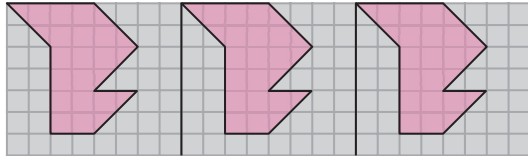


۱۱



ابتدا قطر‌ها را رسم می‌کنیم سپس نقاط به دست آمده را به هم وصل می‌کنیم.

۱۲



۱۳

الف. محدب ب. مقعر پ. مقعر

۱۴

الف. $2340^\circ = (15 - 2) \times 180^\circ =$ مجموع زاویه‌های داخلی ۱۵ ضلعی

ب. مجموع زاویه‌های خارجی یک n ضلعی همیشه برابر 360° است پس:

$360^\circ =$ مجموع زاویه‌های خارجی ۱۶ ضلعی

۹

با توجه به قسمت (الف) یکی از چهارضلعی‌ها می‌باشد.
با توجه به قسمت (ب) مربع یا لوزی می‌باشد.
با توجه به قسمت (پ) و (ت) مربع جواب است.
نام شکل: مربع

۱۰

با توجه به شکل مثلث متساوی‌الساقین است پس:

$$2x + 3 = 5x - 6$$

$$2x - 5x = -6 - 3$$

$$-3x = -9$$

$$x = \frac{-9}{-3}$$

$$x = 3$$

$$\text{اندازهٔ ساق‌ها} : \begin{cases} 2x + 3 = \overbrace{2(3)}^6 + 3 = 6 + 3 = 9 \\ \text{یا} \\ 5x - 6 = 5(3) - 6 = 15 - 6 = 9 \end{cases}$$

$$\text{اندازهٔ قاعده} : 2x = 2(3) = 6$$