

# فصل ۱

## جمع سریع و امتحان آن



در سال‌های اول تحصیلی با اولین عمل ریاضی یعنی جمع آشنا می‌شویم. بسیاری از کودکان در شمردن با استفاده از انگشت‌های دست این کار را انجام می‌دهند هر چند که امروزه در بسیاری از مدارس ما مفهوم جمع کردن با استفاده از وسایل کمک آموزشی صورت می‌گیرد.

در این قسمت می‌خواهیم با آموزش چند تکنیک ساده در به‌دست آوردن جواب صحیح عمل جمع سرعت بیشتری پیدا کنیم. در این روش جدید با دو عامل سرعت و دقت سرو کار داریم. بنابراین سعی می‌کنیم که کار را از مراحل ساده‌تر شروع کنیم. توجه داشته باشید که فرض ما در ارایه‌ی این مطالب آن است که شما با مفاهیم اولیه‌ی جمع کردن آشنا هستید.

### جمع اعداد یک رقمی:

عموم مردم در شمارش‌های اولیه در ابتدا از انگشتان دست کمک می‌گرفتند. مثلاً برای شمردن  $۹+۷$  با کمک انگشت‌های دست اعداد ترتیبی را به این صورت می‌گفتند:  $۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، \dots، ۱۶$ .

اما یک روش سرراست‌تری نیز وجود دارد که با

آن می‌توانید خیلی سریع‌تر جواب جمع را بیابید.

برای این کار کافی است با اعدادی که مجموع

آن‌ها به عدد  $۱۰$  ختم می‌شوند آشنا باشید. در

جدول روبه‌رو این اعداد را آورده‌ایم.

$۱+۹$	$۳+۷$	$۶+۴$	$۸+۲$
$۲+۸$	$۴+۶$	$۷+۳$	$۹+۱$

با دانستن این جمع‌ها می‌توانیم به شکل زیر عمل کنیم:

در جمع دو عدد یک رقمی ابتدا اولین عدد را با عددی که جمع آن به  $۱۰$  ختم می‌شود در نظر می‌گیریم.

در صورتی که عدد دوم داده شده بزرگ‌تر بود دنباله‌ی آن را به جواب اضافه می‌کنیم.



به‌عنوان مثال فرض کنید جمع دو عدد  $۹+۷$  از شما خواسته می‌شود. در ذهن خودتان به این صورت عمل کنید.

$$۹+۷ = (۹+۱)+۶ = ۱۰+۶ = ۱۶$$

همان‌گونه که مشاهده می‌کنید عدد دوم یعنی ۷ را به اعداد  $۱+۶$  شکسته‌ایم که در این حالت عدد ۹ را با ۱ جمع کرده‌ایم و سریعاً می‌گوییم ۱۰. آن‌گاه این جواب را با ۶ جمع می‌زنیم و بلند می‌گوییم ۱۶. شاید برای اولین بار این کار قدری مشکل به‌نظر برسد ولی پس از انجام تعدادی تمرین خیلی سریع می‌توانید این کار را انجام دهید. اکنون سعی کنید با روش گفته شده تمرین‌های زیر را انجام دهید.



تمرین ۱) حاصل جمع‌های زیر را بگویید.

۱) $۳+۸$	۲) $۶+۷$	۱) ۱۱	۲) ۱۳
۳) $۵+۹$	۴) $۱+۹$	۳) ۱۴	۴) ۱۰
۵) $۹+۷$	۶) $۴+۵$	۵) ۱۶	۶) ۹
۷) $۳+۹$	۸) $۷+۸$	۷) ۱۲	۸) ۱۵
۹) $۲+۹$	۱۰) $۸+۹$	۹) ۱۱	۱۰) ۱۷
۱۱) $۶+۴$	۱۲) $۵+۶$	۱۱) ۱۰	۱۲) ۱۱



اکنون که انجام این تمرین برای شما ساده گردید سعی می‌کنیم جمع اعداد یک رقمی با دو رقمی را به شما آموزش دهیم. برای انجام این تمرین کافی است جمع عدد دو رقمی را با عدد یک رقمی که جواب آن‌ها به مضربی از ۱۰ ختم می‌شود بیابید. سپس دنباله‌ی عدد دوم را به این حاصل اضافه کنید. مثلاً فرض کنید از شما خواسته می‌شود که جواب جمع  $۵۷+۸$  را پیدا کنید. در این صورت به شکل زیر عمل کنید:

$$۵۷+۸ = (۵۷+۳)+۵ = ۶۰+۵ = ۶۵$$

عملیات آورده شده، همگی در ذهن صورت می‌گیرند. اگر در روش جمع دو عدد یک رقمی مهارت پیدا کرده باشید به راحتی می‌توانید بگویید که یکان ۵۷ یعنی ۷ با ۳ می‌شود ۱۰. بنابراین عدد دوم این جمع اصلی یعنی ۸ باید به اعداد  $۵+۳$  شکسته شود تا جمع دو رقم  $۵۷+۳$  به عدد ۶۰ که مضربی از ۱۰ می‌باشد منتهی شود. سپس عدد ۵ را به این مجموع می‌افزاییم و در نهایت به جواب ۶۵ می‌رسیم. اکنون تمرین‌های زیر را با روش گفته شده انجام دهید.



تمرین ۲) حاصل جمع‌های زیر را بیابید.

۱) $۶۸+۷$	۲) $۹۳+۸$	۱) ۷۵	۲) ۱۰۱
۳) $۵۹+۶$	۴) $۴۳+۶$	۳) ۶۵	۴) ۴۹
۵) $۳۵+۶$	۶) $۲۷+۴$	۵) ۴۱	۶) ۳۱
۷) $۱۷+۹$	۸) $۷۶+۵$	۷) ۲۶	۸) ۸۱





پس از انجام تمرین قبل به جمع اعداد دو رقمی با دو رقمی می‌رسیم. در این گونه از جمع‌ها، همواره عادت کرده‌ایم که اعداد را زیر یکدیگر بنویسیم و کار را با جمع کردن از ستون یکان‌ها آغاز کنیم. حال آن که می‌توانیم کار را از سمت چپ شروع کنیم که البته کار ساده‌تری است. شاید در نظر اول این کار کمی پیچیده به نظر برسد ولی من مطمئنم که با اندکی تمرین به راحتی از عهده‌ی آن بر می‌آیید. حال کمی به روش انجام شده دقت کنید تا با چگونگی آن آشنا گردید.

فرض کنید می‌خواهید جواب  $۶۸ + ۵۹$  را پیدا کنید. روش انجام کار به صورت زیر است:

$$۶۸ + ۵۹ = (۶۸ + ۵۰) + ۹ = ۱۱۸ + ۹ = ۱۲۷$$

همان گونه که در مثال نیز مشاهده می‌شود عدد دوم یعنی ۵۹ را به دو عدد ۵۰ و ۹ شکستیم. ابتدا ۶۸ را با ۵۰ جمع می‌کنیم. این عملیات در ذهن صورت می‌گیرد. در این جمع از سمت چپ ۵ را با ۶ جمع می‌کنیم که می‌شود ۱۱. سپس یکان عدد ۶۸ یعنی ۸ را در کنار جواب به دست آمده قرار می‌دهیم که می‌شود ۱۱۸. سپس این جواب را با رقم ۹ مانده از ۵۹ جمع می‌کنیم. در جمع اعداد دو رقمی با یک رقمی این کار را انجام داده‌ایم. در این مثال عدد ۱۱۸ یک عدد سه رقمی است که می‌توان آن را به صورت دو عدد ۱۱ و ۸ در نظر گرفت. عدد ۱۱ را به عنوان رقم دهگان یک عدد دو رقمی فرض کرده‌ایم و رقم ۸ را به عنوان رقم یکان. اکنون حاصل جمع ۱۱۸ با ۹ می‌شود:

$$۱۱۸ + ۹ = (۱۱۸ + ۲) + ۷ = ۱۲۰ + ۷ = ۱۲۷$$

بنابراین مجموع جواب می‌شود ۱۲۷.

شما به این نکته باید توجه داشته باشید که تمامی مراحل بالا در یک یا دو ثانیه بیش‌تر صورت نمی‌گیرد که با اندکی تمرین، انجام مراحل بالا سریعاً صورت خواهد گرفت. (کار نیکو کردن از پُر کردن است). حال با کمی حوصله و دقت و تمرکز کردن بر روی روش انجام کار، تمرین‌های زیر را انجام دهید تا همزمان دقت و سرعت شما افزایش یابد.



### تمرین ۳) حاصل جمع اعداد دو رقمی زیر را پیدا کنید.

۱) $۸۷ + ۶۵$	۲) $۹۳ + ۷۶$	۱) ۱۵۲	۲) ۱۶۹
۳) $۵۹ + ۸۸$	۴) $۶۷ + ۳۴$	۳) ۱۴۷	۴) ۱۰۱
۵) $۲۴ + ۵۹$	۶) $۶۳ + ۵۴$	۵) ۸۳	۶) ۱۱۷
۷) $۲۹ + ۱۹$	۸) $۳۷ + ۲۸$	۷) ۴۸	۸) ۶۵
۹) $۷۷ + ۳۳$	۱۰) $۲۸ + ۱۹$	۹) ۱۱۰	۱۰) ۴۷
۱۱) $۹۱ + ۸۲$	۱۲) $۵۳ + ۵۲$	۱۱) ۱۷۳	۱۲) ۱۰۵



اگر جمع کردن اعداد چند رقمی در ردیف‌هایی طولانی‌تر صورت گیرد این کار با روش ساده‌تری که به «روش تراختنبرگ» مشهور است صورت می‌گیرد. در این روش شما هیچ‌گاه با اعداد بزرگ سر و کار پیدا



نخواهید کرد و مشکلی که ذهن در جمع کردن ارقام بزرگ پیدا می‌کند و دچار اشتباه می‌گردد برطرف می‌شود. هم‌چنین شما می‌توانید محلّ اشتباه را در صورت وجود پیدا کنید. در ضمن در همه‌ی این‌ها مشکلی که در روش انجام جمع سنتی وجود دارد برطرف می‌گردد و آن این است که در روش قدیمی ما مجبور هستیم که جواب‌ها را از ستون یکان، سپس دهگان و الی آخر به‌دست آوریم و حال آن‌که در این روش در به‌دست آوردن جواب می‌توانیم از چپ به راست عملیات را انجام دهیم. بنابراین محدودیتی در انجام عمل نخواهیم داشت. حال به انجام یک مسأله می‌پردازیم تا بیش‌تر با این روش آشنا گردیم. فرض کنید از ما خواسته شده که جمع زیر را انجام دهیم.

۴	۹	۸	۷	۶
۷	۹	۰	۰	۳
۸	۳	۵	۴	۹
۱	۲	۱	۲	۸
۵	۳	۷	۰	۷
۴	۹	۹	۱	۵
۱	۱	۴	۹	۶
۳	۹	۵	۹	۶
۷	۲	۳	۵	۳
+	۲	۷	۸	۴

← مجموع فرعی

← نشانه‌ها

← جواب جمع

همان‌گونه که در مثال نیز می‌بینید در ابتدای کار ما از دو ردیف استفاده می‌کنیم، یکی مجموع فرعی و دیگری نشانه‌ها. اکنون به توضیح کامل این دو سطر می‌پردازیم.

۱. **مجموع فرعی:** این سطر از اعداد از جمع کردن ارقام یک ستون از اعداد به‌دست می‌آید با ذکر این نکته که اگر در هر بار جمع کردن چنان‌چه به عدد ۱۱ رسیدیم و یا مجموع دو عدد از ۱۱ بالاتر رفت باید ۱۱ تا از آن کم کنیم و عدد به‌دست آمده را با رقم بعدی جمع کنیم و این کار را تا آخرین رقم آن ستون ادامه دهیم. در ضمن توجه داشته باشیم در کنار همه‌ی اعدادی که مجموع آن‌ها ۱۱ یا بیش از ۱۱ شده است یک علامت بگذاریم. رقم نهایی به‌دست آمده مجموع فرعی آن ستون نامیده می‌شود.

۲. **نشانه‌ها:** این سطر نیز از شمارش تعداد نشانه‌هایی که در کنار اعداد ستونی که مجموع آن‌ها ۱۱ یا بیش از ۱۱ شده است به‌دست می‌آید. با شمارش این علامت‌ها، تعداد آن‌ها را در پایین همان ستون می‌نویسیم. عددی که به این ترتیب به‌دست می‌آید تعداد نشانه‌های آن ستون می‌باشد.

اکنون برای این که بهتر این مراحل را متوجه شوید مثال آورده شده را با کمک هم حل می‌کنیم. در ابتدا به سراغ ستون اول (یکان‌ها) می‌رویم، هر چند این کار را می‌توانستیم از ستون آخر نیز انجام دهیم. ۶ به‌علاوه ۳ می‌شود ۹.



$$\begin{array}{r}
 ۶ \\
 ۳ \\
 .۹ \Rightarrow (۱۸-۱۱=۷) \\
 .۸ \Rightarrow (۱۵-۱۱=۴) \\
 .۷ \Rightarrow (۱۱-۱۱=۰) \\
 ۵ \\
 .۶ \Rightarrow (۱۱-۱۱=۰) \\
 ۶ \\
 ۳ \\
 + .۷ \Rightarrow (۱۶-۱۱=۵) \\
 \hline
 ۵ \quad \leftarrow \text{مجموع فرعی} \\
 ۵ \quad \leftarrow \text{نشانه‌ها}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 ۴ \quad ۹ \quad ۸ \quad ۷ \quad ۶ \\
 ۷ \quad ۹ \quad ۰ \quad ۰ \quad ۳ \\
 ۸ \quad ۳ \quad ۵ \quad ۴ \quad ۹ \\
 ۱ \quad ۲ \quad ۱ \quad ۲ \quad ۸ \\
 ۵ \quad ۳ \quad ۷ \quad ۰ \quad ۷ \\
 ۴ \quad ۹ \quad ۹ \quad ۱ \quad ۵ \\
 ۱ \quad ۱ \quad ۴ \quad ۹ \quad ۶ \\
 ۳ \quad ۹ \quad ۵ \quad ۹ \quad ۶ \\
 ۷ \quad ۲ \quad ۳ \quad ۵ \quad ۳ \\
 + \quad ۲ \quad ۷ \quad ۸ \quad ۴ \quad ۷ \\
 \hline
 ۰ \quad ۹ \quad ۱۰ \quad ۶ \quad ۸ \quad ۵ \quad \leftarrow \text{مجموع فرعی} \\
 ۰ \quad ۳ \quad ۴ \quad ۴ \quad ۳ \quad ۵ \quad \leftarrow \text{نشانه‌ها}
 \end{array}$$

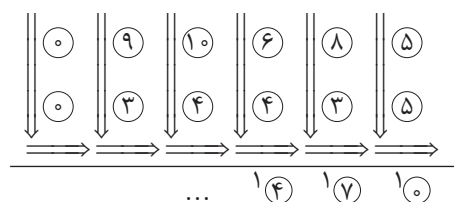
۹ به علاوه ۹ می‌شود ۱۸. هجده چون بزرگ‌تر از ۱۱ می‌باشد ۱۱ تا کم می‌کنیم می‌شود ۷. (می‌توانیم به یکان عدد ۱۸ یعنی ۸ نگاه کنیم و از آن یکی کم کنیم می‌شود ۷) در کنار عدد ۹ یک علامت می‌گذاریم. زیرا مجموع در این ردیف بیش از ۱۱ شده است. اکنون ۷ را با عدد بعدی یعنی ۸ جمع می‌کنیم می‌شود ۱۵. ۱۵ منهای یازده می‌شود ۴. (یک علامت می‌گذاریم) این کار را تا آخر به صورت مقابل انجام می‌دهیم.

همان‌گونه که در مثال بالا می‌بینید مجموع کل اعداد ستون ۵ شده است و تعداد علامت‌هایی که در کنار اعداد در ستون یکان قرار گرفته (تعداد نقطه‌ها) ۵ تا بوده است که در قسمت نشانه‌ها عدد ۵ را می‌نویسیم. این عمل را به همین ترتیب گفته شده برای سایر ستون‌ها (دهگان‌ها، صدگان‌ها و ...) انجام می‌دهیم. در قسمت آخر نیز که ستونی وجود ندارد به جای مجموع فرعی و نشانه‌ها صفر قرار می‌دهیم. نتیجه‌ی نهایی به شکل روبه‌رو به دست می‌آید.

اکنون قسمت مجموع و نشانه‌ها را مانند حرف «L» زبان انگلیسی جمع می‌کنیم. توجه داشته باشید که از این پس وقتی به جواب دو رقمی رسیدیم قسمت یکان عدد را می‌نویسیم و دهگان را پشت و بالای عدد قرار می‌دهیم. مثلاً عدد ۱۵ را به صورت  $15^1$  یا  $5^1$  (نقطه نمایش عدد یک می‌باشد) نشان می‌دهیم. سایر اعداد به صورت زیر نوشته می‌شوند.

$$\begin{array}{ccc}
 \xrightarrow{\text{به صورت}} & \xrightarrow{\text{به صورت}} & \xrightarrow{\text{به صورت}} \\
 ۳۷ & ۶۹ & ۵۸ \\
 \Rightarrow & \Rightarrow & \Rightarrow \\
 ۳۷ & ۶۹ & ۵۸
 \end{array}$$

سپس به جمع دو ردیف فرعی و نشانه‌ها به صورت زیر می‌پردازیم.



همان‌گونه که در مثال نیز می‌بینید در جمع کردن به شکل حرف «L» دو عدد بالا و پایین را با عدد روبه‌روی ردیف پایینی جمع می‌کنیم. در ضمن این کار به جواب به دست آمده اگر رقمی مانده از مرحله‌ی قبل باشد با آن جمع می‌کنیم.



مثلاً در مثال بالا اعداد ۱۰، ۷ و ۴ جواب به صورت زیر به دست آمده‌اند. ۵ به علاوه ۵ می‌شود ۱۰.  
 ۸ به علاوه ۳ به علاوه ۵ می‌شود ۱۶. (به علاوه یک مانده از ۱۰ می‌شود ۱۷)  
 ۶ به علاوه ۴ به علاوه ۳ می‌شود ۱۳. (۱۳ به علاوه یک مانده از ۱۷ می‌شود ۱۴) که آن را به صورت ۱۴ یا ۴ می‌نویسیم.  
 در پایان نتیجه‌ی نهایی را فقط به صورت رقم بزرگ نوشته شده می‌خوانیم و از اعدادی که در بالای آن‌ها نوشته شده صرف‌نظر می‌کنیم. بنابراین مجموع نهایی عدد ۴۷۹۴۷۰ می‌باشد.  
 اکنون تمرین‌های صفحات بعدی را انجام دهید تا با این شیوه از جمع کردن آشنا گردید.

$$\begin{array}{r} \textcircled{0} \textcircled{9} \textcircled{10} \textcircled{6} \textcircled{8} \textcircled{5} \\ + \textcircled{0} \textcircled{3} \textcircled{4} \textcircled{4} \textcircled{3} \textcircled{5} \\ \hline \textcircled{4} \textcircled{7} \textcircled{9} \textcircled{4} \textcircled{7} \textcircled{0} \end{array}$$



تمرین ۴) حاصل جمع‌های زیر را به روش تراختبرگ پیدا کنید.

۱)

	۷	۴	۲	۴	۹	۲
	۴	۲	۱	۵	۶	۵
	۵	۹	۵	۹	۴	۰
	۲	۹	۲	۲	۱	۲
	۶	۹	۹	۰	۱	۴
	۲	۶	۲	۳	۴	۷
	۳	۳	۸	۸	۹	۶
	۳	۲	۹	۱	۱	۸
	۸	۱	۳	۵	۴	۳
+	۵	۹	۶	۸	۸	۲
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
+	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

۲)

	۸	۶	۷	۳	۳	۲
	۲	۷	۶	۶	۰	۷
	۸	۶	۴	۴	۰	۷
	۷	۳	۸	۶	۵	۴
	۷	۴	۰	۳	۰	۳
	۴	۸	۶	۰	۱	۴
	۳	۴	۷	۲	۲	۰
	۴	۴	۹	۱	۱	۲
	۳	۰	۴	۶	۰	۱
+	۶	۹	۵	۸	۶	۹
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
+	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>



۱) ۵۰۹۲۰۰۹

۲) ۵۷۷۰۱۱۹



اکنون که با روش جمع کردن به شیوهی «تراختنبرگ» آشنا شدید می‌توانید با کمی خلاقیت از نوشتن ردیف‌های مجموع فرعی و نشانه‌ها خودداری کرده و سریع‌تر از قسمت پیش به جواب نهایی دسترسی یابید. برای این کار کافی است پس از قرار دادن نقاط در ستون‌هایی که در آن‌ها مجموع ۱۱ یا بیش از ۱۱ می‌گردد مجموع فرعی را با شمردن تعداد نقاط همان ستون و نقاط ستون یک ردیف جلوتر از آن جمع کرد و جواب نهایی را یک‌جا نوشت. به مثال زیر و شیوهی حل آن دقت کنید.

$$\begin{array}{r}
 4 \quad 5 \quad 7 \\
 8 \quad 9 \quad 9 \quad \checkmark \\
 5 \quad 3 \quad 2 \\
 6 \quad 8 \quad 6 \quad \checkmark \\
 5 \quad 0 \quad 2 \\
 4 \quad 3 \quad 7 \quad \checkmark \\
 8 \quad 9 \quad 2 \\
 \hline
 7 \quad 9 \quad 3 \\
 \hline
 8
 \end{array}$$

۷ به علاوه ۹ می‌شود ۱۶. منهای ۱۱ می‌شود ۵.

۵ به علاوه ۲ می‌شود ۷.

۷ به علاوه ۶ می‌شود ۱۳. منهای ۱۱ می‌شود ۲.

۲ به علاوه ۲ می‌شود ۴.

۴ به علاوه ۷ می‌شود ۱۱. منهای ۱۱ می‌شود صفر.

صفر به علاوه ۲ می‌شود ۲.

۲ به علاوه ۳ می‌شود ۵.

۵ به علاوه ۳ (تعداد علامت‌های نوشته شده) می‌شود ۸. عدد ۸ را می‌نویسیم.

اکنون همین کار را برای ستون دهگان‌ها انجام می‌دهیم.

$$\begin{array}{r}
 5 \\
 9 \quad \checkmark \\
 3 \\
 8 \quad \checkmark \\
 0 \\
 3 \\
 9 \quad \checkmark \\
 9 \quad \checkmark \\
 \hline
 9
 \end{array}$$

۵ به علاوه ۹ می‌شود ۱۴. منهای ۱۱ می‌شود ۳.

۳ به علاوه ۳ می‌شود ۶.

۶ به علاوه ۸ می‌شود ۱۴. منهای ۱۱ می‌شود ۳.

۳ به علاوه صفر می‌شود ۳.

۳ به علاوه ۳ می‌شود ۶.

۶ به علاوه ۹ می‌شود ۱۵. منهای ۱۱ می‌شود ۴.

۴ به علاوه ۹ می‌شود ۱۳. منهای ۱۱ می‌شود ۲.

۲ به علاوه ۴ (تعداد نقاط همین ستون) می‌شود ۶. اکنون ۶ را با ۳ (تعداد نقاط ستون یکان‌ها) جمع می‌کنیم می‌شود ۹.

$$\begin{array}{r}
 4 \quad 5 \quad 7 \\
 8 \quad 9 \quad 9 \\
 5 \quad 3 \quad 2 \\
 6 \quad 8 \quad 6 \\
 5 \quad 0 \quad 2 \\
 4 \quad 3 \quad 7 \\
 8 \quad 9 \quad 2 \\
 + 7 \quad 9 \quad 3 \\
 \hline
 5 \quad 1 \quad 9 \quad 8
 \end{array}$$

عدد ۹ را در پایین این ستون می‌نویسیم. این کار را برای سایر ستون‌های دیگر

نیز انجام داده و در نهایت جواب روبه‌رو به‌دست می‌آید. توجه داشته باشید که

در آخرین قسمت جواب مجموع فرعی و نشانه‌ها صفر می‌باشد و با نقاط یک

ردیف جلوی آن (۴) جمع می‌شود و در نهایت عدد ۴ با عدد یک مانده از جواب

قسمت قبل یعنی ۱۱ جمع شده و به عدد ۵ می‌رسیم. بنابراین جواب نهایی

این جمع عدد ۵۱۹۸ می‌باشد.

اکنون با توجه به مثال ارائه شده سعی کنید تمرین‌های بعدی را به‌درستی حل

کنید. سپس پاسخ خود را با جواب‌های داده شده مقایسه کنید.



تمرین ۵) جواب جمع‌های زیر را به روش سریع به دست آورید.

۱)

۳	۲	۹	۲	۰
۸	۰	۳	۵	۹
۵	۰	۱	۰	۹
۳	۵	۸	۵	۸
۱	۳	۵	۲	۶
۵	۲	۲	۱	۷
۷	۱	۶	۷	۳
۴	۱	۸	۰	۶
+	۴	۸	۸	۱

۲)

۲	۵	۸	۶	۷	۴
۵	۹	۱	۱	۱	۸
۲	۷	۲	۳	۹	۲
۴	۲	۳	۴	۲	۴
۲	۰	۶	۷	۸	۹
۳	۴	۲	۱	۳	۳
۴	۷	۴	۵	۷	۸
۱	۲	۶	۲	۶	۰
۷	۲	۰	۹	۲	۶
+	۳	۹	۸	۰	۳



۱) ۴۲۷۲۷۹

۲) ۳۸۱۴۲۲۷

### جمع اعداد اعشاری:

در جمع کردن اعداد اعشاری فقط باید به این نکته توجه داشته باشیم که اعشارهای اعداد را زیر یکدیگر بنویسیم. در این طریقه‌ی نوشتن، اعداد به ترتیب، مانند قبل با هم جمع می‌شوند و هیچ تفاوتی در شیوه‌ی قبلی وجود ندارد. فقط زمانی که به محلّ اعشار رسیدیم باید آن را درج کنیم. به مثال زیر توجه کنید.



مثال ۱) جمع اعداد اعشاری زیر را بیابید.

۴۵۷	/	۲
۳۹	/	۵۶
۷	/	۰۸
۹۷	/	۹
۶	/	۵
۷	/	۸
+	۶۸	/ ۹۵
۶۸۴	/	۹۹



**✚ امتحان عمل جمع:**

برای امتحان عمل جمع می‌توانیم از ۲ طرح زیر استفاده کنیم:

(۱) طرح **نه به نه**: در این طرح باقی‌مانده‌ی تقسیم هر عدد را بر ۹ به‌دست می‌آوریم. از آن‌جا که می‌دانیم عددی بر ۹ بخش‌پذیر است که مجموع ارقام آن بر ۹ بخش‌پذیر باشد بنابراین می‌توانیم با جمع ارقام یک عدد چند رقمی و جمع کردن آن تا رسیدن به یک عدد یک رقمی که «میزان» نامیده می‌شود عدد نهایی را به‌دست آوریم. به‌عنوان مثال فرض کنید می‌خواهیم میزان عدد ۸۳۵۱۶۲۹۳ را به‌دست آوریم. در این‌جا به روش مقابل عمل می‌کنیم.

$$۸ + ۳ + ۵ + ۱ + ۶ + ۲ + ۹ + ۳ = ۳۷ \Rightarrow ۳ + ۷ = ۱۰ \Rightarrow ۱ + ۰ = ۱$$

به عدد «یک» به‌دست آمده میزان عدد ۸۳۵۱۶۲۹۳ می‌گویند.

این عدد در واقع باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد ۸۳۵۱۶۲۹۳ بر ۹ را نشان می‌دهد.

گاهی برای سریع‌تر رسیدن به میزان می‌توانیم از ارقامی که مجموع آن‌ها ۹ می‌شود و هم‌چنین خود رقم ۹ صرف‌نظر کنیم. این نکته بدان معناست که در عدد ۸۳۵۱۶۲۹۳ می‌توانستیم از اعداد (۸+۱) و (۹) و (۶+۳) که مجموع آن‌ها ۹ می‌شود، صرف‌نظر کنیم و فقط به جمع (۳+۵+۲) بپردازیم. مجموع این ۳ رقم به عدد ۱۰ منتهی می‌شود که در آن به جمع (۱+۰) می‌پردازیم و در نهایت به عدد یک می‌رسیم. یعنی همان عددی که در مرحله‌ی قبل، از جمع کردن سایر ارقام به‌دست آورده بودیم.



$$\cancel{۸} \cancel{۳} \cancel{۵} \cancel{۱} \cancel{۶} \cancel{۲} \cancel{۹} \cancel{۳} \Rightarrow ۳ + ۵ + ۲ = ۱۰ \Rightarrow ۱ + ۰ = ۱$$

(۲) **طرح یازده‌ها**: در این طرح با باقی‌مانده‌ی تقسیم یک عدد بر ۱۱ کار داریم. برای به‌دست آوردن این عدد کافی است ارقام عدد را از سمت راست به چپ به‌صورت یک در میان جمع بزنیم و حاصل به‌دست آمده را از جمع یک در میان ارقام مانده منها کنیم. در صورتی که عمل منها کردن ممکن نبود به عدد اول یازده تا می‌افزاییم و تفریق را انجام می‌دهیم. به عدد به‌دست آمده به این روش میزان به کمک طرح یازده‌ها گفته می‌شود.

**مثال (۲) به مثال زیر توجه کنید.**



$$۴ \ ۳ \ ۹ \ ۵ \ ۷ \ ۶ \ ۱ \ ۲ \xrightarrow[\text{(طرح یازده‌ها)}]{\text{میزان}} (۲+۶+۵+۳) - (۱+۷+۹+۴) = ۱۶ - ۲۱ = ۱۶ - ۲۱ = ۶$$

**✚ تماعدهای حسابی:**

کلمه‌ی تصاعد به معنای صعود کردن یا بالا رفتن می‌باشد. منظور از یک تصاعد حسابی آن است که اعداد با یک مقدار معین زیاد می‌شوند. برای جمع کردن اعدادی از این قبیل روش‌ها و دستورات مشخصی وجود دارد که معروف‌ترین آن‌ها را کارل فردریک گاوس به‌دست آورد. در این قسمت می‌خواهیم شما را با قوانین

ساده‌ای در روش‌های به‌دست آوردن جواب‌های این گونه از تصاعدها آشنا کنیم. اما قبل از همه‌ی این‌ها با چند نمونه از تصاعدهای حسابی آشنا شوید.  $۲۱, ۲۳, ۲۵, ۲۷, \dots, ۳۹$ : تصاعد حسابی اعداد فرد  $۱, ۲, ۳, \dots, ۵۶$ : تصاعد حسابی از یک تا یک عدد دو رقمی حال چنان‌چه در یک تصاعد حسابی مجموع اعداد در یک فاصله (بازه) خواسته شود شما می‌توانید با قوانین ساده‌ای این مجموع را به‌دست آورید. در این‌جا نمونه‌هایی از مجموع تصاعد که جنبه‌ی آموزشی و سرگرمی دارد بیان می‌گردد.

توجه داشته باشید که برای رسیدن به جواب در این تصاعدها گاهی نیاز به تقسیم کردن، مجذور کردن، تفریق کردن و ... پیدا خواهید کرد. شما می‌توانید در صورت نیاز، ابتدا بخش‌های دیگر این کتاب را مطالعه فرمایید و سپس این قسمت را بخوانید. در هر حالت این بخش نیز یکی از قسمت‌های جذاب محاسبات ذهنی می‌باشد.



### ✚ مجموع اعداد فرد از عدد یک تا یک عدد فرد دو رقمی:

- ۱- یک عدد فرد دو رقمی انتخاب کنید. (در مورد انتخاب عدد فرد هیچ محدودیتی از لحاظ رقم وجود ندارد. این مطلب که عدد باید ۲ رقمی باشد به لحاظ این است که محاسبه با ذهن به‌آسانی صورت گیرد وگرنه چنان‌چه شما مهارت زیادی داشته باشید می‌توانید اعداد بیش از دو رقمی را انتخاب کنید).
- ۲- عدد یک را به این عدد دو رقمی انتخاب شده اضافه کنید.
- ۳- نصف عدد به‌دست آمده را در نظر بگیرید.
- ۴- مجذور آن را به‌دست آورید. جواب این مجذور، مجموع اعداد فرد از یک تا آن عدد دو رقمی را نشان می‌دهد.



مثال ۳

- ۱- فرض کنید عدد انتخابی شما ۷۹ باشد.
- ۲-  $۷۹ + ۱ = ۸۰$  (جمع با عدد یک)
- ۳-  $۸۰ \div ۲ = ۴۰$  (نصف عدد ۸۰)
- ۴-  $۴۰^۲ = ۴۰ \times ۴۰ = ۱۶۰۰$  (مجذور ۴۰)
- ۵- بنابراین مجموع همه‌ی اعداد فرد از یک تا ۷۹ می‌شود ۱۶۰۰. یعنی:  $۱ + ۳ + ۵ + ۷ + \dots + ۷۹ = ۱۶۰۰$

### ✚ مجموع همه‌ی اعداد بین دو عدد انتخابی:

- ۱- دو عدد کم‌تر از ۲۰ را انتخاب کنید. (هیچ محدودیتی برای انتخاب تعداد ارقام عدد وجود ندارد).
- ۲- این دو عدد را با هم جمع کنید.
- ۳- دو عدد را از یک‌دیگر کم کنید و به حاصل به‌دست آمده عدد یک را اضافه کنید.
- ۴- عدد به‌دست آمده از مرحله‌ی (۳) را در نصف عدد به‌دست آمده از مرحله‌ی (۲) ضرب کنید. جواب به‌دست آمده مجموع همه‌ی اعداد بین دو عدد انتخابی شما می‌باشد.



شما می‌توانید نصف عدد به‌دست آمده از مرحله‌ی (۲) را در عدد به‌دست آمده از مرحله‌ی (۳) نیز ضرب کنید.



مثال (۴)

۱- فرض کنید دو عدد انتخابی شما ۴ و ۱۸ باشند.

$$۲-۲ = ۴ + ۱۸ = ۲۲ \text{ (جمع دو عدد)}$$

$$۳-۳ = ۱۴ - ۴ = ۱۰ \text{ و } ۱۴ + ۱ = ۱۵ \text{ (تفاضل دو عدد و سپس جمع کردن با یک)}$$

$$۴-۴ = ۱۶۵ = ۱۱ \times ۱۵ \text{ (نصف عدد ۲۲ یعنی ۱۱ رادر عدد به‌دست آمده از مرحله‌ی (۳) یعنی ۱۵ ضرب کردیم)}$$

برای انجام این ضرب به‌صورت زیر نیز می‌توانیم جواب آن را ذهنی حساب کنیم.

$$۱۱ \times ۱۵ = (۱۰ \times ۱۵) + ۱۵ = ۱۶۵$$



### ➕ مجموع همه‌ی اعداد از یک تا یک عدد دو رقمی:

۱- یک عدد دو رقمی انتخاب کنید. (محدودیتی در انتخاب عدد وجود ندارد.)

۲- نصف عدد دو رقمی را در عدد دو رقمی بعد از آن ضرب کنید. (می‌توانید نصف عدد دو رقمی مرحله‌ی اول را در عدد دو رقمی از مرحله‌ی دوم ضرب کنید.)

جواب به‌دست آمده مجموع همه‌ی اعداد از یک تا آن عدد دو رقمی را نشان می‌دهد.



مثال (۵)

۱- اگر عدد دو رقمی شما ۳۴ باشد.

۲- عدد بعد از آن ۳۵ می‌شود. نصف عدد ۳۴ یعنی ۱۷ را در ۳۵ ضرب می‌کنیم.

$$۱۷ \times ۳۵ = (۱۰ \times ۳۵) + (۷ \times ۳۰) + (۷ \times ۵) = ۳۵۰ + ۲۱۰ + ۳۵ = ۵۶۰ + ۳۵ = ۵۹۵$$

بنابراین جواب این مجموع ۵۹۵ می‌شود.

### ➕ مجموع اعداد از عدد یک تا عدد انتخابی دیگر و بالعکس آن:

۱- یک عدد انتخاب کنید.

۲- مجذور آن را به‌دست آورید.



۱- اگر عدد انتخابی شما عدد ۷ باشد جمع زیر مورد نظر است:

$$1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1$$

$$7^2 = 7 \times 7 = 49$$

۲- مجذور عدد ۷ جواب این جمع است. یعنی:

### تعدادهای هندسی:

هرگاه در یک تصاعد هر عدد مضربی از یک نسبت ثابت باشد به این رشته از اعداد، تصاعد هندسی گویند. مثلاً:

۲ نسبت با هندسی تصاعد:  $9, 18, 36, 72, 144, \dots$

$$\begin{array}{ccccccc} & & \nearrow & \nearrow & \nearrow & & \\ & & \times 2 & \times 2 & \times 2 & & \\ & & \searrow & \searrow & \searrow & & \end{array}$$

۴ نسبت با هندسی تصاعد:  $5, 20, 80, 320, 1280, \dots$

$$\begin{array}{ccccccc} & & \nearrow & \nearrow & \nearrow & & \\ & & \times 4 & \times 4 & \times 4 & & \\ & & \searrow & \searrow & \searrow & & \end{array}$$

### مجموع یک تصاعد هندسی با نسبت ۲:

- ۱- از دوست خود بخواهید یک عدد را انتخاب کند.
  - ۲- از او بخواهید که عدد مورد نظرش را دو برابر کند، به طوری که یک سری از اعداد به دست آیند که هر کدام دو برابر عدد قبلی خود باشند. در ضمن آخرین عدد به دست آمده را به شما بگوید.
  - ۳- حال از او بخواهید آیا می‌تواند خیلی سریع مجموع این اعداد را به شما بگوید؟
  - ۴- شما می‌توانید سریع‌تر از ماشین حساب جواب این مجموع را بگویید.
- جواب آن «دو برابر آخرین عدد منهای اولین عدد می‌شود.»



۱- اگر عدد انتخابی دوست شما ۳۲ باشد.

$$32, 64, 128, 256, 512$$

۲- سری اعدادی که او می‌نویسد به شکل مقابل است.

۳- دو برابر آخرین عدد (یعنی ۵۱۲) منهای اولین عدد (یعنی ۳۲) می‌شود:

$$2 \times 512 = 1024 \Rightarrow 1024 - 32 = 1024 - 30 - 2 = 994 - 2 = 992$$

۴- بنابراین مجموع این سری از اعداد ۹۹۲ می‌شود.

### مجموع یک تصاعد هندسی با نسبت ۴:

- ۱- از دوست خود بخواهید یک عدد را انتخاب کند.
- ۲- از او بخواهید که عدد مورد نظرش را چهار برابر کند، به طوری که یک سری از اعداد به دست آیند که هر کدام چهار برابر عدد قبلی خود باشند. در ضمن همه‌ی این‌ها، آخرین عدد به دست آمده را بگوید.



- ۳- حال از او بخواهید آیا می‌تواند خیلی سریع مجموع این اعداد را به شما بگوید؟  
 ۴- شما می‌توانید خیلی سریع‌تر از ماشین حساب جواب این مجموع را بگویید.  
 جواب آن «چهار برابر آخرین عدد منهای اولین عدد تقسیم بر ۳ می‌باشد.»



- ۱- اگر عدد انتخابی دوست شما ۵ باشد.  
 ۲- سری این اعداد به ترتیب مقابل خواهد بود:  
 ۳- چهار برابر آخرین عدد (۱۲۸۰) منهای اولین عدد (۵) می‌شود:  
 $(4 \times 1280) - 5 = 4000 + 800 + 320 - 5 = 5120 - 5 = 5115$   
 ۴- تقسیم این عدد بر ۳ می‌شود:  
 $5115 \div 3 = 1705$   
 بنابراین مجموع این سری می‌شود: ۱۷۰۵

### ✚ مجموع یک سری ده‌تایی از اعداد:

- ۱- از دوست خود بخواهید که دو عدد را به‌خاطر بسپارد.  
 ۲- از او بخواهید که دو عدد را با هم جمع کند و جواب را به‌عنوان عدد سوم بنویسد.  
 ۳- یک سری از این اعداد را که هر عدد مجموع دو عدد قبلی خواهد بود را بنویسید تا در مجموع ۱۰ عدد یادداشت شود.  
 ۴- اکنون از او بخواهید آیا می‌تواند مجموع این ده عدد را به سرعت بگوید؟  
 شما می‌توانید جواب آن را قبل از این که او کار را تمام کند بگویید.  
 مجموع این سری از اعداد عبارت است از «ضرب هفتمین عدد در یازده»



- ۱- فرض کنید دو عدد انتخابی دوست شما ۴ و ۷ باشند.  
 ۲- سری این اعداد عبارتند از:  
 ۳- هفتمین عدد (یعنی ۷۶) ضرب در یازده می‌شود:  
 $76 \times 11 = 836$   
 بنابراین مجموع این سری از اعداد ۸۳۶ می‌شود.