



فیزیک ۲

پاورتسٹ ریاضی

PowerTest

• نصر اللہ افاضل • مصطفیٰ کیانی
• رامین شادلوپی • محمدرضا معدنی • آبتین عابد
همکار تالیف: علیرضا عبداللہی



مہروماہ

سخن نخست



بیا تا گل برافشانیم و می در ساغر اندازیم فلک را سقف بشکافیم و طرحی نو دراندازیم
«حضرت حافظ»

انتشارات مهروماه به لطف خدا و حمایت صمیمانه اساتید فرهیخته در سراسر میهن و دانش‌آموزان شایسته و کوشا، افق‌های نویی در عرصه آموزش و کنکور کشورمان گشوده است. طی بیش از یک دهه اخیر، انتشارات مهروماه حقیقتاً پرچمدار خلاقیت و نوآوری در عرصه کتاب‌های آموزشی و کنکور بوده است و کتاب‌هایی در اختیار دانش‌آموزان عزیز و اساتید گرامی قرار داده است، همچون ماه! کتاب‌هایی که برازنده نام وزین «مهروماه» اند. شاید مناسب باشد که تعدادی از مهمترین سری کتاب‌های کمک آموزشی مهروماه را معرفی کنیم و اطمینان می‌دهیم که با استفاده از این منابع و تلاش و پشتکاری که قطعاً دارید، نتایج مطلوبی در امتحانات مختلف و به‌ویژه کنکور برایتان رقم خواهد خورد.

کتاب‌های جامع

- بانک تست کامل برای پوشش کامل کنکور در هر درس
- درسنامه‌های راهبردی، مختصر و مفید اما کامل در ابتدای هر مبحث
- نکات ویژه تستی و کنکوری در پاسخ‌های تشریحی



کتاب‌های لقمه

این کتاب‌های جذاب که یکی از ابتکارات انتشارات مهروماه به‌شمار می‌آیند، ویژگی‌های منحصر به فردی دارند، از جمله:

- نوع و چیدمان مطالب و قطع کوچک آن، که امکان استفاده از کتاب را در هر شرایطی فراهم می‌کند.
- بسیار جذاب و بانمک و در عین حال، مفیدند و از مطالعه آن‌ها خسته نمی‌شوید.



کتاب‌های پاورتست (کتاب‌های تست هریک از پایه‌ها)

- درسنامه آموزشی کامل و مفید
- تست‌های مفهومی همراه با پاسخ‌های کامل
- تقویت بنیه آموزشی و ایجاد پایه محکم و استوار در درس و پایه مربوطه



کتاب‌های امتحانوفن

- طراحی شده برای هفته‌های آخر قبل از امتحان ترم و شب امتحان
- خلاصه درس کپسولی منحصر به فرد
- امتحان‌های بارم‌بندی شده کاملاً مطابق با امتحان ترم همراه با پاسخ کامل



کتاب‌های آزمون‌یوم

- مجموعه‌ای از آزمون‌های مبحث‌بندی شده + آزمون‌های جامع
- شامل استانداردترین آزمون‌هایی که همانند کنکورهای ۹۹ و ۱۴۰۰، تست‌های خلاقیت‌آمیز و چالش‌برانگیزی را در بردارند.



کتاب‌های جمع‌بندی

- در طول سال پس از آموزش و تست‌زنی از هر مبحث، با استفاده از این کتاب می‌توانید به جمع‌بندی آن مبحث پردازید.
- در چند ماه انتهایی قبل از کنکور، برای آماده شدن جهت استفاده از مجموعه کنکور‌یوم، می‌تواند برای جمع‌بندی مطالب و آمادگی جهت برگزاری کنکور در خانه، معجزه کند.



مجموعه «کنکور‌یوم»

- کامل‌ترین بسته آزمون‌های کنکور برای دوران جمع‌بندی است و تنها مجموعه‌ای است که علاوه بر دفترچه‌های کنکور و کتاب پاسخ‌نامه و ...، اپلیکیشن بسیار مفید و کاربردی هم به همراه دارد تا با استفاده از آن، کارنامه هوشمند و مشاوره‌ای منحصر به فرد نیز برای شما صادر شود.



غیر از هفت سری کتاب نامبرده، کتاب‌های دیگری مانند کتاب‌های موضوعی و کتاب‌های کار نیز در لیست کتاب‌های مفید و کاربردی مهروماه وجود دارد. اطلاعات لازم در مورد این کتاب‌ها را می‌توانید از طریق سایت مهروماه به آدرس mehromah.ir مشاهده کنید. اطلاعات لازم در مورد این کتاب‌های آکنده از «مهر» و مثل «ماه» را می‌توانید در سایت وزین مهروماه به آدرس mehromah.ir مشاهده کنید.

با آرزوی توفیق روزافزون همه دانش‌آموزان

مدیر مسئول انتشارات: احمد اختیاری

مدیر شورای تألیف: محمدحسین انوشه

مقدمه



در یادگیری و تسلط بر مفاهیم درسی و آموزشی، داشتن پشتکار و تلاش منظم، مهم‌ترین عامل موفقیت است. ممکن است برخی دانش‌آموزان از قدرت تمرکز یا به اصطلاح هوش بیشتری بهره‌مند باشند اما باور ما بر این است که این ویژگی‌ها مهم‌ترین عامل موفقیت نیستند. این کتاب ویرایش کاملاً جدید از نسخه قبلی آن است. درسنامه‌های این کتاب بسیار کامل شده‌اند. نکته‌ها و یادآوری‌ها و تذکرات بسیاری به آن افزوده شده است. مثال‌های متنوع و فراوان در درسنامه‌ها آورده‌ایم تا درک مفاهیم‌هایی برایتان آسان‌تر باشد. در بخش پرسش‌های چهارگزینه‌ای و بانک سؤالات بسیار کوشیده‌ایم که تست‌هایی متنوع از ساده تا دشوار، و در برگیرنده همه مفاهیم و نکته‌های درسی را برای شما دانش‌آموزان سخت‌کوش، منظم و دقیق فراهم کنیم تا زمینه‌ساز موفقیت شما در کنکور سراسری باشد.

برخی از ویژگی‌های این کتاب

- ۱ ساختار منطقی آموزشی و متناسب با آخرین تغییرات کتاب درسی به طوری که شما بتوانید پس از تدریس دبیر محترم و یادگیری مفاهیم هر بخش، تست‌های مربوط به جلسه تدریس را پاسخ دهید.
- ۲ درسنامه‌های جامع و روان همراه با مثال‌های متنوع که به منظور درک عمیق‌تر مفاهیم برای شما نگاشته شده است.
- ۳ سؤال‌های کنکور سراسری و تست‌های تالیفی شبیه‌سازی شده با کنکور که حاصل خرد جمعی مولفان است.
- ۴ تست‌ها تیپ‌بندی شده‌اند و در هر بخش بر اساس روند آموزشی و از تست‌های ساده به دشوار چیده شده‌اند تا یادگیری برایتان لذت‌بخش و آسان‌تر باشد و قوت قلب بیشتری بیابید.
- ۵ پوشش صددرصدی و نعل به نعل تمرین‌ها، فعالیت‌ها، مسئله‌ها و تصویرهای کتاب درسی که در قالب تست آورده شده‌اند.
- ۶ پاسخ‌های ابرتشریحی مفهومی همراه با ارائه روش‌های تستی متنوع
- ۷ آزمون‌های مبحثی و پایان فصل برای محک زدن و اطمینان از تلاش و زحمتی که به کار بردید.

راهنمای استفاده از کتاب

مرحله اول: پیش از شروع در هر بخش، باید مطمئن باشید که مفاهیم درسی را که دبیر گرامی تدریس کرده‌اند به خوبی یاد گرفته‌اید و تمرینات کتاب درسی و مثال‌های آن را کار کرده باشید.

مرحله دوم: درسنامه‌ای را که در بخش مورد نظر آورده‌ایم به دقت مطالعه و خلاصه‌نویسی کنید و مثال‌های آن را پاسخ دهید.

مرحله سوم: تست‌های هر بخش را به ترتیب (سعی کنید ترتیب را رعایت کنید) پاسخ دهید. کوشیده‌ایم ترتیب تست‌ها از ساده به دشوار باشد. پاسخ تشریحی تست‌ها را مطالعه کنید تا بر مفاهیم درسی مسلط شوید. (اگرچه گزینه درست را انتخاب کرده باشید، بخشی از یادگیری و تسلط شما با مطالعه پاسخ‌نامه انجام می‌شود.

مرحله چهارم: در هر قسمت، آزمون مبحثی و در پایان هر فصل، آزمون پایانی فصل را پاسخ دهید.

و اما قدردانی...

در پایان وظیفه خود می‌دانیم از همه همکاران مهروماهی عزیز که برای به ثمر رساندن این کتاب، مؤلفین را یاری نمودند سپاسگزاری کنیم:

- جناب آقای احمد اختیاری، مدیر فرزانه انتشارات مهروماه که از هرگونه راهنمایی و حمایت ما فروگذاری نکردند!
- جناب استاد محمدحسین انوشه که همواره ما را از تجربه غنی خود بهره‌مند ساخته‌اند.
- همکاران ویراستار و تولید که بسیار کوشیدند تا کتاب به موقع آماده چاپ شود.
- در پایان از شما دبیر محترم و دانش‌آموز گرامی تقاضا می‌کنیم ما را از پیشنهادات خود درباره ارتقاء کیفی کتاب و رفع لغزش‌ها و کاستی‌ها بر آن بهره‌مند سازید.

مؤلفان

فهرست



۹

فصل اول الکتریسیته ساکن

۱۵۱

فصل دوم جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

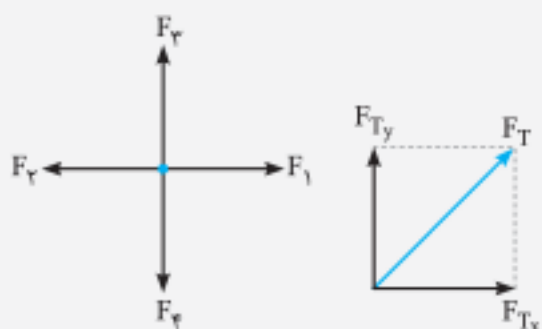
۳۰۷

فصل سوم مغناطیس

۳۸۵

فصل چهارم القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب

برهم نهی در دو بعد



پیش از این که برهم نهی نیروهای الکتریکی در دو بعد را بررسی کنیم، یادآوری مختصری از برابند چند بردار که در یک صفحه قرار دارند مطرح می‌کنیم. اگر بردارها در یک راستا نباشند و برهم عمود باشند، برابند آنها را در هر راستای x و y به ترتیب قاعده‌ای که در بخش برهم نهی در یک بعد ذکر شد، حساب می‌کنیم و اندازه برابند را از رابطه زیر به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} F_{Tx} = F_1 - F_1 \\ F_{Ty} = F_2 - F_2 \end{cases}$$

$$F_T = \sqrt{F_{Tx}^2 + F_{Ty}^2}$$

اندازه برابند بردارها:

مثلاً در شکل بالا اگر $F_1 = 12\text{ N}$ ، $F_2 = 6\text{ N}$ و $F_3 = 14\text{ N}$ و $F_4 = 6\text{ N}$ باشد، برای محاسبه بردار خالص به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$\begin{cases} F_{Tx} = F_1 - F_2 \Rightarrow F_{Tx} = 12 - 6 = 6\text{ N} \\ F_{Ty} = F_3 - F_4 \Rightarrow F_{Ty} = 14 - 6 = 8\text{ N} \end{cases} \Rightarrow F_T = \sqrt{6^2 + 8^2} \Rightarrow F_T = 10\text{ N}$$

تذکره: هر نیرو (از جمله نیروی خالص وارد بر ذره) که در صفحه است را می‌توان برحسب بردارهای یکه به شکل زیر نوشت:

$$\vec{F}_T = F_{Tx} \vec{i} + F_{Ty} \vec{j}$$

$$\vec{F}_T = 6\vec{i} + 8\vec{j} \text{ (N)}$$

برای مثال قوق می‌توان نوشت:

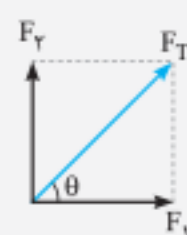
نکته

۱ زاویه‌ای که برابند دو بردار عمود برهم با یکی از بردارها می‌سازد را برحسب اندازه دو بردار عمود برهم، می‌توان از رابطه زیر حساب کرد.

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x}$$

۲ همچنین از نسبت‌های $\sin \theta$ و $\cos \theta$ نیز می‌توان استفاده کرد و رابطه بین F_x و F_y با F_T را نوشت:

$$\sin \theta = \frac{F_y}{F_T}, \cos \theta = \frac{F_x}{F_T}$$

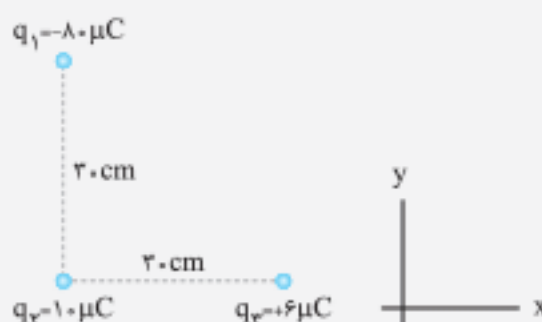


$$F_x = F_y \Rightarrow F_T = \sqrt{2} F$$

۳ برای دو بردار عمود برهم و هم‌اندازه می‌توان نوشت:

مثال: در شکل مقابل هر سه بار الکتریکی در جای خود ثابت شده‌اند. نیروی

خالص الکتریکی وارد بر بار q_2 برحسب نیوتون کدام است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)



$$1) 8\vec{i} + 6\vec{j}$$

$$2) 8\vec{i} + 0/6\vec{j}$$

$$3) -8\vec{i} + 6\vec{j}$$

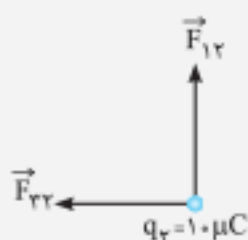
$$4) -8\vec{i} + 0/6\vec{j}$$

• پاسخ: گزینه «۳»

گام اول: نیروهای الکتریکی وارد بر q_2 را مشخص و رسم می‌کنیم. با توجه به

این که q_1 منفی، q_2 مثبت و q_3 نیز مثبت است، جهت نیروهای وارد بر q_2 مطابق شکل است.

گام دوم: بزرگی نیروهای F_{12} و F_{32} را با استفاده از قانون کولن حساب می‌کنیم:



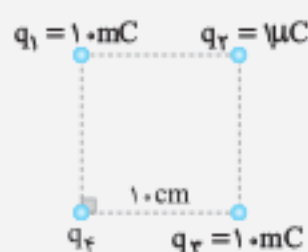
$$F_{12} = k \frac{|q_1| |q_2|}{r_{12}^2} \xrightarrow{\text{تکنیک ۹۰}} F_{12} = 90 \times \frac{10 \times 10}{900} = 10\text{ N}$$

$$F_{32} = k \frac{|q_3| |q_2|}{r_{32}^2} \xrightarrow{\text{تکنیک ۹۰}} F_{32} = 90 \times \frac{10 \times 6}{900} = 6\text{ N}$$

گام سوم: نیروی خالص وارد بر q_2 به صورت نمایش بردارهای یکه موردنظر است و با توجه به این که نیروی F_{12} در جهت $+y$ و

$$\vec{F}_T = -8\vec{i} + 6\vec{j} \text{ (N)}$$

نیروی F_{32} در جهت $-x$ است، نیروی خالص به صورت مقابل خواهد بود:



مثال: در شکل روبه‌رو چهار بار الکتریکی در چهار رأس یک مربع به ضلع ۱۰ cm ثابت شده‌اند. q_4 چند کولن باشد تا بار q_2 در حالت تعادل الکتروستاتیکی قرار داشته

باشد؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

$$2\sqrt{2} \times 10^{-2} \quad (2)$$

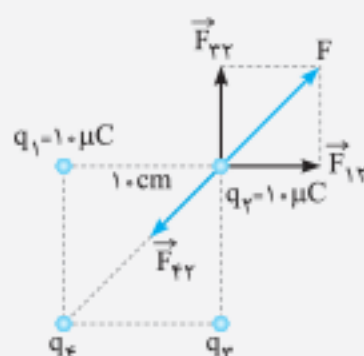
$$\sqrt{2} \times 10^{-2} \quad (4)$$

$$-2\sqrt{2} \times 10^{-2} \quad (1)$$

$$-\sqrt{2} \times 10^{-2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه «۱»

گام اول: با توجه به نوع بارهای الکتریکی q_1 ، q_2 و q_3 نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 را رسم می‌کنیم. سپس برآیند دو نیروی $\vec{F}_{12}$ و $\vec{F}_{32}$ را حساب می‌کنیم.



$$F_{12} = F_{32} = 9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{(0.1)^2} = 9 \times 10^3 N$$

$$F = \sqrt{(9 \times 10^3)^2 + (9 \times 10^3)^2} = 9\sqrt{2} \times 10^3 N$$

گام دوم: برای این که q_2 در تعادل الکتروستاتیکی باشد، باید برآیند نیروهای الکتریکی

وارد بر آن صفر شود. از این رو باید نیروی الکتریکی q_4 بر q_2 (F_{42}) هم‌اندازه نیروی F

(برآیند F_{12} و F_{32}) و در خلاف جهت آن باشد. پس می‌توان نوشت: $F_{42} = F = 9\sqrt{2} \times 10^3 N$

گام سوم: چون q_4 باید بار q_2 را جذب کند.

پس q_4 باید منفی باشد و مقدار آن را از قانون کولن به دست می‌آوریم:

$$F_{42} = k \frac{|q_4| |q_2|}{r^2} \Rightarrow 9\sqrt{2} \times 10^3 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_4| \times 10 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow q_4 = -2\sqrt{2} \times 10^{-2} C$$

مثال: در شکل مقابل نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار $q > 0$ از طرف q_1 و q_2 با $\vec{F}$ نشان داده شده است. درباره q_1 و q_2 کدام گزینه درست است؟

$$q_1 > 0, q_2 < 0, |q_1| > |q_2| \quad (1)$$

$$q_1 > 0, q_2 < 0, |q_1| < |q_2| \quad (2)$$

$$q_1 < 0, q_2 > 0, |q_1| > |q_2| \quad (3)$$

$$q_1 < 0, q_2 > 0, |q_1| < |q_2| \quad (4)$$

پاسخ: گزینه «۳»

نیروی F باید بین دو نیروی F_1 و F_2 باشد، از آنجایی که $q > 0$ است، $q_1 < 0$ و $q_2 > 0$ است. و چون فاصله بارها تا q یکسان است و نیروی F به سمت F_1 متمایل است، باید $F_1 > F_2$ و در نتیجه $|q_1| > |q_2|$ باشد.

مثال: در شکل مقابل نیروی خالص الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_2 بر بار q برابر $\vec{F}$

است. $\frac{q_1}{q_2}$ چقدر است؟ $(\sin 37^\circ = 0.6)$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه «۳»

گام اول: جهت نیروهای q_2 بر q (F_2) و q_1 بر q (F_1) را مشخص می‌کنیم.

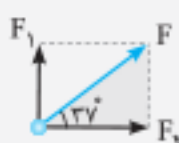
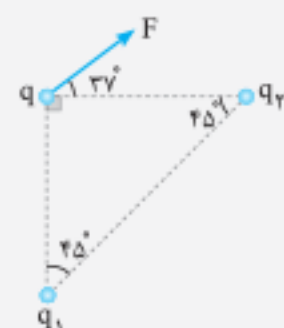
گام دوم: چون مثلث رنگی قائم‌الزاویه است می‌توان از نسبت مثلثاتی تانژانت زاویه 37°

استفاده کنیم و نسبت دو نیروی F_1 به F_2 را حساب کنیم:

$$\tan 37^\circ = \frac{F_1}{F_2} \quad (*)$$

و با توجه به این که $\sin 37^\circ = 0.6$ است با استفاده از رابطه $\cos 37^\circ = \sqrt{1 - \sin^2 37^\circ}$ می‌توان نوشت:

$$\cos 37^\circ = \sqrt{1 - 0.6^2} = 0.8 \Rightarrow \tan 37^\circ = \frac{0.6}{0.8} = \frac{3}{4}$$



گام سوم: مقدار F_1 و F_2 را از قانون کولن حساب می‌کنیم و در رابطه $(*)$ قرار می‌دهیم.

$$\frac{r}{r} = \frac{k \frac{|q_1| |q|}{r_1^2}}{k \frac{|q_2| |q|}{r_2^2}} \xrightarrow{r_1=r_2} \frac{r}{r} = \frac{|q_1|}{|q_2|}$$

گام چهارم: چون q_2 بر q نیروی جاذبه و q_1 بر q نیروی دافعه وارد کرده است، q_2 و q_1 ناهمنام هستند و داریم: $\frac{q_1}{q_2} = -\frac{r}{r}$

آرایش دوبعدی بارهای الکتریکی

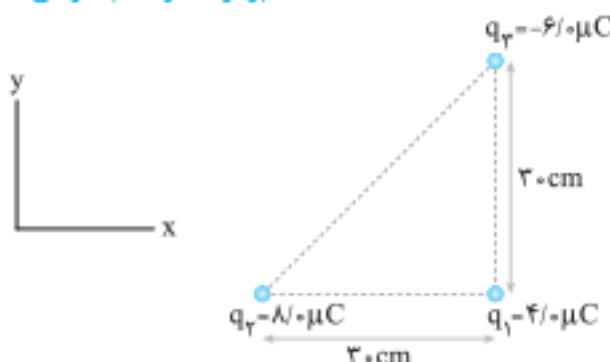
۸۴. در شکل روبه‌رو نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 بر حسب نیوتون کدام است؟

(۱) $32\vec{i} + 24\vec{j}$

(۲) $3/2\vec{i} + 2/4\vec{j}$

(۳) $96\vec{i} + 72\vec{j}$

(۴) $9/6\vec{i} + 7/2\vec{j}$



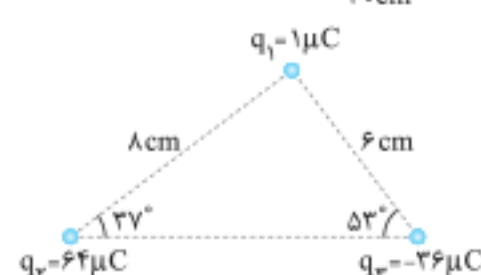
۸۵. در شکل روبه‌رو بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 چند نیوتون است؟

(۱) ۱۸۰

(۲) ۹۰

(۳) $90\sqrt{2}$

(۴) $90\sqrt{3}$



۸۶. در شکل مقابل فاصله q_1 تا q_2 برابر با ۲ cm و q_2 تا q_3 برابر با ۳ cm است. اگر بردار نیروی

الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 در SI به صورت $\vec{F} = -4\vec{i} + 9\vec{j}$ باشد، حاصل $\frac{q_2}{q_3}$ برابر با کدام گزینه

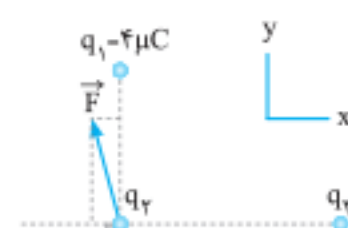
است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$

(۱) ۵

(۲) -۵

(۳) -۴

(۴) ۴



۸۷. سه ذره باردار در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه قرار دارند. بزرگی نیروی الکتریکی که بار q_1 بر q_2 وارد می‌کند، F_1 و بزرگی نیروی الکتریکی که q_2 به q_3 وارد می‌کند، F_2 است. در صورتی که $F_1 = F_2$ باشد، بزرگی نیرویی که q_3 بر q_1 وارد می‌کند، چند برابر F_1 است؟ (ریاضی خارج ۹۸)

(۱) $\frac{3}{4}$

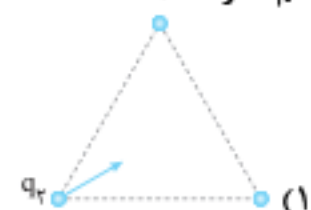
(۲) ۱

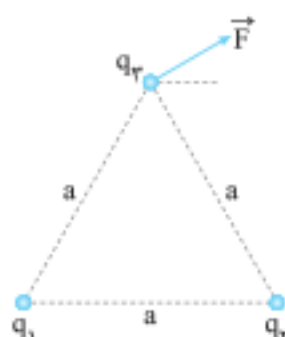
(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{3}{2}$



۸۸. در شکل مقابل جهت برآیند نیروی الکتریکی وارد بر q_1 از طرف q_2 و q_3 نشان داده شده است. کدام گزینه برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر q_2 را از طرف q_1 و q_3 به‌درستی نشان می‌دهد؟ (بارها هم‌اندازه‌اند.)





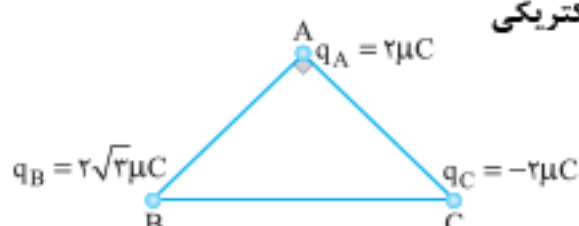
۸۹. مطابق شکل برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_3 < 0$ برابر $\vec{F}$ است. کدام گزینه درست است؟

- (۱) $q_2 < 0$ و $q_1 > 0$, $|q_1| > |q_2|$
- (۲) $q_2 < 0$ و $q_1 > 0$, $|q_1| < |q_2|$
- (۳) $q_2 > 0$ و $q_1 < 0$, $|q_1| > |q_2|$
- (۴) $q_2 > 0$ و $q_1 < 0$, $|q_1| < |q_2|$



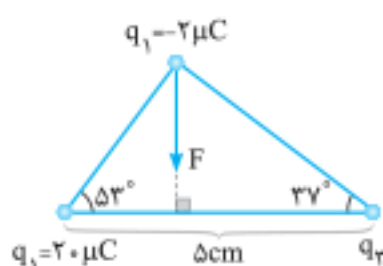
۹۰. در شکل روبه‌رو $q > 0$ است. اگر بار $q' > 0$ را از نقطه A تا B روی هم‌ودمنصف خط واصل دو بار حرکت دهیم، بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر بار q' چگونه تغییر می‌کند و جهت این نیرو کدام است؟

- (۱) ابتدا افزایش سپس کاهش، ↓
- (۲) ابتدا افزایش سپس کاهش، ↑
- (۳) ابتدا کاهش سپس افزایش، ↓
- (۴) ابتدا کاهش سپس افزایش، ↑



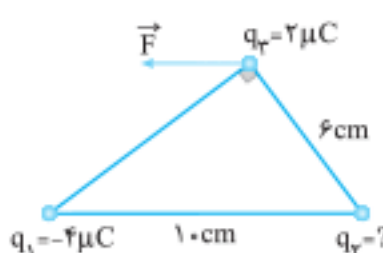
۹۱. در شکل روبه‌رو مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه است. زاویه‌ای که برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_A با امتداد پاره خط AB می‌سازد، چند درجه است؟

- (۱) ۳۰
- (۲) ۴۵
- (۳) ۵۳
- (۴) ۶۰



۹۲. در شکل روبه‌رو، نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار $q_1 = -2\mu C$ از طرف دو بار دیگر (F) نشان داده شده است. اندازه این نیرو چند نیوتون است؟ $(\sin 37^\circ = 0.6, k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$

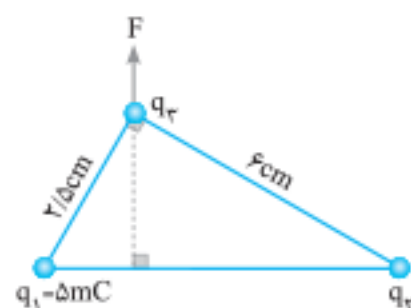
- (۱) ۳۰۰
- (۲) ۴۰۰
- (۳) ۵۰۰
- (۴) ۶۰۰



۹۳. سه بار نقطه‌ای مطابق شکل در جای خود ثابت شده‌اند. برآیند نیروهایی که بارهای q_1 و q_2 بر بار q_3 وارد می‌کنند (نیروی $\vec{F}$) موازی با قاعده مثلث است. بار q_3 چند میکروکولن است؟

(ریاضی خارج ۸۸)

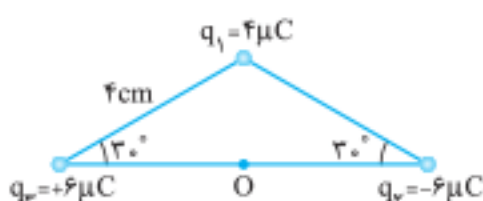
- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) $\frac{9}{4}$
- (۴) $\frac{27}{16}$



۹۴. دو ذره باردار q_1 و q_2 مطابق شکل قرار دارند. نیروی الکتریکی خالص (برآیند) ناشی از دو ذره به ذره باردار q_3 برابر $\vec{F}$ است. بار q_3 چند میکروکولن است؟

(تجربی خارج ۹۹)

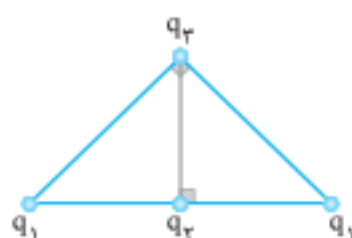
- (۱) ۱۰۸
- (۲) ۲۴
- (۳) ۱۲
- (۴) ۶



۹۵. سه بار نقطه‌ای مطابق شکل در سه رأس یک مثلث ثابت شده‌اند. بزرگی برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_3 = +1\mu C$ واقع در نقطه O در وسط خط واصل دو بار q_1 و q_2 ، چند نیوتون است؟

(ریاضی ۸۴)

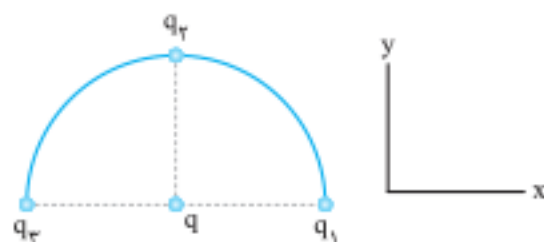
- (۱) ۴۵
- (۲) ۹۰
- (۳) $45\sqrt{3}$
- (۴) $90\sqrt{2}$



۹۶. مطابق شکل، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای در قسمت‌های مختلف یک مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند. اگر برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 برابر با صفر باشد، حاصل $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۳) $\sqrt{2}$
- (۴) $-\sqrt{2}$

۹۷. سه بار الکتریکی $q_1 = q_2 = 4\mu C$ و $q_3 = -4\mu C$ روی محیط یک نیم‌دایره به شعاع 6 cm قرار دارند. نیروی الکتریکی خالص وارد بر



بار $q = 2\mu C$ در مرکز دایره برحسب نیوتون کدام است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

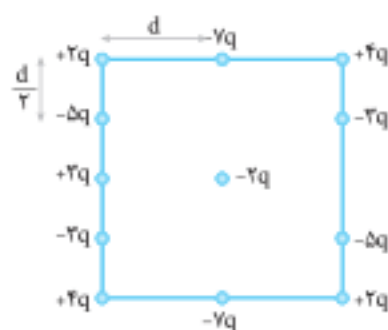
$$(1) -4.0\vec{i} - 2.0\vec{j}$$

$$(2) -0.4\vec{i} - 0.2\vec{j}$$

$$(3) -4.0\vec{i} + 2.0\vec{j}$$

$$(4) -0.4\vec{i} + 0.2\vec{j}$$

۹۸. در شکل مقابل، یک ذره مرکزی با بار $-2q$ با آرایه‌ای مربعی از ذره‌های باردار که به فاصله‌های d یا $\frac{d}{\sqrt{2}}$ روی محیط مربعی قرار گرفته‌اند، احاطه شده است. بزرگی برآیند نیروهای الکتروستاتیکی وارد بر ذره مرکزی از طرف سایر ذره‌ها کدام است؟ (برگرفته از کتاب درسی)



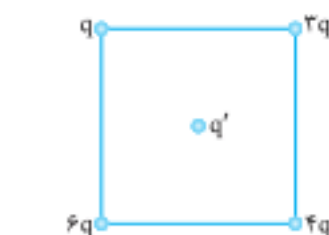
$$(1) k \frac{q^2}{d^2} (3\sqrt{2} + 1)$$

$$(2) \frac{6kq^2}{d^2}$$

$$(3) 3\sqrt{2} \frac{kq^2}{d^2}$$

$$(4) 6\sqrt{2} \frac{kq^2}{d^2}$$

۹۹. چهار بار نقطه‌ای و مثبت $q, 2q, 3q, 4q$ و $6q$ مطابق شکل در رئوس یک مربع قرار دارند. بردار برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار منفی q' واقع در مرکز مربع به کدام طرف است؟



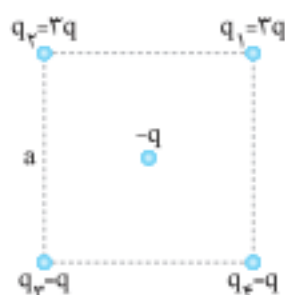
$$(1) \text{چپ}$$

$$(2) \text{راست}$$

$$(3) \text{پایین}$$

$$(4) \text{بالا}$$

۱۰۰. مطابق شکل، اندازه برآیند نیروی الکتریکی وارد بر بار $-q$ که در مرکز مربعی به ضلع a قرار دارد از طرف بارهای واقع در رئوس مربع چند برابر $\frac{kq^2}{a^2}$ است؟



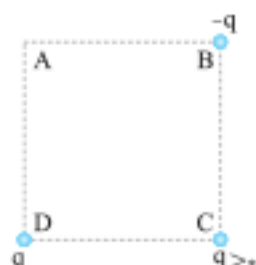
$$(1) 4$$

$$(2) 2\sqrt{2}$$

$$(3) 4\sqrt{2}$$

$$(4) 2$$

۱۰۱. در شکل مقابل اگر بار الکتریکی q واقع در رأس D را به $-q$ تبدیل کنیم، جهت نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q (در رأس C) چند درجه و چگونه تغییر می‌کند؟ (برگرفته از کتاب درسی)



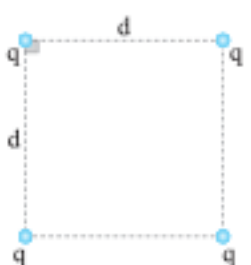
$$(1) 45^\circ, \text{ پادساعتگرد}$$

$$(2) 45^\circ, \text{ ساعتگرد}$$

$$(3) 90^\circ, \text{ پادساعتگرد}$$

$$(4) 90^\circ, \text{ ساعتگرد}$$

۱۰۲. چهار بار الکتریکی مثبت و هم‌اندازه q در رئوس یک مربع به ضلع d قرار دارند. اندازه نیرویی که از طرف بارهای دیگر بر یکی از آن‌ها وارد می‌شود، چند $\frac{kq^2}{d^2}$ است؟ (ریاضی خارج ۸۵)



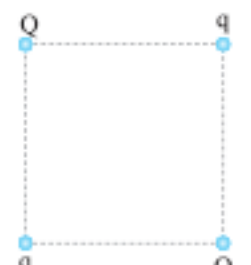
$$(1) 1$$

$$(2) \sqrt{2}$$

$$(3) \sqrt{2} + 1$$

$$(4) 2\sqrt{2} + 1$$

۱۰۳. بارهای q و Q مطابق شکل، در ۴ رأس مربع قرار دارند. اگر برآیند نیروهای وارد بر Q صفر باشد، نسبت $\frac{Q}{q}$ کدام است؟



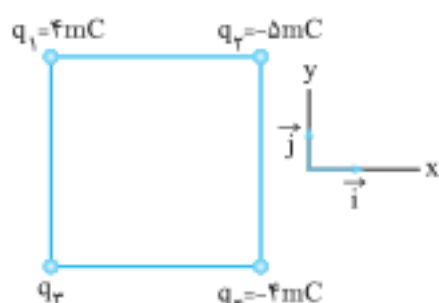
$$(1) 2\sqrt{2}$$

$$(2) \sqrt{2}$$

$$(3) -\sqrt{2}$$

$$(4) -2\sqrt{2}$$

۱۰۴. چهار ذره باردار مطابق شکل مقابل در رئوس یک مربع به ضلع 2 cm قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_2 در SI به صورت $\vec{F} = -9\vec{i}$ باشد، q_2 چند میکروکولن



(ریاضی ۹۸)

$$\text{است؟ } (k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$

$$(1) -8\sqrt{2}$$

$$(2) -4$$

$$(3) 4$$

$$(4) 8\sqrt{2}$$

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \frac{r}{2} \\ F_2 &= \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{k \frac{|q_1 q'_1|}{d^2}}{k \frac{|q_2 q'_1|}{(2d)^2}} = \frac{r}{2} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = -\frac{1}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۳

گام اول: نیروی F در حالت اول را محاسبه می‌کنیم. فاصله دو بار را r در نظر می‌گیریم.

$$q_A = q_B = q, F = \frac{k |q_A| |q_B|}{r^2} \Rightarrow F = \frac{k q^2}{r^2}$$

گام دوم: با انتقال تعدادی الکترون از جسم A به جسم B ، بار جسم A مثبت‌تر و بار جسم B منفی‌تر می‌شود. اگر مطابق صورت سؤال، بار جسم B برابر با $-2q$ شود، طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، داریم:

$$q'_A + q'_B = q_A + q_B \Rightarrow q'_A - 2q = q + q \Rightarrow q'_A = 4q$$

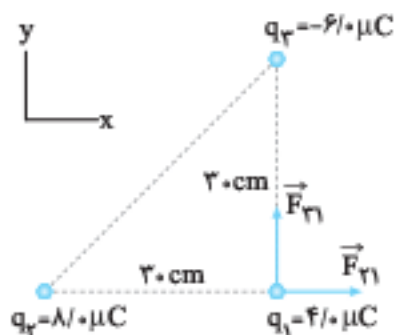
گام سوم: مقدار نیرو در حالت دوم (F') را محاسبه و نسبت به حالت اول نسبت می‌گیریم.

$$F' = \frac{k |q'_A| |q_B|}{r^2} = \frac{k (4q) (2q)}{r^2} = 8 \frac{k q^2}{r^2}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{8 \frac{k q^2}{r^2}}{\frac{k q^2}{r^2}} = 8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۴

گام اول: در این سؤال نیروهای وارد بر بار q_1 مورد نظر است که مطابق شکل رسم شده‌اند. بار q_2 منفی و بار q_3 مثبت است. پس بار q_1 بر نیروی راپیشی F_{31} را وارد می‌کند. بار q_2 مثبت و بار q_1 هم مثبت است. پس q_2 بر q_1 نیروی رانشی F_{21} را وارد می‌کند.



گام دوم: چون $\vec{F}_{21}$ در راستای x و $\vec{F}_{31}$ در راستای y است، نیاز به تجزیه آن‌ها نیست، تکنیک ۹۰ را به کار می‌بریم:

$$F_{31} = 90 \times \frac{6 \times 4}{900} = 2/4 \text{ N}$$

گام سوم: چون F_{21} عمود بر F_{31} است و هر یک در جهت $+x$ و $+y$ است نیروی خالص با استفاده از رابطه $\vec{F}_T = F_{Tx} \vec{i} + F_{Ty} \vec{j}$ به دست می‌آوریم:

$$F_{21} = 90 \times \frac{4 \times 4}{900} = 3/2 \text{ N} \Rightarrow \vec{F}_T = \vec{F}_{21} \vec{i} + \vec{F}_{31} \vec{j} \\ \Rightarrow \vec{F}_T = 3/2 \vec{i} + 2/4 \vec{j} (\text{N})$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۵

گام اول: نیروهای وارد بر بار q_1 را در شکل روبه‌رو ملاحظه می‌کنید. با توجه به زاویه‌های دو رأس پایینی مثلث می‌توان نتیجه گرفت که زاویه مربوط به رأس بالایی مثلث که q_1 در آن قرار دارد برابر 90° است. $(180^\circ - (37^\circ + 53^\circ) = 90^\circ)$

گام دوم: اگر q_A خنثی شود، نیروی q_B بر q' برابر $-\vec{F}$ می‌شود. (جهت نیروی $\vec{F}$ عوض می‌شود)

$$\vec{F}_B = -\vec{F} \quad (2) \\ \vec{F}_A + (-\vec{F}) = \vec{F} \Rightarrow \vec{F}_A = 2\vec{F} \quad (3)$$

گام سوم: نیروی q_A به سمت راست و نیروی q_B بر q' به سمت چپ و مخالف یکدیگرند. اما چون q' بین دو بار A و B است، q_A همان q_B می‌باشد. از تقسیم بزرگی طریقین رابطه (۲) و (۳) بر یکدیگر داریم:

$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{2F}{F} = 2 \xrightarrow[r_B = 15 \text{ cm}]{r_A = 30 \text{ cm}} \frac{k \frac{q_A q'}{(30)^2}}{k \frac{q_B q'}{(15)^2}} = 2 \Rightarrow \frac{q_A}{q_B} = 8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۱

$$\left. \begin{aligned} \vec{F}_1 &= \vec{F} \\ \vec{F}_1 + \vec{F}_2 &= 2\vec{F} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{F}_2 = \vec{F}$$

گام اول:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{|q q_2|}{|q q_1|} \times \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{2F}{F} = \left| \frac{q_2}{q_1} \right| \times \frac{r_1^2}{r_2^2} \\ \Rightarrow \frac{2}{1} = \left| \frac{q_2}{q_1} \right| \Rightarrow |q_2| = \frac{2}{4} |q_1|$$

گام دوم: چون دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ هم‌جهت هستند و بار $+q$ در بین دو بار q_1 و q_2 واقع است، در نتیجه بار q_2 علامتی مخالف q_1 دارد.

$$q_2 = -\frac{2}{4} q_1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۲

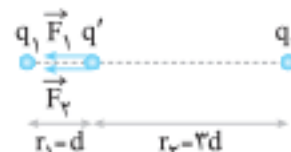
گام اول: در حالت اول می‌توان نوشت: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -2\vec{i}$ **گام دوم:** در حالت دوم چون بار q_1 سه برابر شده و نوع آن نیز مخالف شده است می‌توان دریافت که بار $-3q_1$ جایگزین آن شده، پس نیروی وارد بر q' از طرف این بار برابر $-3\vec{F}_1$ است. از این‌رو در حالت دوم رابطه برداری نیروهای وارد بر q' به صورت زیر است:

$$-3\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_1 \quad (2)$$

گام سوم: با حل دو معادله (۱) و (۲) در یک دستگاه، می‌توان $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ را به دست آورد:

$$\left\{ \begin{aligned} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 &= -2\vec{i} \\ -3\vec{F}_1 + \vec{F}_2 &= \vec{F}_1 \end{aligned} \right. \Rightarrow \vec{F}_1 - (-3\vec{F}_1) = -2\vec{i} - \vec{i} \\ \Rightarrow 4\vec{F}_1 = -6\vec{i} \Rightarrow \vec{F}_1 = -\frac{3}{2}\vec{i} (\text{N}) \\ -\frac{3}{2}\vec{i} + \vec{F}_2 = -2\vec{i} \Rightarrow \vec{F}_2 = -\frac{1}{2}\vec{i} (\text{N})$$

گام چهارم: با توجه به این‌که q' بین دو بار q_1 و q_2 است و نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ وارد بر آن هم‌جهت هستند، بنابراین q_1 و q_2 ناهمنام هستند.



حالا نسبت $\frac{F_{13}}{F_1}$ را مطابق زیر محاسبه می‌کنیم:

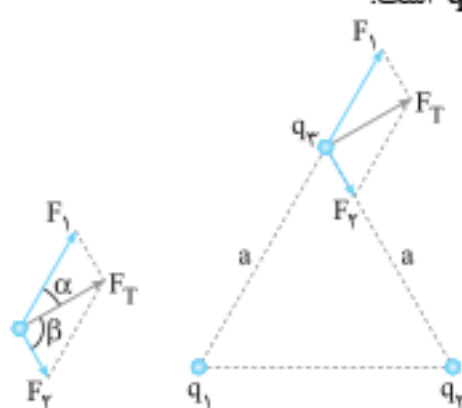
$$\frac{F_{13}}{F_1} = \frac{k \frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2}}{k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}} = \frac{|q_3|}{|q_2|} \cdot \frac{r_{12}^2}{r_{13}^2} \xrightarrow{(*)} \frac{F_{13}}{F_1} = \frac{r_{12}}{r_{13}} = \frac{r}{r} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۸

با توجه به شکل مقابل q_1 بر q_2 نیروی رانشی وارد کرده پس این دو بار همنام‌اند. همچنین چون q_1 بر q_3 نیروی ربایشی وارد کرده پس این دو بار ناهمنام‌اند. نتیجه این دو مطلب این می‌شود که q_2 و q_3 ناهمنام‌اند. پس q_2 بر q_3 نیروی ربایشی و q_1 بر q_2 نیروی رانشی وارد می‌کند و برآیند نیروهای وارد بر q_2 مطابق شکل، یعنی **گزینه ۲** خواهد بود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۹

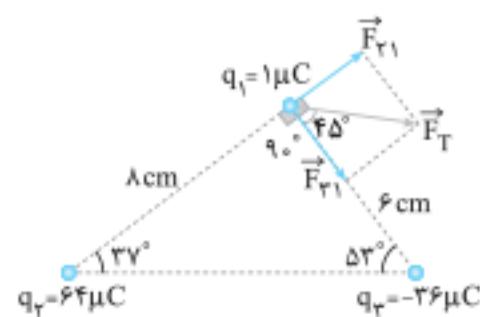
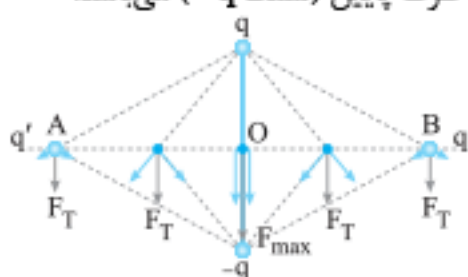
در این سؤال چون فاصله q_1 و q_2 تا q_3 یکسان است و F_T (نیروی خالص q_1 و q_2 بر q_3) نزدیک‌تر به F_1 است، اندازه F_1 بیشتر از F_T و در نتیجه بار $|q_1| > |q_2|$ است. همچنین چون $q_3 < 0$ است، $q_1 < 0$ و $q_2 > 0$ است.



یادآوری: می‌توان ثابت کرد که نیروی خالص دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ با نیرویی که بزرگی بیشتری دارد، زاویه کوچک‌تری می‌سازد. به عبارت دیگر نیروی خالص به نیروی بزرگ‌تر، نزدیک‌تر است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۰

بزرگی نیروی هر یک از بارهای q و $-q$ بر بار q' در فاصله بسیار دور برابر تقریباً صفر است و بیشترین مقدار نیروی آن‌ها بر q' در نقطه O وارد می‌شود، زیرا کمترین فاصله بارها با q' در این نقطه می‌باشد. بنابراین مطابق شکل اگر $q' > 0$ را در چند نقطه روی عمود منصف خط واصل دو بار $q > 0$ و $-q$ قرار دهیم، ملاحظه می‌شود که بیشترین نیروی خالص وارد بر بار q' در مرکز q و $-q$ است و همواره جهت نیروی خالص به طرف پایین (سمت $-q$) می‌باشد.



گام دوم: بنابراین دو بردار $\vec{F}_{21}$ و $\vec{F}_{31}$ بر هم عمودند. اکنون بزرگی F_{21} و F_{31} را از روش تکنیک ۹۰ به دست می‌آوریم:

$$F_{21} = k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = 90 \times \frac{1 \times 64}{64} \Rightarrow F_{21} = 90 \text{ N}$$

$$F_{31} = 90 \times \frac{36 \times 1}{36} \Rightarrow F_{31} = 90 \text{ N}$$

گام سوم: چون دو بردار بر هم عمودند، بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 برابر است با:

$$F_T = \sqrt{F_{21}^2 + F_{31}^2} = \sqrt{90^2 + 90^2} = 90\sqrt{2} \text{ N}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۶

گام اول: با توجه به جهت مؤلفه قائم نیروی خالص علامت بار q_2 منفی است و داریم:

$$F_{12} = k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} \Rightarrow 90 = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times |q_2|}{4 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow |q_2| = 1 \mu\text{C} \Rightarrow q_2 = -1 \mu\text{C}$$

گام دوم: با توجه به جهت مؤلفه افقی

نیروی خالص و علامت بار q_2 ، علامت بار q_3 نیز منفی خواهد بود و داریم:

$$F_{23} = 40 \text{ N} \xrightarrow{\text{منفی } q_2}$$

$$F_{23} = k \frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2}$$

$$\Rightarrow 40 = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-6} \times |q_3|}{9 \times 10^{-4}} \Rightarrow |q_3| = 4 \times 10^{-6} \mu\text{C}$$

$$\Rightarrow |q_3| = 4 \mu\text{C} \Rightarrow q_3 = -4 \mu\text{C} \Rightarrow \frac{q_3}{q_2} = \frac{-4}{-1} = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۷

گام اول: اگر فاصله بین بار ۱ و ۲

را $r_{12} = x$ در نظر بگیریم، با توجه به روابط مثلثاتی داریم:

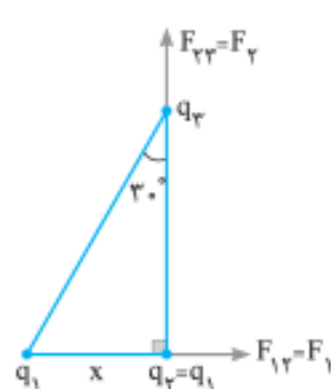
$$\tan 30^\circ = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{x}{r_{23}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{r_{23}} \Rightarrow r_{23} = \sqrt{3}x$$

$$\Rightarrow r_{13} = \sqrt{(x)^2 + (\sqrt{3}x)^2} = 2x$$

گام دوم: حال با توجه به اینکه $F_1 = F_2$ است داریم:

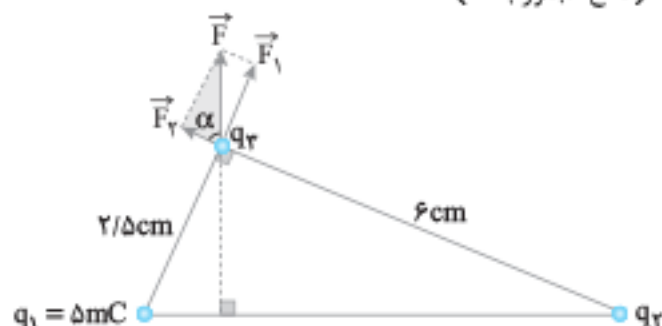
$$F_1 = F_2 \Rightarrow k \frac{|q_1||q_2|}{x^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{(\sqrt{3}x)^2} \Rightarrow |q_3| = |2q_1| \quad (*)$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۹۴

گام اول: با توجه به شکل زیر، چون مثلث در رأس آن یعنی محل q_3 ، قائم الزویه است و این که نیروهای F_1 و F_2 که از بار q_2 و q_1 بر بار q_3 وارد می شوند، بر هم عمودند، می توان برای مثلث رنگی که قائم الزویه است استفاده کرد و نسبت تانژانت زاویه α را

برابر $\tan \alpha = \frac{F_1}{F_2}$ (ضلع روبه رو α) / (ضلع مجاور به α) در نظر گرفت.



$$\tan \alpha = \frac{F_1}{F_2} = \frac{k \frac{|q_1||q_3|}{r_1^2}}{k \frac{|q_2||q_3|}{r_2^2}} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{|q_1|}{|q_2|} \times \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \quad (1)$$

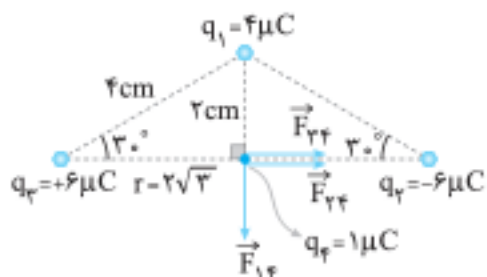
گام دوم: در مثلث بزرگ که $r_1 = 2/5$ cm و $r_2 = 6$ cm است نیز می توان نسبت مثلثاتی $\tan \alpha$ را به صورت زیر نوشت:

$$\tan \alpha = \frac{r_2}{r_1} \quad (2)$$

از مقایسه رابطه (1) با رابطه (2) می توان نسبت $\frac{|q_1|}{|q_2|}$ را حساب کرد (دقت کنید که q_1 همان q_2 و مثبت است):

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{|q_1|}{|q_2|} \times \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{2}{q_2} \Rightarrow q_2 = 12 \mu C$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۵



گام اول: همان طور که در شکل ملاحظه می کنید فاصله q_2 تا q_4 را می توان به صورت زیر به دست آورد:

$$4^2 = 3^2 + r^2 \Rightarrow r = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

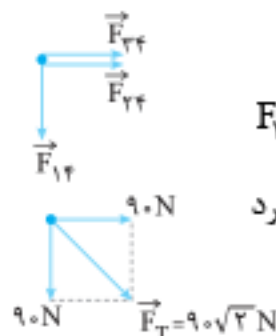
گام دوم: اکنون با توجه به این که اندازه q_2 و q_3 یکسان و فاصله آن ها تا q_4 یکسان است، بزرگی نیروهای F_{24} و F_{34} برابر است با:

$$F_{24} = F_{34} = 9 \times 10^9 \times \frac{6 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(2\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 45 \text{ N}$$

گام سوم: و نیروی F_{14} برابر است با:

$$F_{14} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(2 \times 10^{-2})^2} = 90 \text{ N}$$

گام چهارم: اکنون بزرگی نیروی خالص وارد q_4 را محاسبه می کنیم.



$$F_T^2 = (F_{24} + F_{34})^2 + F_{14}^2 \Rightarrow F_T^2 = (45 + 45)^2 + 90^2 \Rightarrow F_T = 90\sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۱

گام اول: نیروهای وارد بر بار q_A را رسم می کنیم:

گام دوم: نیروها را حساب می کنیم:

$$F_{BA} = k \frac{|q_B||q_A|}{r_{BA}^2} = k \frac{2\sqrt{2} \times 2}{a^2} = \sqrt{2} k \frac{4}{a^2}$$

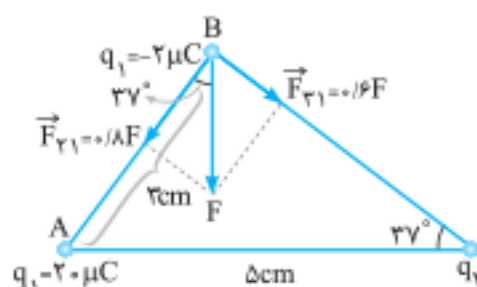
$$F_{CA} = k \frac{|q_C||q_A|}{r_{CA}^2} = k \frac{2 \times 2}{a^2} = k \frac{4}{a^2}$$

گام سوم: با استفاده از نسبت مثلثاتی تانژانت داریم:

$$\tan \alpha = \frac{F_{CA}}{F_{BA}} = \frac{k \frac{4}{a^2}}{\sqrt{2} k \frac{4}{a^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 35^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۲

گام اول: نیروهایی که از طرف دو بار دیگر به بار $2 \mu C$ وارد می شود، در امتداد اضلاع AB و BC هستند که برآیند آن ها F شده است. اگر F را به دو مؤلفه در راستای اضلاع تجزیه کنیم، نیرویی که بار $2 \mu C$ به $2 \mu C$ وارد می کند برابر خواهد بود با:



$$\sin 37^\circ = \frac{AB}{\text{وتر}} \Rightarrow 0.6 = \frac{AB}{2} \Rightarrow AB = 1.2 \text{ cm} \Rightarrow r = 1.2 \text{ cm}$$

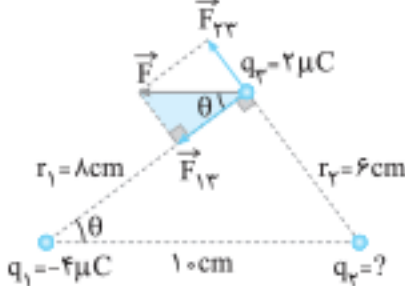
$$F_{r1} = F \cos 37^\circ = 0.8 F$$

$$F_{r1} = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{0.8 F}{r^2} = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} = 0.8 F$$

$$\frac{9 \times 10^9 \times (2 \times 10^{-6})^2}{(2 \times 10^{-2})^2} = 0.8 F \Rightarrow F = 50 \text{ N}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۳

گام اول: در شکل روبه رو نیروهای وارد بر q_2 و نیروی خالص وارد بر آن ($\vec{F}$) رسم شده است. چون مثلث بزرگ قائم الزویه است، مثلث رنگی هم قائم الزویه است.



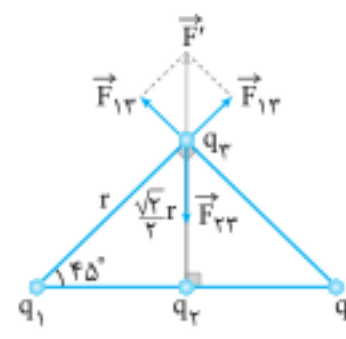
گام دوم: بنابر قضیه خطوط موازی و خط مورب زاویه θ در این مثلث با زاویه θ در مثلث بزرگ نیز برابر است. همچنین اضلاع زاویه قائمه در مثلث رنگی همان F_{12} و F_{23} هستند. در این مثلث می توان نوشت:

$$\tan \theta = \frac{F_{23}}{F_{12}} \Rightarrow \tan \theta = \frac{k \frac{|q_2||q_3|}{r_2^2}}{k \frac{|q_1||q_2|}{r_1^2}}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{|q_3|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{6}{1} = \frac{|q_3|}{4} \times \left(\frac{6}{1}\right)^2$$

$$\frac{|q_1|}{4} = \frac{|q_3|}{4} \times \left(\frac{6}{1}\right)^2 \Rightarrow q_3 = \frac{27}{16} \mu C$$

چون برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار الکتریکی q_3 برابر با صفر است، اگر فرض کنیم علامت بارهای q_1 و q_3 یکسان است، با توجه به این که فاصله بارهای q_1 و q_3 در هر دو حالت یکسان است، داریم:



$$F_{13} = k \frac{|q_1||q_3|}{r^2}$$

$$F' = F_{13} \sqrt{2} = \frac{k|q_1||q_3|}{r^2} \sqrt{2}$$

بنابراین باید نیروی بین دو بار q_2 و q_3 جاذبه باشد، پس این دو بار ناهمنام هستند.

$$F_{23} = \frac{k|q_2||q_3|}{(r\sqrt{2})^2} = \frac{1}{2} k \frac{|q_2||q_3|}{r^2}$$

چون برابند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر با صفر است، باید داشته باشیم:

$$F' = F_{23} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{r^2} \sqrt{2} = \frac{1}{2} k \frac{|q_2||q_3|}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = -\sqrt{2}$$

دقت کنید فرض اولیه مبنی بر یکسان بودن علامت بارهای q_1 و q_3 تأثیری در جواب نهایی ندارد. به عنوان تمرین برای حالتی که علامت بارهای q_1 و q_3 یکسان نباشد، مسئله را حل کنید.

گام اول: نخست نیروهای وارد بر بار q را مطابق شکل مشخص می‌کنیم. لازم به یادآوری است که جهت نیروهای وارد بر بار q به نوع علامت بارها بستگی دارد. اکنون بزرگی هر یک از نیروها را محاسبه می‌کنیم.

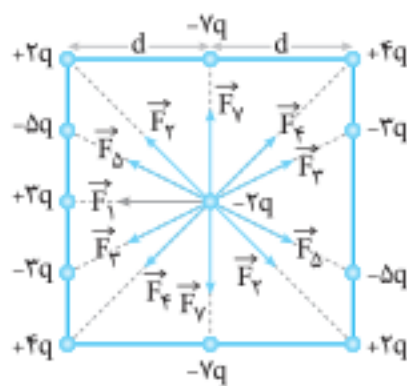
با توجه به اینکه اندازه q_1 و q_2 و q_3 یکسان و فاصله هر یک از این بارها نیز با بار q یکسان است، به کمک رابطه قانون کولن، بزرگی نیروهای الکتریکی وارد بر بار q نیز یکسان است. پس کافی است یکی از آن‌ها را حساب کنیم. (تکنیک ۹۰)

$$F_1 = F_2 = F_3 = 90 \times \frac{4 \times 2}{6^2} \Rightarrow F_1 = F_2 = F_3 = 20 \text{ N}$$

گام دوم: اکنون با توجه به شکل برای محاسبه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \vec{F}_T &= \vec{F}_2 + \vec{F}_1 + \vec{F}_3 \Rightarrow \vec{F}_T = -F_3 \vec{i} - F_1 \vec{i} - F_2 \vec{j} \\ &\Rightarrow \vec{F}_T = -(F_2 + F_1) \vec{i} - F_2 \vec{j} \\ &\Rightarrow \vec{F}_T = -40 \vec{i} - 20 \vec{j} \text{ (N)} \end{aligned}$$

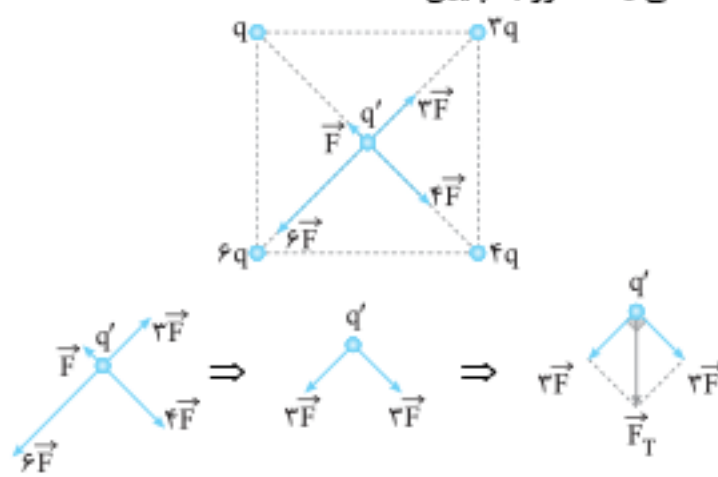
با توجه به شکل، به دلیل تقارن بارهای الکتریکی نیروهای الکتریکی همه بارها به جز بار $+3q$ ، بر بار $-2q$ برابر صفر می‌شود. پس نیروی خالص الکتروستاتیکی وارد بر بار $-2q$ برابر است با:



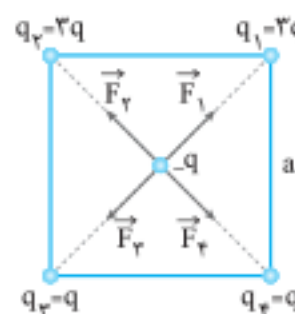
$$|F_T| = k \frac{|2q \times (-2)q|}{d^2} = \frac{4kq^2}{d^2}$$

نیروهای الکتریکی وارد بر بار q' را مشخص می‌کنیم. چون $q > 0$ و $q' < 0$ است، نیروهای وارد بر q' رپاشی هستند. فاصله هر چهار بار الکتریکی تا q' یکسان است: پس اگر بزرگی نیروی q بر q' را برابر $F = k \frac{|qq'|}{a^2}$ در نظر بگیریم، بزرگی نیروی $3q$ بر q' سه برابر F (برابر $F = k \frac{|3qq'|}{a^2}$)، بزرگی نیروی $4q$ بر q' و بزرگی

نیروی $6q$ بر q' $6F$ خواهد بود. چون $2\vec{F}$ و $6\vec{F}$ مخالف یکدیگرند همچنین $2\vec{F}$ و $4\vec{F}$ هم مخالف یکدیگرند، مطابق شکل نیروی خالص وارد بر q' ، از برابند دو نیروی $2\vec{F}$ و $4\vec{F}$ که بر هم عمود هستند به دست می‌آید که رو به پایین است.



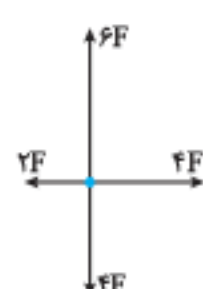
گام اول: اگر نیروی q بر q' را حساب کنیم، داریم:



در نتیجه می‌توان نوشت:

$$F_1 = 4F, F_2 = 6F$$

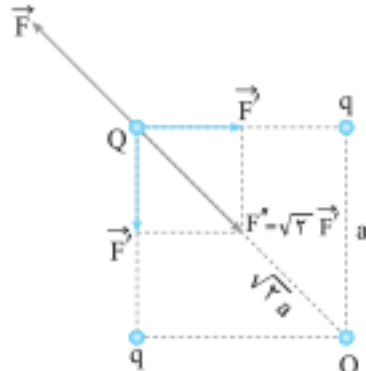
$$F_3 = 2F, F_4 = 4F$$



مخالف Q باشد و آن را جذب کند تا دایره Q بر Q را خنثی کند. نیروهای q بر Q را با $\vec{F}$ نشان داده‌ایم. اگر ضلع مربع را a بنامیم، می‌توانیم برای محاسبه بزرگی $\vec{F}$ و $\vec{F}'$ بنویسیم:

$$F = k \frac{|Qq|}{(\sqrt{2}a)^2} = k \frac{Q^2}{2a^2}$$

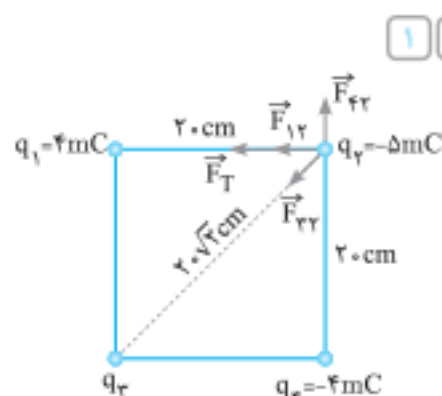
$$F' = k \frac{|Qq|}{a^2} \xrightarrow{\substack{F' \text{ بر } F' \text{ عمود است.} \\ F' \text{ بر } F' \text{ برآیند } F' \text{ است.}}} F' = \sqrt{F'^2 + F'^2} = \sqrt{2} F'$$



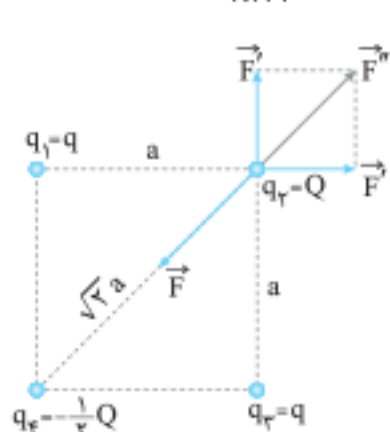
گام دوم: برای این که نیروی خالص وارد بر بار Q صفر باشد باید $\sqrt{2} F' = F$ باشد، اکنون می‌توان نوشت:

$$F = \sqrt{2} F' \Rightarrow k \frac{Q^2}{2a^2} = k \frac{Qq}{a^2} \times \sqrt{2} \Rightarrow \frac{Q}{q} = 2\sqrt{2}$$

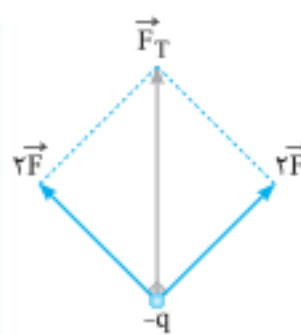
گام سوم: با توجه به ناهمنام بودن Q و q ، داریم: $\frac{Q}{q} = -2\sqrt{2}$



$$\begin{aligned} \vec{F}_{12} + \vec{F}_{34} + \vec{F}_{T} &= \vec{F}_T \\ \Rightarrow -(9 \times 10^{-9} \times \frac{2 \times 10^{-12}}{4 \times 10^{-2}} \vec{i}) + (9 \times 10^{-9} \times \frac{2 \times 10^{-12}}{4 \times 10^{-2}} \vec{j}) + \vec{F}_T &= -9 \vec{i} \\ \Rightarrow -4/5 \vec{i} + 4/5 \vec{j} + \vec{F}_T &= -9 \vec{i} \\ \Rightarrow \vec{F}_T &= -4/5 \vec{i} - 4/5 \vec{j} \Rightarrow |\vec{F}_T| = 4/5 \sqrt{2} \\ \text{با توجه به جهت نیروی } \vec{F}_T, \text{ بار } q_3 \text{ بار } q_2 \text{ را جذب کرده است و} \\ k \frac{|q_3||q_2|}{r_{32}^2} &= 4/5 \sqrt{2} \\ \Rightarrow 9 \times 10^{-9} \times \frac{|q_3| \times 5 \times 10^{-6}}{8 \times 10^{-2}} &= 4/5 \sqrt{2} \Rightarrow q_3 = +8\sqrt{2} \mu C \end{aligned}$$



گام اول: بار $-\frac{1}{4}Q$ بر Q نیروی رانشی وارد می‌کند. پس برای این که $q_2 = Q$ در تعادل باشد، باید بارهای q_1 و q_3 بر بار Q نیروی رانشی وارد کنند، یعنی q همنام با Q باشد.

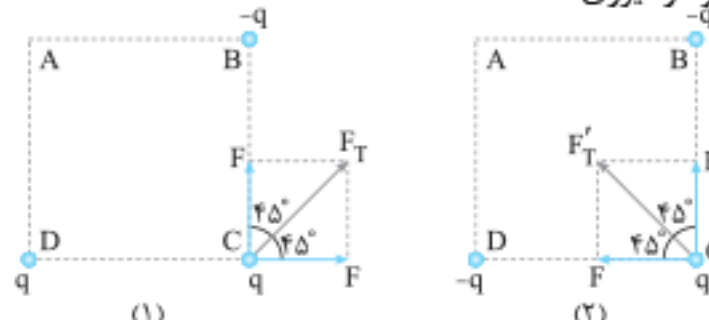


گام دوم: چون نیروهای $\vec{F}_T$ و $\vec{F}_T$ در امتداد هم و نیروهای $\vec{F}_T$ و $\vec{F}_T$ نیز در امتداد یکدیگرند، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} F_T &= \sqrt{(2F)^2 + (2F)^2} = 2\sqrt{2}F \\ \Rightarrow F_T &= 2\sqrt{2} \times (\frac{2kq^2}{a^2}) = 4\sqrt{2} \frac{kq^2}{a^2} \end{aligned}$$

۱.۰۱

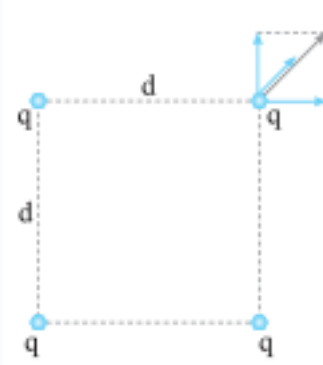
چون $q > 0$ است، پس $-q < 0$ می‌باشد. در حالت اول جهت نیروهای وارد بر بار q که در راس C است را رسم می‌کنیم و نیروی خالص وارد بر آن را F_T می‌نامیم (شکل ۱). F_T نیمساز دو نیروی F است. اگر بار q که در نقطه D است به $-q$ تبدیل شود فقط جهت نیروی این بار بر بار q واقع در C تغییر می‌کند و مطابق شکل نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن را با F'_T نشان داده‌ایم (شکل ۲). F'_T نیمساز دو نیروی F است.



با مقایسه شکل (۱) و (۲) می‌توان دریافت نیروی خالص وارد بر بار نقطه C ، 90° پادساعتگرد چرخیده است.

۱.۰۲

گام اول: چون بارهای الکتریکی همنام و هم‌اندازه هستند، نیروهای وارد بر یکی از آن‌ها مطابق شکل است. بزرگی دو نیروی $\vec{F}$ یکسان و برابر $F = k \frac{q^2}{d^2}$ است، اما نیروی F' که از بار الکتریکی q در فاصله $\sqrt{2}d$ (قطر مربع به ضلع d) بر بار مورد نظر وارد می‌شود، برابر است



$$\begin{aligned} F &= 2F' \\ F' &= k \frac{q^2}{2d^2} \end{aligned}$$

گام دوم: اکنون می‌دانیم برآیند دو نیروی هم‌اندازه عمود بر هم F از رابطه $F'' = \sqrt{2}F$ به‌دست می‌آید و منطبق بر F' می‌باشد و داریم:

$$\begin{aligned} F'' &= \sqrt{2}F \Rightarrow F'' = 2\sqrt{2}F' \\ \text{گام سوم: چون } F' \text{ و } F' \text{ هم‌جهت هستند می‌توان نوشت:} \\ F_T &= F'' + F' = 2\sqrt{2}F' + F' = (2\sqrt{2} + 1)F' \end{aligned}$$

با توجه به این که $F' = \frac{kq^2}{2d^2}$ است، **گزینه ۴** پاسخ درست است.

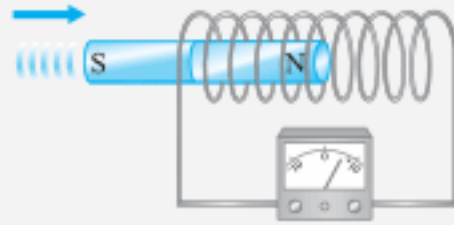
۱.۰۳

گام اول: می‌دانیم که بار Q بر Q نیروی رانشی وارد می‌کند که ما آن را $\vec{F}$ نامیده‌ایم (شکل را نگاه کنید). اما برای این که Q در حال تعادل باشد، یعنی نیروی خالص وارد بر Q صفر شود، باید علامت q

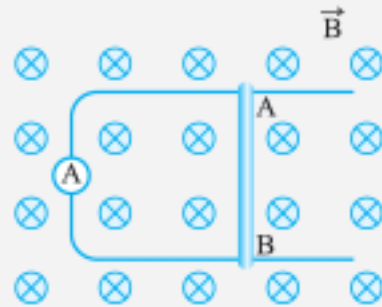
پدیده القای الکترومغناطیسی

آزمایش نشان می‌دهد که بدون در اختیار داشتن باتری و با استفاده از آهنربا و سیم‌پیچ می‌توان جریان الکتریکی ایجاد کرد. به این پدیده، پدیده القای الکترومغناطیسی و جریان تولید شده را جریان الکتریکی القایی می‌نامند.

آزمایش نشان می‌دهد با سه روش می‌توان جریان الکتریکی القایی ایجاد کرد. این سه روش به شرح زیر است:



❶ اگر آهنربایی را به یک سیم‌پیچ نزدیک یا دور کنیم و دو سر سیم‌پیچ را به یک آمپرسنج حساس وصل کنیم، آمپرسنج در مدار جریان الکتریکی را نشان می‌دهد.



❷ اگر مداری مانند شکل مقابل را درست کنیم و میلهٔ رسانای AB را روی سیم رسانای U شکلی به طرف راست یا چپ بلغزانیم، در حین لغزیدن میله، آمپرسنج عبور جریان الکتریکی در مدار را نشان می‌دهد و میدان مغناطیسی می‌تواند درون سو یا برون سو باشد. همچنین اگر پیچهای را بکشیم تا مساحتش تغییر کند، در آن جریان القایی به وجود می‌آید.



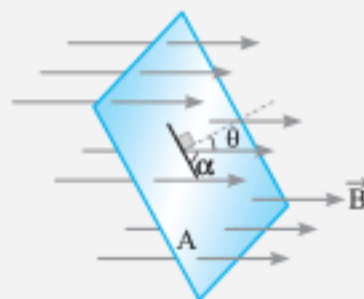
❸ اگر پیچهای را در یک میدان مغناطیسی قرار دهیم و پیچه را حول محور عمود بر میدان دوران دهیم، در پیچه جریان القایی پدید می‌آید.



بنابراین با سه روش ❶ تغییر میدان مغناطیسی ❷ تغییر مساحت پیچه در حضور میدان مغناطیسی ❸ چرخش پیچهای که درون میدان مغناطیسی است، در مدار جریان الکتریکی القایی ایجاد می‌شود. فیزیکدانان برای بیان بهتر پدیده القای الکترومغناطیسی، کمیتی را تعریف می‌کنند که هر سه کمیت میدان مغناطیسی، مساحت حلقه و چرخش پیچه را در بر بگیرد. این کمیت را شار مغناطیسی می‌نامند.

شار مغناطیسی

کمیتی نرده‌ای است و برای میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ که از پیچهای با مساحت معین A می‌گذرد به صورت زیر تعریف می‌شود:



$$\Phi = BA \cos \theta$$

Φ شار مغناطیسی (Wb)
 B بزرگی میدان مغناطیسی (T)
 A مساحت پیچه (m^2)
 θ زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و نیم خط عمود بر سطح پیچه



شار مغناطیسی کمیتی نرده‌ای است و یکای آن در SI، وبر (Wb) است که برابر با $T \cdot m^2$ می‌باشد.

در واقع یک وبر، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه‌ای به مساحت $1 m^2$ است که میدانی به بزرگی $1 T$ ، عمود از آن عبور کرده باشد.

$$1 Wb = 1 T \times 1 m^2$$

**نکته**

زاویه بین بردار میدان مغناطیسی با سطح پیچه را α می‌نامیم. آن را با θ اشتباه نکنید!

$$\theta = 90^\circ - \alpha$$

**مثال:**

حلقه مربع شکلی که طول هر ضلع آن 2.5cm است با خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به شدت 220G ، زاویه 27° می‌سازد. شار مغناطیسی گذرنده از این حلقه چند میلی‌وبر است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)

(۴) ۱۲۰

(۳) ۱/۲

(۲) ۱۲

(۱) ۰/۱۲

پاسخ: گزینه «۲»**گام اول:** در رابطه شار ($\Phi = BA \cos \theta$)، زاویه میدان با نیم‌خط عمود بر صفحه

است. در این مثال زاویه میدان با خود صفحه ذکر شده است؛ بنابراین داریم:

$$\theta + \alpha = 90^\circ \rightarrow \alpha = 37^\circ \rightarrow \theta = 53^\circ$$

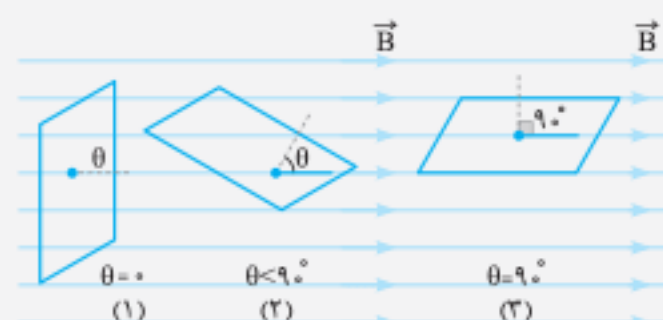
گام دوم: برای این که شار بر حسب وبر محاسبه شود میدان باید بر حسب T باشد. ($1\text{T} = 10^4\text{G}$)

$$B = 220\text{G} \times 10^{-4} = 2/2 \times 10^{-1}\text{T} \quad (1\text{T} = 10^4\text{G})$$

$$\Phi = BA \cos \theta \xrightarrow{\theta=53^\circ, A=2.5 \times 2.5 \times 10^{-4}\text{m}^2, B=2/2 \times 10^{-1}\text{T}} \Phi = 0.12\text{Wb} = 12\text{mWb}$$

**توجه:**

بر هر پیچه‌ای می‌توان دو نیم‌خط عمود بر سطح آن رسم کرد. اینکه نیم‌خط عمود بر کدام طرف پیچه باشد می‌تواند اختیاری باشد. اگر نیم‌خط عمود را در هر طرف پیچه انتخاب کردیم، در صورتی که جهت میدان مغناطیسی تغییر کند یا پیچه دوران کند باید با همان نیم‌خط مسئله را تا پایان دنبال کنیم.

**نکته**

۱ می‌توان قرض کرد که شار مغناطیسی که در یک پیچه تعریف می‌شود متناسب با تعداد خط‌های میدان مغناطیسی است که از پیچه عبور می‌کنند و هرگاه تعداد خطوط بیشتری از میدان مغناطیسی در پیچه عبور کنند، شار مغناطیسی نیز بیشتر خواهد بود.

۲ با توجه به شکل قوق می‌توان حالت‌های خاص زیر را در نظر گرفت:
الف: بیشترین شار مغناطیسی در حالتی پدید می‌آید که پیچه بر میدان عمود باشد:

$$\Phi = BA \cos \theta \xrightarrow{\theta=0, \cos 0=1} \Phi_{\max} = BA$$

در این حالت بیشترین خط در پیچه می‌گذرد.

ب: کمترین شار مغناطیسی از حالتی پدید می‌آید که پیچه موازی میدان باشد. در این حالت هیچ خطی از میدان، از پیچه عبور نمی‌کند.

$$\Phi = BA \cos \theta \xrightarrow{\theta=90^\circ, \cos 90^\circ=0} \Phi = 0$$

**مثال:**

مساحت پیچه‌ای 2cm^2 است و در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار دارد و بیشترین شار مغناطیسی پیچه 4×10^{-5} وبر است. در حالتی که شار گذرنده از پیچه 2×10^{-5} وبر شود زاویه سطح پیچه با میدان چند درجه خواهد بود؟

(۴) صفر

(۳) ۳۰

(۲) ۶۰

(۱) ۹۰

پاسخ: گزینه «۳»**گام اول:** از حالتی که شار مغناطیسی پیچه بیشینه است استفاده می‌کنیم و اندازه میدان مغناطیسی را حساب می‌کنیم:

$$\Phi_{\max} = BA \Rightarrow 4 \times 10^{-5} = B \times 2 \times 10^{-4} \Rightarrow B = 2 \times 10^{-1}\text{T}$$

گام دوم: زاویه نیم‌خط عمود بر سطح پیچه با میدان را حساب می‌کنیم:

$$\Phi = BA \cos \theta \Rightarrow 2 \times 10^{-5} = \frac{2 \times 10^{-1} \times 2 \times 10^{-4} \times \cos \theta}{\Phi_{\max} = 4 \times 10^{-5}} \Rightarrow \cos \theta = \frac{2 \times 10^{-5}}{4 \times 10^{-5}} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

$$\alpha = 90^\circ - \theta \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

گام سوم: زاویه سطح پیچه با میدان را حساب می‌کنیم:**نکته**

با توجه به رابطه $\Phi = BA \cos \theta$ می‌توان دریافت که اگر میدان عمود بر سطح پیچه نباشد، مؤلفه‌ای از میدان که موازی سطح پیچه است، اثری در مقدار شار مغناطیسی ایجاد شده در پیچه ندارد.

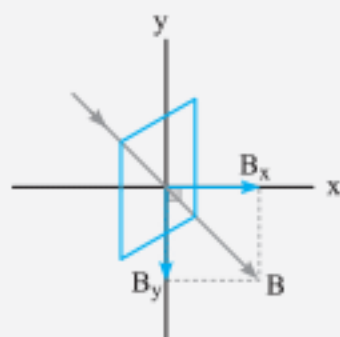


مثال: در یک فضا میدان مغناطیسی یکنواختی به صورت $\vec{B} = 0.4\vec{i} - 0.6\vec{j}$ (در SI) برقرار است و پیچهای به مساحت 1.0 cm^2 عمود بر محور x قرار دارد. شار مغناطیسی گذرنده از پیچه چند و بر است؟

- (۱) 2×10^{-4} (۲) 4×10^{-4} (۳) $5\sqrt{2} \times 10^{-4}$ (۴) 2×10^{-3}

• پاسخ: گزینه «۱»

در شکل مقابل یکی از خطوط میدان و سطح پیچه را رسم کرده‌ایم. ملاحظه می‌شود که مؤلفه $B_y = -0.6\text{ T}$ موازی پیچه است و اثری در ایجاد شار مغناطیسی ندارد بنابراین می‌توان مؤلفه $B_x = 0.4\text{ T}$ را که عمود بر سطح پیچه است در نظر بگیریم و در این حالت $\cos\theta = 1$ خواهد بود.



$$\Phi = B_x A = 0.4 \times 1.0 \times 10^{-4} = 4 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

مثال: در شکل مقابل یک حلقه رسانا در میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی 1.0 G قرار دارد و زاویه سطح حلقه با میدان 30° و مساحت حلقه 2.0 cm^2 است. اگر میدان مغناطیسی به صفر برسد و در جهت مخالف افزایش یابد و به اندازه 2.0 G برسد:

(الف) شار مغناطیسی در حالت اول چند و بر است؟

(ب) تغییر شار مغناطیسی چند و بر است؟

• پاسخ: الف: در این حالت $\alpha = 30^\circ$ است پس نتیجه می‌گیریم $\theta = 90 - 30 = 60^\circ$ است. اکنون شار مغناطیسی پیچه را حساب می‌کنیم:

$$\Phi = BA \cos\theta$$

$$\Rightarrow \Phi = 1.0 \times 10^{-4} \times 2.0 \times 10^{-4} \times \cos 60^\circ \Rightarrow \Phi = 1/5 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

ب: در حالتی که جهت میدان مغناطیسی وارونه شود، نیم‌خط عمود را ثابت در نظر می‌گیریم و زاویه نیم‌خط با میدان برابر $\theta' = 180 - 60 = 120^\circ$ می‌شود و شار مغناطیسی را در این حالت حساب می‌کنیم:

$$\Phi' = B' A \cos\theta' \Rightarrow \Phi' = 2.0 \times 10^{-4} \times 2.0 \times 10^{-4} \times \cos 120^\circ \Rightarrow \Phi' = -4/5 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

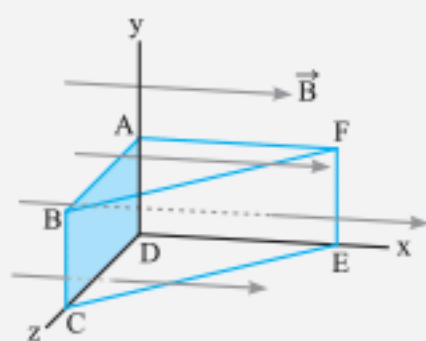
اکنون تغییر شار مغناطیسی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta\Phi = \Phi' - \Phi \Rightarrow \Delta\Phi = -4/5 \times 10^{-5} - 1/5 \times 10^{-5} = -6 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$



نکته

اگر دو صفحه نسبت به خطوط میدان به گونه‌ای قرار گرفته باشند که هر خط میدانی، به یکی از آن دو برخورد کرد به دیگری نیز برخورد کند و اگر به اولی برخورد نکرد به دومی هم برخورد نکند، اندازه شار مغناطیسی گذرنده از این دو سطح با هم برابر است. در اصطلاح گفته می‌شود دو صفحه نسبت به خطوط میدان روبه‌روی همدیگر هستند. از این نکته می‌توانید برای محاسبه شار مغناطیسی سطوحی که محاسبه شار مغناطیسی آن‌ها به شیوه مستقیم مشکل است، استفاده کنید.



در شکل مقابل دو صفحه $ABCD$ و $BCEF$ نسبت به میدان $\vec{B}$ که موازی محور x ها است روبه‌روی هم محسوب می‌شوند. پس اندازه شار گذرنده از آن‌ها با هم برابر است.

$$|\Phi_{ABCD}| = |\Phi_{BCEF}|$$

۱. شار مغناطیسی عبوری از سطح یک قاب مستطیلی شکل به ابعاد $4.0\text{ cm} \times 1.0\text{ cm}$ که خط عمود بر آن با میدان مغناطیسی یکنواخت 1.0 G زاویه 60° می‌سازد، چند و بر است؟

- (۱) 2×10^{-4} (۲) 2×10^{-2} (۳) $2\sqrt{3} \times 10^{-4}$ (۴) $2\sqrt{3} \times 10^{-2}$

۲. حلقه‌ای به مساحت 2.0 cm^2 درون میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $B = 0.4\text{ T}$ قرار دارد و خطوط میدان با سطح حلقه زاویه 60° درجه می‌سازند. شار مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد چند و بر است؟

(ریاضی ۹۹)

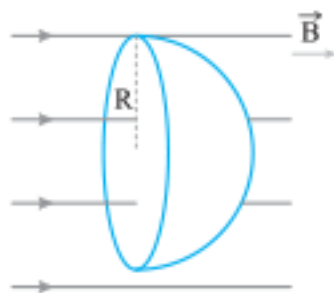
- (۱) 2×10^{-3} (۲) 4×10^{-5} (۳) $4\sqrt{3} \times 10^{-3}$ (۴) $4\sqrt{3} \times 10^{-5}$

۳. حلقه‌ای به مساحت A در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ قرار دارد. اگر زاویه بین بردار میدان مغناطیسی $\vec{B}$ با سطح حلقه 60° باشد، شار مغناطیسی که از سطح حلقه می‌گذرد چند برابر شار پیشینه است؟

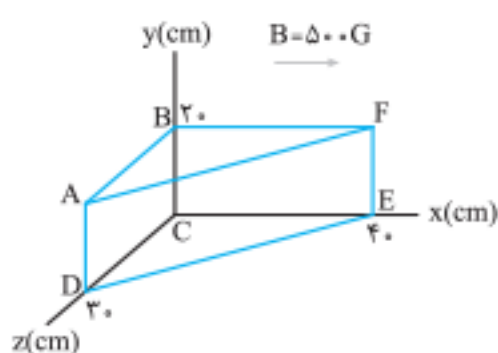
- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) 2 (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

۴. حلقه‌ای درون میدان مغناطیسی یکنواخت $\frac{1}{2}$ تسلا قرار دارد و حول یکی از قطرهایش که عمود بر خطوط میدان است، می‌چرخد و بیشترین شار مغناطیسی که از آن می‌گذرد 4×10^{-3} وبر می‌باشد. مساحت این حلقه چند سانتی‌متر مربع است؟ (تجربی خارج ۸۹)
- (۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۲۰۰

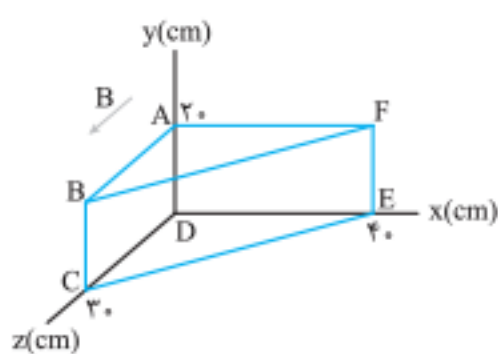
۵. حلقه‌ای مسی به شعاع ۲۰ سانتی‌متر عمود بر خطوط میدان مغناطیسی به شدت B قرار دارد. شار مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد چند وبر است؟
- (۱) $\frac{\pi}{25}B$ (۲) $2\pi B$ (۳) $20\pi B$ (۴) $25\pi B$



۶. مطابق شکل نیم‌کره‌ای عمود بر خطوط میدان یکنواختی به اندازه B قرار گرفته است. اگر شعاع نیم‌کره برابر R باشد، شار مغناطیسی گذرنده از آن چند وبر خواهد شد؟
- (۱) صفر (۲) $\pi R^2 B$ (۳) $2\pi R^2 B$ (۴) $2\pi R B$



۷. مطابق شکل، چنانچه میدان مغناطیسی در فضا یکنواخت و برابر 50 G و در امتداد محور x ها باشد، شار مغناطیسی گذرنده از صفحه $AFED$ چند وبر خواهد بود؟
- (۱) 2×10^{-3} (۲) $7/5 \times 10^{-3}$ (۳) 6×10^{-3} (۴) قابل محاسبه نیست.



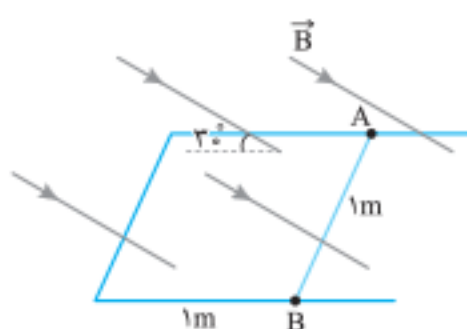
۸. مطابق شکل، میدان مغناطیسی یکنواختی در جهت محور z ها و به شدت $\frac{1}{4}T$ وجود دارد. شار مغناطیسی گذرنده از سطح ABF و $BFEC$ به ترتیب از راست به چپ چند میلی‌وبر است؟
- (۱) صفر و 0.4 (۲) صفر و 40 (۳) 0.4 و 0.5 (۴) 40 و 50

۹. میدان مغناطیسی یکنواختی در فضا داریم که معادله آن به صورت $\vec{B} = 2\vec{i} + 5\vec{j} (T)$ است. شار مغناطیسی گذرنده از مربعی به طول ضلع $2m$ که موازی محور x ها است چند وبر است؟
- (۱) $4\sqrt{29}$ (۲) ۲۰ (۳) ۸ (۴) ۲۸

۱۰. صفحه‌ای مستطیل شکل به ابعاد $1/5$ و 2 متر با میدانی یکنواخت به شدت $25T$ و زاویه 30° می‌سازد. اگر صفحه را به شکلی بچرخانیم که با میدان زاویه 53° بسازد، شار مغناطیسی گذرنده از صفحه چند وبر تغییر می‌کند؟ ($\sin 53^\circ = 0.8$)
- (۱) 0.375 (۲) 0.975 (۳) 0.225 (۴) 0.6

۱۱. سطح حلقهٔ رسانایی به قطر 10 cm عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی به شدت $10^{-3}T$ قرار دارد. اگر حلقه را حول قطری که عمود بر میدان است 180° بچرخانیم، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه چند وبر تغییر می‌کند؟ ($\pi = 3$)
- (۱) صفر (۲) $1/5 \times 10^{-2}$ (۳) $1/5 \times 10^{-3}$ (۴) $1/5 \times 10^{-5}$

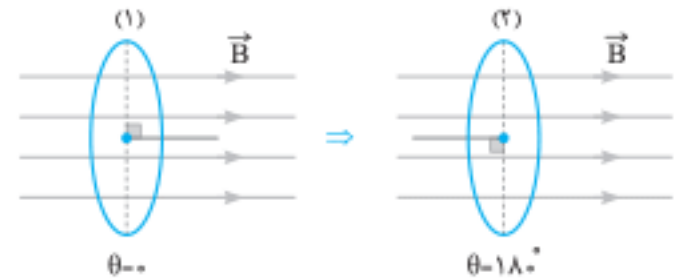
۱۲. صفحه‌ای به مساحت $6m^2$ با میدان یکنواختی به شدت $2T$ زاویه 27° می‌سازد. اگر این صفحه را به گونه‌ای بچرخانیم که میدان با خط عمود بر صفحه زاویه 12° بسازد، شار مغناطیسی گذرنده از صفحهٔ مستطیل شکل چند وبر تغییر می‌کند؟ ($\sin 27^\circ = 0.6$)
- (۱) 0.36 (۲) -0.36 (۳) $-1/32$ (۴) 0.12



۱۳. مطابق شکل، شدت میدان برابر $4T$ است. اگر سیم لغزنده AB ، از وضعیت نشان داده‌شده، $1/5m$ به سمت راست جابه‌جا شود، شار مغناطیسی گذرنده از صفحهٔ مستطیل شکل چند وبر تغییر می‌کند؟
- (۱) ۱ (۲) 0.5 (۳) 0.6 (۴) 0.2

۱۱. ۱ ۲ ۳ ۴

با گردش حلقه نیم خط عمود بر آن نیز 180° می‌چرخد. اگر در حالت اول زاویه نیم خط با میدان مغناطیسی را $\theta = 0^\circ$ در نظر بگیریم این زاویه در حالت دوم $\theta' = 180^\circ$ خواهد شد.



پس با استفاده از رابطه شار مغناطیسی می‌توان در دو حالت مقدار شار را حساب کرد:

$$\Phi = BA \cos \theta \xrightarrow{A = \pi r^2} \Phi = 10^{-3} \times 2 \times (0.05)^2 \times \cos 0^\circ$$

$$\Rightarrow \Phi = 75 \times 10^{-7} \text{ Wb}$$

$$\Phi' = 10^{-3} \times 2 \times 0.05^2 \times \cos 180^\circ \Rightarrow \Phi' = -75 \times 10^{-7} \text{ Wb}$$

اکنون تغییر شار مغناطیسی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta \Phi = -75 \times 10^{-7} - 75 \times 10^{-7} = -150 \times 10^{-7} \text{ Wb}$$

$$\Rightarrow |\Delta \Phi| = 150 \times 10^{-7} \text{ Wb}$$

۱۲. ۱ ۲ ۳ ۴

در اکثر مسائل کتاب درسی، تنها حالتی مورد بحث قرار گرفته که زاویه میدان و صفحه کمتر از 90° و در نتیجه شار مغناطیسی مثبت است. ولی ضرورت دارد برای زاویه بیش از 90° هم شما بتوانید شار مغناطیسی را محاسبه کنید. در چنین شرایطی، با توجه به نسبت‌های مثلثاتی بدیهی است شار مغناطیسی منفی خواهد شد.

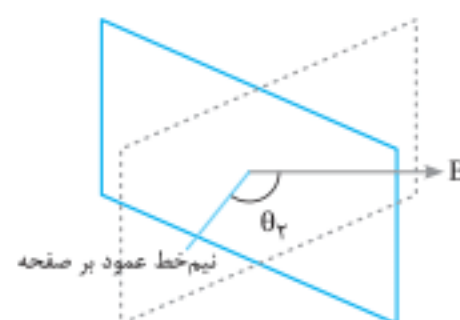


$$\theta_1 = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

$$\Phi_1 = BA \cos \theta_1$$

$$= 2 \times 0.6 \times 0.6$$

$$= 0.72 \text{ Wb}$$



$$\Phi_2 = BA \cos \theta_2$$

$$= 2 \times 0.6 \times \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$= -0.3 \text{ Wb}$$

$$\Rightarrow \Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = -0.3 - 0.72 = -1.02 \text{ Wb}$$

۱۳. ۱ ۲ ۳ ۴

به دلیل تغییر سطح، شار مغناطیسی تغییر می‌کند. دقت کنید در رابطه شار مغناطیسی، زاویه میدان با نیم‌خط عمود بر صفحه مهم است.

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

$$\Phi_1 = BA_1 \cos \theta = 0.4 \times (1 \times 1) \times \frac{1}{2} = 0.2 \text{ Wb}$$

$$\Phi_2 = BA_2 \cos \theta = 0.4 \times (1 \times 2/5) \times \frac{1}{2} = 0.08 \text{ Wb}$$

$$\Rightarrow \Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = 0.2 \text{ Wb}$$

۱۴. ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا مساحت اولیه را محاسبه می‌کنیم. با توجه به زاویه $\frac{\pi}{6}$ ، می‌توانیم بگوییم که سطح قوس $\frac{1}{12}$ یک دایره کامل است.

$$A_{OAB} = \frac{\pi R^2}{12} = \frac{\pi (0.1)^2}{12} = \frac{\pi}{1200} \text{ (m}^2\text{)}$$

$$\Phi_1 = BA_1 \cos \theta = 1/5 \times \frac{\pi}{1200} \times 1 = \frac{\pi}{800} \text{ (Wb)}$$

وقتی به B' برسیم: زاویه قوس $\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$ و سطح قوس برابر $\frac{1}{4}$ سطح دایره کامل خواهد شد.

$$A_{OAB'} = \frac{\pi R^2}{4} = \frac{\pi (0.1)^2}{4} = \frac{\pi}{400} \text{ (m}^2\text{)}$$

$$\Phi_2 = BA_2 \cos \theta = 1/5 \times \frac{\pi}{400} \times 1 = \frac{\pi}{200} \text{ (Wb)}$$

$$\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = \frac{\pi}{200} - \frac{\pi}{800} = \frac{3\pi}{800} \text{ (Wb)}$$

۱۵. ۱ ۲ ۳ ۴

به رابطه ولتاژ القایی متوسط دقت کنید:

$$\bar{\mathcal{E}} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \xrightarrow{\text{یکای}} V = \frac{\text{Wb}}{s} \Rightarrow V \cdot s = \text{Wb}$$

پس (ولت ثانیه) هم‌ارز (وبر) است.

۱۶. ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم بنابر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکه القایی متوسط از رابطه $\bar{\mathcal{E}} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ به دست می‌آید. چون $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ همان آهنگ تغییر شار مغناطیسی است و N هم بدون یکا می‌باشد، پس یکای $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ برابر یکای نیروی محرکه القایی یعنی ولت است.

۱۷. ۱ ۲ ۳ ۴

$$\text{با توجه به رابطه } |\bar{\mathcal{E}}| = N \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right|, \text{ معادل ولت است.}$$

۱۸. ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به روابط القای الکترومغناطیسی داریم:

$$\bar{\mathcal{E}} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \xrightarrow{I = \frac{\bar{\mathcal{E}}}{R}} \bar{I} = -\frac{N}{R} \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

جریان القایی با تغییر شار مغناطیسی، نسبت مستقیم و با مقاومت الکتریکی نسبت عکس دارد.

۱۹. ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به قرمول ولتاژ القایی داریم:

$$\bar{\mathcal{E}} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -200 \times \frac{-0.04 - 0.02}{0.1} = 120 \text{ V}$$

۲۰. ۱ ۲ ۳ ۴

$$q = \frac{N}{R} |\Delta \Phi| = \frac{50}{5} |0 - 0.04| = 0.4 \text{ C}$$

یادآوری: ولتاژ و جریان القایی، تابع آهنگ تغییرات شار مغناطیسی هستند یعنی باید زمان تغییر شار مغناطیسی معلوم باشد، ولی بار شارش شده، تابع فقط تغییر شار مغناطیسی است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

با توجه به رابطه $\bar{\mathcal{E}} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ و $\Delta \Phi = BA \Delta \cos \theta$ داریم:

$$\theta_1 = 0, \theta_2 = 180^\circ$$

$$\bar{\mathcal{E}} = \left| -NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|$$

$$\Rightarrow \bar{\mathcal{E}} = \left| -1000 \times \frac{0.4 \times 50 \times 10^{-4} \times (-1-1)}{0.1} \right| = 40 \text{ V}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

اگر میدان در حالت اول را مثبت در نظر بگیریم در حالت دوم منفی است.

$$\bar{\mathcal{E}} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \bar{\mathcal{E}} = -1 \times 100 \times 10^{-4} \times \cos(0) \times \frac{(-0.1-0.1)}{0.25}$$

$$\Rightarrow \bar{\mathcal{E}} = -10^{-2} \times 1 \times \frac{-0.2}{0.25} = 0.8 \times 10^{-2} \text{ V} = 8 \text{ mV}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

اگر علت تغییر شار مغناطیسی، تغییر میدان باشد داریم:

$$\bar{\mathcal{E}} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

به $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ ، آهنگ تغییر میدان هم گفته می‌شود و واحد آن $\frac{T}{s}$ (تسلا بر ثانیه) است.

در این تست آهنگ تغییر میدان را داریم:

$$A = 20 \text{ cm}^2 \times 10^{-4} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\bar{\mathcal{E}} = -NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow -500 \times 2 \times 10^{-3} \times 1 \times 8 \times 10^{-3} = -8 \times 10^{-3} \text{ V}$$

$$\bar{I} = \left| \frac{\bar{\mathcal{E}}}{R} \right| = \frac{8 \times 10^{-3}}{20} = 4 \times 10^{-4} \text{ A} = 0.4 \times 10^{-3} \text{ A} = 0.4 \text{ mA}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

در القای الکترومغناطیسی باید شار مغناطیسی تغییر کند. با توجه به قرمول شار $\Phi = BA \cos \theta$ باید حداقل یکی از پارامترهای B یا A یا $\cos \theta$ تغییر کرده باشد.

$$\bar{\mathcal{E}} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \xrightarrow{\text{میدان تغییر کرده}} \bar{\mathcal{E}} = -NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\bar{\mathcal{E}} = -1 \times (200 \times 10^{-4}) \times 1 \times \frac{-0.08}{0.2} = 0.08 \text{ V}$$

(چون میدان کاهش یافته، $\Delta B < 0$ خواهد بود.)

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

با توجه به این که میدان تغییر کرده است داریم:

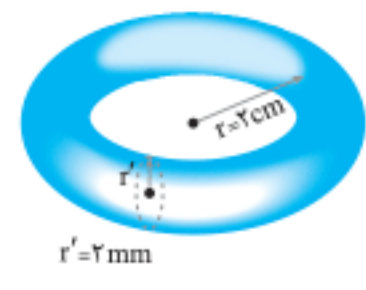
$$\left. \begin{aligned} |\bar{\mathcal{E}}| &= \left| N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \left| NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| \\ A &= \pi r^2 = \pi \times (0.1)^2 = \frac{\pi}{100} = \frac{3}{100} \text{ m}^2 \\ \bar{I} &= \left| \frac{\bar{\mathcal{E}}}{R} \right| \Rightarrow \bar{\mathcal{E}} = |\bar{I} R| = 0.3 \times 0.2 = 0.06 \text{ V} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 0.06 = 1 \times \frac{3}{100} \times 1 \times \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| \Rightarrow \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| = 2 \frac{T}{s}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

در این تست آهنگ تغییر میدان $\left(\frac{\Delta B}{\Delta t} \right)$ مجهول است. اگر A_1 مساحت مقطع سیم باشد، مقاومت سیم حلقه را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$L = 2\pi r, A_1 = \pi r'^2$$



$$R = \rho \frac{L}{A_1} = 1/7 \times 10^{-8} \times \frac{2 \times \pi \times 2 \times 10^{-2}}{\pi \times (2 \times 10^{-3})^2} = 1/7 \times 10^{-4} \Omega$$

r شعاع حلقه و r' شعاع مقطع حلقه و A_1 مساحت مقطع حلقه است. اکنون از قانون القای فاراده می‌کنیم و توجه داریم A_2 مساحت حلقه است:

$$\left\{ \begin{aligned} |\bar{\mathcal{E}}| &= R \bar{I} = 1/7 \times 10^{-4} \times 0.2 = 2/4 \times 10^{-5} \text{ V} \\ |\bar{\mathcal{E}}| &= NA_2 \cos \theta \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| \\ \Rightarrow 2/4 \times 10^{-5} &= 1 \times \pi \times (2 \times 10^{-2})^2 \times 1 \times \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| \\ \Rightarrow \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| &\simeq 0.28 \frac{T}{s} \end{aligned} \right.$$

این تست جنبه محاسباتی فوق‌العاده‌ای دارد. نباید در جایگذاری پارامترها اشتباهی صورت بگیرد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

قرمول‌های مربوط به القا و رابطه جریان و ولتاژ القایی را می‌نویسیم.

$$\left\{ \begin{aligned} |\bar{\mathcal{E}}| &= N \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = NA \cos \theta \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| \\ |\bar{\mathcal{E}}| &= \bar{I} R \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow 10^{-3} \times 10 = 500 \times 25 \times 10^{-4} \times 1 \times \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|$$

$$\Rightarrow \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| = 8 \times 10^{-3} \frac{T}{s} = 8 \frac{\text{mT}}{s}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

به معادله جریان القایی در حالتی که میدان در قضا تغییر می‌کند توجه کنید.

$$\left\{ \begin{aligned} |\bar{\mathcal{E}}| &= N \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = NA \cos \theta \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| \\ \bar{I} &= \left| \frac{\bar{\mathcal{E}}}{R} \right| \\ \Rightarrow \bar{I} &= \frac{NA \cos \theta}{R} \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| \end{aligned} \right.$$

برای دو قباب نشان داده شده پارامترهای $(N=1)$ ، $(\cos \theta=1)$ و $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ مشابه هستند. فقط کافی است اندازه مساحت و مقاومت آن‌ها را با هم مقایسه کنیم. سطح هر قباب از قرمول πr^2 محاسبه می‌شود و مقاومت هر قباب متناسب با طول سیم یعنی محیط آن قباب $(2\pi r)$ است.

$$\frac{\bar{I}_2}{\bar{I}_1} = \frac{A_2}{A_1} \times \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \times \left(\frac{r_1}{r_2} \right) = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

در مدت $0.2s$ میزان جابه‌جایی میله ab را حساب کرده و سطح قباب را در دو حالت حساب می‌کنیم.