

مقدمه‌ی مؤلف

سال سوم دبیرستان بودم. یکی از مباحث کتاب ریاضیات جدید در آن سال آنالیز ترکیبی بود. مقدمات آنالیز ترکیبی را از کتاب درسی یاد گرفتم و احساس کردم که به این موضوع خیلی علاقمندم. بعد از مدتی یکی از دوستانم کتاب ریاضیات انتخاب را به من معرفی کرد. من هم این کتاب را تهیه و در عرض ۱۰ روز کل کتاب را مطالعه کردم. در سال چهارم نیز معلم درس ریاضیات جدید کتابی به نام Concrete Mathematics را به من داد. دو فصل از این کتاب را خواندم و با مسأله‌های معروفی چون مسأله‌ی برج هانوی، مسأله‌ی ژزفوس، اعداد کاتالان و خیلی مسأله‌های دیگر آشنا شدم. علاوه بر این‌ها با مطالعه‌ی یکی دو کتاب دیگر مقدماتی از نظریه‌ی گراف را نیز یاد گرفتم.

مطالعه‌ی این کتاب‌ها از یک سو برایم لذت‌بخش بود و از سوی دیگر عطش یادگیری مفاهیم پیشرفته‌تر را در من بیشتر می‌کرد. همین عطش باعث شد که برای ورود به دانشگاه رشته‌ی ریاضی را انتخاب کنم. در دوران تحصیل در دانشگاه درس‌های زیادی را در زمینه‌های آنالیز ترکیبی و نظریه‌ی گراف گذراندم و کتاب‌ها و مقالات بسیاری را در این دو زمینه مطالعه کردم. چون علاقه‌ی زیادی به تدریس داشتم از همان زمان ورود به دانشگاه مشغول به تدریس شدم. غالب کلاس‌هایی که تاکنون داشته‌ام مربوط به درس آنالیز ترکیبی بوده‌اند. مطالعه‌ی کتب مرجع و تدریس در دبیرستان باعث شد تا پس از مدتی یک مجموعه‌ی نسبتاً بزرگی از مفاهیم و مسأله‌های آنالیز ترکیبی را جمع‌آوری کنم. خیلی دوست داشتم که این مجموعه را به یک کتاب تبدیل کنم. در سال ۱۳۷۹ از سوی انتشارات فاطمی پیشنهاد شد که یک کتاب ترکیبیات در زمینه‌ی المپیاد بنویسم. پس از تألیف این کتاب تصمیم گرفتم که کتابی مقدماتی بنویسم که قابل استفاده‌ی قشر وسیع‌تری از دانش‌آموزان باشد. برای همین منظور قرار شد که دو کتاب موضوعی، یکی در زمینه‌ی نظریه‌ی گراف و دیگری در زمینه‌ی آنالیز ترکیبی را برای انتشارات فاطمی بنویسم. کتاب نظریه‌ی گراف را نوشتم و برای کتاب آنالیز ترکیبی یک مجموعه‌ی بزرگی از مسائل را فراهم کردم ولی پس از آن فرصتی برای نوشتن متن کتاب میسر نشد.

در دو سه سال اخیر در کلاس‌هایی که مربوط به درس آنالیز ترکیبی بوده‌اند از این مجموعه مسائل خیلی استفاده کرده‌ام. این امر باعث شد تا بتوانم اصلاحات خوبی را روی این مجموعه اعمال کنم. سال گذشته فرصتی فراهم شد و متن کتاب را نیز نوشتم و حاصل کار آن شد که اکنون ملاحظه می‌کنید.

این کتاب در ۹ فصل تنظیم شده است. شش فصل اول مربوط به مقدمات شمارش هستند و فصل‌های هفتم و هشتم کتاب به اصل لانه کبوتری و استقرای ریاضی اختصاص یافته است. هر فصل از چند بخش تشکیل شده است. در هر بخش علاوه بر توضیح درس تعداد قابل ملاحظه‌ای مسئله‌ی حل شده وجود دارد. در پایان هر بخش نیز تعدادی مسئله آورده شده است که برخی از آن‌ها مشابه مسئله‌های حل شده در متن هستند و حل آن‌ها برای تسلط بر موضوع بسیار مفید است. برخی از مسئله‌ها نیز که مشکل‌ترند با علامت دمبل (🏋️) مشخص شده‌اند. در پایان کتاب برای مسائل ساده و مسائلی که مشابه مسئله‌های حل شده در متن کتاب هستند پاسخ و برای بقیه‌ی مسائل راه‌حل داده شده است. امیدوارم که هر دانش‌آموز بتواند در حد توان از مطالب این کتاب استفاده کند و از مطالعه و حل مسائل آن لذت ببرد و بر دانش خود بیافزاید.

مقدمه‌ی ویرایش دوم

هشت سال از انتشار کتاب آنالیز ترکیبی می‌گذرد. به لطف خدا در طی این سال‌ها با تدریس این کتاب در کلاس‌های مختلف توسط اینجانب و برخی از دوستان همکار که از این منبع استفاده می‌کردند شاهد علاقمندی دانش‌آموزان به آنالیز ترکیبی و همچنین تسلط ویژه‌ی آن‌ها بر مفاهیم و ایده‌های حل مسأله‌ی این مبحث از ریاضیات بودم. با توجه به این نکته در ویرایش جدید این کتاب به دنبال تغییرات عمده نبودم و فقط نظرات اصلاحی را اعمال کردم. تعدادی از تمرین‌ها را که وجود آن‌ها در کتاب چندان ضروری نبود حذف کردم، اشتباهات تایپی و همچنین مسأله‌هایی را که در راه‌حل آن‌ها اشتباهی رخ داده بود اصلاح کردم و فکر می‌کنم که در ویرایش جدید، کتابی عاری از هر گونه اشتباه در خدمت شما عزیزان و علاقمندان قرار داشته باشد. از پروردگار منان توفیق همه‌ی شما را خواستارم.

علیرضا علی‌پور

فهرست

● فصل اول: اصول شمارش

۲	بخش اول: اصل ضرب
۸	مسائل
۱۱	بخش دوم: اصل جمع
۱۵	مسائل
۱۷	بخش سوم: اصل متمم
۱۹	مسائل

● فصل دوم: جایگشت‌ها

۲۲	بخش اول: فاکتوریل
۲۴	مسائل
۲۵	بخش دوم: جایگشت‌های خطی
۲۸	مسائل
۳۰	بخش سوم: جایگشت‌های r شیء از n شیء
۳۳	مسائل
۳۵	بخش چهارم: جایگشت‌های دوری
۳۸	مسائل

● فصل سوم: ترکیب‌ها و بسط دوجمله‌ای

۴۰	بخش اول: ترکیب‌ها
۴۸	مسائل
۵۳	بخش دوم: بسط دوجمله‌ای
۵۷	مسائل



● فصل چهارم: جایگشت‌های با تکرار

بخش اول: جایگشت‌های با تکرار	۶۲
مسائل	۷۱
بخش دوم: مسأله‌ی مسیر	۷۴
مسائل	۷۷
بخش سوم: بسط چندجمله‌ای	۸۰
مسائل	۸۲

● فصل پنجم: ترکیب‌های با تکرار

بخش اول: معادله‌های خطی با ضرایب واحد	۸۶
بخش دوم: ترکیب‌های با تکرار	۹۲
مسائل	۹۳
بخش سوم: توزیع اشیاء یکسان در دسته‌های متمایز	۹۶
مسائل	۹۸

● فصل ششم: اصل شمول و عدم شمول

بخش اول: حالت $n=2$	۱۰۰
مسائل	۱۰۴
بخش دوم: حالت $n=3$	۱۰۷
مسائل	۱۱۳

● فصل هفتم: اصل لانه کبوتری

- ۱۱۸..... بخش اول: صورت ساده‌ی اصل لانه کبوتری
- ۱۲۵..... مسائل
- ۱۲۹..... بخش دوم: صورت تعمیم‌یافته‌ی اصل لانه کبوتری
- ۱۳۴..... مسائل

● فصل هشتم: استقرای ریاضی

- ۱۴۰..... بخش اول: استقرای ضعیف
- ۱۴۴..... مسائل
- ۱۴۸..... بخش دوم: انواع دیگری از استقرای ریاضی
- ۱۵۲..... مسائل

● فصل نهم: پاسخ، راهنمایی و راه‌حل

- ۱۵۶..... پاسخ مسائل فصل اول: اصول شمارش
- ۱۶۳..... پاسخ مسائل فصل دوم: جایگشت‌ها
- ۱۶۷..... پاسخ مسائل فصل سوم: ترکیب‌ها و بسط دوجمله‌ای
- ۱۸۶..... پاسخ مسائل فصل چهارم: جایگشت‌های با تکرار
- ۲۰۴..... پاسخ مسائل فصل پنجم: ترکیب‌های باتکرار
- ۲۱۶..... پاسخ مسائل فصل ششم: اصل شمول و عدم شمول
- ۲۲۹..... پاسخ مسائل فصل هفتم: اصل لانه کبوتری
- ۲۴۳..... پاسخ مسائل فصل هشتم: استقرای ریاضی