

بانک سوال المپیاد ریاضی

پایه هشتم

تألیف : گروه مولفان



مولفان:

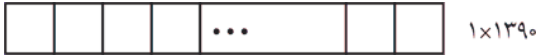
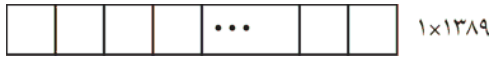
سارا ارشاد منش - حسن باطنی - حمیدرضا بیات - زهره پندی - فرخنده ترابی - کیهان خجسته
مجتبی خمایی ابدی - مرتضی خمایی ابدی - خسرو داوودی - کبری دلشاد - حمیدرضا زیارتی - امیررضا عرب
سیامک قادر - حمید کاملی - کیان کریمی خراسانی - مجید منشوری

مقدمه

مبتکران؛ بابیش از ۳۰ سال فعالیت آموزشی، علمی و فرهنگی در کشور، توانمندسازی و مهارت افزایی دانش‌آموزان سرزمین‌مان را جز اهداف مهم و اثرگذارش قرار داده است. در همین راستا در سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹ بر آن شدیم برای شناسایی و کشف استعدادهای علمی و توانایی‌های فردی ریاضیات نوجوانان کشورمان، اقدام به برگزاری مسابقه ملی با استانداردهای جهانی کنیم. در طول ۹ دوره المپیاد ریاضی نوجوانان ایران که منجر به حضور دانش‌آموزان و مدارس علمی و توانای کشورمان و کسب موفقیت‌ها و رتبه‌های فراوان بین‌المللی و کشوری آنان شد، ما را بر آن داشت تا در تحقق اهدافمان با انگیزه‌تر و مصمم‌تر قدم برداریم. این کتاب با عنوان بانک سوالات ۹ دوره المپیاد ریاضی نوجوانان ایران برای ایجاد آمادگی بیشتر نوجوانان در دهمین المپیاد ریاضی نوجوانان ایران و المپیادهای جهانی و سایر مسابقات ملی تهیه و تدوین شده است. امید است که نوجوانان کوشا و مستعد سرزمین‌مان با تجربه پرسش‌هایی مفهومی، چالش برانگیز و در سطح استاندارد جهانی بتوانند در مسابقات و المپیادهای ملی و جهانی همچنان بدرخشند.

دبیرخانه المپیاد مبتکران

۱. شکل‌های زیر، یکی جدول 1×1389 و دیگری جدول 1×1390 است. تعداد مستطیل‌های جدول پایینی چند تا بیش‌تر از جدول بالایی است؟



بالایی است؟

۱ (۱)

۱۳۸۹ (۲)

۱۳۹۰ (۳)

$\frac{138 \times 1390}{2}$ (۴)

1390^2 (۵)

۲. ژاکت سارا ۳ تا دکمه دارد. او به چند ترتیب مختلف می‌تواند دکمه‌های ژاکت‌ش را ببندد؟

۱۰ (۵)

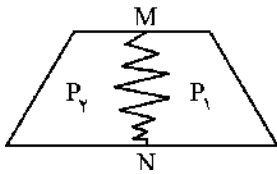
۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۳. دوزن‌های متساوی‌الساقین از جنس شیشه مانند شکل زیر شکسته شده است، به طوری که خط شکست از M و N ، وسط قاعده‌های دوزن‌ها، گذشته و دو قطعه‌ی P_1 و P_2 به وجود آمده است. محیط P_1 ، ۲۷ سانتی‌متر است. محیط P_2 چند سانتی‌متر



است؟

۲۴ (۱)

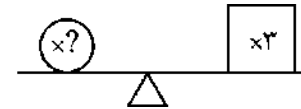
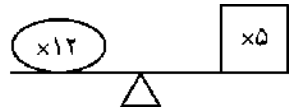
۲۶ (۲)

۲۸ (۳)

۲۷ (۴)

(۵) با این اطلاعات نمی‌توان تعیین کرد.

۴. اگر وزن ۴ هندوانه برابر ۱۵ طالبی و وزن ۵ جعبه تخم‌مرغ برابر وزن ۱۲ هندوانه است. وزن ۳ جعبه تخم‌مرغ برابر چند طالبی است؟



۴۵ (۵)

۲۷ (۴)

۲۸ (۳)

۳۵ (۲)

۲۵ (۱)

۵. در یک لیگ فوتبال ۱۰ تیم حضور دارند و هم‌اکنون نیم‌فصل تمام شده است، یعنی هر تیم با هر تیم دیگری یک بار بازی کرده است. اکنون (یعنی پایان نیم‌فصل) مجموع امتیازهای این ۱۰ تیم، حداقل و حداکثر چند می‌تواند باشد؟ (در فوتبال، پیروزی ۳ امتیاز، مساوی ۱ امتیاز و باخت صفر امتیاز دارد.)

۱۵۰-۱۰۰ (۵)

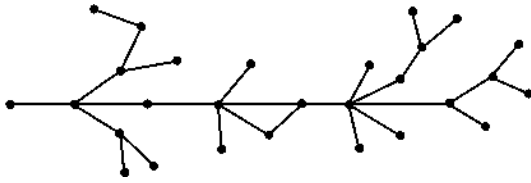
۳۰۰-۲۰۰ (۴)

۱۳۵-۴۵ (۳)

۱۳۵-۹۰ (۲)

۲۷۰-۱۸۰ (۱)

۶. نقشه چند روستا و راه‌های بین آن‌ها به صورت زیر داده شده است: (روستاها با • و راه‌های ارتباطی با — نشان داده شده است).



قرار است برای این شبکه‌ی روستاها، چاه‌های آب ایجاد نماییم، هر روستایی که قرار است، برای آن چاه آب در نظر گرفته شود، با علامت * نشان داده می‌شود، می‌خواهیم این شبکه را با علامت * علامت‌گذاری نماییم، به نحوی که هیچ دو روستای مجاور همزمان دارای چاه آب نباشند و در عین حال از بین هر دو روستای مجاور، حداقل یک روستا دارای چاه آب باشد، به چند طریق می‌توان این شبکه را علامت‌گذاری نمود؟ (دو روستا را مجاور گوییم هرگاه با یک راه ارتباطی به هم متصل گردند.)

(۱) حالت ۱ (۲) حالت ۲ (۳) حالت ۳ (۴) حالت ۴ (۵) حالت ۵

۷. ۱۴ خانه به صورت ۷ دایره و ۷ ستاره را یکی در میان دور هم چیده‌ایم. اعداد ۱ تا ۱۴ را درون این ۱۴ خانه طوری قرار داده‌ایم که مجموع دو عدد درون دو دایره کنار هم برابر عدد ستاره‌ی بین آن‌ها باشد. مجموع اعداد تمامی دایره‌ها چند می‌باشد؟

(۱) ۳۵ (۲) ۷۰ (۳) ۱۰۵ (۴) ۹۱ (۵) ۱۸۲

۸. دستگاهی به نام f به این صورت کار می‌کند که یک عدد طبیعی را به عنوان ورودی دریافت می‌کند، آن عدد را سه برابر می‌کند سپس به علاوه یک می‌کند و در نهایت بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه فرد عدد به دست آمده را در خروجی نمایش می‌دهد. خلاصه عملیات بالا، به صورت زیر نمایش داده شده است.

ورودی i \rightarrow f \rightarrow $f(i) = ((3i + 1))$ (بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه فرد $((3i + 1))$)

در شکل بالا ورودی را با i و خروجی را با $f(i)$ نمایش داده‌ایم. چند مثال:

۳ \rightarrow f \rightarrow $f(3) = 5$

۵ \rightarrow f \rightarrow $f(5) = 1$

حال می‌خواهیم نماد $f^n(i)$ را تعریف نماییم. به مثال زیر توجه کنید:

۳ \rightarrow f \rightarrow ۵ \rightarrow f \rightarrow ۱

ابتدا ورودی ۳ را به دستگاه f می‌دهیم، می‌دانیم در خروجی عدد ۵ داریم، حال اگر خروجی را که همان عدد ۵ می‌باشد را به عنوان ورودی به یک دستگاه دیگر از همان نوع بدهیم، خروجی دستگاه دوم عدد ۱ می‌باشد. خلاصه عملیات بالا را به صورت زیر نمایش می‌دهیم.

۳ \rightarrow f^2 \rightarrow $f^2(3) = 1$

به عبارتی $f^2(3)$ خروجی نهایی است هنگامی که ورودی ۳ را به دو دستگاه متوالی بدهیم، در نتیجه $f^n(i)$ یعنی آخرین خروجی به دست آمده در صورتیکه ورودی i را به n دستگاه متوالی بدهیم.

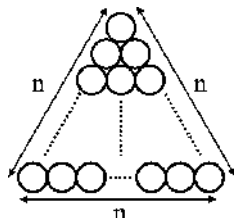
برای مثال $f^4(3)$ را می‌توان به صورت زیر نمایش داد.

۳ \rightarrow f \rightarrow ۵ \rightarrow f \rightarrow ۱ \rightarrow f \rightarrow ۱ \rightarrow f \rightarrow ۱ \rightarrow $f^4(3) = 1$

با توجه به توضیحات بالا، کوچک‌ترین عدد مثبت n را که به ازای آن $f^n(4) = 13$ می‌باشد، کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۵) ۵

۹. تعداد $\frac{n(n+1)}{2}$ گوی به شکل مثلثی به ضلع n گوی چیده شده‌اند. وقتی که یک گوی را از قاعده‌ی این مثلث برمی‌داریم، تمام گوی‌هایی که در سطر بالایی با آن در تماس‌اند نیز برداشته می‌شوند و به همین ترتیب کار ادامه پیدا می‌کند تا بالاترین گوی هم برداشته شود. می‌دانیم که با برداشتن یک گوی از قاعده‌ی مثلث مجموعاً ۲۵ گوی برداشته شده است. کدام گزینه می‌تواند در مورد عدد n و شماره‌ی گوی برداشته شده از قاعده درست باشد؟



(۱) $n = 11$ و گوی سوم قاعده

(۲) $n = 10$ و گوی چهارم قاعده

(۳) $n = 10$ و گوی سوم قاعده

(۴) $n = 9$ و گوی پنجم قاعده

(۵) $n = 9$ و گوی چهارم قاعده

۱۰. در شهر دو طبقه، میانگین دستمزد ساکنان طبقه‌ی بالا، ۲۰۰۰۰ تومان در روز و میانگین دستمزد ساکنان طبقه‌ی پایین، ۱۶۰۰۰ تومان در روز است. یکی از ساکنان این شهر از یک طبقه به طبقه‌ی دیگر نقل مکان کرده است. او مدعی است که با این نقل مکان، میانگین دستمزد هر دو طبقه‌ی شهر بیش‌تر شده است. کدام گزینه درست است؟

(۱) امکان ندارد که این ادعا درست باشد.

(۲) این ادعا در صورتی درست است که او از طبقه‌ی بالا به پایین رفته باشد و دستمزدش بیش‌تر از ۲۰۰۰۰ تومان در روز باشد.

(۳) این ادعا در صورتی است که او از طبقه‌ی پایین به بالا رفته باشد و دستمزدش بیش‌تر از ۲۰۰۰۰ تومان در روز باشد.

(۴) این ادعا در صورتی درست است که او از طبقه‌ی بالا به پایین رفته باشد و دستمزدش بین ۱۶۰۰۰ تا ۲۰۰۰۰ تومان در روز باشد.

(۵) این ادعا در صورتی است که او از طبقه‌ی پایین به بالا رفته باشد و دستمزدش بین ۱۶۰۰۰ تا ۲۰۰۰۰ تومان در روز باشد.

۱۱. اگر فاصله‌ی بین ۵ نقطه‌ی روی خط در شکل زیر مساوی باشند، این شکل دارای چند محور تقارن می‌باشد؟



(۵) بی‌شمار

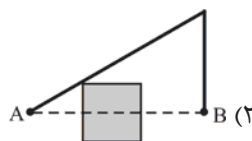
(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۱۲. در کف یک انبار، موشی که در نقطه‌ی A قرار دارد، می‌خواهد با طی کردن کوتاه‌ترین مسیر به فندق‌ی که در نقطه‌ی B قرار دارد، برسد و باید موازب باشد که در چاله‌ی مربع شکل نیفتد. کوتاه‌ترین مسیر کدام است؟ (فرض کنید خط واصل بین A و B محور تقارن مربع است.)



۱۳. کدام گزینه برابر حاصل ضرب سایر گزینه‌هاست؟

(۵) -۵

(۴) $-\frac{1}{25}$

(۳) $\frac{1}{15}$

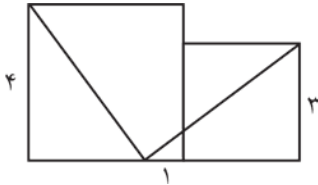
(۲) $\frac{3}{25}$

(۱) ۹

۱۴. حاصل عبارت $(5^8 + 5^8 + 5^8 + 5^8) \times (3^8 + 3^8 + 3^8 + 3^8 + 3^8) \times (2^7 + 2^7 + 2^7)$ برابر کدام است؟

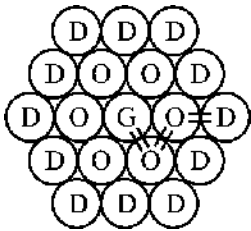
- (۱) 3×10^8 (۲) 2×10^9 (۳) 3×10^8 (۴) 4×10^7 (۵) 5×10^6

۱۵. دو مربع به ضلع‌های ۳ سانتی‌متر و ۴ سانتی‌متر را کنار هم قرار داده و مطابق شکل برش داده‌ایم. با استفاده از تمام قطعات به دست آمده یک مربع بزرگ‌تر ساخته‌ایم. محیط مربع ساخته شده کدام است؟



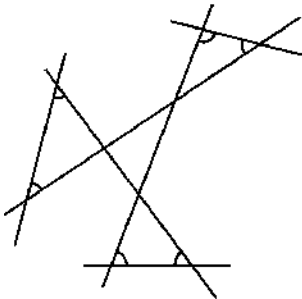
- (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۲ (۴) ۲۴ (۵) ۲۶

۱۶. در شکل زیر، با شروع از دایره‌ی مرکزی می‌توان به دایره‌های رفت که با دایره‌های که در آن قرار داریم، مماس باشد. می‌خواهیم با سه حرکت، کلمه‌ی لاتین GOOD را به وجود آوریم. به چند طریق این کار امکان‌پذیر است؟ یک مثال در شکل زیر می‌بینید.



- (۱) ۲۴ (۲) ۲۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۳۶ (۵) ۱۱

۱۷. در شکل زیر، اطلاعات خاصی در مورد خطوط رسم شده در اختیار نداریم، در مورد مجموع زوایای مشخص شده کدام گزینه درست است؟



- (۱) برابر ۲۱۵ درجه است.
 (۲) برابر ۳۰۰ درجه است.
 (۳) برابر ۳۶۰ درجه است.
 (۴) برابر ۳۸۷ درجه است.
 (۵) نیاز به اطلاعات بیشتری است.

۱۸. در جدول مربعی روبه‌رو، اعداد ۱ تا ۱۰۰ را در خانه‌های جدول به صورت مرتب و پشت سر هم نوشتیم و سپس مضرب‌های ۵ را رنگ کردیم.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
...									

در شکل زیر قسمتی از یک جدول مربعی دیگر نشان داده شده است. اعداد ۱ تا a را در خانه‌های این جدول به همان ترتیب بالا نوشته‌ایم و سپس مضرب‌های b را رنگ کرده‌ایم.

a و b به ترتیب می‌توانند کدام‌یک از گزینه‌های زیر باشند؟

- (۱) ۸ و ۸۱ (۲) ۳۶ و ۵ (۳) ۱۰۰ و ۷ (۴) ۴۹ و ۶ (۵) ۶۴ و ۶

۱۹. مجموع ۱۹ عدد طبیعی برابر ۳۹۰ می‌باشد. حداکثر چند تا از آن‌ها بیش‌تر از ۲۱ هستند؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۱۵ (۴) ۱۴ (۵) ۱۹

۲۰. دو خط متقاطع a و b را در نزدیکی فلش M در شکل روبه‌رو رسم می‌کنیم. ابتدا فلش M را نسبت به خط a و سپس نسبت به خط b قرینه می‌کنیم و شکل به دست آمده را فلش X می‌نامیم. سپس فلش M را نسبت به خط b و سپس از آن نسبت به خط a قرینه می‌کنیم و شکل به دست آمده را فلش Y می‌نامیم. فلش X و Y در یک راستا و در دو جهت مختلف قرار می‌گیرند. کدام گزینه درست است؟



- (۱) a و b بر هم عمودند.
 (۲) زاویه بین a و b ، 45° درجه است.
 (۳) اختلاف جهت X و Y به زاویه بین a و b مربوط نیست.
 (۴) یکی از دو فلش X یا Y با فلش M هم‌جهت است.
 (۵) فلش X و Y با فلش M هم راستا هستند.

۲۱. اگر حاصل ضرب یکان و دهگان عددی دو رقمی با رقم یکان و دهگان این عدد جمع شود و حاصل برابر خود عدد شود، آن عدد را جالب می‌نامیم. تعداد اعداد جالب کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۹ (۴) ۱۸ (۵) ۱۹

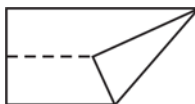
۲۲. تعداد ارقام در نمایش عددی 2^{2011} به کدام عدد نزدیک‌تر است؟

- (۱) ۴۰۰ (۲) ۵۰۰ (۳) ۶۰۰ (۴) ۷۰۰ (۵) ۸۰۰

۲۳. وسط یک مستطیل کاغذی را مانند شکل زیر، خط چین کشیده‌ایم:

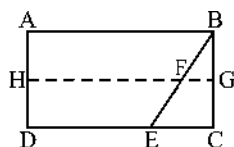


سپس یک گوشه آن را مانند شکل زیر روی خط‌چین تا کرده‌ایم:



پس از آن تا را باز کرده‌ایم و شکل ایجاد شده را به صورت زیر نام گذاری نموده‌ایم. کدام گزینه درباره این شکل درست نیست؟

(۱) اختلاف مساحت دوزنقه $ABFH$ و دوزنقه $HFED$ برابر اختلاف مساحت دوزنقه $FGCE$ و مثلث BGF است.



(۲) اندازه‌ی زاویه \widehat{EBC} ، 30° است.

(۳) BF برابر CE است.

(۴) مثلث‌های BCE و BGF دارای زاویه‌های برابرند.

(۵) CE برابر نصف BC است.

۲۴. پادشاه کشوری تصمیم گرفت در یکی از عیدهای کشور، به هر کسی که در شهر باشد عیدی بدهد. به هر آدم بالغ ۱۰۰ هزار تومان و به هر نابالغی ۳۰ هزار تومان عیدی بدهد.

او که می‌خواست تا آن‌جا که ممکن باشد، کمتر از خزانه پول بردارد، هنگام صبح وارد شهری شد که کل جمعیت آن ۵۰۰۰ نفر بود. زیرا می‌دانست که صبحگاه ۷۰ درصد آدم‌های بالغ شهر برای کشاورزی از شهر خارج می‌شوند و او می‌تواند به آن‌ها عیدی ندهد. (نابالغ‌ها در شهر می‌مانند). پادشاه چه قدر پول باید صرف عیدی بکند؟

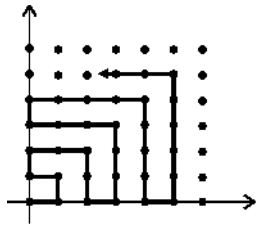
- (۱) ۱۵۰ میلیون تومان (۲) ۵۰ میلیون تومان (۳) ۳۵۰ میلیون تومان

(۴) ۳۰۰ میلیون تومان (۵) بستگی به این دارد که چه تعدادی از اهالی شهر بالغ باشند.

۲۵. در مدرسه‌ای ۶۳۰ دانش‌آموز در چندین صف ایستاده‌اند طوری که در هر صف ۳ دانش‌آموز بیش‌تر از صف قبلی ایستاده‌اند. کدام عدد برای تعداد صف‌ها غیرممکن است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶ (۵) ۷

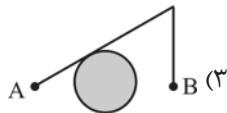
۲۶. یک روبات در دستگاه مختصات دنبال یک گنج می‌گردد و می‌داند که گنج در نقطه‌ای با مختصات طبیعی قرار دارد. او از مبدأ شروع می‌کند و طبق روشی که در شکل زیر می‌بینید، نقطه‌ها با مختصات طبیعی را می‌گردد. برای مثال روبات در سومین مکان خود نقطه‌ی $[1, 1]$ ، یا در هشتمین مکان خود نقطه‌ی $[2, 1]$ را می‌گردد.



چنانچه روبات در دویستمین مکان خود، گنج را پیدا کند، گنج در کدام نقطه قرار داشته است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 13 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 3 \\ 14 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 4 \\ 12 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 12 \\ 4 \end{bmatrix}$ (۵) $\begin{bmatrix} 12 \\ 5 \end{bmatrix}$

۲۷. در کف یک انبار، موشی که در نقطه‌ی A قرار دارد، می‌خواهد با طی کردن کوتاه‌ترین مسیر به فندق‌ی که در نقطه‌ی B قرار دارد، برسد و باید موازب باشد که در چاله‌ی دایره‌ای شکل نیفتد. کوتاه‌ترین مسیر کدام است؟ (فرض کنید خط وصل A و B، محور تقارن دایره باشد).

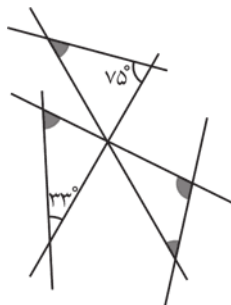


۲۸. دو دایره‌ی مماس خارج در صفحه رسم شده‌اند. کدام گزینه نمی‌تواند تعداد نقاط برخورد یک خط راست با این دو دایره باشد؟



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۵) ۵

۲۹. مجموع چهار زاویه‌ای که با رنگ تیره در شکل نشان داده شده است، برابر با کدام گزینه می‌باشد؟



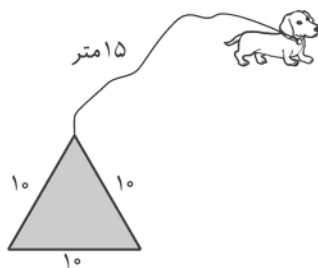
- (۱) 52° (۲) 175° (۳) 252° (۴) 360°

(۵) نمی‌توان تعیین کرد.

۳۰. جنگلی شامل ۳۰۰۰۰۰ درخت برگ‌دار است و هر درخت برگ‌دار شامل برگ‌هایی است که تعداد آن‌ها بین صفر و ۲۰۰۰۰۰ است. کدام گزینه همواره درست است؟

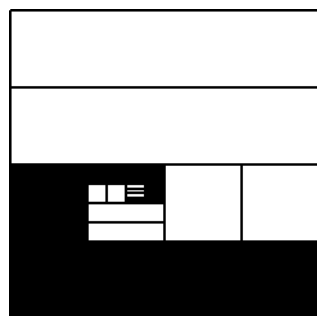
- (۱) دو درخت از این جنگل هیچ‌گاه نمی‌توانند به یک اندازه برگ داشته باشند.
 (۲) یک درخت در جنگل هست که فقط یک برگ دارد.
 (۳) حداکثر دو درخت در جنگل هست که هر دو به یک اندازه برگ دارند.
 (۴) درخت‌هایی در جنگل هستند که هیچ برگ ندارند.
 (۵) حداقل دو درخت وجود دارند که شامل برگ‌های یکسان می‌باشند.

۳۱. سگی به گوشه‌ی حصار یک باغ که به شکل مثلثی متساوی‌الاضلاع با اندازه‌ی اضلاع ۱۰ متر است، بسته شده است. اگر طول طنابی که سگ توسط آن بسته شده برابر ۱۵ متر باشد، مساحت ناحیه‌ای که سگ می‌تواند در آن حرکت کند تقریباً چند مترمربع است؟ (سگ نمی‌تواند وارد قسمت رنگ شده بشود.)



- (۱) 90π
- (۲) 80π
- (۳) 204π
- (۴) 125π
- (۵) 144π

۳۲. چه کسری از شکل زیر، رنگی است؟



- (۱) $\frac{1}{4}$
- (۲) $\frac{1}{3}$
- (۳) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$
- (۴) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$
- (۵) $\frac{1}{3} + \frac{1}{12}$

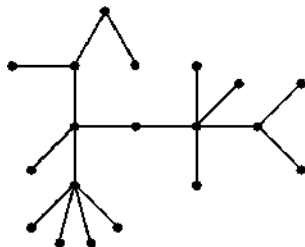
۳۳. در یک لیگ فوتبال ۱۰ تیم حضور دارند و هم‌اکنون نیم فصل تمام شده است، یعنی هر تیم با هر تیم دیگر دقیقاً یک بار بازی کرده است. اکنون (یعنی در پایان نیم فصل)، مجموع امتیازهای تیم‌ها ۱۱۵ است. چند بازی نتیجه‌ی تساوی داشته است؟ (در یک مسابقه‌ی فوتبال تیم برنده ۳ امتیاز و تیم بازنده صفر امتیاز می‌گیرد. اگر بازی مساوی شود هر تیم ۱ امتیاز می‌گیرد.)

- (۱) ۵
- (۲) ۱۰
- (۳) ۱۵
- (۴) ۲۰
- (۵) ۲۵

۳۴. شخصی سه فرزند دختر دارد. او در عید سال ۱۳۸۹ به هر کدام از فرزندانش گفت: «عیدی‌ای که به تو می‌دهم برحسب تومان برابر است با حاصل ضرب سن‌های دو خواهرت» و بدین ترتیب به هر کدام از آن‌ها مقداری عیدی داد. وی در عید سال ۱۳۹۰ نیز به همین ترتیب به فرزندانش عیدی داد. او متوجه شد که در سال ۱۳۹۰ مقدار ۳۳ تومان بیش‌تر از سال ۱۳۸۹ به فرزندانش عیدی داده است. مجموع سن سه فرزندش در سال ۱۳۸۹ چند سال بوده است؟

- (۱) ۱۰
- (۲) ۱۵
- (۳) ۱۸
- (۴) ۳۰
- (۵) ۳۳

۳۵. نقشه‌ی چند روستا و راه‌های بین آن‌ها به صورت مقابل نشان داده شده است: (روستاها با ● و راه‌های ارتباطی با — نشان داده شده است.)



قرار است برای این شبکه‌ی روستایی، چاه‌های آب ایجاد شود، هر روستایی که قرار است، برای آن چاه آب در نظر گرفته شود، با علامت * نشان داده می‌شود، می‌خواهیم این شبکه را با علامت * علامتگذاری نماییم، به نحوی که هیچ دو روستای مجاور همزمان دارای چاه آب نباشند و در عین حال از بین هر دو روستای مجاور، حداقل یک روستا دارای چاه آب باشد، به چند طریق می‌توان این شبکه را علامتگذاری کرد؟ (دو روستا را مجاور گوییم هرگاه با یک راه ارتباطی به هم متصل گردند.)

- (۱) صفر
- (۲) ۲
- (۳) ۱
- (۴) ۲۰
- (۵) ۲۱

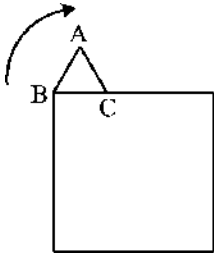
۳۶. در جزیره‌ای به شکل مثلث، کدام نقطه است که از دریا دورترین فاصله را دارد؟

- (۱) نقطه‌ی برخورد ارتفاع‌های مثلث
 (۲) مرکز ثقل مثلث
 (۳) مرکز دایره‌ی محاطی مثلث
 (۴) مرکز دایره‌ی محیطی مثلث
 (۵) نقطه‌ی برخورد میانه‌های مثلث

۳۷. ۱۰۰ بار عبارت PERSIANGULF را پشت سر هم نوشته‌ایم. در هر مرحله تمام حروفی که شماره‌ی جایگاه آن از سمت چپ مضرب ۳ نیستند را حذف می‌کنیم و حروف باقی‌مانده را کنار هم می‌نویسیم. این کار را آن قدر ادامه می‌دهیم تا یک حرف باقی بماند، آن حرف کدام است؟

- (۱) P (۲) E (۳) R (۴) S (۵) A

۳۸. در شکل مقابل اندازه‌ی ضلع مربع برابر ۳ سانتی‌متر و اندازه‌ی ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع برابر ۱ سانتی‌متر است. مثلث را از وضعیت موجود در جهت حرکت عقربه‌های ساعت روی اضلاع مربع می‌غلتانیم تا دوباره به وضعیت اولیه درآید. رأس A تقریباً چه مسافتی را بر حسب سانتی‌متر طی می‌کند؟ ($\pi \approx 3$)



- (۱) ۲۰
 (۲) ۲۲
 (۳) ۲۳
 (۴) ۲۴
 (۵) ۲۵

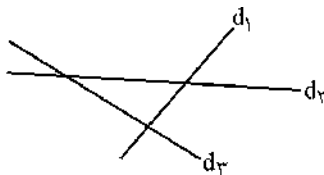
۳۹. پاره خط AB به اندازه ۷ در صفحه داده شده است. چند خط در صفحه وجود دارد که فاصله‌اش از A برابر با ۳ و از B برابر با ۴ باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۵) ۵

۴۰. مجموع کدام دسته از بردارهای زیر هرگز صفر نمی‌شود؟ (در گزینه‌ها طول بردارها داده شده است).

- (۱) ۹, ۷, ۵ (۲) ۳, ۸, ۴ (۳) ۵, ۵, ۵ (۴) ۸, ۵, ۳ (۵) ۱۳, ۸, ۵, ۳

۴۱. سه خط دلخواه d_1, d_2, d_3 مطابق شکل در صفحه رسم شده‌اند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که فاصله آن از هر سه خط یکسان باشد؟



- (۱) صفر
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۳
 (۵) ۴

۴۲. دایره‌ای بر ضلع BC و امتداد اضلاع AC, AB از مثلث ABC همانند شکل، مماس شده است. محل تماس دایره با امتداد اضلاع AC, AB را به ترتیب B', C' می‌نامیم. اگر محیط مثلث ABC، ۱۳ سانتی‌متر باشد آن گاه طول AC' چند سانتی‌متر است؟

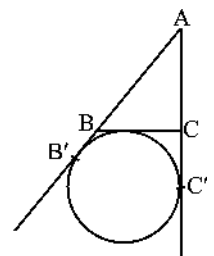
- (۱) ۷

(۲) اطلاعات مسأله کافی نمی‌باشد.

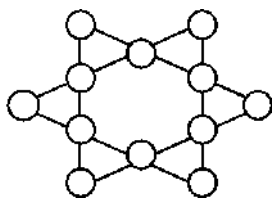
- (۳) ۶/۵

- (۴) ۸

- (۵) ۷/۵



۴۳. ۱۲ دایره در ۶ ردیف (هر ردیف شامل ۴ دایره است که در یک امتداد قرار دارند) مطابق شکل زیر چیده شده‌اند. اگر اعداد ۱ تا ۱۲ را درون این دایره‌ها چیده باشیم به طوری که جمع اعداد همه ردیف‌ها با یکدیگر برابر باشند، حاصل جمع اعداد هر ردیف کدام است؟



۲۶ (۲)

(۱) اطلاعات مسأله برای محاسبه کافی نمی‌باشد.

۱۳ (۴)

۲۲ (۳)

۱۱ (۵)

۴۴. در کوچه‌ای تعدادی خانه وجود دارد که تعداد آن‌ها از ۱۵ بیش‌تر نیست. آن‌ها به ترتیب ردیف با عددهای ۱, ۲, ۳, ... شماره‌گذاری شده‌اند. آقای نقیبی در خانه‌ای زندگی می‌کند که حاصل ضرب اعداد خانه‌های قبلی آن برابر است با حاصل ضرب اعداد خانه‌های بعدی آن (خانه‌ها به ترتیب شماره‌گذاری شده‌اند). در این کوچه چند خانه وجود دارد؟

۱۴ (۵)

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

۴۵. s, r, q, p هر کدام عددی اول هستند که در رابطه $p \times (q \times r \times s - 1) = 2000$ صدق می‌کنند: مقدار $p + q + r + s$ چند است؟

۳۹ (۵)

۳۷ (۴)

۳۵ (۳)

۳۳ (۲)

۳۱ (۱)

۴۶. درون یک جعبه ۱۰۱ کارت وجود دارد و روی این کارت‌ها اعداد ۱ تا ۱۰۱ نوشته شده‌اند. به طور تصادفی یک کارت از درون جعبه انتخاب می‌کنیم و عدد روی آن را منهای ۱ می‌کنیم و سپس کارت بعدی را انتخاب می‌کنیم و عدد روی این کارت را منهای ۲ می‌نماییم و به همین ترتیب تا کارت صد و یکم را برمی‌داریم و عدد روی آن را منهای ۱۰۱ می‌کنیم و سپس این اعداد را در هم ضرب می‌کنیم. بدون در نظر گرفتن علامت عدد حاصل، کدام گزینه در مورد عدد حاصل همواره درست می‌باشد؟

(۲) عدد حاصل مربع کامل می‌باشد.

(۱) عدد حاصل صفر می‌گردد.

(۴) عدد حاصل یک عدد فرد می‌باشد.

(۳) عدد حاصل یک عدد زوج می‌باشد.

(۵) عدد حاصل گاهی اوقات فرد و گاهی اوقات زوج می‌باشد.

۴۷. از گزاره‌های زیر کدام درست است؟

(الف) اگر سه تا از رأس‌های یک شش ضلعی منتظم را قرمز و سه تای دیگر را آبی کنیم، مثلث با نقاط قرمز و مثلث با نقاط آبی با هم برابر می‌شوند.

(ب) زاویه بین هر دو تایی از کلیه ضلع‌ها و قطرهای یک شش ضلعی منتظم که هم‌دیگر را قطع می‌کنند برحسب درجه مضربی از ۳۰ می‌شود.

(پ) اگر چهار تا از رأس‌های یک شش ضلعی منتظم را انتخاب کنیم، آن‌گاه چهارضلعی‌ای که توسط آن رأس‌ها درست می‌شود، دارای محور تقارن است.

(۵) الف، ب و پ

(۴) الف و ب

(۳) پ

(۲) ب

(۱) الف

۴۸. نمایش اعضای مجموعه‌های A, B, C را در زیر می‌بینید:

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{8, 7, 6, 5\}$$

$$C = \{11, 10, 9\}$$

از هر مجموعه یک عضو را انتخاب می‌کنیم و حاصل ضرب سه عدد انتخاب شده را حساب می‌کنیم. به سادگی می‌توان فهمید که این کار به ۴۸ طریق امکان‌پذیر است. اگر برای همه ۴۸ حالت این کار را انجام دهیم، مجموع این ۴۸ عدد برابر با کدام گزینه است؟

۹۰۰۰ (۵)

۷۷۰۰ (۴)

۶۶۰۰ (۳)

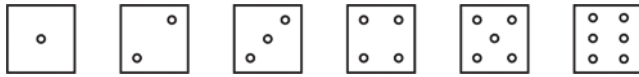
۵۵۰۰ (۲)

۷۸۰۰ (۱)

۴۹. در داخل یک ۱۰۰ ضلعی محدب ۳۰ نقطه طوری انتخاب کرده‌ایم که از ۱۳۰ نقطه (۱۰۰ نقطه مربوط به رأس‌ها و ۳۰ نقطه انتخابی)، هیچ سه نقطه‌ای روی یک خط راست نباشند. ۱۰۰ ضلعی را به مثلث‌هایی چنان تقسیم می‌کنیم که مجموعه رأس‌های آن‌ها از ۳۰ نقطه انتخابی و ۱۰۰ رأس چندضلعی تشکیل شده باشد و همچنین مثلث‌ها به جز در اضلاع و رئوس نقطه اشتراک دیگری با هم ندارند، به عبارتی هم‌پوشانی ندارد و روی هم نمی‌افتند. چند مثلث به دست می‌آید؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۰۰۰ (۳) ۱۳۰ (۴) ۱۵۸ (۵) نمی‌توان تعیین کرد.

۵۰. چه تعداد از شکل‌های زیر کم‌تر از سه محور تقارن دارند؟

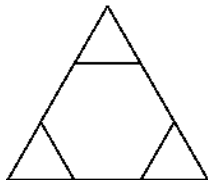


- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ (۵) ۴

۵۱. چند مثلث غیرقابل انطباق می‌توان رسم کرد که دو زاویهٔ تند، یکی ۳۰ درجه و دیگری ۷۰ درجه و یک ضلع به طول ۷ واحد داشته باشند؟

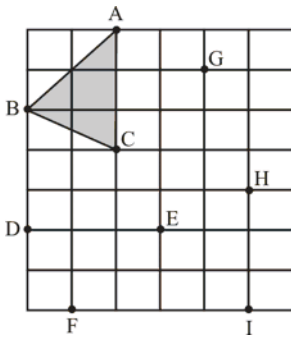
- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ (۵) ۴

۵۲. در شکل زیر یک شش‌ضلعی منتظم را در یک مثلث متساوی‌الاضلاع می‌بینید. اگر مساحت مثلث بزرگ ۶۰ سانتی‌متر مربع باشد، مساحت شش‌ضلعی کدام گزینه خواهد بود؟



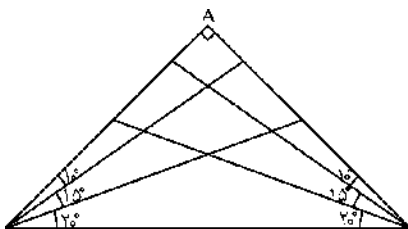
- (۱) ۳۰ (۲) ۳۵ (۳) ۴۰ (۴) ۴۵ (۵) ۵۰

۵۳. در شکل زیر یک جدول 6×7 می‌بینید که ۹ تا از نقاط آن را نام‌گذاری کرده‌ایم. چند مثلث دیگر وجود دارد که هر سه رأس آن نقاط مشخص شده باشند و با مثلث ABC برابر باشند؟



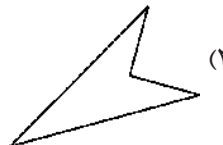
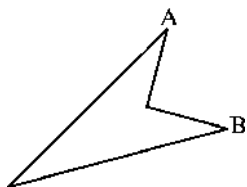
- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶ (۵) ۷

۵۴. در شکل مقابل چند مثلث منفرجه‌الزاویه (مثلث با زاویهٔ باز) وجود دارد؟

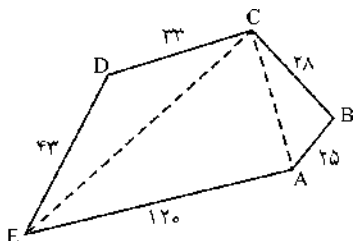


- (۱) ۸ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲۲ (۵) ۲۷

۵۵. منطقه‌ای نظامی به شکل مقابل داده شده است. به دلیل مسائل امنیتی طی انجام یک پروژه نظامی قرار است از کلیه نقاط این منطقه نظامی به فاصله حداقل ۱۰ متر حفاظت کامل به عمل آید. (در عمل نزدیک شدن کم‌تر از ۱۰ متر به این منطقه نظامی امکان‌پذیر نباشد.) به نظر شما، شکل منطقه حفاظت شده به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر می‌باشد. (توجه شود طول مسیر مستقیم AB بیش از ۲۰ متر می‌باشد.)



۵۶. دربارهٔ پنج ضلعی ABCDE می‌دانیم $AE = ۱۲۰$ ، $DE = ۴۳$ ، $CD = ۳۳$ ، $BC = ۲۸$ و $AB = ۲۵$ برای طول پاره‌خط‌های AC و CE کدام مقادیر قابل قبول است؟



(۱) ۷۰، ۴۰

(۲) ۷۵، ۵۰

(۳) ۷۵، ۵۵

(۴) ۷۰، ۵۰

(۵) ۸۰، ۵۰

۵۷. شش عدد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ را هر کدام دقیقاً یک بار جای یکی از شش شکل در عبارت زیر گذاشته‌ایم تا تساوی برقرار شود:

(در این عبارت \triangle یعنی \bigcirc به توان \triangle .)

$$\frac{\bigcirc + \triangle + \square + \diamond}{\bigcirc + \triangle + \square + \diamond} = \frac{۳}{۱۲۵}$$

شکل \square برابر با کدام عدد بوده است؟

(۵) ۶

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۵۸. فرض کنیم حاصل ضرب اعداد متوالی ۱، ۲، ۳، ...، تا n را به شکل $۱ \times ۲ \times ۳ \times \dots \times (n-1) \times n = n!$ نشان دهیم. تعداد عددهای k، با شرط $۱ < k < ۴۰$ ، را پیدا کنید که برای آن‌ها، $(k-1)!$ بر k بخش‌پذیر نباشد.

(۵) ۱۶

(۴) ۱۳

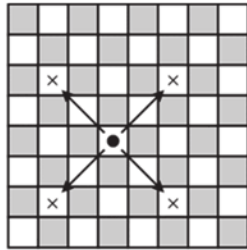
(۳) ۱۲

(۲) ۱۵

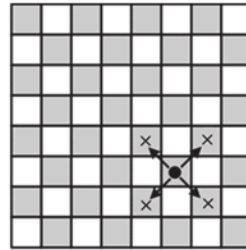
(۱) ۱۰

۵۹. در سرزمین عجایب، بازی شطرنج با مهره‌های متفاوتی بازی می‌شود. یکی از این مهره‌ها قورباغه است که می‌تواند به صورت قطری و به اندازه یک خانه پرش کند. مهره دیگر کانگورو است که می‌تواند به صورت قطری و به اندازه دو خانه (نه بیش تر نه کم تر) پرش کند. دو سؤال برای آلیس مطرح شده است.

سؤال اول این که «حداکثر چند قورباغه را می‌توان در یک صفحه شطرنج 8×8 قرار داد و سؤال دوم این که «حداکثر چند کانگورو را می‌توان در یک صفحه شطرنج 8×8 قرارداد به طوری که هیچ‌یک از آنها نتواند در یک حرکت در خانه دیگری قرار بگیرد. پاسخ این دو سؤال چیست؟»



نحوه حرکت مهره کانگورو



نحوه حرکت مهره قورباغه

- (۲) حداکثر ۳۲ قورباغه، حداکثر ۱۶ کانگورو
 (۴) حداکثر ۳۲ قورباغه، حداکثر ۳۲ کانگورو

- (۱) حداکثر ۱۶ قورباغه، حداکثر ۱۶ کانگورو
 (۳) حداکثر ۱۶ قورباغه، حداکثر ۳۲ کانگورو
 (۵) هیچ‌کدام از گزینه‌های بالا پاسخ صحیح نیست.

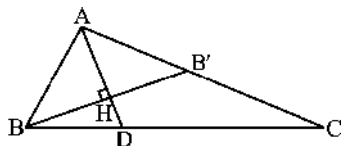
۶۰. ۶ نفر در یک مهمانی، شرکت کرده‌اند، کدام گزینه می‌تواند در مورد تعداد دست دادن‌های هر کدام از این ۶ نفر در انتهای این مهمانی درست باشد؟

- (۱) ۵, ۴, ۳, ۲, ۱, ۰ (۲) ۵, ۴, ۳, ۲, ۱, ۱ (۳) ۵, ۴, ۳, ۲, ۱, ۱ (۴) ۲, ۲, ۲, ۱, ۱, ۱ (۵) ۵, ۴, ۳, ۳, ۲, ۱

۶۱. حاصل جمع دوازده عدد صحیح متوالی ۶ شده است. کوچک‌ترین این عددها کدام است؟

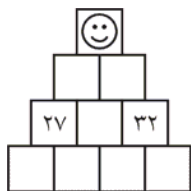
- (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴) -۵ (۵) اطلاعات مسئله کافی نیست.

۶۲. در شکل زیر AD نیمساز زاویه A و BB' عمود بر AD است. AB برابر ۷ و AC برابر ۱۸ می‌باشد. اندازه $B'C$ چه قدر است؟



- (۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۳/۵ (۴) ۱۱ (۵) ۱۲/۵

۶۳. در داخل هریک از آجرهای شکل روبه‌رو، یک عدد نوشته می‌شود به طوری که عدد داخل هر آجر با جمع عددهای دو آجر زیر آن برابر است. داخل آجرها فقط اعداد طبیعی قرار دارند. در این صورت بزرگ‌ترین مقدار ممکن برای 😊 چند است؟

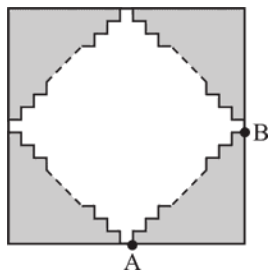


- (۱) ۱۶۳ (۲) ۱۷۳ (۳) ۱۸۳ (۴) ۱۹۳ (۵) ۲۰۳

۶۴. ده عدد طبیعی مختلف انتخاب می‌کنیم طوری که میانگین این ده عدد برابر ۱۰ شود. بزرگ‌ترین عددی که ممکن است انتخاب شود برابر کدام گزینه است؟

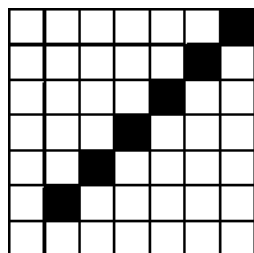
- ۲۴ (۱) ۴۵ (۲) ۵۴ (۳) ۵۵ (۴) ۱۰۰ (۵)

۶۵. هر پاره‌خط افقی یا عمودی کوچک در شکل زیر به طول یک است. اگر ۱۰۰ پله (رُک) رسیدن از A به B وجود داشته باشد. مساحت قسمت رنگ شده برابر است با:



- ۲۰۰۰۰ (۱)
۴۰۲۰۰ (۲)
۴۰۴۸۰ (۳)
۲۰۲۰۰ (۴)
۲۰۸۴۰ (۵)

۶۶. شکل زیر را روی کاغذ پوستی کشیده‌ایم، حداقل با چند بار تا کردن از روی خطوط، همه‌ی شکل حاصل رنگی دیده می‌شود؟



- ۵ (۱)
۳ (۲)
۴ (۳)
۲ (۴)
۶ (۵)

۶۷. در یک مرغداری هنگام عصر، مرغ‌ها تصمیم می‌گیرند به لانه بروند تا برای خواب آماده شوند. لانه‌ها با اعداد ۱ تا ۱۰۰۰ شماره‌گذاری شده‌اند. در دقیقه اول به هر لانه یک مرغ می‌رود. در دقیقه دوم به هر لانه با شماره زوج یک مرغ می‌رود. در دقیقه سوم به هر لانه با شماره مضرب ۳ یک مرغ می‌رود و الی آخر. اگر ظرفیت هر لانه حداکثر ۸ مرغ باشد، شماره اولین لانه‌ای که پر می‌شود کدام است؟

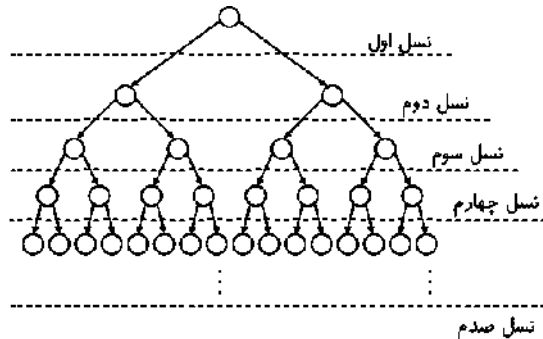
- $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$ (۳) ۸۴۰ (۲) $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$ (۱)
۱۶۸۰ (۵) ۲۵۲۰ (۴)

۶۸. \square ، \triangle و \star ۴ عدد هستند که در جدول زیر قرار داده شده‌اند. ک.م.م (کوچک‌ترین مضرب مشترک) هر سطر و هر ستون کنار آن نوشته شده است. این ۴ عدد را به ترتیب به گونه‌ای به دست آورید که $\star^1 \times \circ \times \triangle^2 \times \square$ کم‌ترین مقدار ممکن باشد. عددهای حاصل برابر هستند با:

\triangle	\square	\triangle	\star	ک.م.م ۴ عدد سطر اول = $5^2 \times 3^3 \times 2^2$ $5^3 \times 2^4 \times 3^5$ $3^5 \times 2^4$ $5^2 \times 3^3 \times 2^2$
\circ	\star	\triangle	\star	
\square	\circ	\square	۱	
\star	\square	۱	\triangle	
$5^3 \times 2^4 \times 3^5$	$5^4 \times 3^5 \times 2^4$	3^3	$5^2 \times 2^2$	

- $5^3 \times 2^2$ و $1, 3^3, 3^5 \times 2^4$ (۱)
 $5^7 \times 2^2$ و $2^2, 1, 3^3$ (۲)
 $5^3 \times 2^2$ و $1, 3^3, 2^4$ (۳)
 $5^7 \times 2^2$ و $1, 3^3, 3^5 \times 2^4$ (۴)
 $5^3 \times 2^2$ و $2^2, 3^3, 2^4$ (۵)

۶۹. شجره‌نامه جالب یک خانواده تا صد نسل به صورت شکل صفحه بعد می‌باشد. به این ترتیب که هر فرد دو فرزند دارد و به همین ترتیب هر فرزند دو فرزند و ... تعداد کل افراد این شجره‌نامه را A در نظر می‌گیریم. اگر از نسل اول یعنی نفر اول شروع کنیم باید تا نسل چندم پیش رویم تا تعداد افراد شمرده شده این شجره‌نامه تا آن جا (با حساب تعداد افراد همان



نسل) تقریباً برابر $\frac{A}{3}$ گردد؟

- (۱) نسل ۵۰
- (۲) نسل ۵۱
- (۳) نسل ۹۰
- (۴) نسل ۹۹
- (۵) نسل ۹۸

۷۰. الف) بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد ۱۱۱۱۱۱۱ و ۱۱۱...۱۱۱ (صد رقم) برابر است با:

ب) بین عددهایی که تمام رقم‌های آن یک است، کوچک‌ترین عددی که بر $۳۳...۳۳$ (۱۰۰ رقمی) قابل قسمت است، چند رقمی است؟

- (۱) ۱۰۰، ۱۱۱ (۲) ۱۱۱۱، ۳۰۰ رقمی (۳) ۱۱۱، ۳۰۰ رقمی (۴) ۱، ۳۰۰ رقمی (۵) ۱۱۱۱، ۱۰۰ رقمی

۷۱. سارا در ۹ ماه سال تحصیلی روزی ۴ ساعت و در سه ماه تابستان روزی ۶ ساعت مطالعه می‌کند. او به طور متوسط تقریباً روزی چند ساعت مطالعه می‌کند؟

- (۱) ۴/۵ (۲) ۵ (۳) ۵/۵ (۴) ۱۸ (۵) ۳۶

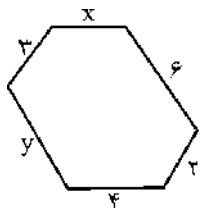
۷۲. یک مستطیل را با یک برش به دو شکل تقسیم می‌کنیم. سپس یکی از دو شکل را با یک برش به دو شکل دیگر تقسیم می‌کنیم. مجموع تعداد اضلاع سه شکل به دست آمده پس از مرحله‌ی دوم، کدام یک از اعداد زیر نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲ (۵) ۱۳

۷۳. اگر در یک لوزی با زاویه تند 60° ، عمودمنصف‌های چهارضلع را رسم کنیم، نقاط تقاطع این چهار خط تشکیل یک چهارضلعی می‌دهند. این چهار ضلعی کدام است؟ (گزینه‌ی کامل‌تر را انتخاب کنید)

- (۱) یک مربع
(۲) یک چهارضلعی نامشخص
(۳) یک مستطیل
(۴) یک لوزی با زاویه‌ی تند 60°
(۵) یک متوازی‌الاضلاع با زاویه‌ی باز 120°

۷۴. در شکل زیر یک شش ضلعی می‌بینید که تمامی زاویه‌های آن 120° هستند؟ با توجه به اندازه‌ی ضلع‌های داده شده، x و y چند هستند؟



- (۱) $y = 5, x = 3$
(۲) $y = 5, x = 2$
(۳) $y = 4, x = 3$
(۴) $y = 5, x = 1$
(۵) $y = 4, x = 2$

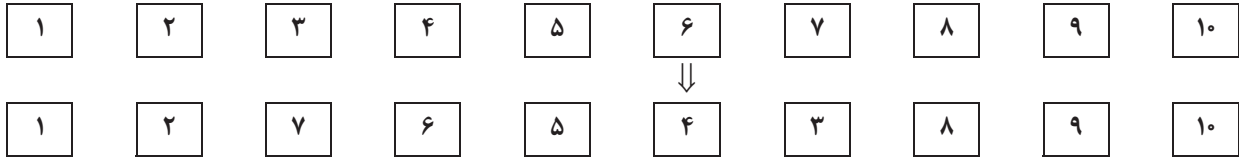
۷۵. مجذور یک عدد صحیح به ۲ رقم برابر ختم شده است. در مورد این ۲ رقم چه می‌توان گفت؟

- (۱) فقط به ۴۴ ختم شده است.
(۲) فقط به ۰۰ یا ۴۴ ختم شده است.
(۳) می‌تواند به ۱۱ یا ۰۰ ختم شده باشد.
(۴) می‌تواند به ۱۱ یا ۰۰ یا ۴۴ ختم شده باشد.
(۵) دو رقم سمت راست ۱۱، ۴۴، ۹۹، یا ۰۰ است.

۷۶. ۱۰ کارت با شماره‌های ۱، ۲، ۳، ...، ۱۰ به ترتیب روی میز گذاشته شده‌اند:



در هر حرکت حق داریم ۵ کارت متوالی (کنار هم) را برداریم و در همان جا ولی به ترتیب عکس روی میز بگذاریم. مثلاً:



بعد از چندین حرکت به کدام یک از حالت زیر می‌توان رسید؟

۲-۴-۶-۸-۱۰-۱-۳-۵-۷-۹ (۲)

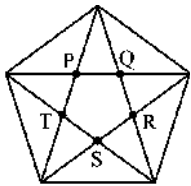
۱-۱۰-۹-۸-۷-۶-۵-۴-۳-۲ (۱)

۱۰-۹-۸-۷-۶-۵-۴-۳-۲-۱ (۴)

۱۰-۵-۹-۴-۸-۳-۷-۲-۶-۱ (۳)

۲-۴-۶-۸-۱۰-۹-۷-۵-۳-۱ (۵)

۷۷. قطرهای یک پنج ضلعی منتظم را رسم کرده‌ایم. چنان‌چه طول هر ضلع این پنج ضلعی a و طول هر قطرش b باشد، طول ضلع



پنج ضلعی (منتظم) $PQRST$ کدام است؟

$\frac{2a+b}{3}$ (۳)

$a-b$ (۲)

$\frac{a+b}{2}$ (۱)

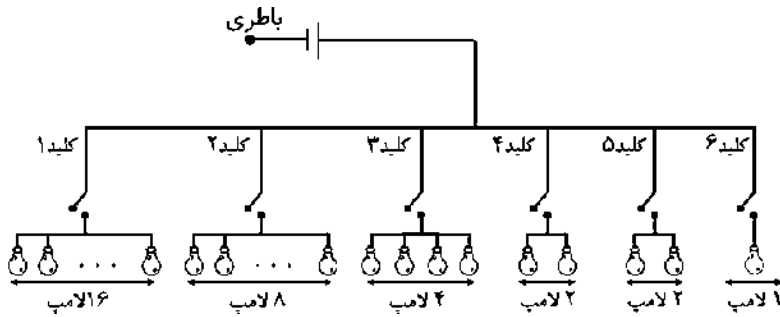
$\frac{a}{2}+b$ (۵)

$2a-b$ (۴)

۷۸. به شبکه لامپ‌های زیر توجه کنید. با قطع و وصل کردن کلیدها، لامپ‌های هر دسته روشن و خاموش می‌شوند. برای مثال اگر کلید

۱ وصل گردد کل ۱۶ لامپ متصل به کلید ۱، روشن می‌شوند. اگر عدد n ، تعداد کل لامپ‌های روشن شده باشد، به ازای چند مقدار

n ، بیش از یک حالت برای قطع و وصل شدن کلیدها وجود دارد؟



۳۰ (۵)

۳۱ (۴)

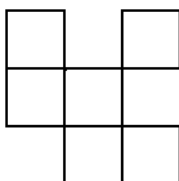
۳۲ (۳)

۳۳ (۲)

۳۴ (۱)

۷۹. در شکل زیر می‌خواهیم حداقل یکی از خانه‌ها را هاشور بزنیم طوری که شکل فقط یک محور تقارن داشته باشد. به چند طریق

می‌توان این کار را انجام داد؟



۱۰ (۲)

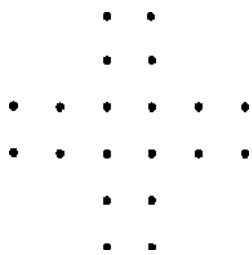
۸ (۱)

۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۱۵ (۵)

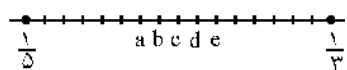
۸۰. ۲۰ نقطه مانند شکل زیر با فواصل مساوی نسبت به نقاط مجاور خود قرار دارند. چند مربع می توان ساخت که رئوس آن ها روی این



نقاط قرار بگیرند؟

- (۱) ۱۵
- (۲) ۱۷
- (۳) ۱۹
- (۴) ۲۱
- (۵) ۲۳

۸۱. نقاط $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ را روی محور نمایش داده ایم. کدام نقطه نمایش $\frac{1}{4}$ است؟



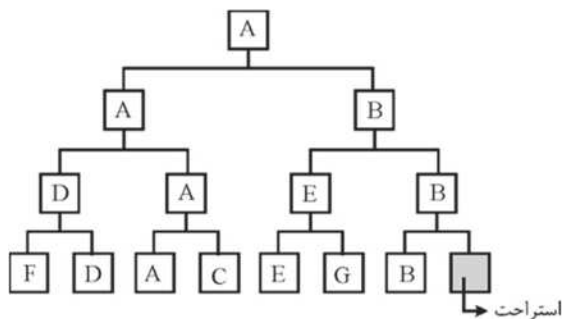
- (۱) a
- (۲) b
- (۳) c
- (۴) d
- (۵) e

۸۲. در جدول روبه رو عدد زیر ۱۳۹۱ کدام گزینه است؟

۳۷	۳۶	۳۵	۳۴	۳۳	۳۲	۳۱
:	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۳۰
.	۱۸	۵	۴	۳	۱۲	۲۹
.	۱۹	۶	۱	۲	۱۱	۲۸
	۲۰	۷	۸	۹	۱۰	۲۷
	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶

- (۱) ۱۲۹۸
- (۲) ۱۳۸۹
- (۳) ۱۳۹۰
- (۴) ۱۳۹۸
- (۵) ۱۵۳۹

۸۳. ۷ کشتی گیر به نام های A، B، C، D، E، F و G در یک مسابقه ی

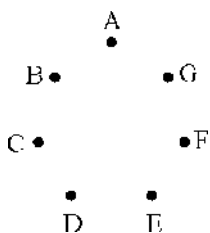


تک حذفی شرکت کردند. (قاعدتاً باید ۸ نفر باشند ولی یک نفر در دور اول استراحت می خورد و بدون مسابقه به دور بعدی می رود) برگزاری مسابقات به شرح زیر است:

ابتدا به ۴ گروه ۲ تیمه تقسیم می شوند (۱ تیم استراحت دارد)، برنده های هر گروه در مرحله ی بعدی ۲ گروه ۲ تیمه می شوند و سپس برنده ی ۲ گروه با هم مسابقه می دهند تا قهرمان مشخص شود.

اگر آن ها را دور دایره بچینیم هر کشتی گیر، ۳ کشتی گیر سمت راست خود را می برد و قهرمان می شود. می خواهیم این ۷ نفر را طوری در جدول بچینیم که حتماً A قهرمان بشود. این کار به چند طریق امکان پذیر است؟ (یک مورد را به عنوان مثال می بینید

که ابتدا A بر C پیروز شد، سپس D را برد و در مسابقه ی پایانی بر B غلبه کرد.)



- (۱) ۱۲۸
- (۲) ۲۵۶
- (۳) ۷۲۰
- (۴) ۱۲۰
- (۵) ۲۱۰

۸۴. در یک جدول ضرب ۳۰×۳۰ ، مجموع عناصر فرد جدول چند می شود؟

$$(1 \times 1 + 1 \times 3 + \dots + 29 \times 27 + 29 \times 29)$$

- (۱) $۱۵^۲$
- (۲) $۱۵^۴$
- (۳) $۱۵^۳ \times ۳۱$
- (۴) $۱۵^۲ \times ۳۱^۲$
- (۵) $۱۵^۴ \times ۳۱$