



مشاوران آموزش

مجموعه
کتاب‌های
تستیک



عنوان
مجموعه کتاب‌های تستیک
تست ریاضی و آمار ۱۱

ناشر
مشاوران آموزش

چاپخانه
شریف

شمارگان و قطع
۲۵۰۰ نسخه - رحلی

نوبت چاپ
اول - ۱۴۰۰

قیمت
۷۹۰۰۰ تومان

شابک
۹۷۸-۶۰۰-۲۱۸-۳۰۴-۰

خانواده طراحی و چاپ

طراح جلد
منصور سماواتی

گرافیکست
زهرا اسکندری

طراح لیاوت
آذر سعیدی‌منش

صفحه‌آرا
یاسمین بگری

رسم
ندا اشرفی
سمیرا حاج‌گلدی

نظارت بر چاپ
عباس جعفری

حروف‌نگار
سارا عزیز

خانواده تألیف

مؤلفان
مهناز حامدی
طاهره ملائی

ویراستار علمی
میلاد بشارتی‌فرد

ویراستاران فنی
ملیحه حشمتی
راحله احمدیان
زهرا محسنی

مدیر تولید
زهرا شیخیان تبریزی

دفتر انتشارات

تهران، خیابان انقلاب، خیابان ۱۲ فروردین، کوچه
مهر، پلاک ۱۸. تلفن: ۶۶۹۵۳۲۰۵

دفتر فروش
تلفن: ۶۶۹۷۵۷۲۷

این اثر مشمول قانون حمایت مؤلفان و مصنفان و هنرمندان مصوب
۱۳۴۸ است، هر کس تمام یا قسمتی از این اثر را بدون اجازه مؤلف
(ناشر) نشر یا پخش یا عرضه کند، مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت.

سرشناسه

عنوان و نام پدیدآور
: حامدی، مهناز، ۱۳۷۰ -
: تست ریاضی و آمار ۱۱ / مهناز حامدی،
طاهره ملائی؛ ویراستار علمی میلاد بشارتی‌فرد؛
ویراستار فنی زهرا محسنی، ملیحه حشمتی،
راحله احمدیان

مشخصات نشر
تهران: مشاوران آموزش، ۱۴۰۰.
مشخصات ظاهری
: ۱۶۰ ص. ۲۹×۲۲ س. م.
فروست
مجموعه کتاب‌های تستیک
شابک
: ۹۷۸-۶۰۰-۲۱۸-۳۰۴-۰

وضعیت فهرست‌نویسی
: فنی‌مختصر
شناسه افزوده
: ملائی، طاهره، ۱۳۶۷ -
شناسه افزوده
: بشارتی‌فرد، میلاد، ۱۳۷۴ -، ویراستار
شماره کتابشناسی ملی
: ۸۴۶۶۳۷۹
اطلاعات رکورد کتاب‌شناسی: فیپا

بیتنگ فنار



«کتابی برای پرکاری تستی»

✓ چرا «تستیک» را آماده کردیم؟

پشت سر این مجموعه کتاب، یک ایده آموزشی وجود دارد: برخی از دانش آموزان، مطالب درسی را در مدرسه یاد می گیرند و از تست به عنوان یک ابزار یادگیری استفاده می کنند و ابتدا تست کار می کنند. این دانش آموزان، این ترتیب را در یادگیری دارند: یادگیری در مدرسه + پرکاری تستی + رفع اشکال به کمک پاسخ های تشریحی + مراجعه به درسنامه برای مرور طبیعی است که این دانش آموزان بهتر و بهتر مطالب را یاد خواهند گرفت و به نظر می رسد که نتایج درخشان تری در آزمون های چهارگزینه ای نیز بگیرند. ✓ به تست پاسخ بده، تیک بزن، برو جلو.

تستیک یعنی چه؟

«تستیک = تست + تیک»

یادگیری از طریق تست، جسارت نیز می خواهد. این یادمان باشد. جسارت می خواهد چون ممکن است از حجم تست هایی که پاسخ آن را نمی دانیم یا پاسخ تست را اشتباه زده باشیم، بترسیم و در این صورت باز برویم و فقط درسنامه بخوانیم، اما نترسید. یادتان باشد که تکرار دوباره درسنامه به شما کمکی نمی کند و تنها باعث می شود که آرام شوید.

اما بهترین کار این است که آرام نباشید. آرامش را نباید با کارهای غلط که نتیجه ندارد به دست آورید. آرامش باید در اثر کارهای درستی باشد که منجر به نتیجه خوب می شود. تست زدن، ایرادهای ما را رو می کند. نترسید؛ بگذارید ایرادهايتان رو شود تا بتوانید ایرادهايتان را حل کنید و با حل هر ایراد، یک قدم برای نتیجه بهتر بردارید.

برویم و حمله کنیم برای به دست آوردن نتیجه ای بهتر!

انتشارات مشاوران آموزش

وحید تمنا

مقدمه

اگرچه دنیای شگفت‌انگیز ریاضیات، در هر یک از ابعاد آن دارای زیبایی‌ها و پیچیدگی‌های خاصی است؛ ولی ما در این کتاب سعی کرده‌ایم تا مطالب را با بیانی ساده و روان، مختص دانش‌آموزان علوم انسانی به رشتهٔ تحریر درآوریم. تلاش ما بر این بوده است، نوشتهٔ پیش رو، جامع و کامل باشد؛ به این معنا که همهٔ مطالب مورد نیاز پایهٔ یازدهم، روان و به اندازهٔ کافی نگاشته شوند.

کتاب پیش رو، شامل چهار بخش کلی است که در ادامه هر بخش را به اختصار معرفی می‌کنیم:

۱. درسنامه: در این بخش، با بیانی ساده به توضیح مفاهیم می‌پردازیم و با ارائهٔ مثال‌هایی، سعی در تفهیم، ساده‌سازی و ملموس‌تر کردن مطالب داریم.

لازم به ذکر است بخش درسنامه به اندازه‌ای پربار و کامل است که می‌تواند مستقل از بخش‌های دیگر مورد استفادهٔ شما قرار بگیرد. این کتاب شامل ۷ درس است که در هر کدام، بخش‌های زیر را می‌بینید:

جدول ابتدای درس: در ابتدای هر درس یک جدول آورده شده که به‌طور خلاصه به شما می‌گوید در این درس چه مطالبی را خواهید خواند.

تمرین: در این کادر با حل تمرین، مطالبی که آموزش داده شده، تکرار و تثبیت می‌شوند.

برو مدرسه: این بخش شامل پر تکرارترین سؤالاتی است که در امتحانات مدرسه مطرح می‌شود.

برو آزمون: سطح سؤالات این بخش، کمی دشوارتر است که معمولاً این تیپ سؤالات در آزمون‌های آزمایشی مطرح می‌شوند. اگر سؤالی را درست پاسخ ندادید، ناامید نشوید؛ زیرا در بخش درسنامه شما هنوز در حال تعلیم هستید، پس با خواندن دقیق پاسخ سعی کنید مطالبی که آموخته‌اید را تثبیت کنید.

برو کنکور: در این بخش سؤالات کنکور یا مشابه آن‌ها که مربوط به آن درس است را آورده‌ایم.

روش: در این بخش، روش‌ها و ساختارهای حل مسائل را گام‌به‌گام به دانش‌آموز تعلیم می‌دهیم.

بی‌دقت نباشیم: گاهی دانش‌آموز به مطالب کتاب درسی کاملاً مسلط است، ولی بی‌دقتی باعث می‌شود نتواند به سؤالات پاسخ صحیح بدهد. این بی‌دقتی‌ها عمدتاً از کامل نخواندن صورت سؤال ناشی می‌شود که ما سر بزنگاه به شما تذکر می‌دهیم.

اشتباه نکنیم: بیشترین نمره‌ای که در درس ریاضی از دانش‌آموزان کم می‌شود به خاطر اشتباهات محاسباتی است. در این بخش با توجه به تجربهٔ تدریس و تصحیح برگه‌های دانش‌آموزان، این اشتباهات را با شما در میان می‌گذاریم تا در این دام نیوفتید.

چرا؟ چون: این بخش کلاس درس را برای شما تداعی می‌کند و شامل سؤالاتی است که در حین تدریس از معلم خود می‌پرسید.

نکته: ابزارهایی را در اختیار شما قرار می‌دهد که به کمک آن‌ها و مطالب درسنامه می‌توانید به راحتی از پس حل سؤالات بر بیایید.

از دهم بدانیم: یادآوری مطالب سال گذشته است.

آتجه برای حل مسئله نیاز داریم: ابزارها و تکنیک‌های کاربردی را برای حل مسائل در اختیار شما قرار می‌دهد.

۲. پرسش‌های چهارگزینه‌ای: در این کتاب تلاش کرده‌ایم تا با طراحی و ارائهٔ ۴۸۰ پرسش چهارگزینه‌ای و تشریحی متنوع، مطابق با تغییرات کتاب درسی، دایرهٔ گسترده‌ای از مسائل را پیش روی شما قرار دهیم.

۳. آزمون‌های تشریحی: این کتاب با ۴ آزمون تشریحی، امتحان مدرسه را برای شما شبیه‌سازی کرده تا میزان یادگیری شما سنجیده شود.

۴. پاسخنامه: در پاسخنامه علاوه بر حل تشریحی سؤال، روش حل سؤال را نیز آورده‌ایم تا شما را از رجوع مجدد به درسنامه بی‌نیاز کنیم.

این کتاب حاصل کار تیمی همکاران واحد تولید مشاوران آموزش؛ یاسمین بگلری، ملیحه حاجی‌بابا و رامین براتی است که قدردان زحمات آن‌ها در به ثمر رسیدن این کتاب هستیم و همچنین تشکر می‌کنم از تیم ویراستاری؛ ملیحه حشمتی، راحله احمدیان، زهرا محسنی و میلاد بشارتی‌فرد که با دقت و ریزبینی، اشکالات کتاب را به حداقل رساندند. امید ما بر این است که در ارتقای کیفی آموزش ریاضی به زبان انسانی‌ها گامی هر چند کوچک برداشته باشیم.

مهناز حامدی

فهرست

فصل اول: آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

درس ۱: گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها

درس ۲: استدلال ریاضی

آزمون تشریحی فصل اول

فصل دوم: تابع

درس ۱: توابع ثابت، چندضابطه‌ای و همانی

درس ۲: توابع پلکانی و قدرمطلق

درس ۳: اعمال بر روی توابع

آزمون تشریحی فصل دوم

فصل سوم: آمار

درس ۱: شاخص‌های آماری

درس ۲: سری‌های زمانی

آزمون تشریحی فصل سوم

آزمون جامع

پاسخنامه تشریحی

۷

۲۵

۳۶

۳۹

۵۶

۷۴

۸۸

۹۰

۱۰۶

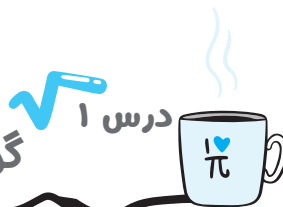
۱۱۹

۱۲۰

۱۲۲



گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها



درس ۱

توانایی‌های آخر بخش



دو شرط لازم برای اینکه جمله‌ای گزاره باشد را یاد می‌گیرید. جدول ارزش گزاره‌ها را می‌توانید بنویسید. دو روش برای نقیض کردن گزاره یاد می‌گیرید و می‌دانید ارزش گزاره و نقیض آن عکس یکدیگر است. با ترکیب‌های عطفی، فصلی، شرطی، دوشروطی گزاره‌ها و قوانین مربوط به آن‌ها آشنا می‌شوید. یاد می‌گیرید چطور ارزش یک هم‌ارزی را تعیین کنید. هم‌ارزی‌های مهم را می‌خوانید و از آن‌ها برای تعیین ارزش گزاره‌ها استفاده می‌کنید. با مفهوم عکس نقیض گزاره آشنا می‌شوید و از آن برای حل مسائل استفاده می‌کنید.

موضوع



بخش



- اول ← گزاره
دوم ← نقیض یک گزاره
سوم ← ترکیب گزاره‌ها
چهارم ← هم‌ارزی‌ها
پنجم ← عکس نقیض یک گزاره شرطی

در پایه دهم با علم منطق آشنا شدید و آموختید منطق، روش درست فکر کردن است؛ پس کسانی که با منطق مأنوس‌ترند معمولاً کمتر از دیگران در استدلال‌ها اشتباه می‌کنند.

معنا: آنچه به گفته درآمده

تعبیر: بررسی استدلال‌ها

کاربرد: تشخیص اعتبار استدلال‌ها

منطق

در این درس از میان انواع منطق با منطق ریاضی آشنا می‌شوید.

منطق ریاضی، بیان ریاضی‌گونه منطق است. اگر ریاضیات را به‌عنوان یک زبان در نظر بگیریم، منطق ریاضی، دستور این زبان است. در منطق ریاضی با یک سری تعریف و قانون سروکار داریم. اگر با دقت هر تعریف و قوانین مربوط به آن را یاد بگیرید، دیگر در حل سؤالات این درس با مشکل مواجه نمی‌شوید. یکی از مهم‌ترین آن‌ها تعریف گزاره است.

گزاره



تعریف	گزاره
گزاره به جمله‌ای گفته می‌شود که دارای دو شرط باشد:	
۱. جمله خبری باشد.	
۲. دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست را بتوان به آن نسبت داد.	

مثال: بررسی کنید آیا جملات زیر گزاره هستند یا خیر.

- «کجا می‌روی؟» گزاره نیست؛ زیرا یک جمله پرسشی است، نه خبری (نقض شرط ۱).
- «در را ببند.» گزاره نیست؛ زیرا یک جمله امری است، نه خبری (نقض شرط ۱).
- «کاش کرونا تمام شود.» گزاره نیست؛ زیرا یک جمله عاطفی است، نه خبری (نقض شرط ۱).
- «نارنگی از پرتقال خوشمزه‌تر است.» گزاره نیست؛ زیرا با اینکه یک جمله خبری است، ولی نمی‌توان به آن دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست را نسبت داد. شاید از نظر کسی نارنگی خوشمزه‌تر باشد و برای دیگری پرتقال (نقض شرط ۲).
- « $\sqrt{5}$ عددی گنگ است.» گزاره است؛ زیرا یک جمله خبری است که ارزش آن درست است.
- «سقراط شاگرد افلاطون است.» گزاره است؛ زیرا یک جمله خبری است که ارزش آن نادرست است.
- «نام برادر شهناز، محمد است.» گزاره است؛ زیرا یک جمله خبری است که ارزش آن یا درست است یا نادرست؛ هرچند ما نمی‌دانیم درست است یا نادرست، ولی مطمئن هستیم که دقیقاً یکی از این دو ارزش را دارد.

۷



۱. جملات پرسشی، امری و عاطفی گزاره نیستند.

۲. جملات خبری‌ای که نتوانیم دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست را به آن‌ها نسبت دهیم، گزاره نیستند.

۳. جملات خبری‌ای که ارزش آن‌ها را نمی‌دانیم، ولی مطمئن هستیم دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست را دارند، گزاره هستند.

نتیجه می‌گیریم

کدام یک از جملات زیر گزاره هستند؟

۱. «کاش فردا برف بیاید.»
۲. «۴ مضرب ۲ است.»
۳. «۲۷ عددی اول است.»
۴. «آیا π گنگ است؟»
۵. «کیان متولد ماه خرداد است.»
۶. «ریاضی از عربی آسان تر است.»

پاسخ:

۱. جمله عاطفی است؛ پس گزاره نیست.
۲. جمله خبری است که ارزش آن درست است؛ پس گزاره است.
۳. جمله خبری است که ارزش آن نادرست است؛ پس گزاره است.
۴. جمله پرسشی است؛ پس گزاره نیست.
۵. جمله خبری است که ارزش آن یا قطعاً درست است یا قطعاً نادرست؛ پس گزاره است.
۶. جمله خبری است که ارزش آن را نمی توان تعیین کرد. شاید برای کسی درس ریاضی آسان تر باشد و بگوید ارزش جمله درست است و برای دیگری درس عربی آسان تر باشد و بگوید ارزش جمله نادرست است؛ پس گزاره نیست.

برای کار کردن با گزاره‌ها از یک سری قراردادها و نمادها استفاده می‌کنیم که به مجموعه این قراردادها و نمادگذاری‌ها جبر گزاره‌ها یا حساب گزاره‌ها گفته می‌شود. در منطق ریاضی و جبر گزاره‌ها، هر گزاره را با یکی از حروف p یا q یا r یا ... نمایش می‌دهیم.

جدول ارزشی گزاره‌ها

(الف) اگر یک گزاره داشته باشیم؛ دو حالت برای ارزش آن وجود دارد: یا درست است یا نادرست.

$$2^1 = 2 = \text{تعداد حالت‌های ارزشی گزاره ۱}$$

p
د
ن

(ب) اگر دو گزاره داشته باشیم، چهار حالت پیش می‌آید؛ یا هر دو درست هستند یا اولی درست، دومی نادرست یا اولی نادرست، دومی درست یا هر دو نادرست هستند.

$$2^2 = 4 = \text{تعداد حالت‌های ارزشی گزاره ۲}$$

p	q
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

(پ) اگر سه گزاره داشته باشیم، هشت حالت پیش می‌آید:

$$2^3 = 8 = \text{تعداد حالت‌های ارزشی گزاره ۳}$$

p	q	r
د	د	د
د	د	ن
د	ن	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	د	ن
ن	ن	د
ن	ن	ن

توجه: ردیف‌های این جدول‌ها را همیشه با همین ترتیب بنویسید. چرا؟ چون جلوتر برای اثبات برخی سؤال‌ها نیاز داریم که دو تا از این جدول‌ها بکشیم و خیلی اهمیت دارد که ترتیب ردیف‌های هر دو جدول یکی باشد؛ پس از همین الان این ترتیب مشخص را به یاد بسپارید.
(ت) اگر n گزاره داشته باشیم:

$$2^n = \text{تعداد حالت‌های ارزشی گزاره } n \text{ یا } 2^n = \text{تعداد ردیف‌های جدول ارزشی گزاره } n$$

مثال: اگر یک جدول ارزشی ۳۲ ردیف داشته باشد، تعداد گزاره‌ها چند تا است؟

پاسخ:

$$2^n = 32 \Rightarrow n = 5 \Rightarrow 2^5 = 32 = 2^n \rightarrow 32 = 2^n \rightarrow \text{تعداد ردیف} = 32 \rightarrow 2^n = 32 \Rightarrow n = 5$$

تعداد گزاره‌ها ۵ = n

نقیض گزاره p را با $\sim p$ نشان می‌دهیم. اگر p ارزش درست داشته باشد، $\sim p$ ارزش نادرست دارد و اگر p ارزش نادرست داشته باشد، $\sim p$ ارزش درست دارد.

p	$\sim p$
د	ن
ن	د

چگونه یک گزاره را نقیض کنیم؟
روش اول: فعل جمله را نفی کنیم.

روش دوم: اول جمله بگوییم «چنین نیست که».

مثال: نقیض گزاره « a عددی اول است.» را بنویسید.

پاسخ: **روش اول:** a عددی اول نیست.

روش دوم: چنین نیست که a عددی اول است.

اشتباه نکنیم فقط با این دو روش نقیض کنید و هیچ وقت به ساختار جمله دست نزنید.

نتیجه می‌گیریم: اگر جمله دادند، یا فعل را نفی می‌کنیم یا «چنین نیست که» اول جمله می‌آوریم و اگر گزاره به صورت نماد ریاضی بود، نمادها را نقیض می‌کنیم: مثلاً نقیض $(<)$ می‌شود (\geq) ، نقیض (\neq) می‌شود $(=)$ ، نقیض (\in) می‌شود (\notin) .

مثال: نقیض گزاره‌های « 5 بزرگ‌تر از 4 است.» و « $5 > 4$ » را بنویسید.

پاسخ: گزاره: « 5 بزرگ‌تر از 4 است.» نقیض گزاره: « 5 بزرگ‌تر از 4 نیست.» یا «چنین نیست که 5 بزرگ‌تر از 4 است.»

گزاره: « $5 > 4$ » نقیض گزاره: « $5 \leq 4$ »

تمرین

نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید و ارزش هر کدام را مشخص کنید.

- «عدد 6 فرد است.»
- «پایتخت خراسان جنوبی، مشهد است.»
- « $\{1, 3\} \subset \{1, 4, 8\}$ »
- «ارسطو شاگرد افلاطون است.»
- « $3 \times 4 > 1 \times 4$ »
- «تساوی $3 \times 15 = 45$ برقرار است.»
- « $3 \times 15 = 45$ »
- «کیان از مادرش کوچک‌تر است.»

پاسخ:

ن	پایتخت خراسان جنوبی، مشهد است.	گزاره	۲	ن	عدد 6 فرد است.	گزاره	۱
د	پایتخت خراسان جنوبی، مشهد نیست.	نقیض		د	عدد 6 فرد نیست.	نقیض	
د	ارسطو شاگرد افلاطون است.	گزاره	۴	ن	$\{1, 3\} \subset \{1, 4, 8\}$	گزاره	۳
ن	چنین نیست که ارسطو شاگرد افلاطون است.	نقیض		د	$\{1, 3\} \not\subset \{1, 4, 8\}$	نقیض	
د	تساوی $3 \times 15 = 45$ برقرار است.	گزاره	۶	د	$3 \times 4 > 1 \times 4$	گزاره	۵
ن	تساوی $3 \times 15 = 45$ برقرار نیست.	نقیض		ن	$3 \times 4 \leq 1 \times 4$	نقیض	
د	کیان از مادرش کوچک‌تر است.	گزاره	۸	د	$3 \times 15 = 45$	گزاره	۷
ن	کیان از مادرش کوچک‌تر نیست.	نقیض		ن	$3 \times 15 \neq 45$	نقیض	

اشتباه نکنیم نقیض گزاره « a از b کوچک‌تر است.»، به صورت « a از b کوچک‌تر نیست.» نوشته می‌شود. اگر نقیض آن را به صورت « a از b بزرگ‌تر است.» بنویسیم، اشتباه است. این دو گزاره نقیض هم نیستند؛ زیرا وقتی a از b کوچک‌تر نباشد، یا بزرگ‌تر است یا مساوی، در صورتی که « a از b بزرگ‌تر است.» شامل مساوی نمی‌شود.

ترکیب گزاره‌ها

گزاره‌هایی که تاکنون دیدید، گزاره‌های ساده بودند که فقط یک جمله داشتند. ارزش آن‌ها دو حالت داشت: یا درست بود یا نادرست. گزاره می‌تواند ترکیبی از چند جمله باشد؛ مثلاً « 2 عددی اول است و مربع 4 ضلع دارد.» «علی از حسین کوچک‌تر است یا حسین از رضا بزرگ‌تر است.» «اگر باران بیاید، آنگاه زمین خیس می‌شود.» و ...

به شکل‌های مختلف می‌توان گزاره‌های ساده را با هم ترکیب و گزاره‌های مرکب تولید کرد. در زیر، انواع راه‌های ترکیب گزاره‌ها و نماد آن‌ها را می‌بینیم.

نماد	رابط گزاره‌ای	ترکیب گزاره‌ها
\wedge	«و»	عطفی
\vee	«یا»	فصلی
\Rightarrow	«اگر ... آنگاه ...»	شرطی
\Leftrightarrow	«... اگر و فقط اگر ...»	دوشرطی

گزاره مرکب خودش یک گزاره است؛ پس باید بتوانیم ارزش آن را تعیین کنیم. در ادامه هرکدام را به‌طور مفصل شرح می‌دهیم.

ترکیب عطفی دو گزاره

گزاره «۳۴ عدد اول است و مثلث سه ضلع دارد.» یک ترکیب عطفی است و می‌توانیم آن را به‌صورت زیر نمایش دهیم:

مثلث سه ضلع دارد. \wedge ۳۴ عدد اول است.
 $\underbrace{\hspace{10em}}_p$ $\underbrace{\hspace{10em}}_q$

ارزش p : عدد ۳۴ مرکب است چون بر ۱۷ و ۲ بخش پذیر است؛ پس ارزش p نادرست است.

ارزش q : مثلث سه ضلع دارد؛ پس ارزش q درست است.

حال ارزش گزاره « $p \wedge q$ » درست است یا نادرست؟ برای پاسخ به این سؤال باید جدول زیر را بلد باشید.

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

چون p نادرست و q درست است، از ردیف سوم متوجه می‌شویم ارزش « $p \wedge q$ » نادرست است.

نکته: ترکیب عطفی دو گزاره فقط زمانی دارای ارزش درست است که هر دو گزاره درست باشند، در بقیه موارد ارزش آن نادرست است.

تمرین

ارزش هرکدام از گزاره‌های زیر را تعیین کنید.

۱. «عدد ۹۹ بزرگ‌ترین عدد دو رقمی است و ماه مرداد ۳۱ روز دارد.»

۲. «قطرهای مربع بر هم عمودند و هر سال ۴ ماه دارد.»

۳. «۱۷ عدد اول نیست و قرآن ۱۱۴ سوره دارد.»

۴. « $\sqrt{3}$ عدد گویا است و ۱۴ مضرب ۷ نیست.»

پاسخ:

۱) $p \wedge q \rightarrow$ ماه مرداد ۳۱ روز دارد. \wedge عدد ۹۹ بزرگ‌ترین عدد دورقمی است.
 $\underbrace{\hspace{10em}}_p$ $\underbrace{\hspace{10em}}_q$ $\underbrace{\hspace{10em}}_d$

۲) $p \wedge q \rightarrow$ هر سال ۴ ماه دارد. \wedge قطرهای مربع بر هم عمودند.
 $\underbrace{\hspace{10em}}_p$ $\underbrace{\hspace{10em}}_q$ $\underbrace{\hspace{10em}}_n$

۳) $p \wedge q \rightarrow$ قرآن ۱۱۴ سوره دارد. \wedge ۱۷ عدد اول نیست.
 $\underbrace{\hspace{10em}}_p$ $\underbrace{\hspace{10em}}_q$ $\underbrace{\hspace{10em}}_n$

۴) $p \wedge q \rightarrow$ ۱۴ مضرب ۷ نیست. \wedge $\sqrt{3}$ عدد گویا است.
 $\underbrace{\hspace{10em}}_p$ $\underbrace{\hspace{10em}}_q$ $\underbrace{\hspace{10em}}_n$

ترکیب فصلی دو گزاره

گزاره «۶ مضرب ۳۶ است یا ۷۲ بر ۳ بخش پذیر است.» یک ترکیب فصلی است و می‌توانیم آن را به‌صورت زیر نمایش دهیم:

۷۲ بر ۳ بخش پذیر است. \vee ۶ مضرب ۳۶ است.
 $\underbrace{\hspace{10em}}_p$ $\underbrace{\hspace{10em}}_q$

ارزش p : ۶ مقسوم علیه ۳۶ است؛ پس ارزش p نادرست است.
ارزش q : ۷۲ بر ۳ بخش پذیر است؛ پس ارزش q درست است.
حال ارزش گزاره « $p \vee q$ » درست است یا نادرست؟ برای پاسخ به این سؤال باید جدول زیر را بلد باشید.

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

چون p نادرست و q درست است، از ردیف سوم متوجه می‌شویم ارزش « $p \vee q$ » درست است.

نکته: ترکیب فصلی دو گزاره فقط وقتی نادرست است که ارزش هر دو گزاره نادرست باشد، در بقیه موارد ارزش آن درست است.

تمرین

ارزش هر کدام از گزاره‌های زیر را تعیین کنید.

۱. « $۲ = ۱$ یا $\sqrt{۴۹} = ۷$ »
۲. «اولین فصل سال، بهار است یا $\sqrt{۶۴}$ عددی گنگ است.»
۳. «افلاطون شاگرد ارسطو است یا $۳ \in \{۳, ۵\}$ »
۴. «همه سوره‌های قرآن یک بسم‌الله دارند یا ۳۷ عددی فرد نیست.»

پاسخ:

$$۱) \underbrace{۲ = ۱}_p \vee \underbrace{\sqrt{۴۹} = ۷}_q \rightarrow \underbrace{p \vee q}_d$$

$$۲) \underbrace{\text{اولین فصل سال، بهار است}}_p \vee \underbrace{\sqrt{۶۴} \text{ عددی گنگ است}}_q \rightarrow \underbrace{p \vee q}_d$$

$$۳) \underbrace{\text{افلاطون شاگرد ارسطو است}}_p \vee \underbrace{۳ \in \{۳, ۵\}}_q \rightarrow \underbrace{p \vee q}_d$$

$$۴) \underbrace{\text{همه سوره‌های قرآن یک بسم‌الله دارند}}_p \vee \underbrace{\text{۳۷ عددی فرد نیست}}_q \rightarrow \underbrace{p \vee q}_n$$

ترکیب شرطی دو گزاره

$$\underbrace{۲ \times ۴ = ۸}_p \Rightarrow \underbrace{۳ + ۵ = ۷}_q$$

گزاره «اگر $۲ \times ۴ = ۸$ آنگاه $۳ + ۵ = ۷$ »، یک ترکیب شرطی است و می‌توانیم آن را به صورت مقابل نشان دهیم:

ارزش p : درست است.

ارزش q : نادرست است.

حال ارزش گزاره « $p \Rightarrow q$ » درست است یا نادرست؟ برای پاسخ به این سؤال باید جدول زیر را بلد باشید.

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

چون p درست و q نادرست است، از ردیف دوم متوجه می‌شویم ارزش « $p \Rightarrow q$ » نادرست است.

نکته ۱: در گزاره شرطی « $p \Rightarrow q$ »، « p » را مقدم و « q » را تالی می‌نامیم.

۲: گزاره شرطی فقط وقتی نادرست است که مقدم درست، ولی تالی نادرست باشد. در بقیه موارد ارزش آن درست است.

۳: در حالت ردیف سوم و چهارم می‌گوییم گزاره شرطی به انتهای مقدم دارای ارزش درست است؛ یعنی اگر از یک فرض غلط به هر نتیجه‌ای برسیم (غلط یا درست) طبیعی است.

توجه: ترکیب شرطی علاوه بر «اگر p آنگاه q » می‌تواند با جملات زیر نیز بیان شود:

۱. « p نتیجه می‌دهد q را»
۲. «از q نتیجه می‌شود»

تمرین

ارزش هر کدام از گزاره‌های زیر را تعیین کنید.

۱. «اگر ۸ عددی زوج است آنگاه ۸ مرکب است.»
۲. «اگر ۱۶ مرکب است آنگاه ۱۷ عدد اول نیست.»
۳. «۲۵ مربع کامل نیست نتیجه می‌دهد مربع چهار ضلع دارد را.»
۴. «هر فصل، ۴ ماه دارد از ۳۰ مضرب ۱۱ است نتیجه می‌شود.»

پاسخ:

$$1) \underbrace{8 \text{ عددی زوج است.}}_p \Rightarrow \underbrace{8 \text{ مرکب است.}}_q \rightarrow \underbrace{p \Rightarrow q}_d$$

$$2) \underbrace{16 \text{ مرکب است.}}_p \Rightarrow \underbrace{17 \text{ عدد اول نیست.}}_q \rightarrow \underbrace{p \Rightarrow q}_n$$

$$3) \underbrace{25 \text{ مربع کامل نیست.}}_p \Rightarrow \underbrace{\text{مربع چهار ضلع دارد.}}_q \rightarrow \underbrace{p \Rightarrow q}_d$$

$$4) \underbrace{30 \text{ مضرب ۱۱ است.}}_p \Rightarrow \underbrace{\text{هر فصل، ۴ ماه دارد.}}_q \rightarrow \underbrace{p \Rightarrow q}_d$$

گزاره‌های «۳» و «۴» به انتفای مقدم دارای ارزش درست هستند. در گزاره «۴» دقت کنید p و q را اشتباه نگیرید.

ترکیب دوشروطی دو گزاره

گزاره «اگر ۱۶ عدد زوج است آنگاه 2×16 عددی زوج است و اگر 2×16 عددی زوج است آنگاه ۱۶ عدد زوج است.» یک ترکیب دوشروطی است

و می‌توانیم آن را به صورت مقابل نمایش دهیم:

$$\underbrace{2 \times 16 \text{ عددی زوج است.}}_p \Leftrightarrow \underbrace{16 \text{ عدد زوج است.}}_q$$

ارزش p: درست است.

ارزش q: درست است.

حال ارزش گزاره « $p \Leftrightarrow q$ » درست است یا نادرست؟ برای پاسخ به این سؤال باید جدول زیر را بلد باشید.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

چون p و q هر دو درست هستند، از ردیف اول متوجه می‌شویم ارزش « $p \Leftrightarrow q$ » درست است.

نکته: گزاره دوشروطی فقط وقتی درست است که هر دو گزاره هم‌ارزش باشند؛ یعنی هر دو درست یا هر دو نادرست باشند.

توجه: این ترکیب دوشروطی علاوه بر «اگر P آنگاه q و اگر q آنگاه p» می‌تواند با جملات زیر نیز بیان شود:

۱ «p نتیجه می‌دهد q را و q نتیجه می‌دهد p را»

۲ «اگر p آنگاه q و برعکس»

۳ «p شرط لازم و کافی است برای q»

۴ «p اگر و تنها اگر q»

ارزش هر کدام از گزاره‌های زیر را تعیین کنید.

۱. «بافق یکی از شهرهای استان یزد است نتیجه می‌دهد اراک پایتخت مرکزی است را و اراک پایتخت مرکزی است نتیجه می‌دهد بافق یکی از شهرهای استان یزد است را.»
۲. «اگر مربع هر عددی همواره مثبت است آنگاه میانۀ میانۀ متعلق به جامعه است و برعکس.»
۳. « $\sqrt{2} > \sqrt{3}$ شرط لازم و کافی است برای $3 + 3 = 6$ »
۴. «قطر دایره از شعاع آن کوچک‌تر است اگر و تنها اگر نیمی از داده‌ها از مُد کوچک‌تر هستند.»

پاسخ:

$$1) \underbrace{p \Rightarrow q}_{\text{د}} \rightarrow \underbrace{\text{اراک پایتخت مرکزی است.}}_q \Leftrightarrow \underbrace{\text{بافق یکی از شهرهای استان یزد است.}}_p$$

$$2) \underbrace{p \Rightarrow q}_{\text{ن}} \rightarrow \underbrace{\text{میانۀ میانۀ متعلق به جامعه است.}}_q \Leftrightarrow \underbrace{\text{مربع هر عددی همواره مثبت است.}}_p$$

$$3) \underbrace{\sqrt{2} > \sqrt{3}}_p \Leftrightarrow \underbrace{3 + 3 = 6}_q \rightarrow \underbrace{p \Rightarrow q}_{\text{ن}}$$

$$4) \underbrace{p \Rightarrow q}_{\text{د}} \rightarrow \underbrace{\text{نیمی از داده‌ها از مُد کوچک‌تر هستند.}}_q \Leftrightarrow \underbrace{\text{قطر دایره از شعاع آن کوچک‌تر است.}}_p$$

نکته ۱: در ترکیب عطفی اگر یکی از گزاره‌ها نادرست باشد، ارزش کل گزاره نادرست است.

نکته ۲: در ترکیب فصلی اگر یکی از گزاره‌ها درست باشد، ارزش کل گزاره درست است.

در ترکیب شرطی اگر مقدم نادرست باشد، ارزش کل گزاره به انتقای مقدم درست است.

در ترکیب دوشرطی اگر دو گزاره هم‌ارزش نباشند، آنگاه ارزش کل گزاره نادرست است و اگر هم‌ارزش باشند، ارزش کل گزاره درست است.

مثال: اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش گزاره $(q \Rightarrow p) \vee r$ را مشخص کنید.

پاسخ: چون q نادرست است، پس ارزش $q \Rightarrow p$ به انتقای مقدم درست است $(q \Rightarrow p) \vee r$.

در ترکیب فصلی اگر یکی از گزاره‌ها درست باشد، آنگاه ارزش کل گزاره درست است $(q \Rightarrow p) \vee r$.



اگر p گزاره‌ای درست (T)، q گزاره‌ای نادرست (F) و r گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش هر کدام از گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

- ۱) $(q \wedge r) \Rightarrow p$
- ۲) $(p \Leftrightarrow q) \wedge r$
- ۳) $(q \Rightarrow p) \wedge r$
- ۴) $(p \vee q) \vee r$
- ۵) $(p \Rightarrow q) \wedge r$
- ۶) $(r \Rightarrow p) \vee q$

پاسخ:

۱. چون q نادرست است، می‌دانیم در ترکیب عطفی اگر یکی از گزاره‌ها نادرست باشد، ارزش کل گزاره نادرست است؛ پس $(q \wedge r)$.

حال در ترکیب شرطی $(q \wedge r) \Rightarrow p$ چون مقدم، یعنی $(q \wedge r)$ ، نادرست است؛ پس ارزش کل گزاره به انتقای مقدم درست است. $(q \wedge r) \Rightarrow p$.

۲. در $p \Leftrightarrow q$ چون p و q هم‌ارزش نیستند؛ پس ارزش $p \Leftrightarrow q$ نادرست است و در ترکیب عطفی اگر یک گزاره نادرست باشد، ارزش کل گزاره نادرست است. $(p \Leftrightarrow q) \wedge r$.

۳. چون q نادرست است؛ پس $q \Rightarrow p$ به انتقای مقدم درست است. ارزش $T \wedge r$ به ارزش r بستگی دارد. اگر r درست باشد، ارزش کل گزاره درست است و اگر r نادرست باشد، ارزش کل گزاره نادرست است.

۴. چون ارزش p درست است؛ پس طبق نکته، ارزش $p \vee q$ درست است. $T \vee r$ حال دوباره طبق نکته چون در ترکیب فصلی ارزش یکی از گزاره‌ها درست است؛ پس ارزش کل گزاره درست است.

۵. در $p \Rightarrow q$ ، مقدم درست و تالی نادرست است؛ پس ارزش $p \Rightarrow q$ نادرست است. $F \wedge r$ طبق نکته در ترکیب عطفی اگر ارزش یکی از گزاره‌ها نادرست باشد، ارزش کل گزاره نادرست است.

۶. در $r \Rightarrow p$ چون تالی درست است؛ پس طبق جدول ارزشی گزاره شرطی، ارزش $r \Rightarrow p$ درست است. $T \vee q$.

برو آزمون



اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

(1) $(\sim p \leftrightarrow q) \vee r$ (2) $(r \Rightarrow p) \Rightarrow q$ (3) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$ (4) $(p \wedge q) \Rightarrow r$

پاسخ: بررسی گزینه‌ها:

(1) $(\sim p \leftrightarrow q) \vee r$ (2) $(r \Rightarrow p) \Rightarrow q$ (3) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$ (4) $(p \wedge q) \Rightarrow r$

Truth table analysis for (1):
 $\begin{matrix} \sim p & q & \sim p \leftrightarrow q & r & (\sim p \leftrightarrow q) \vee r \\ T & F & F & T & T \\ T & T & T & F & T \\ F & F & T & T & T \\ F & T & F & F & F \end{matrix}$

Truth table analysis for (2):
 $\begin{matrix} r & p & r \Rightarrow p & q & (r \Rightarrow p) \Rightarrow q \\ T & T & T & F & F \\ T & F & F & T & T \\ F & T & T & T & T \\ F & F & T & F & T \end{matrix}$

Truth table analysis for (3):
 $\begin{matrix} p & q & p \Rightarrow q & r & (p \Rightarrow q) \Rightarrow r \\ T & T & T & F & F \\ T & F & F & T & T \\ F & T & T & T & T \\ F & F & T & F & T \end{matrix}$

Truth table analysis for (4):
 $\begin{matrix} p & q & p \wedge q & r & (p \wedge q) \Rightarrow r \\ T & T & T & F & F \\ T & F & F & T & T \\ F & T & F & T & T \\ F & F & F & F & T \end{matrix}$

گزینه ۲، صحیح است.

برو کنکور



اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره $(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q)$ برابر ارزش کدام است؟ (سراسری ۹۸)

(1) r (2) همیشه درست (3) $\sim r$ (4) همیشه نادرست

پاسخ:

$(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q)$

Truth table analysis:
 $\begin{matrix} r & p & r \Leftrightarrow p & p \wedge q & (r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q) \\ T & T & T & T & T \\ T & F & F & F & T \\ F & T & F & F & T \\ F & F & T & F & T \end{matrix}$

اگر مقدم این گزاره شرطی، یعنی $(r \Leftrightarrow p)$ درست باشد، آنگاه ارزش کل گزاره نادرست است. اگر $(r \Leftrightarrow p)$ نادرست باشد، آنگاه ارزش کل گزاره به انتهای مقدم درست است. ارزش گزاره $(r \Leftrightarrow p)$ نیز به ارزش r بستگی دارد که از آن اطلاعی نداریم. دو حالت را برای گزاره r در نظر می‌گیریم:

حالت اول: r درست باشد:
 $(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q) \rightarrow$ ارزش کل گزاره نادرست است.

Truth table analysis:
 $\begin{matrix} r & p & r \Leftrightarrow p & p \wedge q & (r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q) \\ T & T & T & T & T \\ T & F & F & F & T \\ F & T & F & F & T \\ F & F & T & F & T \end{matrix}$

حالت دوم: r نادرست باشد:

ارزش کل گزاره به انتهای مقدم درست است. $(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q) \rightarrow$

Truth table analysis:
 $\begin{matrix} r & p & r \Leftrightarrow p & p \wedge q & (r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q) \\ F & T & F & F & T \\ F & F & T & F & T \end{matrix}$

با توجه به حالت اول و دوم، گزینه‌های «۲» و «۴» نمی‌توانند صحیح باشند. وقتی r درست بود، ارزش گزاره نادرست شد و وقتی r نادرست بود، ارزش گزاره درست شد؛ پس گزاره داده‌شده با گزاره $\sim r$ هم‌ارزش است. گزینه ۳، صحیح است.

مثال: برای گزاره $(p \vee q) \Leftrightarrow \sim(\sim p \vee \sim q)$ جدول ارزشی رسم کنید.

پاسخ: چون دو گزاره p و q داریم، پس جدول ارزشی دارای $2^2 = 4$ ردیف است.

برای نوشتن جدول، ابتدا گزاره‌ای که داریم را به ترکیباتی که خواندیم (نقیض، عطفی، فصلی، شرطی و دوشروطی) خرد می‌کنیم و سپس ترتیب پر شدن خانه‌های جدول به صورت زیر است:

مرحله اول:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q)$
د	د						
د	ن						
ن	د						
ن	ن						

مرحله دوم: با استفاده از ستون اول، ستون سوم و با استفاده از ستون‌های اول و دوم، ستون ششم را می‌نویسیم.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q)$
د	د	ن	ن		د		
د	ن	ن	د		د		
ن	د	د	ن		د		
ن	ن	د	د		ن		



مثال: عکس نقیض گزاره «اگر a مضرب 7 است، آنگاه $a+7$ مضرب 7 است.» را بنویسید.
پاسخ:

$$\underbrace{a \text{ مضرب } 7 \text{ است.}}_p \Rightarrow \underbrace{a+7 \text{ مضرب } 7 \text{ است.}}_q \equiv \underbrace{a+7 \text{ مضرب } 7 \text{ نیست.}}_{\sim q} \Rightarrow \underbrace{a \text{ مضرب } 7 \text{ نیست.}}_{\sim p}$$

عکس گزاره $p \Rightarrow q$ می‌شود $q \Rightarrow p$ ؛ یعنی جای مقدم و تالی عوض می‌شود.

اشتباه نکنیم گزاره شرطی با عکسش هم‌ارز نیست.



برو مدرسه

عکس نقیض گزاره «اگر a عددی گنگ یا گویا باشد، آنگاه 91 عدد اول است.» را بنویسید.

پاسخ:

$$\underbrace{91 \text{ عدد اول است.}}_q \Rightarrow \underbrace{a \text{ عددی گنگ یا گویا باشد.}}_p \equiv \underbrace{a \text{ نه عددی گنگ و نه عددی گویا است.}}_{\sim p} \Rightarrow \underbrace{91 \text{ عدد اول نیست.}}_{\sim q}$$

$$\underbrace{a \text{ نه عددی گنگ و نه عددی گویا است.}}_{\sim p} \Rightarrow \underbrace{91 \text{ عدد اول نیست.}}_{\sim q} \equiv \underbrace{a \text{ عددی گنگ یا گویا باشد.}}_p \Rightarrow \underbrace{91 \text{ عدد اول است.}}_q$$

عکس نقیض: «اگر 91 عدد اول نیست، آنگاه a نه عددی گنگ و نه گویا است.»

توضیح بیشتر: گزاره p خود ترکیب فصلی دو گزاره r و s است؛ پس در نقیض کردن آن باید دقت کنید.

$p: r \vee s$

دمورگان
 $\sim p: \sim(r \vee s) \equiv \sim r \wedge \sim s$



فصل اول - درس ۱

پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۱. کدام عبارت نادرست است؟

- ۱) به کمک قوانین منطق می‌توان اعتبار یک استدلال را مشخص نمود. ۲) هر گزاره دارای یکی از دو ارزش درست یا نادرست است.
- ۳) اگر ارزش یک جمله خبری را ندانیم، آن جمله خبری گزاره نیست. ۴) جملاتی که خبری را بیان نمی‌کنند، گزاره محسوب نمی‌شوند.

۲. کدام گزینه گزاره است؟

- ۱) هوای دل‌انگیزی است. ۲) دانشمندان ایرانی، موفق به ساخت واکسن کرونا شدند.
- ۳) علی درب را ببند. ۴) باران می‌بارد؟

۳. چه تعداد از جملات زیر گزاره نیستند؟

- الف) ۴ بر ۲ بخش پذیر نیست. ب) $x+2$ عددی زوج است.
- پ) لطفاً با زیردستانت مهربان باش. ت) اصفهان پایتخت کنونی ایران است.

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴. تعداد حالت‌های ارزشی برای n گزاره برابر با 128 است. n کدام است؟

- ۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۶ ۴) ۷

۵. تعداد حالت‌های ارزشی برای ۶ گزاره، چند برابر تعداد حالت‌های ارزشی برای ۴ گزاره است؟

- ۱) دو برابر ۲) چهار برابر ۳) هشت برابر ۴) شانزده برابر



۶. گزاره داریم. اگر ۳ گزاره به گزاره‌های موجود اضافه کنیم، جدول ارزشی آن چه تغییری می‌کند؟

- ۱ به آن ۶ ردیف اضافه می‌شود. ۲ تعداد ردیف‌های آن ۳ برابر می‌شود.
۳ به آن ۸ ردیف اضافه می‌شود. ۴ تعداد ردیف‌های آن ۸ برابر می‌شود.

۷. ارزش نقیض کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

- ۱ پنج کوچک‌تر از هشت است. ۲ چنین نیست که ۲ عددی اول است.
۳ اصفهان پایتخت ایران نیست. ۴ ۱۳ عددی فرد است.

۸. نقیض گزاره «چنین نیست که ۲ عددی گنگ باشد.» کدام گزینه است؟

- ۱ ۲ عددی گنگ نیست. ۲ ۲ عددی گنگ است.
۳ ۲ عددی گویا است. ۴ ۲ عددی گویا نیست.

۹. نقیض کدام گزینه درست نوشته شده است؟

- ۱ گزاره: «۳ عددی اول است.»؛ نقیض گزاره: «۳ عددی مرکب است.»
۲ گزاره: «۵ عددی مثبت است.»؛ نقیض گزاره: «۵ عددی منفی است.»
۳ گزاره: «۷ بزرگ‌تر از ۱۴ است.»؛ نقیض گزاره: «۷ کوچک‌تر از ۱۴ است.»
۴ گزاره: «مثلث متساوی‌الاضلاع سه ضلع برابر دارد.»؛ نقیض گزاره: «مثلث متساوی‌الاضلاع سه ضلع برابر ندارد.»

۱۰. در ترکیب عطفی، اگر یکی از گزاره‌ها باشد، ارزش کل گزاره است.

- ۱ درست - درست ۲ نادرست - نادرست ۳ نادرست - درست ۴ درست - نادرست

۱۱. در جای خالی کدام عبارت را می‌توان قرار داد تا گزاره حاصل یک گزاره نادرست باشد؟

«هر لوزی یک متوازی‌الاضلاع است و»

- ۱ مثلث متساوی‌الاضلاع سه ضلع برابر دارد. ۲ مربع چهار ضلع برابر ندارد.
۳ دایره ضلع ندارد. ۴ ۱۳ عددی اول است.

۱۲. اگر $p \wedge q$ یک گزاره درست باشد، کدام گزینه به ترتیب ارزش گزاره p و q را نشان می‌دهد؟

- ۱ درست - نادرست ۲ نادرست - نادرست ۳ درست - درست ۴ نادرست - درست

۱۳. کدام گزینه نادرست است؟

- ۱ $p \wedge q \equiv q \wedge p$ ۲ $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ ۳ $p \wedge T \equiv T$ ۴ $p \wedge F \equiv F$

۱۴. در ترکیب فصلی، اگر یکی از گزاره‌ها باشد، ارزش کل گزاره است.

- ۱ درست - نادرست ۲ درست - درست ۳ نادرست - نادرست ۴ نادرست - درست

۱۵. در ترکیب فصلی ۳ گزاره، تعداد حالت‌های درست آن کدام است؟

- ۱ ۳ ۲ ۴ ۳ ۷ ۴ ۸

۱۶. ارزش کدام گزاره نادرست است؟

- ۱ ۲۳ عددی مرکب است یا ۴ عددی زوج است. ۲ یک هفته ۷ روز است یا یک ساعت ۶۰ ثانیه است.
۳ عدد ۸ اول است یا عدد ۸ مضرب ۶ است. ۴ مثلث متساوی‌الاضلاع سه ضلع برابر دارد یا مربع چهار ضلع برابر دارد.

۱۷. اگر p گزاره‌ای دلخواه و q گزاره‌ای نادرست باشد، ارزش کدام گزاره همیشه درست است؟

- ۱ $p \vee q$ ۲ $\sim p \vee q$ ۳ $p \vee \sim q$ ۴ $\sim(\sim p)$

۱۸. ترکیب فصلی کدام یک از گزاره‌های زیر با گزاره «مجموعه $\{x \mid x \in \mathbb{N}, 0 \leq x \leq 2\}$ ، ۳ عضو دارد» گزاره‌ای با ارزش نادرست است؟

- ۱ افلاطون شاگرد سقراط است. ۲ چنین نیست که ۲ عدد اول نباشد.
۳ قرآن ۳۰ جزء دارد. ۴ مجموع زوایای داخلی مثلث ۳۶۰ درجه است.

۱۹. اگر p گزاره‌ای دلخواه و q گزاره‌ای با ارزش درست باشد، آنگاه کدام گزینه در مورد گزاره $\sim p \vee (p \wedge q)$ درست است؟

- ۱ یک گزاره همیشه درست است. ۲ یک گزاره همیشه نادرست است.
۳ ارزش گزاره، به ارزش گزاره p وابسته است. ۴ ارزش گزاره، به ارزش گزاره $(q \wedge \sim p)$ وابسته است.

۲۰. اگر p و q گزاره‌های دلخواه، F گزاره همیشه نادرست و T گزاره همیشه درست باشد، آنگاه کدام گزینه درست است؟

- ۱ $(p \wedge \sim q) \vee T \equiv F$ ۲ $\sim(\sim p) \equiv \sim p$
۳ $(\sim p \vee q) \vee \sim q \equiv T$ ۴ $p \wedge (q \vee \sim p) \equiv F$

۲۱. در مورد گزاره $(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$ کدام گزینه درست است؟

- ۱ با گزاره p هم‌ارزش است. ۲ با گزاره $(p \wedge \sim q)$ هم‌ارزش است.
۳ گزاره همیشه نادرست است. ۴ گزاره همیشه درست است.

۲۲. اگر q گزاره‌ای دلخواه، p گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای درست باشد، آنگاه کدام گزینه در مورد ارزش گزاره $[(p \wedge q) \vee r] \wedge [\sim(p \wedge r)]$ درست است؟

- ۱ به ارزش q وابسته است. ۲ همیشه نادرست است.
۳ همیشه درست است. ۴ با ارزش گزاره $(p \wedge q)$ یکسان است.

آزمون تشریحی فصل اول

۱۱۷. از میان عبارتهای زیر، گزاره‌ها را مشخص کرده و ارزش آن‌ها را تعیین کنید.

الف) معلم ریاضی ما خوش‌اخلاق است.

ب) عدد π^2 گویا است.

پ) اگر ۸۱ مربع کامل است، آنگاه ۱۱۱ مربع کامل است.

ت) به نظر مریم سیب زرد از سیب قرمز خوشمزه‌تر است.

۱۱۸. نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.

الف) ۱۷ عدد اول است یا $4 + 3 = \sqrt{16 + 9}$

ب) اگر عددی بر ۴ بخش‌پذیر باشد، آنگاه بر ۲ نیز بخش‌پذیر است.

۱۱۹. جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) جدول ارزشی n گزاره دارای حالت است.

ب) ترکیب عطفی دو گزاره در حالتی درست است که

پ) ترکیب فصلی دو گزاره در حالتی نادرست است که

ت) در گزاره $(p \Rightarrow q)$ ، p را و q را می‌نامند.

۱۲۰. جای خالی را با «درست» یا «نادرست» پر کنید.

الف) گزاره مرکب «عبارت $a^2 + b^2 + 2ab$ مربع کامل نیست یا کیان به مدرسه رفت.» دارای ارزش نادرست است؛ پس گزاره «کیان به مدرسه رفت.» دارای ارزش است.

ب) گزاره « $2\sqrt{2} = \sqrt{8}$ » و رتبه امیر در کنکور سراسری ۳۲۰ است.» دارای ارزش درست است؛ پس گزاره «رتبه امیر در کنکور سراسری ۳۲۰ است.» دارای ارزش است.

پ) گزاره «اگر فردا باران بیاید آنگاه علی با اسنپ به مدرسه می‌رود.» دارای ارزش نادرست است؛ پس گزاره اول دارای ارزش و گزاره دوم دارای ارزش است.

۱۲۱. عبارتهای زیر را به زبان ریاضی بنویسید.

الف) معکوس دو برابر عددی با مربع آن برابر است.

ب) ۶۰ درصد قیمت فروش کالایی برابر سود آن است.

پ) اگر عددی را در ۳ ضرب کنیم و سپس با ۱۸ جمع کنیم، حاصل از سه برابر عدد، ۵ واحد کمتر است.

۱۲۲. جاهای خالی را پر کنید.

الف) ۱۵ مضرب ۵ است و (نادرست)

ب) ۱۴۴ مربع کامل است یا (درست)

پ) اگر $10^3 = 1000$ آنگاه $1000 = \sqrt{1000}$ (.....)

ت) تقریباً نیمی از داده‌ها کوچک‌تر از چارک اول هستند، اگر و تنها اگر (.....)

۱۲۳. ارزش گزاره $(p \Rightarrow q) \vee (p \wedge \sim q)$ را با استفاده از جدول ارزشی به دست آورید.

۱۲۴. استدلال زیر را به زبان ریاضی بنویسید.

مقدمه اول: اگر برف بیاید یا هوا آلوده باشد، دانش‌آموزان به مدرسه نمی‌روند.

مقدمه دوم: دانش‌آموزان به مدرسه می‌روند.

نتیجه: برف نیامده است و هوا آلوده نیست.

۱۲۵. ثابت کنید «اگر n^2 فرد است؛ آنگاه n فرد است» ($n \in \mathbb{N}$).

۱۲۶. در کدام یک از موارد زیر از قیاس استثنایی به درستی استفاده شده است؟

الف) هر کس بخشنده باشد به دیگران کمک می‌کند، پس هر کس که به دیگران کمک کند، بخشنده است.

ب) اگر مبلغ سفارش از یک فروشگاه بیش از ۱۵۰ هزار تومان باشد، به آن هزینه ارسال تعلق نمی‌گیرد. مهدیس از این فروشگاه ۱۸۰ هزار تومان خرید کرده است.

∴ مهدیس باید ۱۸۰ هزار تومان پرداخت کند.

۱. گزینه ۳: جمله خبری که ارزش آن کاملاً مشخص است، اما ما از آن اطلاع نداریم، گزاره محسوب می‌شود.
مثلاً «موجودات زنده در کره مرخ وجود دارند.» گزاره محسوب می‌شود؛ هرچند در حد اطلاعات ما نیست و ما ارزش آن را نمی‌دانیم، ولی مطمئن هستیم قطعاً ارزش آن یا درست است یا نادرست.

۲. گزینه ۲: بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: گزاره نیست، چون ارزش جمله به نظر افراد مختلف وابسته است؛ پس ارزش آن مشخص نیست. این گزینه گزاره محسوب نمی‌شود.
گزینه ۲: جمله خبری است که ارزش آن قطعاً نادرست یا قطعاً درست است، پس گزاره است.
گزینه ۳: جمله امری است؛ بنابراین گزاره محسوب نمی‌شود.
گزینه ۴: جمله پرسشی است؛ بنابراین گزاره محسوب نمی‌شود.

۳. گزینه ۱: الف) گزاره با ارزش نادرست است.

ب) گزاره است؛ زیرا ارزش آن قطعاً یا درست است یا نادرست.

پ) جمله خبری نیست، پس گزاره محسوب نمی‌شود.

ت) گزاره با ارزش نادرست است.

۴. گزینه ۴: می‌دانیم تعداد حالت‌های ارزشی برای n گزاره برابر با 2^n است. از طرفی $2^7 = 128$ ؛ پس: $2^n = 128 \Rightarrow n = 7$

۵. گزینه ۲: تعداد حالت‌های ارزشی برای ۶ گزاره برابر با 2^6 و برای ۴ گزاره برابر 2^4 است؛ بنابراین پاسخ سؤال برابر است با:

$$\frac{2^6}{2^4} = 2^{6-4} = 2^2 = 4$$

۶. گزینه ۴: تعداد حالت‌های ارزشی n گزاره، 2^n است؛ پس:

$$\text{تعداد ردیف‌های آن ۸ برابر می‌شود.} \Rightarrow 2^{n+3} = 2(n+3) - n = 2^3 = 8$$

۷. گزینه ۲: بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: ارزش گزاره «پنج کوچک‌تر از هشت است» درست است؛ بنابراین ارزش نقیض این گزاره نادرست است.

گزینه ۲: ارزش گزاره «چنین نیست که ۲ عددی اول است.» نادرست است؛ بنابراین ارزش نقیض این گزاره درست است.

گزینه ۳: ارزش گزاره «اصفهان پایتخت ایران نیست.» درست است؛ بنابراین ارزش نقیض این گزاره نادرست است.

گزینه ۴: ارزش گزاره «۱۳ عددی فرد است» درست است؛ بنابراین ارزش نقیض این گزاره نادرست است.

۸. گزینه ۲: می‌دانیم $p \equiv \sim(\sim p)$ فرض کنیم گزاره «۲ عددی گنگ است.» گزاره p باشد. گزاره «چنین نیست که ۲ عددی گنگ باشد.» $\sim p$ را نشان می‌دهد. برابر با p ؛ یعنی گزینه «۲» است.

۹. گزینه ۴: بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: گزاره: «۳ عددی اول است.» نقیض گزاره: «۳ عددی اول نیست.»

گزینه ۲: گزاره: «۵ عددی مثبت است.» نقیض گزاره: «۵ عددی مثبت نیست.»

گزینه ۳: گزاره: «۷ بزرگ‌تر از ۱۴ است.» نقیض گزاره: «۷ بزرگ‌تر از ۱۴ نیست.»

۱۰. گزینه ۲: در ترکیب عطفی اگر یکی از گزاره‌ها نادرست باشد، ارزش کل گزاره نادرست است.

۱۱. گزینه ۳: ترکیب عطفی دو گزاره زمانی نادرست است که ارزش یک یا هر دو گزاره نادرست باشد. «هر لوزی یک متوازی‌الاضلاع است.» یک گزاره با ارزش درست است؛ بنابراین باید گزینه‌ای را انتخاب کنیم که گزاره‌ای با ارزش نادرست است و تنها ارزش گزاره گزینه «۳» نادرست است.

۱۲. گزینه ۱: ترکیب عطفی دو گزاره زمانی درست است که هر دو گزاره درست باشد. پس p و q ~ دو گزاره با ارزش درست هستند؛ بنابراین ارزش گزاره‌های p و q به ترتیب درست و نادرست است.

۱۳. گزینه ۳: بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: «خاصیت جابه‌جایی» گزینه «۲»: خاصیت شرکت‌پذیری ترکیب عطفی
گزینه «۴»: قانون عطفی ✓ گزینه «۳»: با توجه به جدول ارزشی ترکیب عطفی دو گزاره، ارزش گزاره $p \wedge T$ با ارزش گزاره p یکسان است؛ یعنی اگر p درست باشد، گزاره $p \wedge T$ درست است و اگر p گزاره‌ای نادرست باشد، گزاره $p \wedge T$ نادرست است؛ بنابراین $p \wedge T \equiv p$.

۱۴. گزینه ۲: در ترکیب فصلی اگر یکی از گزاره‌ها درست باشد، ارزش کل گزاره درست است.

۱۵. گزینه ۳: تعداد حالت‌های ارزشی ۳ گزاره برابر با $2^3 = 8$ حالت است. با توجه به جدول ارزشی ترکیب فصلی، ترکیب فصلی گزاره‌ها زمانی نادرست است که ارزش تمام گزاره‌ها نادرست باشد؛ یعنی تنها در یک حالت $F \vee F \vee F$ ، ترکیب عطفی سه گزاره نادرست است؛ بنابراین $8 - 1 = 7$ پاسخ سؤال است.

۱۶. گزینه ۳: ترکیب فصلی تنها زمانی نادرست است که ارزش تمام گزاره‌ها نادرست باشد. تنها در گزینه «۳» ارزش هر دو گزاره نادرست است.

۱۷. گزینه ۳: ارزش گزاره گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» به ارزش گزاره p وابسته است، اما در گزینه «۳»، $\sim q$ ، گزاره با ارزش درست است؛ پس ترکیب فصلی $\sim q$ با هر گزاره دلخواه دیگر، دارای ارزش درست است.

۱۸. گزینه ۴: ارزش گزاره «مجموعه $\{x \mid x \in \mathbb{N}, 0 \leq x \leq 2\}$ ، ۳ عضو دارد.» نادرست است.

$\{1, 2\} = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 0 \leq x \leq 2\}$ باید گزاره‌ای انتخاب نمایم که دارای ارزش نادرست باشد تا ترکیب فصلی آن‌ها نیز نادرست شود و تنها ارزش گزاره گزینه «۴» نادرست است (مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰ درجه است).

۱۹. گزینه ۱: بخشی

$$\sim p \vee (p \wedge q) \equiv \underbrace{(\sim p \vee p)}_T \wedge \underbrace{(\sim p \vee q)}_T$$

۲۰. گزینه ۳: در ترکیب فصلی گزاره‌ها، اگر ارزش یک گزاره درست باشد، آنگاه ارزش کل گزاره درست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: با توجه به نکته فوق $(p \wedge \sim q) \vee T \equiv T$.

گزینه «۲»: یک گزاره با نقیض خود هم‌ارز نیست.

گزینه «۳»: با توجه به خاصیت شرکت‌پذیری داریم:

$$(\sim p \vee q) \vee \sim q \equiv \sim p \vee \underbrace{(q \vee \sim q)}_T \equiv T$$

گزینه «۴»: با توجه به خاصیت بخشی داریم:

$$p \wedge (q \vee \sim p) \equiv (p \wedge q) \vee \underbrace{(p \wedge \sim p)}_F \equiv p \wedge q$$

۲۱. گزینه ۱: بخشی

$$(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q) \equiv p \vee \underbrace{(q \wedge \sim q)}_F \equiv p$$

۲۲. گزینه ۳:

$$\underbrace{[(p \wedge q) \vee r]}_T \wedge \underbrace{[\sim(p \wedge r)]}_T$$

۱۰۵. گزینه ۴

الف) نادرست است؛ زیرا $3 > 2$ است؛ اما عبارت $\frac{(-1)^2}{1} > \frac{(-1)^3}{-1}$ درست نیست.

ب) نادرست است؛ زیرا $-3^2 = -9$ نتیجه می‌دهد $9 = -9$ که درست نیست.

پ) نادرست است؛ زیرا $\frac{1}{9} < \frac{1}{3}$ است.

ت) درست است.

ث) نادرست است؛ زیرا وقتی فرجه زوج است حاصل رادیکال به صورت قدرمطلق

$$\sqrt{b^2} = |b| \text{ یعنی}$$

ج) نادرست است؛ در حالتی که جمع یا تفریق زیر رادیکال داریم، نمی‌توانیم رادیکال را برای هریک به صورت جدا در نظر بگیریم.

$$\sqrt{2^2} + \sqrt{1^2} = \sqrt{4} + \sqrt{1} = 2 + 1 = 3 \text{ مثلاً}$$

$$\sqrt{(2)^2 + (1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} \text{ اما}$$

۱۰۶. گزینه ۴ در مرحله ۱، $(a-b)$ منفی است؛ بنابراین جهت نامساوی تغییر می‌کند که درست انجام شده است.

در مرحله ۴، چون $(ac+m)$ ضریب b محسوب می‌شود باید طرفین تقسیم بر $(ac+m)$ شود تا b به دست آید.

$$b < \frac{ma}{(ac+m)}$$

۱۰۷. گزینه ۳

۱۰۸. گزینه ۲ در استدلال «الف»، در گام ۱، $x^2 > y^2$ است زیرا x و y

منفی هستند

$$(-2 < -1 \Rightarrow (-2)^2 > (-1)^2)$$

در استدلال «ب»، در گام ۲، چون Z منفی است و در دو طرف معادله ضرب شده است باید علامت نامساوی تغییر کند.

۱۰۹. گزینه ۳ در مرحله ۳، جملات سمت راست مساوی به سمت چپ مساوی آمده‌اند اما علامتشان تغییر نکرده است.

$$(\Delta a + \Delta b - 3a + 3b = 0 \text{ گزاره درست؛})$$

۱۱۰. گزینه ۳ اگر اثبات گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ سخت باشد، می‌توانیم عکس نقیض گزاره یعنی $q \Rightarrow \sim p$ را ثابت کنیم.

اثبات گزاره «الف» به صورت مستقیم به سادگی انجام می‌شود

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 2k_1 + 1 \\ b = 2k_2 \end{array} \right. \Rightarrow ab = 2(2k_1 k_2 + k_2) = 2k'$$

«ب» استفاده از عکس نقیض مناسب است.

۱۱۱. گزینه ۲ نصف قرینه معکوس توان دوم عددی با دو برابر عدد برابر است.

$$x \xrightarrow{1} x^2 \xrightarrow{2} \frac{1}{x^2} \xrightarrow{3} \frac{-1}{x^2} \xrightarrow{4} \frac{-1}{2x^2}$$

۱۱۲. گزینه ۴ اگر گنجایش استخر را x در نظر بگیریم، در حال حاضر $\frac{2}{3}$

استخر پر از آب است؛ یعنی $\frac{2}{3}x$ ، حال اگر 45° لیتر آب به استخر اضافه کنیم

25% یا $\frac{1}{4}$ از استخر خالی می‌ماند. پس $\frac{3}{4}$ از گنجایش استخر پر از آب است؛

$$\text{یعنی } \frac{3}{4}x$$

$$\frac{2}{3}x + 450 = \frac{3}{4}x$$

۱۱۳. گزینه ۱ می‌دانیم در ساده کردن کسرها زمانی می‌توانیم عبارات صورت را با عبارات مخرج ساده نماییم که بین عبارات صورت و مخرج فقط عمل ضرب باشد؛ در مرحله اول این موضوع رعایت نشده است.

۱۱۴. گزینه ۲

۱. در مرحله اول $2x$ باید در کل پرانتز ضرب شود ولی فقط در x ضرب شده است.

۲. در مرحله چهارم در ریشه دوم گرفتن، ریشه منفی در نظر گرفته نشده است.

$$x = -\sqrt{2} \text{ نیز یک جواب است؛ زیرا } (-\sqrt{2})^2 = 2$$

۱۱۵. گزینه ۳ الف) در مرحله سوم مجاز نیستیم که x را در صورت و مخرج ساده کنیم زیرا بین جملات حذف شده و جملات باقی‌مانده علامت جمع یا تفریق وجود دارد.

ب) در مرحله سوم مجاز نیستیم که طرفین معادله را در عبارتی که غیرصفر بودن آن را نمی‌دانیم ضرب یا تقسیم کنیم.

۱۱۶. گزینه ۳ در محاسبات رادیکالی، رادیکال مجموع دو عبارت را نمی‌توان به صورت حاصل جمع رادیکال‌های آن‌ها نوشت.

به عبارت دیگر $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ؛ پس خطا در مرحله سوم وجود دارد.

پاسخ آزمون تشریحی فصل اول

۱۱۷

الف) گزاره نیست؛ زیرا ارزش آن به نظر افراد مختلف بستگی دارد.

ب) گزاره‌ای با ارزش نادرست است.

پ) گزاره‌ای با ارزش نادرست است؛ زیرا مقدم درست و تالی نادرست است.

ت) گزاره است و ارزش آن یا قطعاً درست است یا قطعاً نادرست است. اگر عبارت «به نظر مریم» را نمی‌آورد آنگاه دیگر گزاره نبود؛ زیرا ارزش آن از نظر افراد مختلف متفاوت بود.

۱۱۸

$$\sqrt{16+9} = 4+3 \text{ یا } \sqrt{\frac{16}{q} + \frac{9}{p}}$$

$$p \vee q \xrightarrow{\text{نقیض}} \sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

$$\sqrt{16+9} \neq 4+3 \text{ و } \sqrt{\frac{16}{q} + \frac{9}{p}} \neq \frac{16}{q} + \frac{9}{p}$$

ب) اگر عددی بر ۴ بخش‌پذیر باشد، آنگاه بر ۲ نیز بخش‌پذیر است.

$$p \Rightarrow q \xrightarrow{\text{نقیض}} \sim (p \Rightarrow q) \equiv \sim (\sim p \vee q)$$

$$\equiv p \wedge \sim q$$

نقیض: عددی بر ۴ بخش‌پذیر است و بر ۲ بخش‌پذیر نیست.

۱۱۹

الف) 2^n

ب) هر دو گزاره درست باشند.

پ) هر دو گزاره نادرست باشند.

ت) مقدم - تالی

۱۲۰

الف) نادرست؛ زیرا وقتی یک ترکیب فصلی نادرست است؛ یعنی هر دو گزاره نادرست هستند.

ب) درست؛ زیرا وقتی یک ترکیب عطفی درست است؛ یعنی هر دو گزاره درست هستند.

پ) درست - نادرست؛ زیرا یک گزاره شرطی فقط در حالتی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد.

۱۲۱

الف) معکوس دو برابر عددی با مربع آن برابر است.

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{2x}$$

$$\frac{1}{2x} = x^2$$

۱۲۵.

چون اثبات این گزاره شرطی مشکل است؛ پس به طور معادل عکس نقیض آن را اثبات می‌کنیم.

$$\underbrace{n^2 \text{ فرد است}}_p \Rightarrow \underbrace{n \text{ فرد است}}_q \equiv \underbrace{n^2 \text{ فرد نیست}}_{\sim q} \Rightarrow \underbrace{n \text{ فرد نیست}}_{\sim p}$$

$$\underbrace{n^2 \text{ فرد نیست}}_{\text{فرض}} \Rightarrow n \text{ زوج است.} \Rightarrow n = 2k \Rightarrow n^2 = (2k)^2 = 4k^2$$

$$\Rightarrow \underbrace{n^2 \text{ فرد نیست}}_{\text{حکم}} \Rightarrow n^2 \text{ زوج است} \Rightarrow 2(2k^2) = 2k' \Rightarrow 2k^2 = k'$$

از فرض شروع کردیم و به حکم رسیدیم.

۱۲۶.

الف) معالطه است.
هرکس بخشنده باشد به دیگران کمک می‌کند.

$$\underbrace{p}_{\text{هرکس به دیگران کمک کند.}} \Rightarrow \underbrace{q}_{\text{هرکس بخشنده باشد.}}$$

$$p \Rightarrow q$$

$$\frac{q}{p}$$

$$\therefore p$$

ب) قیاس استثنایی است.
اگر مبلغ سفارش از یک فروشگاه بیش از ۱۵۰ هزار تومان باشد،

$$\underbrace{p}_{\text{به آن هزینه ارسال تعلق نمی‌گیرد.}}$$

مهدیس از این فروشگاه ۱۸۰ هزار تومان خرید کرده است.

$$\underbrace{q}_{\text{مهدیس باید ۱۸۰ هزار تومان پرداخت کند.}}$$

$$p \Rightarrow q$$

$$\frac{p}{q}$$

$$\therefore q$$

۱۲۷.

خطا در مرحله ۳ رخ داده است؛ زیرا نباید طرفین معادله را در عبارتی که غیرصفر بودن آن را نمی‌داند تقسیم کند، همچنین نباید x را که غیرصفر بودن آن را نمی‌داند از صورت و مخرج کسر ساده کند.

۱۲۸.

$$(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim (q \vee p)$$

F	T
T	T
T	F
F	

ب) ۶۰ درصد قیمت فروش کالایی برابر سود آن است.

$$\frac{60}{100} R(x) = p(x) \xrightarrow{P(x)=R(x)-C(x)} \frac{60}{100} R(x) = R(x) - C(x)$$

اگر عددی را در ۳ ضرب کنیم و سپس با ۱۸ جمع کنیم،

$$\underbrace{3x}_{\text{۳ ضرب کنیم}} + 18$$

حاصل از سه برابر عدد، ۵ واحد کمتر است.

$$\underbrace{3x}_{\text{۳ ضرب کنیم}} - 5$$

$$3x + 18 = 3x - 5$$

۱۲۲.

الف) چون ترکیب عطفی نادرست است؛ پس باید حداقل یکی از گزاره‌ها نادرست باشد.

گزاره «۱۵ مضرب ۵ است.» درست است؛ پس باید در جای خالی یک گزاره نادرست بنویسیم؛ مثلاً «۶ عدد فرد است.»
ب) چون ترکیب فصلی درست است؛ پس باید هر دو گزاره درست باشند، پس در جای خالی یک گزاره درست می‌نویسیم؛ مثلاً «عدد ۱ نه اول است و نه مرکب.»

پ) مقدم این گزاره شرطی درست و تالی آن نادرست است؛ پس ارزش این گزاره شرطی نادرست است.

ت) گزاره «تقریباً نیمی از داده‌ها کوچک‌تر از چارک اول هستند.» نادرست است. اگر در جای خالی یک عبارت درست قرار دهیم ارزش گزاره نادرست می‌شود و اگر در جای خالی یک عبارت نادرست قرار دهیم ارزش گزاره درست می‌شود.

۱۲۳.

p	q	~q	p ∧ ~q	p ⇒ q	(p ∧ ~q) ∨ (p ⇒ q)
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	ن	د	د

ارزش گزاره با استفاده از جدول «درست» است.

۱۲۴.

مقدمه ۱: اگر برف بیاید یا هوا آلوده باشد، دانش‌آموزان به مدرسه نمی‌روند.

$$\underbrace{p}_{\text{دانش‌آموزان به مدرسه نمی‌روند.}} \leftarrow \underbrace{q}_{\text{برف بیاید یا هوا آلوده باشد.}}$$

مقدمه ۲: دانش‌آموزان به مدرسه می‌روند.

$$\sim q$$

نتیجه: برف نیامده است و هوا آلوده نیست.

$$\underbrace{\sim s}_{\text{برف نیامده است.}} \wedge \underbrace{\sim r}_{\text{هوا آلوده نیست.}}$$

$$\sim p$$

$$[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p \xrightarrow{\text{دمورگان}} p: s \vee r$$

$$\sim p: \sim (s \vee r) \equiv \sim s \wedge \sim r$$

$$[((s \vee r) \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim s \wedge \sim r$$

اگر برای این گزاره، جدول ارزشی بکشیم، خواهیم دید که ارزش آن درست است.