

فصل چهارم



تقارن و مختصات

تقارن و مختصات



تقارن محوری (خط تقارن)



خط تقارن، خطی فرضی است که شکل را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند به طوری که هر گاه شکل را روی خط تقارن تا بزنیم، دو قسمت شکل کاملاً بر هم منطبق می‌شوند. در تقارن محوری، قرینه‌ی هر نقطه از شکل، نسبت به خط تقارن روی شکل می‌افتد.

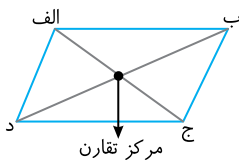
شکل‌های منتظم



به شکلی که اندازه‌ی ضلع‌های آن با هم مساوی باشند و اندازه‌ی زاویه‌های آن نیز با هم مساوی باشند، شکل منتظم می‌گویند. اشکال منتظم به تعداد ضلع‌هایشان خط تقارن دارند.

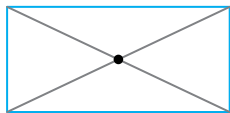
۳ خط تقارن → مثلث متساوی‌الاضلاع
 ۴ خط تقارن → مربع
 ۵ خط تقارن → پنج‌ضلعی منتظم

تقارن مرکزی (مرکز تقارن)



مرکز تقارن، نقطه‌ای از شکل است که همه‌ی نقاط شکل نسبت به آن نقطه متقارن باشند. مثلاً در متوازی‌الاضلاع، محل برخورد قطرهای این ویژگی را دارد.

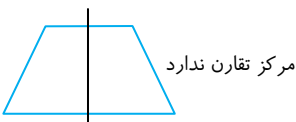
* شکل‌هایی که تعداد اضلاعشان فرد است مرکز تقارن ندارند. مثل پنج‌ضلعی منتظم و مثلث‌ها



* شکل‌هایی مرکز تقارن دارند که اولاً تعداد اضلاعشان زوج باشد، ثانیاً قطرهایشان همدیگر را نصف کنند. مثل مستطیل



* شکلی مانند مثلث متساوی‌الاضلاع با داشتن سه خط تقارن، مرکز تقارن ندارد.



* شکلی مانند ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین با داشتن چهار ضلع و یک خط تقارن، مرکز تقارن ندارد.

* اشکال هندسی یا مرکز تقارن ندارند یا حداکثر ۱ مرکز تقارن دارند.

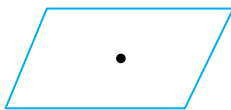
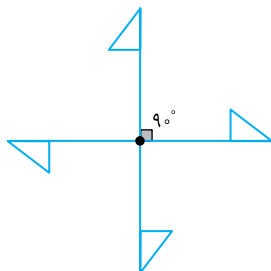
دوران



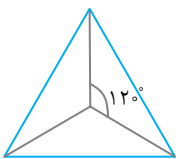
- * هرگاه شکلی را حول یک نقطه‌ی مشخص با زاویه و جهت مشخصی بچرخانیم، عمل دوران را انجام داده‌ایم.
- * اگر جهت حرکت هم‌جهت با چرخش عقربه‌های ساعت باشد، آن را ساعت‌گرد می‌نامند.
- * اگر جهت حرکت خلاف جهت چرخش عقربه‌های ساعت باشد، آن را پادساعت‌گرد می‌نامند.
- * شکل‌هایی که به اندازه‌ی 180° درجه حول نقطه‌ای بچرخند و روی خودشان منطبق شوند، دارای مرکز تقارن‌اند.



- * شکل‌هایی که به اندازه‌ی 180° یا کم‌تر حول نقطه‌ای بچرخند و روی خودشان بیفتند، دارای تقارن چرخشی هستند.



- * هر شکلی که مرکز تقارن دارد، تقارن چرخشی هم دارد. مثل متوازی‌الاضلاع

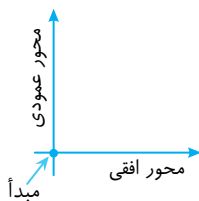


- * هر شکلی که تقارن چرخشی دارد، لزوماً مرکز تقارن ندارد. مثل مثلث متساوی‌الاضلاع

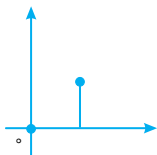
مختصات



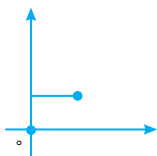
- * صفحه‌ی مختصات از دو محور عمود بر هم تشکیل شده است.
- * محل برخورد محور عمودی و محور افقی را مبدأ می‌نامند.



- * هرگاه از نقطه‌ای در صفحه‌ی مختصات، خطی عمود بر محور طول رسم کنیم تا محور طول را در یک نقطه قطع کند، این نقطه را مؤلفه‌ی افقی یا مؤلفه‌ی اول یا مؤلفه‌ی طول آن نقطه می‌نامند.



- * هرگاه از نقطه‌ای در صفحه‌ی مختصات، خطی عمود بر محور عرض رسم کنیم تا محور عرض را در یک نقطه قطع کند، این نقطه را مؤلفه‌ی عمودی یا مؤلفه‌ی دوم یا مؤلفه‌ی عرض آن نقطه می‌نامند.



- * به فاصله‌ی مؤلفه‌ی افقی نقطه‌ای از مبدأ، طول نقطه و به فاصله‌ی مؤلفه‌ی عمودی آن نقطه از مبدأ، عرض نقطه می‌گویند.

* مختصات نقطه‌ای در صفحه‌ی مختصات را به شکل $\begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}$ نمایش می‌دهند. به عنوان مثال مختصات نقطه‌ای با طول ۲

و عرض ۵ به صورت مقابل است: $\begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} ۲ \\ ۵ \end{bmatrix}$

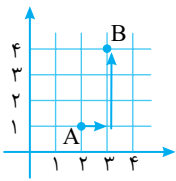
برای رسم یک شکل هندسی در صفحه‌ی مختصات نقاط رأس شکل را بر روی صفحه‌ی مختصات مشخص کرده سپس آن‌ها را با خط‌کش به هم وصل می‌کنیم.

* برای محاسبه‌ی مساحت یک شکل هندسی در صفحه‌ی مختصات، بعد از رسم آن در صفحه‌ی شطرنجی مختصات، تعداد مربع‌های سطح شکل را شمرده و یا اندازه‌های مورد نیاز مثل طول و عرض را پیدا کرده و مساحت شکل را می‌یابیم.

* برای انتقال یک شکل هندسی در صفحه‌ی مختصات باید نقاط رئوس آن را انتقال دهیم.

* برای انتقال یک نقطه در صفحه‌ی مختصات کافی است به مؤلفه‌های طول و عرض آن نقطه عددی را بیفزاییم.

مثال



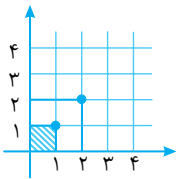
$$A \begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} ۲+۱ \\ ۱+۳ \end{bmatrix} \Rightarrow B \begin{bmatrix} ۳ \\ ۴ \end{bmatrix}$$

به مؤلفه‌ی طول نقطه‌ی A واحد ۱ واحد و به مؤلفه‌ی عرض آن ۳ واحد اضافه کردیم.

* اگر هر دو مؤلفه‌ی افقی و عمودی از هر رأس یک شکل هندسی در عددی بزرگ‌تر از یک ضرب شود، مساحت شکل نیز بزرگ‌تر خواهد شد، که به این عمل بزرگ‌نمایی می‌گویند.

مثال

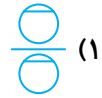
در شکل مقابل مختصات رأس‌های مربع رنگی دو برابر شده است و از این بزرگ‌نمایی مربع دیگری به دست آمده است که مساحت آن چهار برابر مساحت مربع اولیه است.



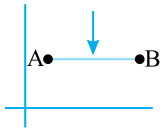
تقارن، مرکز تقارن، محور تقارن

(تیزهوشان - ۹۲)

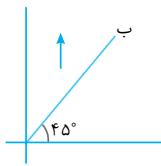
۷۹۴- قرینه‌ی شکل در کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح رسم شده است؟



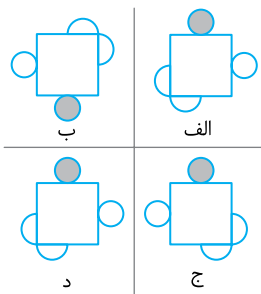
۷۹۵- اگر قرینه‌ی شکل روبه‌رو را نسبت به پاره خط AB به دست آوریم، کدام شکل حاصل می‌شود؟



۷۹۶- اگر قرینه‌ی شکل روبه‌رو را نسبت به خط (ب) رسم کنیم کدام شکل پدید می‌آید؟



۷۹۷- کدام دو شکل، قرینه‌ی یکدیگر نسبت به محور رسم شده هستند؟

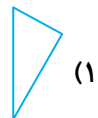
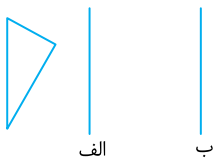


- (۱) الف و ج
- (۲) الف و ب
- (۳) ج و د
- (۴) ب و د

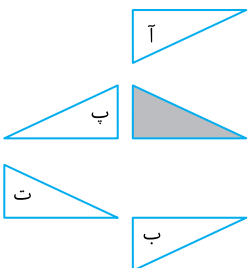
۷۹۸- در شکل زیر قرینه‌ی مثلث را نسبت به محور «الف» و سپس قرینه‌ی شکل به دست آمده

(تیزهوشان - ۹۲)

را نسبت به محور «ب» به دست می‌آوریم. شکل حاصل کدام است؟



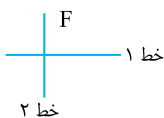
۷۹۹- کدام مثلث نمی‌تواند قرینه‌ی مثلث رنگی نسبت به یک خط باشد؟



- (۱) آ
- (۲) ب
- (۳) پ
- (۴) ت

۸۰۰- در شکل مقابل ابتدا حرف F را نسبت به خط (۱) و سپس نسبت به خط (۲) قرینه

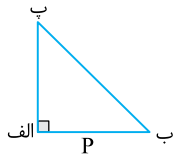
می‌کنیم. شکل ظاهر شده کدام است؟



- (۲) E
- (۴) F

- (۱) F
- (۳) E

۸۰۱- در مثلث (الف ب پ) اضلاع (الف ب) و (الف پ) با هم برابرند و زاویه‌ی (الف) برابر ۹۰ درجه است. حرف P را نسبت به پاره‌خط (الف ب) قرینه می‌کنیم. سپس تصویر حاصل را نسبت به پاره‌خط (الف ب) قرینه کرده و دوباره تصویر به‌دست آمده را نسبت به پاره‌خط (ب پ) قرینه می‌کنیم. تصویر نهایی کدام است؟



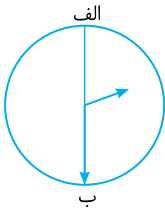
- (۱) ۳
(۲) ۹
(۳) ۶
(۴) ۴

۸۰۲- بیماری درون یک آمبولانس است. از بیرون روی شیشه‌های آمبولانس کلمه‌ی ambulance نوشته شده است. بیمار در حالی که روی تخت دراز کشیده است، این کلمه را چگونه می‌بیند؟



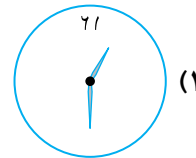
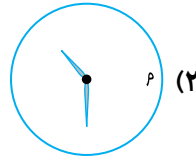
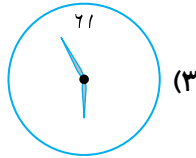
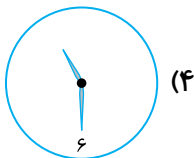
- (۱) ambulance
(۲) ʎɹɹɹɹɹɹɹɹɹɹ
(۳) ʎɹɹɹɹɹɹɹɹɹɹ
(۴) ecnalubma

۸۰۳- ساعت بدون شماره‌ی روبه‌رو، زمان ۲:۳۰ را نشان می‌دهد. قرینه‌ی این ساعت نسبت به پاره‌خط «الف ب»، ۹:۳۰ خواهد بود. اگر این ساعت زمان ۷:۱۳ را نشان دهد، قرینه‌ی این ساعت نسبت به پاره‌خط «الف ب»، چه زمانی را نشان می‌دهد؟



- (۱) ۵:۴۳
(۲) ۴:۴۳
(۳) ۵:۴۷
(۴) ۴:۴۷

۸۰۴- کدام گزینه، تصویر ساعت ۱:۳۰ را در آینه نشان می‌دهد؟



(۴)

(۳)

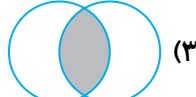
(۲)

(۱)

۸۰۵- روی صفحه‌ی بعضی از ساعت‌های دیواری عدد نوشته نشده است. اگر چنین ساعتی را مقابل آینه قرار دهیم، تصویر چه وقتی با خودش یکی خواهد بود؟

- (۱) ساعت شش
(۲) ساعت دوازده و پانزده دقیقه
(۳) ساعت نه
(۴) ساعت سه و پانزده دقیقه

۸۰۶- کدام شکل مرکز تقارن دارد؟



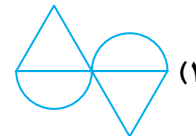
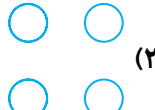
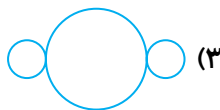
(۴)

(۳)

(۲)

(۱)

۸۰۷- کدام یک از تصویرهای زیر مرکز تقارن ندارد؟



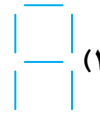
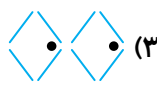
(۴)

(۳)

(۲)

(۱)

۸۰۸- کدام شکل مرکز تقارن ندارد؟



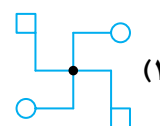
(۴)

(۳)

(۲)

(۱)

۸۰۹- کدام یک از شکل‌های زیر تقارن مرکزی ندارد؟



(۴)

(۳)

(۲)

(۱)

۸۱۰- در کدام گزینه، همه‌ی حروف نوشته شده، تقارن مرکزی دارند؟
 (۱) A , O , B (۲) C , E , H (۳) S , N , O (۴) W , Z , M

۸۱۱- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) لوزی مرکز تقارن دارد.
- (۲) متوازی‌الاضلاع مرکز تقارن دارد.
- (۳) می‌توان یک مربع و یک دایره را طوری روی هم قرار داد، که شکل حاصل مرکز تقارن داشته باشد.
- (۴) در بین مثلث‌ها، فقط مثلث متساوی‌الاضلاع مرکز تقارن دارد.

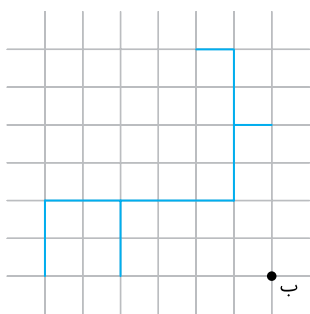
۸۱۲- کدام عبارت درست است؟

- (۱) اگر شکلی را نسبت به یک نقطه قرینه کنیم، مانند این است که آن را 90° حول آن نقطه بچرخانیم.
- (۲) چند ضلعی‌هایی که ضلع‌های برابر دارند، مرکز تقارن دارند.
- (۳) ممکن است شکلی مرکز تقارن داشته باشد اما محور تقارن نداشته باشد.
- (۴) شکلی که دو محور تقارن عمود بر هم دارد، ممکن است مرکز تقارن هم داشته باشد.

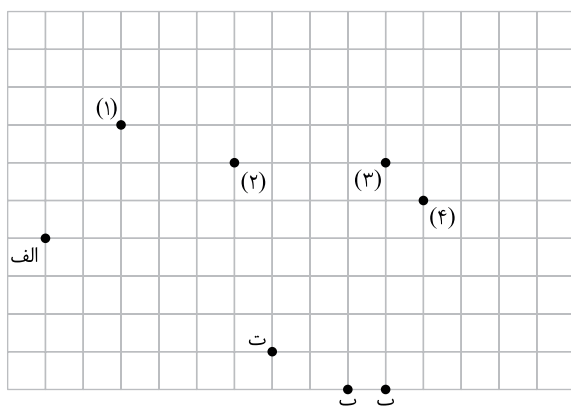
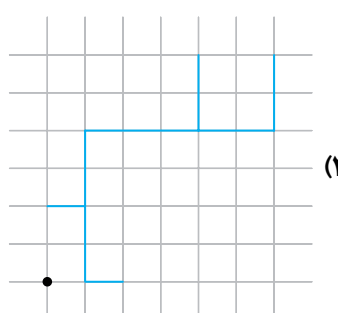
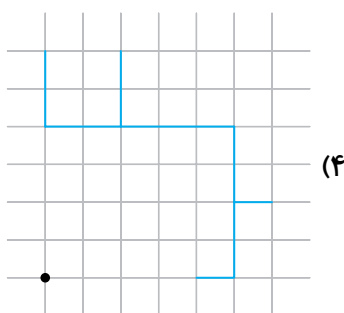
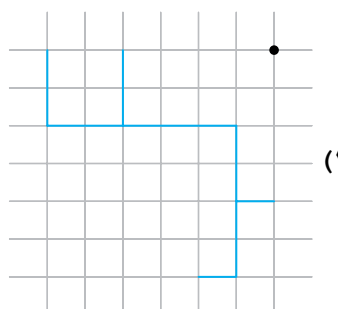
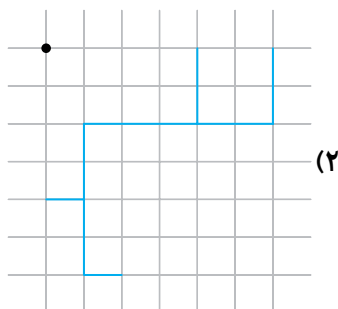
۸۱۳- در مورد شکلی که دو خط تقارن عمود بر هم دارد چه می‌توان گفت؟

- (۱) فقط دایره است.
- (۲) فقط چهارضلعی است.
- (۳) یک خط تقارن دیگر هم دارد.
- (۴) فقط می‌توان گفت مرکز تقارن دارد.

۸۱۴- اگر محل تقاطع قطرهای مرکز در نظر بگیریم، قرینه‌ی کدام‌یک از شکل‌های زیر نسبت به مرکز، روی خودش نیست؟
 (۱) دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین (۲) مربع (۳) متوازی‌الاضلاع (۴) لوزی

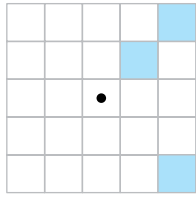


۸۱۵- با توجه به شکل روبه‌رو، کدام یک از گزینه‌ها قرینه‌ی شکل، نسبت به نقطه‌ی (ب) است؟



۸۱۶- قرینه‌ی نقطه‌ی (الف) را به ترتیب نسبت به نقطه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) به دست می‌آوریم. به کدام نقطه می‌رسیم؟

- (۱) الف
- (۲) ب
- (۳) پ
- (۴) ت



۸۱۷- برای این که در شکل زیر نقطه‌ی مورد نظر مرکز تقارن باشد، دست کم چند خانه را باید رنگی کنیم؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۸۱۸- یک مثلث متساوی‌الاضلاع چند خط تقارن دارد؟

۱ (۳) ۲ (۲) ۳ (۱) ۴ (هیچ)

۸۱۹- یک مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین چند محور تقارن دارد؟

۱ (هیچ) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۳)

۸۲۰- هر مربع چند خط تقارن دارد؟

۱ (۲) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۸)

۸۲۱- تعداد محورهای تقارن یک مستطیل چند تا است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۸۲۲- یک شش‌ضلعی منتظم چند محور تقارن دارد؟

۱ (۶) ۲ (۱۲) ۳ (۳) ۴ (۲)

۸۲۳- متوازی‌الاضلاع چند محور تقارن دارد؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۴) ۴ (هیچ)

۸۲۴- در مورد محورهای تقارن دوزنقه کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

۱) هیچ محور تقارنی ندارد.

۲) حداکثر یک محور تقارن دارد.

۳) دقیقاً یک محور تقارن دارد.

۴) حداقل یک محور تقارن دارد.

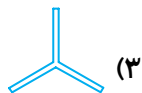
۸۲۵- یک پاره‌خط چند محور تقارن دارد؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (صفر)

۸۲۶- تعداد خط‌های تقارن کدام یک از شکل‌های زیر، کم‌تر است؟



(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

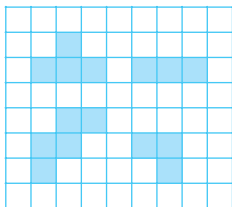
۸۲۷- چند تا از شکل‌های سایه‌زده شده‌ی روبه‌رو محور (خط) تقارن دارند؟

۱) یکی

۲) دو تا

۳) سه تا

۴) چهار تا



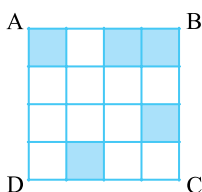
۸۲۸- حداقل چند مربع کوچک باید رنگ آمیزی شوند تا خط تقارن این شکل روی قطر BD بیفتد؟

۱ (۲)

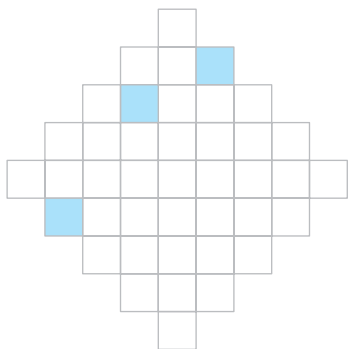
۲ (۳)

۳ (۴)

۴ (۵)

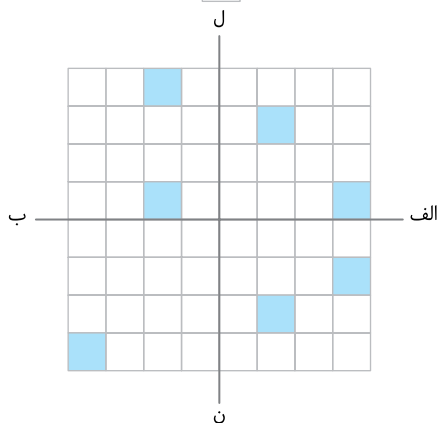


۸۲۹- در شکل روبه‌رو تعدادی دیگر از مربع‌های کوچک را سایه می‌زنیم و شکل متقارن می‌شود. حداقل چند مربع را رنگ کرده‌ایم؟



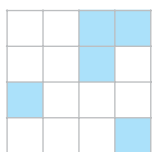
- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۸۳۰- حداقل چه کسری از شکل روبه‌رو رنگی باشد تا دو خط (الف ب) و (ل ن)، هر دو، خط تقارن‌های شکل باشند؟



- (۱) $\frac{20}{64}$
(۲) $\frac{15}{32}$
(۳) $\frac{1}{4}$
(۴) $\frac{3}{8}$

۸۳۱- کم‌ترین تعداد مربعی که باید در شکل روبه‌رو سایه بزنیم تا دست کم یک خط تقارن در شکل داشته باشیم، چندتاست؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

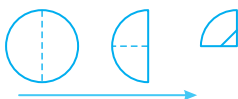
۸۳۲- اضلاع یک پنج‌ضلعی منتظم را ادامه می‌دهیم تا همدیگر را قطع کرده و یک ستاره بسازیم. شکل حاصل چند خط تقارن دارد؟

- (۱) صفر
(۲) ۱۰
(۳) ۳
(۴) ۵

۸۳۳- دو دایره در یک صفحه رسم می‌کنیم. در کدام حالت تعداد خط‌های تقارن کم‌تر است؟

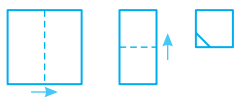
- (۱) مرکزها روی هم باشند.
(۲) قطرهای مساوی و نقطه‌ی مشترک نداشته باشند.
(۳) قطرهای مساوی نباشند و یک نقطه‌ی مشترک داشته باشند.
(۴) قطرهای مساوی و در یک نقطه مشترک باشند.

۸۳۴- دایره‌ی کاغذی را دوبار از محل نقطه‌چین تا می‌کنیم و سپس گوشه‌ی قائمه را می‌بریم. پس از باز کردن کاغذ به کدام شکل در می‌آید؟



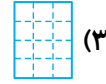
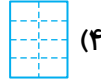
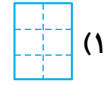
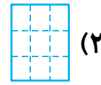
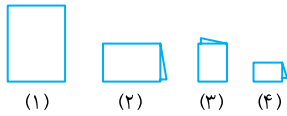
- (۱) (۲)
(۳) (۴)

۸۳۵- یک برگ کاغذ به شکل مربع را مطابق شکل مقابل دوبار تا می‌کنیم و گوشه‌ی آن را قیچی می‌کنیم و سپس باز می‌کنیم. کدام شکل به دست می‌آید؟

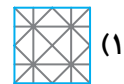
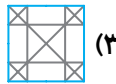


- (۱) (۲)
(۳) (۴)

۸۳۶- یک برگ کاغذ را مطابق شکل روبه‌رو، سه بار تا کرده‌ایم. پس از آن که کاغذ را دوباره باز می‌کنیم، خطوط تایی روی آن به چه شکلی خواهند بود؟



۸۳۷- رستا یک تکه کاغذ مربعی را هر بار طوری از وسط تا می‌کند که یک مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه به وجود آید. او ۴ بار این کار را بدون باز کردن تازدن‌های قبل انجام می‌دهد و در آخر همه‌ی آن‌ها را باز می‌کند. کدام تصویر خطوط تا را درست نشان می‌دهد؟



۸۳۸- رادین یک ورقه‌ی کاغذ به شکل سمت چپ دارد. او ورق کاغذ را ۴ بار از وسط تا می‌کند و سپس یک سوراخ در مرکز آن ایجاد می‌کند تا مانند شکل سمت راست شود. اگر او ورقه‌ی کاغذ را باز کند، چند سوراخ مشاهده می‌کند؟



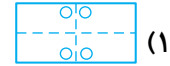
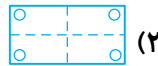
(۲) ۱۶

(۱) ۴

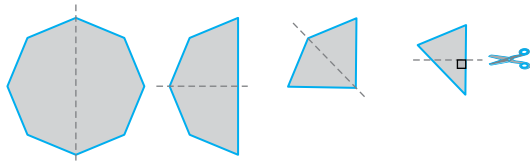
(۴) ۱۲

(۳) ۸

۸۳۹- آن گونه که در شکل نشان داده شده است یک تکه کاغذ مستطیلی از پایین به بالا تا شده است. سپس از چپ به راست تا خورده است و در نهایت در محل \otimes یک سوراخ ایجاد شده است. زمانی که کاغذ تا شده را باز می‌کنیم کاغذ به کدام شکل است؟



۸۴۰- رستا تکه کاغذی مربعی را طوری تا کرد که به مربعی تبدیل شود که هر ضلعش نصف مربع اولیه است و بعد، چهار گوشه‌ی مربعی را که درست کرده بود، برید. اگر او کاغذ را باز کند، کدام تصویر زیر را می‌بیند؟



۸۴۱- هشت‌ضلعی منتظمی را مطابق شکل، سه بار تا کرده‌ایم تا مثلثی به دست آید و سپس مطابق شکل، مثلث قائم‌الزاویه‌ای را از نوک آن بریدیم. وقتی کاغذ را باز کنیم، کدام شکل به دست می‌آید؟

