

درس نامه + پرسش‌های چهارگزینه‌ای + پاسخ‌های کاملاً تشریحی

# حسابان ۲ (دوازدهم)

ویراست دوم

کاظم اجالی، ارشک حمیدی



انتشارات  
انتگرالگو

## به نام خدا

این کتاب را بر اساس محتوای حسابان ۲ سال دوازدهم و با هدف آموزش عمیق‌تر مفاهیم درسی و کسب مهارت در حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای نوشته‌ایم. بنابراین، کتاب حاضر مکمل کتاب درسی است و رویکرد آن آموزش نکات و مطالبی است که برای حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای مفیدند.

هر فصل کتاب به چند درس تقسیم شده است. در ابتدای هر درس، ضمن مرور نکات مربوط به آن، روش‌های اصلی حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای را با آوردن نمونه‌هایی از این پرسش‌ها آموزش داده‌ایم. پس از آن، تعداد زیادی پرسش چهارگزینه‌ای آورده‌ایم و راه‌حل آن‌ها را در انتهای کتاب گنجانده‌ایم. در انتخاب این پرسش‌ها به تنوع و فراوانی اهمیت داده‌ایم. به این ترتیب، با مطالعه این کتاب، تقریباً هر آنچه را که برای حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای و کسب آمادگی برای شرکت در آزمون‌های مختلف نیاز دارید به دست خواهید آورد.

در این ویراست تعدادی پرسش چهارگزینه‌ای اضافه کرده‌ایم. همچنین پرسش‌های هر مبحث از درس را به سه دسته تقسیم کرده‌ایم. در دسته اول پرسش‌هایی ساده و مفهومی را آورده‌ایم که با حل آن‌ها مفاهیم آن مبحث مرور می‌شود. این پرسش‌ها کمتر در آزمون‌ها دیده می‌شوند ولی برای تسلط بر مفاهیم درس، حل آن‌ها ضروری است. در دسته دوم پرسش‌هایی را آورده‌ایم که سطح دشواری آن‌ها متوسط است و در آزمون‌های آزمایشی و کنکور سراسری بیشتر این نوع پرسش‌ها مطرح می‌شود. تعداد این پرسش‌ها بسیار بیشتر از پرسش‌های دسته اول است و حل آن‌ها را به تمام خوانندگان توصیه می‌کنیم. در دسته سوم پرسش‌هایی را آورده‌ایم که سطح دشواری آن‌ها بالاتر از پرسش‌های دسته دوم است. تعداد این پرسش‌ها زیاد نیست و حل آن‌ها به دانش‌آموزان مستعد و سخت‌کوش توصیه می‌شود. این دسته از پرسش‌ها ممکن است در آزمون‌های آزمایشی و کنکور سراسری مطرح شوند ولی فراوانی آن‌ها کم است. در انتهای کتاب هم آزمون‌هایی برای جمع‌بندی و مرور هر فصل قرار داده‌ایم.

اگر فکر می‌کنید هنوز به مطالب درسی مسلط نیستید، بهتر است پیش از مطالعه هر درس، مطالب مربوط به آن را از کتاب «حسابان ۲ دوازدهم سه‌بعدی» از همین انتشارات مطالعه کنید.

وظیفه خود می‌دانیم از همکاران عزیزمان در نشر الگو، واحد ویراستاری خانم‌ها مهدیه جمشیدی (ویراست اول) و عاطفه ربیعی (ویراست اول و دوم) و خانم‌ها نسیم نوریان و راضیه صالحی برای صفحه‌آرایی کتاب تشکر کنیم. همچنین از آقای آریس آقانیانس و خانم‌ها شیرین دانشی‌پور، زهرا رئیسی‌بهان، زینب آدینه‌وند و هاله ایمانی برای کمک به ویرایش کتاب و واحد حروف‌چینی به سرپرستی خانم سکینه مختار که زحمات زیادی برای آماده‌سازی و تولید کتاب کشیده‌اند، تشکر و قدردانی می‌کنیم.

# فهرست

## ◆ فصل اول: تابع

- درس اول: تبدیل نمودار توابع ..... ۲
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۷
- درس دوم: تابع درجه سوم، توابع یکنوا، بخش پذیری و تقسیم ..... ۲۱
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۳۰

## ◆ فصل دوم: مثلثات

- درس اول: تناوب و تابع تنازانت ..... ۴۲
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۴۷
- درس دوم: معادلات مثلثاتی ..... ۵۵
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۶۴

## ◆ فصل سوم: حدهای نامتناهی و حد در بی نهایت

- درس اول: حدهای نامتناهی ..... ۸۰
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۹۱
- درس دوم: حد در بی نهایت ..... ۱۰۰
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۱۰۸

## ◆ فصل چهارم: مشتق

- درس اول: آشنایی با مفهوم مشتق ..... ۱۱۸
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۱۲۳
- درس دوم: مشتق پذیری و پیوستگی ..... ۱۳۰
- پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۱۴۳



درس سوم: آهنگ تغییر متوسط و آهنگ تغییر لحظه‌ای، معادله خط مماس ..... ۱۶۴

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۱۶۹

#### ◆ فصل پنجم: کاربردهای مشتق

درس اول: اکسترمم‌های یک تابع و توابع صعودی و نزولی ..... ۱۷۸

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۱۹۲

درس دوم: جهت تقعر نمودار یک تابع و نقطه عطف آن ..... ۲۱۲

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۲۱۹

درس سوم: رسم نمودار تابع ..... ۲۲۸

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۲۴۰

#### ◆ فصل ششم: پاسخ‌های تشریحی

..... ۲۵۲

#### ◆ فصل هفتم: آزمون‌ها

..... ۴۱۴

#### ◆ فصل هشتم: کنکور سراسری ۹۸ و ۹۹

کنکور سراسری ۹۸

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۴۲۸

پاسخ‌های تشریحی ..... QR Code

کنکور سراسری ۹۹

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۴۳۷

پاسخ‌های تشریحی ..... QR Code

#### ◆ فصل نهم: کنکور سراسری ۱۴۰۰

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ..... ۴۴۵

پاسخ‌های تشریحی ..... QR Code

درس دوم: معادلات مثلثاتی

تاثرات مجموع دو زاویه

نکته

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  دو زاویه باشند، آن‌گاه (به شرطی که عبارت‌ها بامعنی باشند)

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}, \quad \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

تست ۱

اگر  $\tan(a - \frac{b}{2}) = 2$  و  $\tan(a + \frac{b}{2}) = 3$ ، مقدار  $\cot b$  کدام است؟

- ۴ (۱)      ۵ (۲)      ۷ (۳)      ۸ (۴)

راه‌حل

فرض کنید  $\alpha = a - \frac{b}{2}$  و  $\beta = a + \frac{b}{2}$ . در این صورت  $b = \beta - \alpha$  و در نتیجه

$$\tan b = \tan(\beta - \alpha) = \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{3 - 2}{1 + 3 \times 2} = \frac{1}{7} \Rightarrow \cot b = 7$$

تست ۲

اگر  $\cot(\alpha + 35^\circ) = 2$ ، مقدار  $\tan(1^\circ - \alpha)$  کدام است؟

- ۳ (۱)       $\frac{1}{3}$  (۲)      ۴ (۳)       $\frac{1}{4}$  (۴)

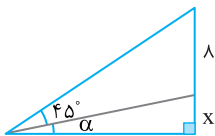
راه‌حل

چون  $\tan(\alpha + 35^\circ) = \frac{1}{2}$ ، پس

$$\tan(1^\circ - \alpha) = \tan(45^\circ - (\alpha + 35^\circ)) = \frac{\tan 45^\circ - \tan(\alpha + 35^\circ)}{1 + \tan 45^\circ \tan(\alpha + 35^\circ)} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

تست ۳

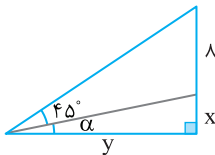
در شکل مقابل  $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ ، مقدار  $x$  کدام است؟



- ۱/۵ (۱)      ۱/۶ (۲)      ۲ (۳)      ۲/۵ (۴)

راه‌حل

با توجه به شکل،  $\tan \alpha = \frac{x}{y} = \frac{1}{2}$  و  $\tan(45^\circ + \alpha) = \frac{8+x}{y} = 3$ ، از طرف دیگر،



$$\tan(45^\circ + \alpha) = \frac{\tan 45^\circ + \tan \alpha}{1 - \tan 45^\circ \tan \alpha} = \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 3$$

بنابراین

$$\frac{8+x}{y} = 3, \quad \frac{x}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2x$$

در نتیجه

$$\frac{8+x}{2x} = 3 \Rightarrow 6x = 8+x \Rightarrow x = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$

تست

۴

مقدار عبارت  $A = \tan 100^\circ + \tan 35^\circ - \tan 100^\circ \tan 35^\circ$  کدام است؟

$\frac{-1}{2}$  (۴)

-۱ (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

چون عبارت‌های  $\tan \alpha + \tan \beta$  و  $\tan \alpha \tan \beta$  در عبارت  $A$  وجود دارند، از بسط  $\tan(\alpha + \beta)$  استفاده می‌کنیم:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \quad \begin{matrix} \alpha = 100^\circ \\ \beta = 35^\circ \end{matrix} \rightarrow \tan 135^\circ = \frac{\tan 100^\circ + \tan 35^\circ}{1 - \tan 100^\circ \tan 35^\circ}$$

$$-1 = \frac{\tan 100^\circ + \tan 35^\circ}{1 - \tan 100^\circ \tan 35^\circ} \Rightarrow -1 + \tan 100^\circ \tan 35^\circ = \tan 100^\circ + \tan 35^\circ$$

بنابراین  $A = -1$ .

راه‌حل

تست

۵

مقدار عبارت  $A = (1 + \cot 72^\circ)(1 - \tan 18^\circ)$  کدام است؟

۴ (۴)

$2\sqrt{2}$  (۳)

۲ (۲)

$\sqrt{2}$  (۱)

توجه کنید که

$$A = (1 + \cot(90^\circ - 18^\circ))(1 - \tan(18^\circ - 27^\circ)) = (1 + \tan 18^\circ)(1 + \tan 27^\circ) = 1 + \tan 18^\circ + \tan 27^\circ + \tan 18^\circ \tan 27^\circ$$

از طرف دیگر،

$$\tan 45^\circ = \tan(18^\circ + 27^\circ) = \frac{\tan 18^\circ + \tan 27^\circ}{1 - \tan 18^\circ \tan 27^\circ} = 1 \Rightarrow \tan 18^\circ + \tan 27^\circ = 1 - \tan 18^\circ \tan 27^\circ$$

$$\tan 18^\circ + \tan 27^\circ + \tan 18^\circ \tan 27^\circ = 1$$

بنابراین  $A = 1 + 1 = 2$ .

راه‌حل

تست

۶

اگر  $\tan \alpha$  و  $\tan \beta$  جواب‌های معادله  $x^2 - 4x + m = 0$  باشند و  $\tan(\alpha + \beta) = 2$ ، مقدار  $m$  کدام است؟

-۳ (۴)

۳ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

با توجه به روابط میان جمع و ضرب جواب‌های معادله درجه دوم می‌توان نوشت:

$$\tan \alpha + \tan \beta = 4, \quad \tan \alpha \tan \beta = m$$

بنابراین از فرض مسئله نتیجه می‌شود:

$$\tan(\alpha + \beta) = 2 \Rightarrow \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = 2 \Rightarrow \frac{4}{1 - m} = 2 \Rightarrow 1 - m = 2 \Rightarrow m = -1$$

راه‌حل

نکته

از رابطه تانژانت مجموع دو زاویه نتیجه می‌شود

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}, \quad \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$$

تست

۷

حاصل عبارت  $B = \frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1}$  کدام است؟

$\sqrt{3}$  (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۳)

$-\sqrt{3}$  (۲)

$-\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۱)

از رابطه  $\frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$  استفاده می‌کنیم:

$$B = -\frac{1 + \tan 15^\circ}{1 - \tan 15^\circ} = -\tan(45^\circ + 15^\circ) = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$$

راه‌حل

## نکته

از رابطهٔ تانژانت مجموع دو زاویه نتیجه می‌شود  $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$ .

## تست ۸

اگر  $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{3}$  و انتهای کمان  $x$  در ربع اول باشد، مقدار  $\tan 2x$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{5}$       (۲)  $\sqrt{5}$       (۳)  $8\sqrt{5}$       (۴)  $4\sqrt{5}$

## راه‌حل

مقدار  $\tan x$  را حساب می‌کنیم:

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 1 + \tan^2 x = \frac{9}{5} \Rightarrow \tan^2 x = \frac{4}{5} \Rightarrow \tan x = \pm \frac{2}{\sqrt{5}}$$

در نتیجه، چون انتهای کمان  $x$  در ربع اول است، پس  $\tan x = \frac{2}{\sqrt{5}}$ . بنابراین

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{2 \times \frac{2}{\sqrt{5}}}{1 - \frac{4}{5}} = \frac{\frac{4}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{5}{1} = 4\sqrt{5}$$

## تست ۹

اگر  $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$  و  $\tan 2x = -\frac{1}{2}$ ، مقدار  $\tan x$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{5} - 2$       (۲)  $-2 - \sqrt{5}$       (۳)  $2 + \sqrt{5}$       (۴)  $2 - \sqrt{5}$

## راه‌حل

از اتحاد  $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$  نتیجه می‌شود

$$\frac{-1}{2} = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} \Rightarrow \tan^2 x - 1 = 4 \tan x$$

$$\tan^2 x - 4 \tan x - 1 = 0 \Rightarrow \tan x = \frac{4 \pm \sqrt{20}}{2} = 2 \pm \sqrt{5}$$

در بازهٔ  $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$  تانژانت منفی است، در نتیجه  $\tan x = 2 - \sqrt{5}$ .

## تست ۱۰

اگر  $\tan(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \frac{1}{5}$ ، مقدار  $\tan 2\alpha$  کدام است؟

- (۱)  $1/5$       (۲)  $1/8$       (۳)  $2/4$       (۴)  $2/5$

## راه‌حل

از تساوی داده شده نتیجه می‌شود

$$\frac{\tan \frac{\pi}{4} - \tan \alpha}{1 + \tan \frac{\pi}{4} \tan \alpha} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha} = \frac{1}{5}$$

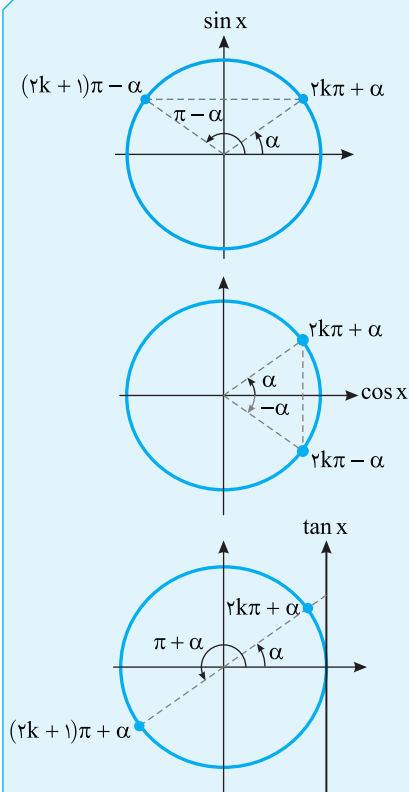
$$1 + \tan \alpha = 5 - 5 \tan \alpha \Rightarrow 6 \tan \alpha = 4 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{2}{3}$$

بنابراین

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2 \times \frac{2}{3}}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{9}} = \frac{4}{3} \times \frac{9}{5} = \frac{12}{5} = 2/4$$

## معادلات مثلثاتی

## نکته



جواب‌های کلی معادله  $\sin x = \sin \alpha$  به صورت زیر است:

$$x = 2k\pi + \alpha, \quad x = (2k+1)\pi - \alpha, \quad k \in \mathbb{Z}$$

جواب‌های کلی معادله  $\cos x = \cos \alpha$  به صورت زیر است:

$$x = 2k\pi \pm \alpha, \quad k \in \mathbb{Z}$$

جواب‌های کلی معادله  $\tan x = \tan \alpha$  به صورت زیر است:

$$x = k\pi + \alpha, \quad k \in \mathbb{Z}$$

## نکته

- (۱) برای حل کردن معادله  $\sin x = m$  که  $-1 \leq m \leq 1$ ، کافی است زاویه  $\alpha$  را طوری پیدا کنیم که  $\sin \alpha = m$ ، سپس جواب‌های معادله  $\sin x = \sin \alpha$  را پیدا کنیم.
- (۲) برای حل کردن معادله  $\cos x = m$  که  $-1 \leq m \leq 1$ ، کافی است زاویه  $\alpha$  را طوری پیدا کنیم که  $\cos \alpha = m$ ، سپس جواب‌های معادله  $\cos x = \cos \alpha$  را پیدا کنیم.
- (۳) برای حل کردن معادله  $\tan x = m$ ، کافی است زاویه  $\alpha$  را طوری پیدا کنیم که  $\tan \alpha = m$ ، سپس جواب‌های معادله  $\tan x = \tan \alpha$  را پیدا کنیم.

## تذکر

واضح است که معادله‌های  $\sin x = m$  و  $\cos x = m$  به ازای  $m$  هایی که در بازه  $[-1, 1]$  نیستند، جواب ندارند. ولی معادله  $\tan x = m$  به ازای هر عدد حقیقی  $m$  جواب دارد.

## تست

جواب‌های کلی معادله  $\sqrt{2} \sin 2x - 1 = 0$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

(۱)  $k\pi + \frac{5\pi}{8}, k\pi + \frac{\pi}{8}$     (۲)  $k\pi + \frac{\pi}{8}, k\pi - \frac{\pi}{8}$     (۳)  $k\pi + \frac{3\pi}{8}, k\pi + \frac{\pi}{8}$     (۴)  $k\pi + \frac{3\pi}{8}, k\pi - \frac{\pi}{8}$

معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\sqrt{2} \sin 2x = 1 \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{4}$$

بنابراین جواب‌های کلی معادله به صورت زیر هستند:

$$\begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{8} \\ x = k\pi + \frac{3\pi}{8} \end{cases}$$

## راه‌حل



**تست ۱۲**

معادله  $\cos 3x = \cos x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  چند جواب متمایز دارد؟

- ۸ (۱)      ۶ (۲)      ۵ (۳)      ۲ (۴)

راه حل

معادله را حل می‌کنیم:

$$\cos 3x = \cos x \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + x \Rightarrow x = k\pi \\ 3x = 2k\pi - x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \end{cases}$$

جواب  $\frac{k\pi}{2}$  شامل جواب  $k\pi$  نیز هست. پس جواب‌های معادله به صورت  $x = \frac{k\pi}{2}$  هستند که در بازه  $[0, 2\pi]$  عبارت‌اند از  $x = 0$ ,

$$x = \frac{\pi}{2}, x = \pi, x = \frac{3\pi}{2}, x = 2\pi.$$

**تست ۱۳**

معادله  $\tan 3x = \tan 2x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  چند جواب دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

راه حل

توجه کنید که

$$\tan 3x = \tan 2x \Rightarrow 3x = k\pi + 2x \Rightarrow x = k\pi$$

بنابراین جواب‌های واقع در بازه  $[0, 2\pi]$  عبارت‌اند از  $x = 0$ ,  $x = \pi$  و  $x = 2\pi$ .

**تست ۱۴**

معادله  $\cos 4x + \cos x = 0$  چند جواب متمایز در بازه  $[0, \pi]$  دارد؟

- ۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۵ (۴)

راه حل

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\cos 4x = -\cos x \Rightarrow \cos 4x = \cos(\pi - x) \Rightarrow \begin{cases} 4x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{5} \\ 4x = 2k\pi - (\pi - x) \Rightarrow x = \frac{(2k-1)\pi}{3} \end{cases}$$

اکنون اگر بخواهیم جواب‌های واقع در بازه  $[0, \pi]$  را بیابیم، می‌توانیم به‌ازای مقادیر مختلف  $k$  جواب‌ها را مشخص کنیم:

$k$	۰	۱	۲	$k$	۱	۲
$\frac{(2k+1)\pi}{5}$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{3\pi}{5}$	$\pi$	$\frac{(2k-1)\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$	$\pi$

با توجه به مشترک بودن  $x = \pi$  در این جواب‌ها، معادله در بازه  $[0, \pi]$  چهار جواب دارد:  $x = \frac{\pi}{5}, \frac{3\pi}{5}, \pi, \frac{\pi}{3}$ .

**تست ۱۵**

معادله  $\tan 3x = \cot 5x$  در بازه  $[0, \pi]$  چند جواب دارد؟

- ۴ (۱)      ۵ (۲)      ۸ (۳)      ۱۰ (۴)

راه حل

ابتدا نسبت مثلثاتی کتانژانت را به تانژانت تبدیل می‌کنیم و سپس معادله را حل می‌کنیم:

$$\tan 3x = \cot 5x \Rightarrow \tan 3x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) \Rightarrow 3x = k\pi + \left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) \Rightarrow 8x = k\pi + \frac{\pi}{2} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{16}$$

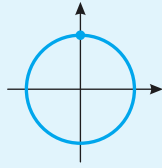
برای پیدا کردن تعداد جواب‌ها در بازه  $[0, \pi]$  به شکل زیر عمل می‌کنیم:

$$0 \leq \frac{(2k+1)\pi}{16} \leq \pi \Rightarrow 0 \leq 2k+1 \leq 16 \Rightarrow -1 \leq 2k \leq 15 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{15}{2} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \in \{0, 1, 2, \dots, 7\}$$

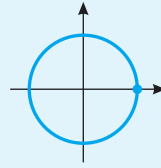
بنابراین معادله مورد نظر در بازه  $[0, \pi]$  هشت جواب دارد.

نکته

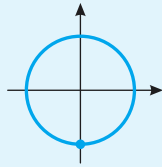
معادلات خاص



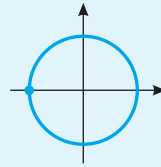
$$\sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$



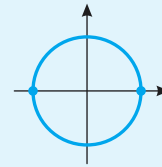
$$\cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi$$



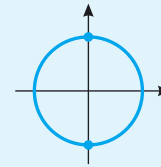
$$\sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$



$$\cos x = -1 \Rightarrow x = (2k+1)\pi$$



$$\sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi$$



$$\cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

نمودار تابع  $y = 3 \sin(\frac{\pi}{4} - 2x)$  روی بازه  $[-\pi, \frac{3\pi}{4}]$  در چند نقطه محور  $x$  را قطع می‌کند؟

تست ۱۶

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

جایی که نمودار محور  $x$  را قطع می‌کند،  $y = 0$  پس

راه‌حل

$$\sin(\frac{\pi}{4} - 2x) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{4} - 2x = k\pi \Rightarrow 2x = -k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = -\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$$

جواب‌های واقع در بازه  $[-\pi, \frac{3\pi}{4}]$  عبارت‌اند از

k	۰	۱	۲	-۱	-۲
x	$\frac{\pi}{8}$	$-\frac{3\pi}{8}$	$-\frac{7\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{8}$	$\frac{9\pi}{8}$

جواب‌های کلی معادله  $\sin^3 x - \sin x = 0$  کدام است؟

تست ۱۷

$$x = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (۴)$$

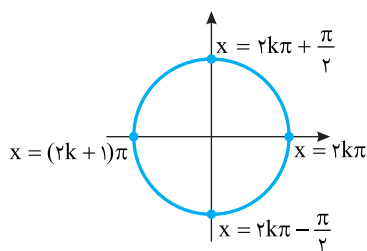
$$x = \frac{k\pi}{4} \quad (۳)$$

$$x = \frac{k\pi}{2} \quad (۲)$$

$$x = k\pi \quad (۱)$$

توجه کنید که

راه‌حل



$$\sin^3 x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x (\sin^2 x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

نقاط انتهایی کمان‌های نظیر جواب‌ها را روی دایره مشخص می‌کنیم. بنابراین جواب‌های

کلی معادله را می‌توان به صورت  $x = \frac{k\pi}{2}$  نوشت.

**تست ۱۸**

 تابع  $y = -3 \cos(2x - \frac{\pi}{3})$  در بازه  $[-\pi, \pi]$  چند بار بیشترین مقدار می‌شود؟

- ۳ (۱)      ۲ (۲)      ۱ (۳)      صفر (۴)

**راه‌حل**

 مقادیر  $\cos(2x - \frac{\pi}{3})$  در بازه  $[-1, 1]$  قرار دارند. برای اینکه  $y = -3 \cos(2x - \frac{\pi}{3})$  بیشترین مقدار شود، باید  $\cos(2x - \frac{\pi}{3})$  برابر

 با  $-1$  باشد. پس

$$\cos(2x - \frac{\pi}{3}) = -1 \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{3} = (2k+1)\pi$$

$$2x = 2k\pi + \frac{4\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{2\pi}{3}$$

 به‌ازای  $k = -1$  و  $k = 0$ ، جواب‌های  $x = \frac{-\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$  در بازه  $[-\pi, \pi]$  هستند.

**تست ۱۹**

 جواب‌های کلی معادله  $\tan x - 3 \cot x = 0$  کدام است؟

- $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۱)       $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  (۲)       $\frac{k\pi}{3}$  (۳)       $\frac{k\pi}{6}$  (۴)

**راه‌حل**

 معادله را بر حسب  $\tan x$  می‌نویسیم:

$$\tan x - 3 \cot x = 0 \Rightarrow \tan x - \frac{3}{\tan x} = 0$$

$$\frac{\tan^2 x - 3}{\tan x} = 0 \Rightarrow \tan^2 x - 3 = 0 \Rightarrow \tan^2 x = 3$$

$$\tan x = \pm\sqrt{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

**تست ۲۰**

 معادله  $2 \cos^2 x = \cos x + 1$  در بازه  $[0, 2\pi]$  چند جواب متمایز دارد؟

- ۴ (۱)      ۳ (۲)      ۲ (۳)      ۵ (۴)

**راه‌حل**

توجه کنید که

$$2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = 0, 2\pi \\ \cos x = \frac{-1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \end{cases}$$

 بنابراین معادله مورد نظر چهار جواب متمایز در بازه  $[0, 2\pi]$  دارد.

**تست ۲۱**

 مجموع جواب‌های معادله  $2 \sin^2 x + 5 \cos x = 4$  که در بازه  $[0, 2\pi]$  قرار دارند، کدام است؟

- $\pi$  (۱)       $2\pi$  (۲)       $\frac{3\pi}{2}$  (۳)       $\frac{5\pi}{2}$  (۴)

**راه‌حل**

معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$2(1 - \cos^2 x) + 5 \cos x = 4$$

$$2 \cos^2 x - 5 \cos x + 2 = 0$$

$$(\cos x - 2)(2 \cos x - 1) = 0$$

 چون معادله  $\cos x = 2$  جواب ندارد، پس  $\cos x = \frac{1}{2}$ . جواب‌های معادله که در بازه  $[0, 2\pi]$  قرار دارند،  $\frac{\pi}{3}$  و  $2\pi - \frac{\pi}{3}$  هستند که

 مجموع آن‌ها برابر  $2\pi$  است.

تست ۲۲ جواب‌های معادله  $9 - 13 \sin x = 6 \cos 2x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  روی دایره مثلثاتی چند نقطه را مشخص می‌کنند؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

با استفاده از اتحاد  $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$  معادله را بر حسب  $\sin x$  می‌نویسیم:

$$9 - 13 \sin x = 6(1 - 2 \sin^2 x)$$

$$12 \sin^2 x - 13 \sin x + 3 = 0$$

اکنون اگر فرض کنیم  $t = \sin x$ ، به دست می‌آید:

$$12t^2 - 13t + 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{24} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{4} = \sin x \\ t = \frac{1}{3} = \sin x \end{cases}$$

معادلات  $\sin x = \frac{3}{4}$  و  $\sin x = \frac{1}{3}$  هر کدام در بازه  $[0, 2\pi]$  دو جواب دارند. پس معادله مورد نظر در بازه  $[0, 2\pi]$  چهار جواب دارد

و جواب‌ها روی دایره مثلثاتی چهار نقطه را مشخص می‌کنند.

راه‌حل

تست ۲۳ معادله  $\sin^4 x - \sin x = \cos^4 x$  در بازه  $[-\pi, 0]$  چند جواب دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\sin^4 x - \cos^4 x = \sin x$$

$$(\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) = \sin x$$

$$-\cos 2x = \sin x \Rightarrow \cos 2x = \sin(-x)$$

$$\cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi - \pi}{3} \end{cases}$$

جواب‌های واقع در بازه  $[-\pi, 0]$  عبارت‌اند از  $x = -\frac{\pi}{6}$  و  $x = -\frac{5\pi}{6}$ . بنابراین معادله در بازه  $[-\pi, 0]$  دو جواب دارد.

راه‌حل

تست ۲۴ مجموع جواب‌های معادله  $\sin x + \cos x = 1$  که در بازه  $[0, 2\pi]$  قرار دارند، کدام است؟

۵π (۴)

۴π (۳)

 $\frac{5\pi}{2}$  (۲)

۲π (۱)

راه‌حل اول اگر طرفین معادله را بر  $\sqrt{2}$  تقسیم کنیم، معادله به صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} \sin x + \sin \frac{\pi}{4} \cos x = \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{4}$$

بنابراین جواب‌های معادله به صورت زیر هستند:

$$x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi, \quad x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

در نتیجه جواب‌های واقع در بازه  $[0, 2\pi]$  عبارت‌اند از  $0$ ،  $2\pi$  و  $\frac{\pi}{2}$  که مجموع آن‌ها برابر  $\frac{5\pi}{2}$  است.

راه‌حل

**راه حل دوم** با استفاده از اتحادهای  $\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$  و  $1 - \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$  را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\sin x = 1 - \cos x \Rightarrow 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$$

$$\sin \frac{x}{2} (\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}) = 0$$

بنابراین جواب‌های معادله که در بازه  $[0, 2\pi]$  قرار دارند به صورت زیر هستند:

$$\sin \frac{x}{2} = 0 \Rightarrow x = 0, 2\pi$$

$$\cos \frac{x}{2} = \sin \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$$

پس مجموع جواب‌های معادله در این بازه برابر  $\frac{5\pi}{2}$  است.

**راه حل سوم** طرفین معادله را به توان دو می‌رسانیم و آن را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1 \Rightarrow 2 \sin x \cos x = 0$$

بنابراین جواب‌هایی که در بازه  $[0, 2\pi]$  قرار دارند، به صورت زیر هستند:

$$\begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = 0, \pi, 2\pi \\ \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

توجه کنید که جواب‌های  $\pi$  و  $\frac{3\pi}{2}$  قابل قبول نیستند. زیرا در معادله اصلی صدق نمی‌کنند. این جواب‌ها به دلیل این که طرفین معادله

را به توان دو رسانده‌ایم، تولید شده‌اند. بنابراین مجموع جواب‌هایی که در بازه  $[0, 2\pi]$  قرار دارند برابر  $\frac{5\pi}{2}$  است.

**تست ۲۵** معادله  $\sin 3x \sin 2x - \sin x \cos 4x = \cos 3x \cos 2x + \sin 4x \cos x$  در بازه  $[-\pi, \pi]$  چند جواب دارد؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

معادله را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$\cos 3x \cos 2x - \sin 3x \sin 2x = -\sin x \cos 4x - \sin 4x \cos x$$

$$\cos(3x + 2x) = -\sin(x + 4x) \Rightarrow \cos 5x = -\sin 5x$$

$$\tan 5x = -1 \Rightarrow 5x = k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{5} - \frac{\pi}{20}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

برای پیدا کردن جواب‌های واقع در بازه  $[-\pi, \pi]$  می‌توانیم بنویسیم:

$$-\pi \leq \frac{k\pi}{5} - \frac{\pi}{20} \leq \pi \Rightarrow -\frac{19}{4} \leq k \leq \frac{21}{4} \Rightarrow k = \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1, 0, 5$$

بنابراین معادله مورد نظر در بازه  $[-\pi, \pi]$  ده جواب دارد.

**راه حل**

## فصل دوم

## درس دوم: معادلات مثلثاتی

## پرسش‌های چهار گزینه‌ای

## تأثرات مجموع دو زاویه

-۳۲۱ مقدار  $\tan 105^\circ$  کدام است؟

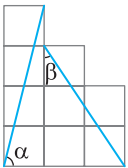
$$-1-\sqrt{3} \quad (۴) \quad 1-\sqrt{3} \quad (۳) \quad -2-\sqrt{3} \quad (۲) \quad 2-\sqrt{3} \quad (۱)$$

-۳۲۲ مقدار  $\tan \frac{5\pi}{12}$  کدام است؟

$$3+\sqrt{3} \quad (۴) \quad 2+\sqrt{2} \quad (۳) \quad 3+\sqrt{2} \quad (۲) \quad 2+\sqrt{3} \quad (۱)$$

-۳۲۳ اگر  $\tan \alpha = \frac{1}{3}$  و  $\tan \beta = -\frac{1}{4}$  مقدار  $\tan(\alpha - \beta)$  کدام است؟

$$\frac{7}{6} \quad (۴) \quad \frac{6}{7} \quad (۳) \quad -1 \quad (۲) \quad 1 \quad (۱)$$

-۳۲۴ در شکل مقابل طول ضلع هر یک از مربع‌ها برابر یک واحد است. مقدار  $\tan(\alpha + \beta)$  کدام است؟

$$\frac{-14}{5} \quad (۲) \quad \frac{14}{11} \quad (۱)$$

$$\frac{-13}{5} \quad (۴) \quad \frac{13}{11} \quad (۳)$$

-۳۲۵ کدام یک برابر  $\cot(\alpha + \beta)$  است؟

$$\frac{\cot \alpha \cot \beta + 1}{\cot \alpha + \cot \beta} \quad (۴) \quad \frac{\cot \alpha \cot \beta - 1}{\cot \alpha - \cot \beta} \quad (۳) \quad \frac{\cot \alpha \cot \beta - 1}{\cot \alpha + \cot \beta} \quad (۲) \quad \frac{\cot \alpha \cot \beta + 1}{\cot \alpha - \cot \beta} \quad (۱)$$

-۳۲۶ اگر  $\tan \alpha = 2$  و  $\tan(\alpha + \beta) = 3$  مقدار  $\tan \beta$  کدام است؟

$$\frac{-1}{7} \quad (۴) \quad \frac{5}{7} \quad (۳) \quad -1 \quad (۲) \quad \frac{1}{7} \quad (۱)$$

-۳۲۷ اگر  $\tan a - \tan b = 2$  و  $\cot a \cot b = 3$  مقدار  $\cot(a - b)$  کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (۴) \quad 3 \quad (۳) \quad \frac{2}{3} \quad (۲) \quad \frac{1}{3} \quad (۱)$$

-۳۲۸ اگر  $\tan \alpha = m$ ،  $\tan \beta = \frac{2}{m}$  و  $\tan(\alpha + \beta) = 3 - \frac{2}{m}$  مقدار  $\tan(\alpha - \beta)$  کدام است؟

$$\frac{-5}{9} \quad (۴) \quad \frac{-7}{9} \quad (۳) \quad \frac{5}{9} \quad (۲) \quad \frac{7}{9} \quad (۱)$$

-۳۲۹ اگر  $\tan \alpha = m$ ،  $\tan \beta = 2m$  و  $\tan(\alpha + \beta) = 3$  مقدار  $m$  کدام است؟

$$-1 \text{ یا } \frac{-1}{2} \quad (۴) \quad 1 \text{ یا } \frac{1}{2} \quad (۳) \quad 1 \text{ یا } \frac{-1}{2} \quad (۲) \quad -1 \text{ یا } \frac{1}{2} \quad (۱)$$

-۳۳۰ اگر  $\alpha$  و  $\beta$  زاویه‌های حاده باشند،  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  و  $\cos \beta = \frac{5}{13}$  مقدار  $\tan(\alpha + \beta)$  کدام است؟

$$-\frac{65}{16} \quad (۴) \quad \frac{65}{16} \quad (۳) \quad \frac{63}{16} \quad (۲) \quad -\frac{63}{16} \quad (۱)$$

-۳۳۱ اگر  $\tan 2x = 2$  مقدار  $\tan x$  کدام است؟

$$-2 \pm \sqrt{5} \quad (۴) \quad 2 \pm \sqrt{5} \quad (۳) \quad \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad (۲) \quad \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad (۱)$$

۳۳۲- اگر  $\frac{\sin x + 2 \cos x}{\cos x - \sin x} = \frac{1}{3}$  ، مقدار  $\tan 2x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{9}$  (۲)  $\frac{31}{9}$  (۳)  $\frac{37}{9}$  (۴)  $\frac{40}{9}$

۳۳۳- اگر  $\tan \alpha = 3$  و  $\tan(\alpha + \beta) = -1$  ، مقدار  $\tan 2\beta$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $-\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $-\frac{4}{3}$

۳۳۴- اگر  $\tan \alpha = 2$  و  $\tan \beta = 4$  ، مقدار  $\tan(2\alpha + \beta)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{19}$  (۲)  $\frac{8}{19}$  (۳)  $\frac{10}{19}$  (۴)  $\frac{13}{19}$

### تاثرات مجموع دو زاویه

۳۳۵- اگر  $\cot \alpha$  و  $\cot \beta$  جواب‌های معادله  $x^2 + 6x - 2 = 0$  باشند، مقدار  $\tan(\alpha + \beta)$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) -۳

۳۳۶- حاصل  $\tan(x + \frac{\pi}{4}) \tan(x - \frac{\pi}{4})$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳)  $\tan x$  (۴)  $-\tan x$

۳۳۷- مقدار  $\frac{\tan(x + \frac{\pi}{4}) + \tan(x - \frac{\pi}{4})}{\cot(x + \frac{\pi}{4}) + \cot(x - \frac{\pi}{4})}$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) -۱

۳۳۸- حاصل عبارت  $A = \frac{1 - \tan 75^\circ}{1 + \tan 75^\circ}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲)  $-\sqrt{3}$  (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۴)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

۳۳۹- حاصل  $\frac{1 - \sin 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha}$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\tan^2(\frac{\pi}{4} - \alpha)$  (۲)  $\tan^2 \alpha$  (۳)  $\tan^2(\frac{\pi}{4} + \alpha)$  (۴)  $1 + \tan \alpha$

۳۴۰- اگر  $\sin 2\alpha = \frac{1}{3}$  ، مقدار  $\tan^2(\frac{\pi}{4} - \alpha)$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۳ (۴)  $\frac{1}{6}$

۳۴۱- اگر  $\tan(\frac{\pi}{4} + \alpha) = \frac{1}{2}$  ، مقدار  $\tan 2\alpha$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $-\frac{3}{4}$

۳۴۲- اگر  $\tan(\frac{\pi}{4} + x) = 7$  و  $x$  زاویه حاده باشد، مقدار  $\cos x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{5}$  (۲)  $\frac{4}{5}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۳۴۳- اگر  $\tan(x + \frac{\pi}{4}) = 2$  ، مقدار  $\tan(x + \frac{\pi}{3})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{6 - 5\sqrt{3}}{2}$  (۲)  $\frac{6 + 5\sqrt{3}}{3}$  (۳)  $\frac{6 - 5\sqrt{3}}{3}$  (۴)  $\frac{6 + 5\sqrt{3}}{2}$

۳۴۴- اگر  $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$ ، مقدار  $\tan(\frac{5\pi}{4} + \alpha) + \tan(\frac{5\pi}{4} - \alpha)$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۴۵- اگر  $\tan 1^\circ = x$  و  $\tan 35^\circ = y$ ، مقدار  $y$  برحسب  $x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1+x}{1-x}$  (۲)  $\frac{x-1}{x+1}$  (۳)  $\frac{1-x}{1+x}$  (۴)  $\frac{x+1}{x-1}$

۳۴۶- اگر  $\tan(\alpha + 25^\circ) = \frac{1}{2}$ ، مقدار  $\tan(2^\circ - \alpha)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

۳۴۷- اگر  $\tan(x + \frac{\pi}{6}) = 3$ ، مقدار  $\tan(x + \frac{5\pi}{12})$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $-\frac{1}{2}$

۳۴۸- مقدار  $\tan 4^\circ + 2 \tan 1^\circ$  کدام است؟

- (۱)  $\tan 5^\circ$  (۲)  $2 \tan 5^\circ$  (۳)  $\frac{\tan 5^\circ}{2}$  (۴)  $\frac{\tan 5^\circ}{3}$

۳۴۹- اگر  $\tan(x + 2^\circ) = \frac{2}{3}$  و  $\tan(y + 25^\circ) = \frac{1}{3}$ ، مقدار  $\tan(x + y)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{6}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{1}{12}$

۳۵۰- اگر  $\tan 5^\circ = x$  و  $\tan 15^\circ = y$ ، مقدار  $\cot 35^\circ$  برحسب  $x$  و  $y$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{xy-1}{x+y}$  (۲)  $\frac{x-y}{1+xy}$  (۳)  $\frac{xy+1}{x-y}$  (۴)  $\frac{x-y}{1-xy}$

۳۵۱- اگر  $\tan 55^\circ = x$ ، مقدار  $\tan 2^\circ$  برحسب  $x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1-x^2}{2x}$  (۲)  $\frac{x^2-1}{2x}$  (۳)  $\frac{x^2+1}{2x}$  (۴)  $\frac{1-x^2}{x}$

۳۵۲- اگر  $2x + 3y = 90^\circ$ ،  $\tan x = 2$  و  $\tan y = 3$ ، مقدار  $\tan(\Delta x + 7y)$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $-\frac{1}{3}$  (۴)  $-\frac{1}{6}$

۳۵۳- اگر  $\alpha - \beta = \frac{3\pi}{4}$  و  $\tan \alpha \tan \beta = -6$ ، مقدار  $\tan \alpha$  کدام است؟

- (۱) ۲ یا -۲ (۲) -۲ یا ۳ (۳) ۲ یا ۳ (۴) -۲ یا -۳

۳۵۴- اگر  $\sin(\alpha + \beta) = 2 \sin \alpha \sin \beta$  و  $\tan \alpha \tan \beta = -3$ ، مقدار  $\tan(\alpha + \beta)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $-\frac{3}{2}$  (۴)  $-\frac{2}{3}$

۳۵۵- اگر  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ ، مقدار عبارت  $A = (1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta)$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۵۶- اگر  $x + y = \frac{3\pi}{4}$ ، مقدار  $(1 + \cot x)(1 + \cot y)$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۳۵۷- مقدار  $\tan 1^\circ + \tan 35^\circ + \tan 1^\circ \tan 35^\circ$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{5}{2}$



۳۵۸- مقدار  $\tan 10^\circ - \tan 70^\circ + \sqrt{3} \tan 10^\circ \tan 70^\circ$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲)  $-\sqrt{3}$  (۳)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

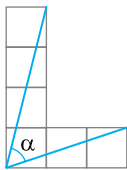
۳۵۹- اگر  $\alpha + \beta = \frac{2\pi}{3}$ ، حاصل  $\sqrt{3} \tan \alpha \tan \beta - \tan \alpha - \tan \beta$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲)  $-\sqrt{3}$  (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۴)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

۳۶۰- در مثلث ABC حاصل  $\frac{\tan \hat{A} + \tan \hat{B} + \tan \hat{C}}{\tan \hat{A} \tan \hat{B} \tan \hat{C}}$  کدام است؟

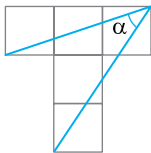
- (۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۲ (۴) صفر

۳۶۱- شکل مقابل از شش مربع به طول ضلع ۱ درست شده است. مقدار  $\tan \alpha$  کدام است؟



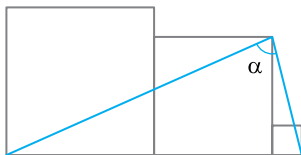
- (۱)  $\frac{9}{13}$  (۲)  $\frac{13}{9}$  (۳)  $\frac{7}{11}$  (۴)  $\frac{11}{7}$

۳۶۲- شکل مقابل از پنج مربع به طول ضلع ۱ درست شده است. مقدار  $\tan \alpha$  کدام است؟



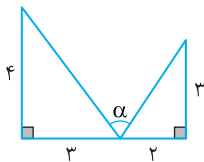
- (۱)  $\frac{7}{9}$  (۲)  $\frac{9}{7}$  (۳)  $\frac{4}{9}$  (۴)  $\frac{9}{4}$

۳۶۳- در شکل مقابل سه مربع به اضلاع ۱، ۴ و ۵ را کنار هم قرار داده‌ایم. مقدار  $\tan \alpha$  کدام است؟



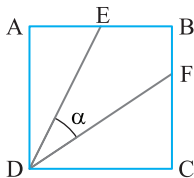
- (۱)  $\frac{10}{7}$  (۲)  $\frac{40}{7}$  (۳)  $\frac{44}{5}$  (۴)  $\frac{13}{5}$

۳۶۴- در شکل مقابل مقدار  $\tan \alpha$  کدام است؟



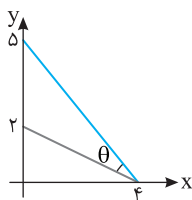
- (۱)  $\frac{17}{6}$  (۲)  $\frac{15}{4}$  (۳)  $\frac{13}{12}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

۳۶۵- در شکل مقابل ABCD مربع است،  $AE = EB$  و  $FC = 2FB$ . مقدار  $\tan \alpha$  کدام است؟



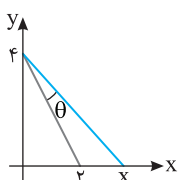
- (۱)  $\frac{6}{7}$  (۲)  $\frac{5}{7}$  (۳)  $\frac{4}{7}$  (۴)  $\frac{3}{7}$

۳۶۶- در شکل مقابل مقدار  $\tan \theta$  کدام است؟



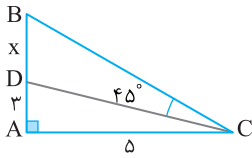
- (۱)  $\frac{6}{13}$  (۲)  $\frac{13}{6}$  (۳)  $\frac{2}{5}$  (۴)  $\frac{3}{5}$

۳۶۷- در شکل مقابل اگر  $\tan \theta = \frac{2}{21}$ ، مقدار x کدام است؟



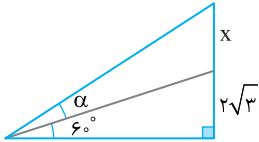
- (۱)  $\frac{9}{4}$  (۲)  $\frac{7}{3}$  (۳)  $\frac{5}{2}$  (۴) ۳

۳۶۸- در شکل مقابل مقدار  $x$  کدام است؟



- ۹ (۱)
- ۱۲ (۲)
- ۱۵ (۳)
- ۱۷ (۴)

۳۶۹- در شکل مقابل می‌دانیم  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$ . مقدار  $x$  کدام است؟



- $\sqrt{3}$  (۱)
- $2\sqrt{3}$  (۳)
- $8\sqrt{3}$  (۲)
- $\frac{\sqrt{3}}{4}$  (۴)

### تاثیرات مجموع دو زاویه

۳۷۰- اگر  $\tan 22^\circ$  و  $\tan 23^\circ$  جواب‌های معادله درجه دوم  $x^2 - 2ax + b = 0$  باشند، کدام رابطه درست است؟

- $2a + b = -1$  (۱)
- $2a - b = 1$  (۲)
- $2a + b = 1$  (۳)
- $2a - b = -1$  (۴)

۳۷۱- اگر  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ، حاصل  $\frac{\sqrt{1 + \cos 2\alpha} - \sqrt{1 - \cos 2\alpha}}{\sqrt{1 + \cos 2\alpha} + \sqrt{1 - \cos 2\alpha}}$  کدام است؟

- $\tan(\alpha - \frac{\pi}{3})$  (۱)
- $\tan(\alpha - \frac{\pi}{4})$  (۲)
- $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4})$  (۳)
- $\tan(\alpha + \frac{\pi}{3})$  (۴)

۳۷۲- مقدار  $\frac{\tan 1^\circ + \tan 15^\circ}{\tan 25^\circ} - \frac{\tan 1^\circ - \tan 15^\circ}{\tan 5^\circ}$  کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۱ (۳)
- ۲ (۴)

۳۷۳- اگر  $a + b + c = \frac{\pi}{2}$ ، مقدار  $\tan a \tan b + \tan b \tan c + \tan c \tan a$  کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۱ (۳)
- ۲ (۴)

۳۷۴- اگر  $-2 \leq \tan \alpha < -1$ ، حداقل مقدار  $\tan(\frac{3\pi}{4} + \alpha)$  کدام است؟

- ۲ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۳ (۴)

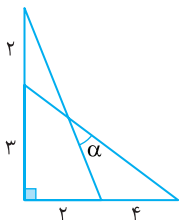
۳۷۵- اگر  $\tan(\alpha + \frac{\pi}{3}) > 1$ ، حدود  $\tan \alpha$  کدام است؟

- $\sqrt{3} - 2 < \tan \alpha < \sqrt{3}$  (۱)
- $1 < \tan \alpha < \sqrt{3}$  (۲)
- $\frac{\sqrt{3}}{3} < \tan \alpha < \sqrt{3} + 2$  (۳)
- $\frac{\sqrt{3}}{3} < \tan \alpha < 1$  (۴)

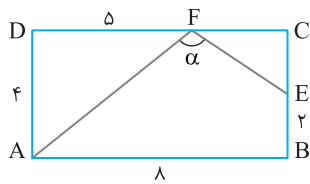
۳۷۶- اگر  $\frac{\pi}{6} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{3}$ ، حاصل ضرب کمترین مقدار و بیشترین مقدار عبارت  $A = \frac{1 + \tan(\alpha - \frac{\pi}{4})}{1 - \tan(\alpha - \frac{\pi}{4})}$  کدام است؟

- ۱ (۱)
- $2\sqrt{3}$  (۲)
- $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (۳)
- $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  (۴)

۳۷۷- در شکل مقابل مقدار  $\tan \alpha$  کدام است؟

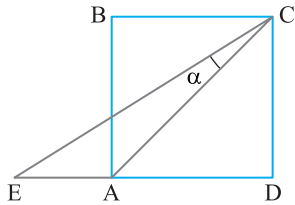


- $\frac{4}{9}$  (۱)
- $\frac{7}{9}$  (۳)
- $\frac{5}{9}$  (۲)
- $\frac{8}{9}$  (۴)



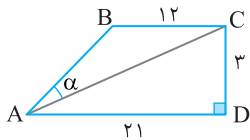
۳۷۸- در شکل مقابل ABCD مستطیل است. مقدار  $\tan \alpha$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{11}{7}$   
 (۲)  $-\frac{12}{7}$   
 (۳)  $-\frac{19}{7}$   
 (۴)  $-\frac{22}{7}$



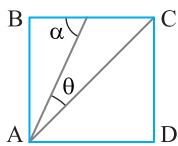
۳۷۹- در شکل مقابل ABCD مربع است و  $AD = 3AE$ . مقدار  $\cot \alpha$  کدام است؟

- (۱) ۷  
 (۲) ۵  
 (۳)  $\frac{1}{5}$   
 (۴)  $\frac{1}{7}$



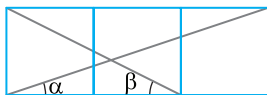
۳۸۰- در شکل مقابل  $AD \parallel BC$ . مقدار  $\tan \alpha$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{11}$   
 (۲)  $\frac{3}{11}$   
 (۳)  $\frac{2}{11}$   
 (۴)  $\frac{1}{11}$



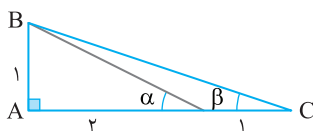
۳۸۱- در شکل مقابل ABCD مربع است و  $\tan \theta = \frac{1}{5}$ . مقدار  $\cot \alpha$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{7}$   
 (۲)  $\frac{1}{3}$   
 (۳)  $\frac{2}{3}$   
 (۴)  $\frac{2}{7}$



۳۸۲- شکل مقابل از سه مربع به طول ضلع ۱ درست شده است. اندازه  $\alpha + \beta$  کدام است؟

- (۱)  $30^\circ$   
 (۲)  $45^\circ$   
 (۳)  $60^\circ$   
 (۴)  $75^\circ$



۳۸۳- در شکل مقابل اندازه  $\alpha + \beta$  کدام است؟

- (۱)  $30^\circ$   
 (۲)  $45^\circ$   
 (۳)  $60^\circ$   
 (۴)  $75^\circ$

### معادلات مثلثاتی

۳۸۴- جواب‌های کلی معادله  $2 \sin x + \sqrt{3} = 0$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) کدام است؟

- (۱)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$   
 (۲)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$   
 (۳)  $2k\pi + \frac{4\pi}{3}, 2k\pi - \frac{\pi}{3}$   
 (۴)  $2k\pi + \frac{2\pi}{3}, 2k\pi + \frac{\pi}{3}$

۳۸۵- جواب‌های کلی معادله  $\sqrt{2} \cos x + 1 = 0$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) کدام است؟

- (۱)  $2k\pi \pm \frac{3\pi}{4}$   
 (۲)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$   
 (۳)  $k\pi \pm \frac{\pi}{4}$   
 (۴)  $k\pi \pm \frac{\pi}{8}$

۳۸۶- مجموع جواب‌های معادله  $2 \cos 3x - 1 = 0$  که در بازه  $(0, \pi)$  قرار دارند، چقدر است؟

- (۱)  $\frac{4\pi}{3}$   
 (۲)  $\frac{13\pi}{9}$   
 (۳)  $\frac{2\pi}{3}$   
 (۴)  $\frac{8\pi}{9}$

۳۸۷- مجموع جواب‌های معادله  $2 \sin 2x - 1 = 0$  که در بازه  $(0, 2\pi)$  قرار دارند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{3\pi}{2}$   
 (۲)  $2\pi$   
 (۳)  $\frac{5\pi}{2}$   
 (۴)  $3\pi$

۳۸۸- معادله  $2 \cos x + k = 3$  در بازه  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  جواب دارد. حدود  $k$  کدام است؟

- (۱)  $1 \leq k \leq 5$  (۲)  $1 \leq k < 3$  (۳)  $1 < k < 3$  (۴)  $1 \leq k \leq 3$

۳۸۹- جواب‌های کلی معادله  $\sqrt{3} \tan(x + \frac{\pi}{4}) + 1 = 0$  کدام است؟

- (۱)  $k\pi - \frac{5\pi}{12}$  (۲)  $k\pi + \frac{\pi}{12}$  (۳)  $k\pi - \frac{\pi}{12}$  (۴)  $k\pi + \frac{5\pi}{12}$

۳۹۰- نمودار تابع  $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$  در بازه  $(-\frac{\pi}{2}, \pi)$  چند بار محور طول‌ها را قطع می‌کند؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۹۱- نمودار تابع  $f(x) = \sin 3x$  در بازه  $[-\pi, 2\pi]$  چند بار به حداکثر مقدار خود می‌رسد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۹۲- نمودار تابع  $f(x) = -2 \cos 4x$  در بازه  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$  چند بار به حداقل مقدار خود می‌رسد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۹۳- معادله  $\sin x = m \cos x$  چند جواب در بازه  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) بستگی به مقدار  $m$  دارد.

۳۹۴- جواب‌های کلی معادله  $\sqrt{2} \sin(x + \frac{7\pi}{36}) = \sqrt{2}$  به صورت  $x = 2k\pi + \frac{i\pi}{18}$  است. مجموعه مقادیر  $i$  کدام است؟ ( $0 < i < 18, k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱)  $\{1, 4\}$  (۲)  $\{3, 8\}$  (۳)  $\{1, 10\}$  (۴)  $\{3, 10\}$

۳۹۵- جواب‌های کلی معادله  $\sqrt{12} \cos(x + \frac{\pi}{8}) = \sqrt{12}$  به صورت  $x = 2k\pi + \frac{i\pi}{24}$  است. مجموعه مقادیر  $i$  کدام است؟ ( $-24 < i < 24, k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱)  $\{1, -3\}$  (۲)  $\{1, -7\}$  (۳)  $\{3, -7\}$  (۴)  $\{-3, 3\}$

۳۹۶- جواب‌های کلی معادله  $2 \sin^2 x - 1 = 0$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۲)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$  (۳)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$  (۴)  $\frac{k\pi}{4}$

۳۹۷- جواب‌های کلی معادله  $1 - 4 \sin^2(\Delta x - \frac{\pi}{3}) = 0$  به صورت  $x = \frac{k\pi}{5} + \frac{i\pi}{30}$  است. مجموع مقادیر ممکن برای  $i$  کدام است؟ ( $0 < i < 5, k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۳

۳۹۸- مجموع جواب‌های معادله  $3 \tan^2(\pi x - \frac{\pi}{8}) - 1 = 0$  در بازه  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۱

۳۹۹- جواب‌های کلی معادله  $\cos 3x = \cos 2x$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱)  $\frac{2k\pi}{5}$  (۲)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{5}$  (۳)  $\frac{k\pi}{5}$  (۴)  $k\pi \pm \frac{\pi}{5}$

۴۰۰- معادله  $\sin(x + \frac{\pi}{3}) - \sin x = 0$  چند جواب در بازه  $(0, 2\pi)$  دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۰۱- معادله  $\sin(x - \frac{\pi}{3}) - \sin(x + \frac{\pi}{4}) = 0$  چند جواب در بازه  $(-2\pi, 2\pi)$  دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۴۰۲ - معادله  $\cos 2x - \cos(x + \frac{\pi}{4}) = 0$  چند جواب در بازه  $(-\pi, \pi)$  دارد؟

- ۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۶ (۴)

۴۰۳ - معادله  $\tan(x - \frac{\pi}{6}) - \tan 2x = 0$  چند جواب در بازه  $(-\pi, \pi)$  دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۴۰۴ - مجموع جواب‌های معادله  $\tan 2x = \tan(x - \frac{\pi}{3})$  در بازه  $(0, 2\pi)$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{13\pi}{3}$       ۲ (۲)  $\frac{5\pi}{3}$       ۳ (۳)  $\frac{20\pi}{3}$       ۴ (۴)  $\frac{9\pi}{2}$

۴۰۵ - معادله  $\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{2x}{3} = 0$  چند جواب دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۴۰۶ - جواب‌های کلی معادله  $\cos(2x - \frac{\pi}{9}) = -\sin 2x$  کدام است؟  $(k \in \mathbb{Z})$

- ۱ (۱)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{7\pi}{36}$       ۲ (۲)  $\frac{k\pi}{2} - \frac{7\pi}{36}$       ۳ (۳)  $\frac{k\pi}{2} - \frac{7\pi}{72}$       ۴ (۴)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{7\pi}{72}$

۴۰۷ - معادله  $\tan 2x = \cot x$  چند جواب در بازه  $(0, 2\pi)$  دارد؟

- ۴ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۸ (۴)

۴۰۸ - مجموع جواب‌های معادله  $2 \sin^2 x = \sin x$  در بازه  $(0, 2\pi)$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\pi$       ۲ (۲)  $2\pi$       ۳ (۳)  $\frac{7\pi}{6}$       ۴ (۴)  $\frac{11\pi}{6}$

۴۰۹ - جواب‌های کلی معادله  $2 \sin^2 2x - 5 \sin 2x + 3 = 0$  کدام است؟  $(k \in \mathbb{Z})$

- ۱ (۱)  $k\pi - \frac{\pi}{4}$       ۲ (۲)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$       ۳ (۳)  $2k\pi + \frac{\pi}{2}$       ۴ (۴)  $2k\pi - \frac{\pi}{2}$

۴۱۰ - بزرگ‌ترین جواب معادله  $2 \cos^2 2x + 3 \cos 2x + 1 = 0$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{4\pi}{3}$       ۲ (۲)  $\frac{3\pi}{5}$       ۳ (۳)  $\frac{7\pi}{5}$       ۴ (۴)  $\frac{5\pi}{3}$

۴۱۱ - جواب‌های کلی معادله  $3 \tan^2 x - 4\sqrt{3} \tan x + 3 = 0$  به صورت  $x = k\pi + \frac{n\pi}{6}$  هستند.  $n$  چند مقدار مختلف می‌تواند داشته

باشد؟  $(0 < n < 6, k, n \in \mathbb{Z})$

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۴۱۲ - جواب‌های کلی معادله  $\sin^2(\pi + x) - \sin x - 2 = 0$  کدام است؟  $(k \in \mathbb{Z})$

- ۱ (۱)  $k\pi - \frac{\pi}{2}$       ۲ (۲)  $k\pi + \frac{\pi}{2}$       ۳ (۳)  $2k\pi - \frac{\pi}{2}$       ۴ (۴)  $2k\pi + \frac{\pi}{2}$

۴۱۳ - معادله  $2 \cos^2 x + 3 \sin x - 3 = 0$  چند جواب متمایز در بازه  $(0, \pi)$  دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۴۱۴ - معادله  $(3 \cos x + 1)(5 \cos x - 4) = 0$  چند جواب در بازه  $[0, \frac{3\pi}{2}]$  دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۴۱۵ - معادله  $2 \sin^2 x - \cos^2 x - \cos x = 0$  چند جواب متمایز در بازه  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$  دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۴۱۶- مجموع جواب‌های معادله  $\sin 4x = \sqrt{2} \sin 2x$  در بازه  $[0, \pi]$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{13\pi}{8}$  (۲)  $\frac{15\pi}{8}$  (۳)  $\frac{20\pi}{8}$  (۴)  $\frac{23\pi}{8}$

۴۱۷- جواب‌های کلی معادله  $\cos 2x - \sin 2x + 2 \sin^2 x = 0$  به کدام صورت است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۲)  $k\pi - \frac{\pi}{4}$  (۳)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$  (۴)  $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$

۴۱۸- معادله  $\cos 2x = \cos^2 x$  چند جواب در بازه  $[0, 2\pi]$  دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۱۹- مجموع جواب‌های معادله  $1 + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{2}\right) = \cos(3\pi - x)$  که در بازه  $(0, 2\pi)$  قرار دارند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{2\pi}{3}$  (۲)  $\pi$  (۳)  $\frac{4\pi}{3}$  (۴)  $\frac{7\pi}{3}$

### معادلات مثلثاتی

۴۲۰- جواب‌های کلی معادله  $\frac{\cos(2x + \frac{\pi}{4})}{\sin 2x} = 1$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{16}$  (۲)  $k\pi \pm \frac{\pi}{16}$  (۳)  $\frac{k\pi \pm \pi}{2 \cdot 16}$  (۴)  $k\pi + \frac{\pi}{16}$

۴۲۱- معادله  $\frac{\sin(x + \frac{\pi}{4})}{\cos 2x} = 1$  در بازه  $(-\pi, \pi)$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۲۲- معادله  $\tan 7x \cot x - 1 = 0$  چند جواب در بازه  $[0, \pi]$  دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

۴۲۳- جواب‌های کلی معادله  $\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + \cot\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 2\sqrt{3}$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱)  $k\pi + \frac{\pi}{12}$  (۲)  $k\pi + \frac{\pi}{24}$  (۳)  $k\pi + \frac{\pi}{6}$  (۴)  $k\pi + \frac{\pi}{3}$

۴۲۴- مجموع جواب‌های معادله  $3 \tan x - 3 \cot x = 2\sqrt{3}$  در بازه  $(0, 2\pi)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{13\pi}{3}$  (۲)  $\frac{25\pi}{6}$  (۳)  $\frac{29\pi}{6}$  (۴)  $\frac{14\pi}{3}$

۴۲۵- جواب‌های کلی معادله  $\sin x + \cos x = \frac{1}{\sin x}$  به صورت  $x = k\pi + \frac{i\pi}{4}$  هستند. مجموعه مقادیر  $i$  کدام است؟ ( $0 \leq i < 4, k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱)  $\{0, 1\}$  (۲)  $\{1, 2\}$  (۳)  $\{0, 2\}$  (۴)  $\{1, 2, 3\}$

۴۲۶- معادله  $3 \sin^2 x + \cos^2 x - (\sqrt{2} - 2) \sin x - (\sqrt{2} + 1) = 0$  چند جواب متمایز در بازه  $(0, 2\pi)$  دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۴۲۷- مجموع جواب‌های معادله  $4 \sin x + \frac{\sqrt{3}}{\sin x} = 2 + 2\sqrt{3}$  در بازه  $(0, 2\pi)$  کدام است؟

- (۱)  $2\pi$  (۲)  $\frac{3\pi}{2}$  (۳)  $\frac{5\pi}{2}$  (۴)  $3\pi$

- ۴۲۸- جواب‌های کلی معادله  $\tan^2 x - 10 \tan^4 x + 3 = 0$  (که  $k \in \mathbb{Z}$ ) کدام است؟
- |                              |                                     |                              |                                    |
|------------------------------|-------------------------------------|------------------------------|------------------------------------|
| (۱) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ | (۲) $\frac{k\pi \pm \pi}{2 \pm 12}$ | (۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ | (۴) $\frac{k\pi \pm \pi}{2 \pm 6}$ |
|------------------------------|-------------------------------------|------------------------------|------------------------------------|
- ۴۲۹- معادله  $(\Delta \sin x - 3)(\Delta \cos x - 4) = 0$  چند جواب متمایز در بازه  $(0, 2\pi)$  دارد؟
- |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| (۱) ۲ | (۲) ۳ | (۳) ۴ | (۴) ۶ |
|-------|-------|-------|-------|
- ۴۳۰- معادله  $\frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\sin 2x} = 0$  در بازه  $[0, 2\pi]$  چند جواب دارد؟
- |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| (۱) ۲ | (۲) ۴ | (۳) ۵ | (۴) ۶ |
|-------|-------|-------|-------|
- ۴۳۱- معادله  $\tan 2x = \sin 4x$  در بازه  $(0, \pi)$  چند جواب دارد؟
- |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| (۱) ۲ | (۲) ۳ | (۳) ۴ | (۴) ۵ |
|-------|-------|-------|-------|
- ۴۳۲- کدام گزینه جواب معادله  $\sin^2(x + \frac{\pi}{4}) - \cos^2(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$  نیست؟
- |                       |                     |                      |                     |
|-----------------------|---------------------|----------------------|---------------------|
| (۱) $-\frac{2\pi}{3}$ | (۲) $\frac{\pi}{6}$ | (۳) $\frac{2\pi}{3}$ | (۴) $\frac{\pi}{3}$ |
|-----------------------|---------------------|----------------------|---------------------|
- ۴۳۳- معادله  $1 + \cos^4 x = \sin^4 x$  چند جواب در بازه  $(0, 2\pi)$  دارد؟
- |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| (۱) ۱ | (۲) ۲ | (۳) ۳ | (۴) ۴ |
|-------|-------|-------|-------|
- ۴۳۴- معادله  $\sin^2 x + \sin^2 2x = 1$  چند جواب متمایز در بازه  $[0, \pi]$  دارد؟
- |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| (۱) ۱ | (۲) ۲ | (۳) ۳ | (۴) ۴ |
|-------|-------|-------|-------|
- ۴۳۵- مجموع جواب‌های معادله  $\cos 2x - \sqrt{2} \cos x - 1 = 0$  که در بازه  $(0, 2\pi)$  قرار دارند، کدام است؟
- |           |            |                      |                      |
|-----------|------------|----------------------|----------------------|
| (۱) $\pi$ | (۲) $2\pi$ | (۳) $\frac{7\pi}{4}$ | (۴) $\frac{9\pi}{4}$ |
|-----------|------------|----------------------|----------------------|
- ۴۳۶- جواب‌های کلی معادله  $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{2}{\sin^2 2x}$  (که  $k \in \mathbb{Z}$ ) کدام است؟
- |                              |                              |                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| (۱) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ | (۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ | (۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ | (۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{8}$ |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
- ۴۳۷- جواب‌های کلی معادله  $\frac{2}{\sin 2x} - 1 = \tan x$  (که  $k \in \mathbb{Z}$ ) کدام است؟
- |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| (۱) $k\pi + \frac{\pi}{2}$ | (۲) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ | (۳) $k\pi + \frac{\pi}{3}$ | (۴) $k\pi + \frac{\pi}{6}$ |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
- ۴۳۸- مجموع جواب‌های معادله  $1 + 2 \sin 2x \cos 3x = 2 \sin 3x \cos 2x$  در بازه  $(0, 2\pi)$  کدام است؟
- |           |                      |                      |                      |
|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|
| (۱) $\pi$ | (۲) $\frac{5\pi}{3}$ | (۳) $\frac{5\pi}{6}$ | (۴) $\frac{3\pi}{2}$ |
|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|
- ۴۳۹- مجموع جواب‌های معادله  $\sin(x + \frac{\pi}{6}) - \sin(x - \frac{\pi}{6}) = \sin 2x$  که در بازه  $[0, 2\pi]$  قرار دارند، کدام است؟
- |           |            |            |            |
|-----------|------------|------------|------------|
| (۱) $\pi$ | (۲) $2\pi$ | (۳) $3\pi$ | (۴) $4\pi$ |
|-----------|------------|------------|------------|
- ۴۴۰- معادله  $\sin(x + \frac{\pi}{8}) = 2 \sin(x - \frac{\pi}{8})$  چند جواب در بازه  $(0, 2\pi)$  دارد؟
- |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| (۱) ۱ | (۲) ۲ | (۳) ۳ | (۴) ۴ |
|-------|-------|-------|-------|
- ۴۴۱- جواب‌های کلی معادله  $\cos(x + \frac{\pi}{3}) \cos(x - \frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2} \cos^2 x$  (که  $k \in \mathbb{Z}$ ) کدام است؟
- |                                      |                      |                            |                            |
|--------------------------------------|----------------------|----------------------------|----------------------------|
| (۱) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ | (۲) $\frac{k\pi}{3}$ | (۳) $k\pi - \frac{\pi}{4}$ | (۴) $k\pi + \frac{\pi}{3}$ |
|--------------------------------------|----------------------|----------------------------|----------------------------|

۴۴۲- معادله  $\tan x \tan 3x = 1$  چند جواب در بازه  $(0, \pi)$  دارد؟

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۴۴۳- معادله  $\tan 2x \tan 4x = 1$  چند جواب در بازه  $(0, \frac{\pi}{2})$  دارد؟

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۴۴۴- مجموع جواب‌های معادله  $\cot x - \tan x = 1 + \cot 2x$  در بازه  $(0, 2\pi)$  کدام است؟

$\frac{9\pi}{4}$  (۱)       $2\pi$  (۲)       $\frac{5\pi}{2}$  (۳)       $\frac{7\pi}{2}$  (۴)

۴۴۵- مجموع جواب‌های معادله  $\sin x - \sin^3 x = \cos x - \cos^3 x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

$\frac{9\pi}{2}$  (۱)       $5\pi$  (۲)       $\frac{11\pi}{2}$  (۳)       $\frac{13\pi}{2}$  (۴)

۴۴۶- چند جواب معادله  $\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} = 1$  در بازه  $[0, 2\pi]$  قرار دارند؟

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴) صفر

۴۴۷- مجموع جواب‌های معادله  $\sqrt{2}(\sin x + \cos x) = \sqrt{3}$  در بازه  $(0, \pi)$  کدام است؟

$2\pi$  (۱)       $\frac{\pi}{2}$  (۲)       $3\pi$  (۳)       $\frac{7\pi}{2}$  (۴)

۴۴۸- معادله  $\sin x - \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$  چند جواب در بازه  $(0, 2\pi)$  دارد؟

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۴۴۹- جواب‌های معادله  $\sin x + \cos x = 1$  را به صورت  $x = 2k\pi + \frac{n\pi}{2}$  می‌نویسیم که  $k$  عدد صحیح دلخواه و  $n$  عدد صحیح نامنفی است.

مجموعه مقادیر  $n$  کدام است؟

$\{0, 1\}$  (۱)       $\{0, 1, 2\}$  (۲)       $\{1, 2\}$  (۳)       $\{0, 2\}$  (۴)

۴۵۰- معادله  $1 - \sin 2x = \cos x - \sin x$  چند جواب متمایز در بازه  $(0, 2\pi)$  دارد؟

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۴۵۱- جواب‌های کلی معادله  $1 + 2\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) = 2 \cos^2 x$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

$k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۱)       $k\pi - \frac{\pi}{4}$  (۲)       $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$  (۳)       $2k\pi \pm \frac{3\pi}{4}$  (۴)

۴۵۲- معادله  $\frac{\sin 2x}{1 + \cos x} = 1 - \cos x$  چند جواب در بازه  $(0, 2\pi)$  دارد؟

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۴۵۳- مجموع جواب‌های معادله  $\cos(2\pi \sin x) = 1$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

$3\pi$  (۱)       $4\pi$  (۲)       $5\pi$  (۳)       $6\pi$  (۴)

۴۵۴- معادله  $\sin(\pi \cos x) = \cos(\pi \cos x)$  چند جواب در بازه  $(0, 2\pi)$  دارد؟

۲ (۱)      ۴ (۲)      ۶ (۳)      ۸ (۴)

۴۵۵- جواب‌های کلی معادله  $\tan(\frac{\pi}{4} + x) + \tan(\frac{\pi}{4} - x) = 2$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

$\frac{k\pi}{2}$  (۱)       $\frac{k\pi}{4}$  (۲)       $k\pi$  (۳)       $k\pi + \frac{\pi}{2}$  (۴)

۴۵۶- معادله  $\tan(x + \frac{\pi}{3}) = \frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} \tan x - 3}$  چند جواب در بازه  $(0, \frac{\pi}{2})$  دارد؟

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴) صفر



۴۵۷- معادله  $\sin x \cos 3x - \sin 5x \cos 2x = \sin 2x \cos 5x - \sin 3x \cos x$  در بازه  $[0, \frac{\pi}{2}]$  چند جواب دارد؟

- ۳ (۱)      ۴ (۲)      ۵ (۳)      ۶ (۴)

۴۵۸- معادله  $\frac{\sin 6x}{\sin x + \cos x} = \frac{\cos 6x}{\cos x - \sin x}$  چند جواب در بازه  $(0, \frac{\pi}{2})$  دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۴۵۹- معادله  $\sin 5x = \sin 3x \cos 2x + \sin 2x \cos 3x$  چند جواب متمایز در بازه  $[0, \pi]$  دارد؟

- ۳ (۱)      ۴ (۲)      ۵ (۳)      ۷ (۴)

۴۶۰- معادله  $\sin 3x - 2 \sin 2x + \sin x = 0$  در بازه  $[0, 2\pi]$  چند جواب متمایز دارد؟

- ۱ (۱)      ۳ (۲)      ۵ (۳)      ۶ (۴)

۴۶۱- جواب‌های کلی معادله  $\tan 2x - \tan x = \sin x$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

- ۱ (۱)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$       ۲ (۲)  $\frac{k\pi}{4}$       ۳ (۳)  $k\pi$       ۴ (۴)  $k\pi - \frac{\pi}{4}$

۴۶۲- معادله  $\tan 2x = \tan x + \frac{1}{\cos x}$  چند جواب در بازه  $(0, 2\pi)$  دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۴۶۳- معادله  $\frac{\tan 3x - \tan x}{\tan 5x + \tan x} = \frac{1 + \tan x \tan 3x}{1 - \tan x \tan 5x}$  چند جواب در بازه  $(0, \frac{\pi}{2})$  دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴) صفر

۴۶۴- معادله  $2 \tan(x + \frac{\pi}{4}) + 3 \tan x = 0$  چند جواب در بازه  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  دارد؟

- ۲ (۱)      ۴ (۲)      ۶ (۳)      ۸ (۴)

۴۶۵- معادله  $2 \sin^3 x - \sin^2 x - 8 \sin x + 4 = 0$  چند جواب در بازه  $(0, \pi)$  دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۴۶۶- جواب‌های کلی معادله  $8 \cos^6 x - 11 \cos 2x + 1 = 0$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$       ۲ (۲)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$       ۳ (۳)  $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$       ۴ (۴)  $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

۴۶۷- معادله  $\cos^3 x - \sin^3 x = \cos 2x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  چند جواب دارد؟

- ۲ (۱)      ۴ (۲)      ۵ (۳)      ۶ (۴)

۴۶۸- مجموع جواب‌های معادله  $4 \sin^4 x + 4 \cos^4 x = 1 + 4 \sin^2 2x$  در بازه  $(0, \pi)$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\pi$       ۲ (۲)  $2\pi$       ۳ (۳)  $3\pi$       ۴ (۴)  $4\pi$

۴۶۹- جواب‌های کلی معادله  $\sin^4 x + \cos^4 x = \sin^2 2x + \cos^2 2x$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{k\pi}{2}$       ۲ (۲)  $\frac{k\pi}{4}$       ۳ (۳)  $\frac{k\pi}{6}$       ۴ (۴)  $\frac{k\pi}{12}$

۴۷۰- معادله  $\sin^3 x - \cos^3 x = 2 + 2 \sin x \cos x$  چند جواب در بازه  $(0, 2\pi)$  دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴) صفر

۴۷۱- جواب‌های کلی معادله  $\sin^2(x + \frac{\pi}{9}) + 2 \sin^2(x - \frac{7\pi}{18}) = 2$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

- ۱ (۱)  $k\pi + \frac{\pi}{9}$       ۲ (۲)  $k\pi + \frac{\pi}{3}$       ۳ (۳)  $k\pi - \frac{\pi}{9}$       ۴ (۴)  $k\pi - \frac{\pi}{3}$

۴۷۲- مجموع جواب‌های معادله  $\sin x + \cos x + 1 = \cos 2x - \sin 2x$  در بازه  $(0, 2\pi)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{11\pi}{3}$  (۲)  $\frac{17\pi}{3}$  (۳)  $\frac{19\pi}{2}$  (۴)  $\frac{11\pi}{2}$

۴۷۳- مجموع جواب‌های معادله  $2 \sin^2 x - 2\sqrt{3} \cos^2 x = (\sqrt{3}-1) \sin 2x$  در بازه  $(0, 2\pi)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{17\pi}{6}$  (۲)  $\frac{19\pi}{6}$  (۳)  $\frac{23\pi}{6}$  (۴)  $\frac{25\pi}{6}$

۴۷۴- جواب‌های کلی معادله  $2 \cos^3 x = \sin x$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

(۱)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۲)  $k\pi + \frac{\pi}{6}$  (۳)  $k\pi + \frac{\pi}{3}$  (۴)  $k\pi + \frac{\pi}{8}$

۴۷۵- معادله  $\sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 4 \cos^2 x = 0$  چند جواب در بازه  $(0, 2\pi)$  دارد؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۴۷۶- جواب‌های کلی معادله  $2 \sin^2 2x + \cos^2(x - \frac{\pi}{4}) = 3$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

(۱)  $\frac{k\pi}{2}$  (۲)  $\frac{k\pi}{4}$  (۳)  $2k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۴)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$

۴۷۷- معادله  $2 \tan x + k \cot x = 1$  جواب دارد. حدود  $k$  کدام است؟

(۱)  $k > \frac{1}{8}$  (۲)  $0 \leq k \leq \frac{1}{8}$  (۳)  $k \leq \frac{1}{8}$  (۴)  $-\frac{1}{8} \leq k \leq \frac{1}{8}$

۴۷۸- معادله  $\sin^2 x + 6 \sin x + k = 0$  جواب دارد. حدود  $k$  کدام است؟

(۱)  $k \leq 9$  (۲)  $-7 \leq k \leq 5$  (۳)  $2 < k < 15$  (۴)  $2 < k \leq 9$

۴۷۹- معادله  $3 \sin x + \sqrt{3} \cos x = m$  جواب دارد. حدود  $m$  کدام است؟

(۱)  $-2\sqrt{3} \leq m \leq 2\sqrt{3}$  (۲)  $-\sqrt{3} \leq m \leq \sqrt{3}$   
(۳)  $3 - \sqrt{3} \leq m \leq 3 + \sqrt{3}$  (۴)  $-3 - \sqrt{3} \leq m \leq 3 + \sqrt{3}$

۴۸۰- اگر معادله  $\tan(x + \frac{\pi}{4}) = k \tan x$  جواب داشته باشد و  $k$  عددی بزرگ‌تر از یک باشد، حداقل مقدار  $k$  کدام است؟

(۱)  $\sqrt{6} + 2$  (۲)  $2 + \sqrt{6}$  (۳)  $3 + \sqrt{8}$  (۴)  $4 - \sqrt{8}$

### کنکور سراسری

۴۸۱- جواب‌های کلی معادله  $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin(\frac{3\pi}{4} + x)$  به کدام صورت است؟

(۱)  $\frac{k\pi}{3}$  (۲)  $\frac{2k\pi}{3}$  (۳)  $2k\pi + \frac{\pi}{3}$  (۴)  $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

تجربی - ۹۱

۴۸۲- جواب‌های کلی معادله  $\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \sqrt{3}$  به کدام صورت است؟

(۱)  $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6}$  (۲)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$  (۳)  $k\pi + \frac{\pi}{6}$  (۴)  $k\pi - \frac{\pi}{6}$

خارج از کشور تجربی - ۹۱

۴۸۳- نقاط پایانی کمان جواب‌های معادله  $\frac{\sin x \cos x}{1 - \cos x} = 1 + \cos x$  روی دایره‌ی مثلثاتی، رأس‌های کدام چندضلعی است؟ خارج از کشور ریاضی - ۹۱

(۱) مربع (۲) مستطیل (۳) مثلث قائم‌الزاویه (۴) مثلث متساوی‌الساقین

تجربی - ۹۲

۴۸۴- جواب‌های کلی معادله  $\sin^2 x - \cos^4 x = \sin^2 \frac{5\pi}{4}$  به کدام صورت است؟

(۱)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  (۲)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۳)  $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  (۴)  $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

ریاضی - ۹۲

 -۴۸۵ جواب‌های کلی معادله  $2\sqrt{2} \sin x \cos x = \sin x + \cos x$  کدام است؟

- (۱)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۲)  $\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$  (۳)  $\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$  (۴)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

خارج از کشور ریاضی - ۹۲

 -۴۸۶ جواب‌های کلی معادله  $2 \cos 2x = \cot x (\sin x + \tan x)$  کدام است؟

- (۱)  $k\pi - \frac{\pi}{3}$  (۲)  $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۳)  $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$  (۴)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

تجربی - ۹۳

 -۴۸۷ مجموع جواب‌های معادله  $\sin 2x (\sin x + \cos x) = \cos 2x (\cos x - \sin x)$  در بازه  $[0, \pi]$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3\pi}{4}$  (۲)  $\frac{5\pi}{4}$  (۳)  $\frac{3\pi}{2}$  (۴)  $\frac{7\pi}{4}$

خارج از کشور تجربی - ۹۳

 -۴۸۸ جواب‌های کلی معادله  $\frac{\sin 3x}{\cos(\frac{3\pi}{2} + x)} = 1$  به کدام صورت است؟

- (۱)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۲)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$  (۳)  $2k\pi \pm \frac{3\pi}{4}$  (۴)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

ریاضی - ۹۳

 -۴۸۹ جواب‌های کلی معادله  $\frac{\sin 3x}{\sin x} = 2 \cos^2 x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{k\pi}{2}$  (۲)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$  (۳)  $k\pi - \frac{\pi}{4}$  (۴)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$

خارج از کشور ریاضی - ۹۳

 -۴۹۰ جواب‌های کلی معادله  $\sin 4x \cos 2x = \cos^2(x - \frac{\pi}{4})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{k\pi}{4} - \frac{\pi}{12}$  (۲)  $\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{12}$  (۳)  $\frac{k\pi}{3} - \frac{\pi}{12}$  (۴)  $\frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12}$

تجربی - ۹۴

 -۴۹۱ جواب‌های کلی معادله  $2 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1$  به کدام صورت است؟

- (۱)  $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$  (۲)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$  (۳)  $k\pi - \frac{\pi}{8}$  (۴)  $k\pi + \frac{\pi}{8}$

خارج از کشور تجربی - ۹۴

 -۴۹۲ جواب‌های کلی معادله  $\cos 3x + \cos x = 0$ ، با شرط  $\cos x \neq 0$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$  (۲)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$  (۳)  $k\pi - \frac{\pi}{4}$  (۴)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$

ریاضی - ۹۴

 -۴۹۳ جواب‌های کلی معادله  $\frac{\sin x + \sin 2x}{\cos x + \cos 2x} = \cot x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{k\pi}{5}$  (۲)  $\frac{2k\pi}{5}$  (۳)  $\frac{3k\pi}{5}$  (۴)  $\frac{1}{5}(2k+1)\pi$

خارج از کشور ریاضی - ۹۴

 -۴۹۴ جواب‌های کلی معادله  $\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} = \tan 3x$  به کدام صورت است؟

- (۱)  $\frac{k\pi}{4} - \frac{\pi}{16}$  (۲)  $\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{16}$  (۳)  $\frac{k\pi}{4} - \frac{\pi}{8}$  (۴)  $\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$

تجربی - ۹۵

 -۴۹۵ جواب‌های کلی معادله  $2 \sin^2 x + 3 \cos x = 0$  کدام است؟

- (۱)  $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$  (۲)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۳)  $2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$  (۴)  $k\pi - \frac{\pi}{3}$

خارج از کشور تجربی - ۹۵

 -۴۹۶ جواب‌های کلی معادله  $\cos(x + \frac{\pi}{4}) \cos(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{4}$  کدام است؟

- (۱)  $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  (۲)  $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۳)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  (۴)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

ریاضی - ۹۵

 -۴۹۷ مجموع جواب‌های معادله  $\sin 4x = \sin^4 x - \cos^4 x$  در بازه  $[0, \pi]$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{7\pi}{4}$  (۲)  $\frac{9\pi}{4}$  (۳)  $\frac{5\pi}{2}$  (۴)  $\frac{11\pi}{3}$

خارج از کشور ریاضی - ۹۵

۴۹۸- مجموع جواب‌های معادله  $\sin(x + \frac{\pi}{8}) + \cos(x - \frac{3\pi}{8}) = 1$  در بازه  $[0, 2\pi]$  برابر کدام است؟

(۴)  $\frac{7\pi}{4}$

(۳)  $\frac{3\pi}{2}$

(۲)  $\frac{5\pi}{4}$

(۱)  $\frac{3\pi}{4}$

تجربی - ۹۶

۴۹۹- جواب‌های کلی معادله  $\cos 2x + 2 \cos^2 x = 0$  کدام است؟

(۴)  $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

(۳)  $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

(۲)  $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

(۱)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

خارج از کشور تجربی - ۹۶

۵۰۰- مجموع جواب‌های معادله  $\sin 2x + \cos(\frac{\pi}{2} - x) = 0$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

(۴)  $5\pi$

(۳)  $\frac{9\pi}{2}$

(۲)  $4\pi$

(۱)  $\frac{14\pi}{3}$

ریاضی - ۹۶

۵۰۱- جواب‌های کلی معادله مثلثاتی  $\sin x \sin 3x = \cos 2x$  کدام است؟

(۴)  $\frac{k\pi}{3}$

(۳)  $k\pi + \frac{\pi}{2}$

(۲)  $\frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$

(۱)  $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6}$

خارج از کشور ریاضی - ۹۶

۵۰۲- جواب‌های کلی معادله  $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$  با شرط  $x \neq \frac{k\pi}{2}$  کدام است؟

(۴)  $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

(۳)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

(۲)  $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

(۱)  $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

تجربی - ۹۷

۵۰۳- جواب‌های کلی معادله  $\tan x \tan 3x = 1$  کدام است؟

(۴)  $\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$

(۳)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}$

(۲)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$

(۱)  $\frac{k\pi}{4}$

خارج از کشور تجربی - ۹۷

۵۰۴- جواب‌های کلی معادله  $\frac{\sin 3x + \sin 2x}{1 + \cos x} = 0$  کدام است؟

(۴)  $\frac{(2k+1)\pi}{5}$

(۳)  $k\pi + \frac{\pi}{5}$

(۲)  $\frac{2k\pi}{5}$

(۱)  $\frac{k\pi}{5}$

ریاضی - ۹۷

۵۰۵- جواب‌های کلی معادله  $\sin 2x \sin 4x + \sin^2 x = 1$  کدام است؟

(۴)  $\frac{k\pi}{6}$

(۳)  $k\pi - \frac{\pi}{6}$

(۲)  $\frac{(2k+1)\pi}{6}$

(۱)  $k\pi + \frac{\pi}{6}$

۳۲۱- گزینه ۲ توجه کنید که

$$\begin{aligned}\tan 105^\circ &= \tan(60^\circ + 45^\circ) = \frac{\tan 60^\circ + \tan 45^\circ}{1 - \tan 60^\circ \tan 45^\circ} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 1}{1 - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{1 - \sqrt{3}} \times \frac{1 + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{(1 + \sqrt{3})^2}{1 - 3} = \frac{1 + 3 + 2\sqrt{3}}{-2} = -2 - \sqrt{3}\end{aligned}$$

۳۲۲- گزینه ۱ ابتدا توجه کنید  $\frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6}$ . بنابراین

$$\begin{aligned}\tan \frac{5\pi}{12} &= \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\tan \frac{\pi}{4} + \tan \frac{\pi}{6}}{1 - \tan \frac{\pi}{4} \tan \frac{\pi}{6}} = \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - 1 \times \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{3 + \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} \\ &= \frac{(3 + \sqrt{3})^2}{(3 - \sqrt{3})(3 + \sqrt{3})} = \frac{9 + 3 + 6\sqrt{3}}{9 - 3} = 2 + \sqrt{3}\end{aligned}$$

۳۲۳- گزینه ۱ با توجه به تساوی  $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$

مقدار  $\tan(\alpha - \beta)$  را به دست می‌آوریم:

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{1 - (-\frac{1}{2})}{3 + 1(-\frac{1}{2})} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{3}{5}$$

۳۲۴- گزینه ۲ ابتدا توجه کنید که  $\tan \alpha = 4$  و  $\tan \beta = \frac{2}{3}$ .

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{4 + \frac{2}{3}}{1 - 4 \times \frac{2}{3}} = -\frac{14}{5}$$

۳۲۵- گزینه ۲ توجه کنید که  $\cot(\alpha + \beta) = \frac{1}{\tan(\alpha + \beta)}$ . بنابراین

$$\begin{aligned}\cot(\alpha + \beta) &= \frac{1}{\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}} = \frac{1 - \tan \alpha \tan \beta}{\tan \alpha + \tan \beta} \\ &= \frac{1 - 1 \times \frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{1}{\cot \alpha} + \frac{1}{\cot \beta}} = \frac{\cot \alpha \cot \beta - 1}{\cot \alpha + \cot \beta}\end{aligned}$$

۳۲۶- گزینه ۱ راه‌حل اول ابتدا توجه کنید که  $\beta = (\alpha + \beta) - \alpha$

بنابراین

$$\tan \beta = \tan((\alpha + \beta) - \alpha) = \frac{\tan(\alpha + \beta) - \tan \alpha}{1 + \tan(\alpha + \beta) \tan \alpha} = \frac{3 - 2}{1 + 3 \times 2} = \frac{1}{7}$$

راه‌حل دوم

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \Rightarrow 3 = \frac{2 + \tan \beta}{1 - 2 \tan \beta}$$

$$3 - 6 \tan \beta = 2 + \tan \beta \Rightarrow 7 \tan \beta = 1 \Rightarrow \tan \beta = \frac{1}{7}$$

۳۲۷- گزینه ۲ توجه کنید که از  $\cot a \cot b = 3$  نتیجه می‌شود

$$\tan a \tan b = \frac{1}{3}$$

$$\cot(a - b) = \frac{1}{\tan(a - b)} = \frac{1 + \tan a \tan b}{\tan a - \tan b} = \frac{1 + \frac{1}{3}}{2 - 3} = \frac{2}{-1} = -2$$

۳۱۶- گزینه ۴ با توجه به شکل حداکثر مقدار تابع برابر ۱ است، این

$$\text{مقدار زمانی به دست می‌آید که } \cos(bx + \frac{\pi}{4}) = -1 \text{ پس}$$

$$a + 2 = 1 \Rightarrow a = -1$$

در نتیجه  $y = -1 - 2 \cos(bx + \frac{\pi}{4}) = -1 + 2 \sin(bx)$  با توجه به شکل

دوره تناوب تابع برابر با  $\frac{12\pi}{18} - \frac{\pi}{18} = \frac{2\pi}{3}$  است. بنابراین

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow b = \pm 3$$

برای  $x > 0$  نمودار تابع  $y = -1 + 2 \sin(bx)$  به صورت صعودی شروع می‌شود، پس  $b = 3$  قابل قبول است، یعنی  $y = -1 + 2 \sin(3x)$  و مقدار  $a + b$  برابر است با  $-1 + 3 = 2$ .

۳۱۷- گزینه ۳ با توجه به شکل دوره تناوب تابع برابر  $\pi$  است، پس

$$\frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2$$

بیشترین مقدار تابع برابر  $1/5$  است، پس  $|a| = \frac{1}{5}$ . با توجه به آنکه تابع در شروع از مبدأ یک روند نزولی دارد باید  $a$  و  $b$  مختلف‌العلامت باشند. اگر فرض کنیم  $a = \frac{1}{5}$  و  $b = -2$ ، آن‌گاه

$$y = 1 + \frac{1}{5} \sin(-2x - \frac{\pi}{6}) \Rightarrow y(0) = \frac{3}{5}$$

اما با توجه به نمودار تابع  $1/5 < y(0) < 1$ ، پس این حالت غیرقابل قبول است.

بنابراین  $a = -\frac{1}{5}$  و  $b = 2$ ، یعنی  $a + b = \frac{9}{5}$ .

۳۱۸- گزینه ۱ دوره تناوب تابع برابر  $4\pi$  است، پس

$$\frac{2\pi}{|m|} = 4\pi \Rightarrow |m| = \frac{1}{2}$$

بنابراین  $y = \frac{1}{2} + 2 \cos \frac{x}{2}$ ، در نتیجه

$$\begin{aligned}y(\frac{16\pi}{3}) &= \frac{1}{2} + 2 \cos(\frac{1}{2} \times \frac{16\pi}{3}) = \frac{1}{2} + 2 \cos \frac{8\pi}{3} \\ &= \frac{1}{2} + 2 \cos(3\pi - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2} - 2 \cos(\frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

۳۱۹- گزینه ۴ دوره تناوب تابع برابر  $\frac{2\pi}{3}$  است، پس

$$\frac{2\pi}{|m|} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow m = \pm 3$$

در ابتدا تابع نزولی است، بنابراین  $m = 3$  قابل قبول است، در نتیجه  $y = 1 - \sin(3x)$

$$y(\frac{7\pi}{6}) = 1 - \sin \frac{7\pi}{6} = 1 - \sin(3\pi + \frac{\pi}{6}) = 1 + \sin(\frac{\pi}{6}) = 1 + 1 = 2$$

۳۲۰- گزینه ۳ نمودار تابع در دو دوره تناوب رسم شده است، پس

$$2T = \frac{4}{3} \Rightarrow T = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{3} \Rightarrow |b| = 3$$

حداقل مقدار تابع برابر  $1 - |a|$  است، پس

$$1 - |a| = -1 \Rightarrow |a| = 2$$

با توجه به اینکه  $y(0) = 1$  و مقادیر تابع در سمت راست صفر و نزدیک آن از یک بیشتر هستند، پس  $a$  و  $b$  هر دو مثبت یا هر دو منفی‌اند. بنابراین  $a + b = 5$  یا  $a + b = -5$ .

۳۳۴- گزینه ۲ ابتدا مقدار  $\tan(\alpha+\beta)$  را به دست می آوریم:

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{2+4}{1-2 \times 4} = \frac{-6}{7}$$

اکنون توجه کنید که

$$\tan(2\alpha+\beta) = \tan(\alpha+(\alpha+\beta))$$

$$= \frac{\tan \alpha + \tan(\alpha+\beta)}{1 - \tan \alpha \tan(\alpha+\beta)} = \frac{2 - \frac{6}{7}}{1 - 2(-\frac{6}{7})} = \frac{8}{19}$$

۳۳۵- گزینه ۱ از رابطه مربوط به حاصل ضرب جواب های معادله درجه

دوم نتیجه می شود

$$\cot \alpha \cot \beta = -2 \Rightarrow \frac{1}{\tan \alpha} \times \frac{1}{\tan \beta} = -2 \Rightarrow \tan \alpha \tan \beta = -\frac{1}{2}$$

از رابطه مربوط به مجموع جواب های معادله درجه دوم نتیجه می شود

$$\cot \alpha + \cot \beta = \frac{1}{\tan \alpha} + \frac{1}{\tan \beta} = -6$$

$$\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{\tan \alpha \tan \beta} = -6 \Rightarrow \tan \alpha + \tan \beta = 3$$

$$\therefore \tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{3}{1 - (-\frac{1}{2})} = 2$$

۳۳۶- گزینه ۱ توجه کنید که

$$\tan(x+\frac{\pi}{4}) = \frac{\tan x + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan x \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\tan x + 1}{1 - \tan x} \quad (1)$$

$$\tan(x-\frac{\pi}{4}) = \frac{\tan x - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan x \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\tan x - 1}{1 + \tan x} \quad (2)$$

اگر تساوی های (۱) و (۲) را در هم ضرب کنیم، نتیجه می شود که حاصل ضرب مورد نظر برابر ۱- است.

۳۳۷- گزینه ۴ توجه کنید که

$$\tan(x+\frac{\pi}{4}) = \frac{\tan x + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan x \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\tan x + 1}{1 - \tan x}$$

$$\tan(x-\frac{\pi}{4}) = \frac{\tan x - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan x \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\tan x - 1}{1 + \tan x}$$

در نتیجه

$$\cot(x+\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\tan(x+\frac{\pi}{4})} = \frac{1 - \tan x}{\tan x + 1}$$

$$\cot(x-\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\tan(x-\frac{\pi}{4})} = \frac{1 + \tan x}{\tan x - 1}$$

بنابراین

$$\tan(x+\frac{\pi}{4}) + \tan(x-\frac{\pi}{4}) = -(\cot(x+\frac{\pi}{4}) + \cot(x-\frac{\pi}{4}))$$

و مقدار عبارت مورد نظر برابر ۱- است.

۳۲۸- گزینه ۳ ابتدا مقدار  $m$  را به دست می آوریم:

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \Rightarrow 3 - \frac{2}{m} = \frac{m + \frac{2}{m}}{1 - m(\frac{2}{m})}$$

$$3 - \frac{2}{m} = -m - \frac{2}{m} \Rightarrow m = -3$$

بنابراین  $\tan \beta = -\frac{2}{3}$ ،  $\tan \alpha = -3$  و در نتیجه

$$\tan(\alpha-\beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{-3 + \frac{2}{3}}{1 - 3(-\frac{2}{3})} = -\frac{7}{9}$$

۳۲۹- گزینه ۱ توجه کنید که

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

بنابراین

$$3 = \frac{m + 2m}{1 - m(2m)} \Rightarrow 3m = 3 - 6m^2 \Rightarrow 2m^2 + m - 1 = 0$$

$$(2m-1)(m+1) = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{2}, m = -1$$

۳۳۰- گزینه ۱ ابتدا توجه کنید که چون  $\alpha$  و  $\beta$  حاده اند، پس

$$\sin \alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{4}{5} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\cos \beta = \frac{5}{13} \Rightarrow \sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \frac{12}{13} \Rightarrow \tan \beta = \frac{12}{5}$$

در نتیجه

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{3}{4} + \frac{12}{5}}{1 - \frac{3}{4} \times \frac{12}{5}} = \frac{63}{16}$$

۳۳۱- گزینه ۱ توجه کنید که  $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$ ، بنابراین

$$2 = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} \Rightarrow \tan^2 x + \tan x - 1 = 0$$

$$\tan x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

۳۳۲- گزینه ۴ توجه کنید که

$$\frac{\sin x + 2 \cos x}{\cos x - \sin x} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3 \sin x + 6 \cos x = \cos x - \sin x$$

$$4 \sin x = -5 \cos x \Rightarrow \tan x = -\frac{5}{4}$$

$$\therefore \tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{4}{9}$$

۳۳۳- گزینه ۴ ابتدا توجه کنید که

$$\tan \beta = \tan((\alpha+\beta) - \alpha) = \frac{\tan(\alpha+\beta) - \tan \alpha}{1 + \tan(\alpha+\beta) \tan \alpha} = \frac{-1-3}{1-3} = 2$$

$$\therefore \tan 2\beta = \frac{2 \tan \beta}{1 - \tan^2 \beta} = \frac{4}{1-4} = -\frac{4}{3}$$

بنابراین