

## درس اول: توان صحیح

صفحه ۶۰ کتاب درسی

فَعَالِیت



جدول زیر را در نظر بگیرید و به سؤالات پاسخ دهید.

۱۶	۸	۴	۲	۱	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$	$\frac{1}{16} = \frac{1}{2^4}$	$\frac{1}{32} = \frac{1}{2^5}$
$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$	$2^{\circ}$	$2^{\circ}$	$2^{\circ}$	$2^{\circ}$	$2^{\circ}$

الف) عددهای سطر اول جدول با هم چه ارتباطی دارد؟

ب) هر یک از عددهای سطر دوم چه رابطه‌ای با عدد بالای آن دارد؟

ج) توان‌های عددهای سطر دوم تا  $2^0$  با یکدیگر چه رابطه‌ای دارد؟

د) این الگو را ادامه دهید و در جاهای خالی عددهای مناسب بنویسید.

ه) به کمک جدول، تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$2^{-3} =$$

$$2^{-4} =$$

$$2^{-5} =$$

**نکته:** به طور کلی اگر  $a$  یک عدد غیرصفر باشد و  $n$  یک عدد طبیعی باشد، آن‌گاه:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0, n \in \mathbb{N})$$

۱ با توجه به مثال‌های حل‌شده زیر، پاسخ موارد بعدی را به صورت یک عدد توان‌دار با توان طبیعی بنویسید:

الف  $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} = \left(\frac{1}{5}\right)^2$

ب  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{1}{\frac{4}{9}} = \frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$

ع  $(-6)^{-3} = \frac{1}{(-6)^3} = \frac{1}{-216} = -\frac{1}{216}$

د  $(-\frac{2}{7})^{-4} = \frac{1}{\left(-\frac{2}{7}\right)^4} = \frac{1}{\frac{16}{2401}} = \frac{2401}{16}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$

نکته: به طور کلی اگر  $n$  یک عدد طبیعی و  $a \neq 0$  آن‌گاه:

۲ عبارتهای برابر را مانند نمونه به هم وصل کنید: ( $x \neq 0, y \neq 0$ )

$2^{-2}$	$x^{-1}$	$(xy)^{-1}$	$(-2)^2$	$\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$	$\left(\frac{x}{y}\right)^{-1}$	$xy^{-1}$	$\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$
•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•
$\frac{1}{x}$	$5^3$	$\frac{1}{4}$	$\frac{y}{x}$	$\frac{1}{xy}$	$\frac{x}{y}$	$\frac{5}{2}$	$4$

۳ حاصل هر عبارت را به ساده‌ترین صورت بنویسید:

الف  $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{3}\right)^4} = \frac{1}{\frac{1}{81}} = 81$

ب  $2^{-1} + 3^{-1} + 4^{-1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{13}{12}$

ع  $-(-5)^2 = -25$

د  $-(-5)^{-2} = -\frac{1}{(-5)^2} = -\frac{1}{25}$

ه  $-5^{-2} = -\frac{1}{5^2} = -\frac{1}{25}$

و  $1^{-2} = 1$

ز  $\frac{(-3)^0}{3} = \frac{1}{3}$

ح  $-\frac{1}{2^{-2}} = -\frac{1}{\frac{1}{4}} = -4$

ط  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} + \frac{25}{4} = \frac{50}{4} = \frac{25}{2}$

ی  $2^0 - 2^{-1} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

به حاصل ضرب‌های زیر توجه کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$3^{-4} \times 3^6 = \frac{1}{3^4} \times 3^6 = \frac{3^6}{3^4} = 3^{6-4} = 3^2$

$2^{-5} \times 2^{-2} = \frac{1}{2^5} \times \frac{1}{2^2} = \frac{1}{2^{5+2}} = \frac{1}{2^7} = 2^{-7}$

## تمرین

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} = (-2)^3 \times (-2)^5 = (-2)^8 = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-8}$$

حاصل ضرب مقابل را نیز به همین روش به دست آورید:

$$5^3 \times 5^{-7} =$$

**نکته:** در حالت کلی اگر  $m$  و  $n$  دو عدد صحیح باشند و  $a$  یک عدد دلخواه (غیرصفر)، رابطه زیر برقرار است:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

صفحة ۶۲ کتاب درسی

کار در کلاس



حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به صورت یک عبارت توان دار بنویسید. ( $b, x, y \neq 0$ )

$$5^{-7} \times 5^{10} =$$

$$(-4)^{-9} \times (-4)^{-1} =$$

$$\left(\frac{-3}{8}\right)^4 \times \left(\frac{-3}{8}\right)^{-9} =$$

$$(\sqrt{2})^4 \times (\sqrt{2})^{-2} =$$

$$b^{-2} \times b^{-3} =$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-7} \times \left(\frac{x}{y}\right)^{11} =$$

**نکته:** اگر  $a$  و  $b$  دو عدد مخالف صفر و  $m$  و  $n$  دو عدد صحیح باشند، روابط زیر برقرار است:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^m \div a^n = a^{m-n}; a^{-m} = \frac{1}{a^m}; \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m; (a^m)^n = a^{mn};$$

$$(ab)^m = a^m \cdot b^m; a^0 = 1$$

صفحة ۶۳ کتاب درسی

کار در کلاس



حاصل عبارتهای زیر را به صورت توان دار بنویسید.

$$\text{الف} \quad \frac{7^3}{7^5} =$$

$$\text{ب} \quad 2^{-2} \times 5^{-2} =$$

$$\text{ج} \quad \left(\frac{-2}{3}\right)^{-3} \times 12^{-3} =$$

$$\text{د} \quad \left[\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2}\right]^{-1} =$$

ه)  $\frac{2^8 \times 5^{1^0}}{2^4 \times 5^6} = \frac{2^8}{2^4} \times \frac{5^{1^0}}{5^6} =$

و)  $\frac{x^5 \cdot y^2 \cdot z}{x^{-2} \cdot y^7 \cdot z^3} = x^{5-(-2)} \cdot y^{2-7} \cdot z^{1-3} =$   $x, y, z \neq 0$

صفحه‌های ۶۳ و ۶۴ کتاب درسی

تمرین



۱) برای هر عبارت دو پاسخ داده شده است. پاسخ درست را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف)  $3^{-2}$   $\begin{cases} \frac{1}{9} \\ -9 \end{cases}$

ب)  $3^{-1}$   $\begin{cases} \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{cases}$

ج)  $3^{-1} \times 4^{-1}$   $\begin{cases} 12^{-1} \\ 7^{-1} \end{cases}$

د)  $3^{-1} + 4^{-1}$   $\begin{cases} \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \\ 7^{-1} \end{cases}$

ه)  $5^{-2}$   $\begin{cases} \frac{2}{5} \\ \frac{1}{25} \end{cases}$

و)  $(-2)^3$   $\begin{cases} 3^{-2} \\ -8 \end{cases}$

۲) جرم یک اتم هیدروژن حدود  $10^{-24}$  گرم است. جرم یک وزنه  $100$  کیلوگرمی چند برابر جرم یک

اتم هیدروژن است؟

۳) عددهای  $16^2$  و  $8^4$  و  $2^{11}$  را با یکدیگر مقایسه کنید.

۴) در جاهای خالی علامت  $>$ ،  $<$  یا  $=$  قرار دهید:

الف)  $3^{-1}$   $\bigcirc$   $3^{-2}$

ب)  $2^0$   $\bigcirc$   $2^{-5}$

ج)  $(0/5)^{-2}$   $\bigcirc$   $(0/6)^{-2}$

د)  $5^{-1}$   $\bigcirc$   $0$

ه)  $(\frac{-8}{15})^0$   $\bigcirc$   $1$

و)  $-5^{-2}$   $\bigcirc$   $(-5)^{-2}$

۵ در هر یک از تساوی‌های زیر  $x$  چه عددی است؟

الف  $5^x \times 5^{-3} = 5^4$

ب  $5^x \div 5^{-3} = 5^4$

۶ کدامیک درست و کدامیک نادرست است؟

الف  $a^4 \times a^5 = a^9$

ب  $a^4 \times a^5 = a^4$

ج  $(a^m)^n = (a^n)^m \quad a > 0$

د  $3^{-2} = -9$

ه  $(-3)^0 + (3^{-1})^{-1} = 4$

و  $3^{-1} \times 4^{-1} = 12^{-2}$

ز  $6^{-2} = -\frac{2}{6}$

ح  $3^{-10} < 3^{-1}$

۷ حاصل هر عبارت را به دست آورید.

الف  $(\frac{1}{3})^{-10} \times 27^{-3}$

ب  $(0/2)^{-4} \times 25^{-2}$

ج  $(\frac{15}{14})^{-4} \times (\frac{45}{28})^4$

د  $(-5^{-2})^{-1}$

۸ عددهای داده‌شده را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$2^{-3}$  و  $5^{-3}$  و  $2^3$  و  $(-\frac{1}{2})^{-2}$  و  $(-7)^2$  و  $(-1)^2$  و  $1^{-9}$  و  $-2^{-4}$

۹ عبارت نادرست را مشخص کنید.

$(0/987)^1 < 1^0$       $(1/2)^7 < (1/0.2)^7$       $(\frac{5}{4})^2 < (0/7)^2$       $(\frac{3}{4})^2 > (0/75)^3$

۱۰ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف  $\frac{(\frac{2}{3})^3 \times (\frac{8}{3})^{-3}}{-2^5 \times 2^{-8}}$

ب  $[-(\frac{2}{3})^{-2}]^{-1}$

### درس دوم: نماد علمی

صفحه ۶۵ کتاب درسی

#### فعالیت



۱ در جدول زیر تعدادی عدد داده شده و حاصل ضرب آن‌ها در توان‌های ۱۰ یا حاصل تقسیم آن‌ها بر توان‌های ۱۰ خواسته شده است. جاهای خالی را پر کنید و توضیح دهید که هنگام ضرب یا تقسیم، مکان ممیز چگونه تغییر می‌کند؟

عدد	ضرب در ۱۰	تقسیم بر ۱۰	ضرب در ۱۰۰	تقسیم بر ۱۰۰	ضرب در ۱۰۰۰	تقسیم بر ۱۰۰۰	ضرب در ۱۰ <sup>۴</sup>	تقسیم بر ۱۰ <sup>۴</sup>	ضرب در ۱۰ <sup>۵</sup>	تقسیم بر ۱۰ <sup>۵</sup>
۱۵										
۰/۰۲										
۹/۳										

۲ سرعت نور ۳۰۰,۰۰۰,۰۰۰ متر بر ثانیه است. فاصله‌ای که نور در ۱۰۰ ساعت می‌پیماید، چند متر است؟ راه‌حل این مسئله در ادامه داده شده است. توضیح دهید که پاسخ چگونه به دست آمده است.

فاصله‌ای که نور در ۱۰۰ ساعت می‌پیماید =  $300000000 \times 3600 = 1$  ساعت

ثانیه  $360000 = 100$  ساعت

واضح است که ضرب دو عدد بالا به این صورت دشوار است. در محاسبات ریاضی ابتدا هر کدام از این عددها را به صورت یک عدد اعشاری مثبت با یک رقم صحیح در توانی از عدد  $10$  نمایش می‌دهند که آن را «نماد علمی» آن عدد می‌گویند؛ بنابراین:

$$300000000 = 3 \times 10^8$$

$$3600000 = 3/6 \times 10^5 \Rightarrow 3 \times 10^8 \times 3/6 \times 10^5 = 10/8 \times 10^{13} = 1/0.8 \times 10^{14}$$

دقت کنید که حاصل ضرب نیز با نماد علمی نمایش داده شده است.

این گونه نمایش به جز سادگی در نوشتن، محاسبات را آسان‌تر می‌کند و در ضمن نوعی نظم و هماهنگی در نمایش عددهای بزرگ (یا کوچک) به شمار می‌آید.

**نکته:** به طور کلی نماد علمی هر عدد اعشاری مثبت به صورت  $a \times 10^n$  است که در آن  $1 \leq a < 10$  و  $n$  عددی صحیح است.

صفحة ۶۶ کتاب درسی

کار در کلاس

۱ هر یک از عددهای داده‌شده را با نماد علمی نمایش دهید:

$$245000 = \quad 150000000 =$$

$$0.005 = \quad 0.000061 =$$

$$1404 = \quad 0.1275 =$$

۲ نمایش اعشاری عددهای زیر را بنویسید:

$$5/2 \times 10^{-3} = \quad 7/304 \times 10^{-5} =$$

$$2/28 \times 10^8 = \quad 9/4612 \times 10^9 =$$

$$6/02 \times 10^{-2} = \quad 1/1 \times 10^4 =$$

صفحة ۶۷ کتاب درسی

تمرین

۱ حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید:

الف 
$$\frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 25}{4^{-5} \times 15^{-5}}$$

$$\frac{8^{-1} \times 4^2}{2^{-4} \times \frac{1}{8}}$$

۲) کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

$$1/0.2 \times 10^{-5} = 0.00000102$$

$$5/9 \times 10^{-1} = 0.59$$

$$4/3 \times 10^3 = 4300$$

$$7/0.04 \times 10^{-2} = 0.7004$$

$$6/18 \times 10^7 = 61800000$$

$$8/2570 \times 10^4 = 82570$$

۳) شعاع خورشید تقریباً ۶۹۵۰۰۰ کیلومتر است؛ این عدد را با نماد علمی نمایش دهید.

۴) اندازه یک باکتری ۰/۰۰۰۰۰۰۵ متر است؛ این عدد را با نماد علمی نمایش دهید.

۵) قطر خورشید حدود  $1/4 \times 10^9$  متر و قطر زمین حدود  $1/3 \times 10^7$  متر است. قطر خورشید تقریباً چند برابر قطر زمین است؟

۶) حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید و به صورت نماد علمی نمایش دهید:

$$2 \times 10^{-7} \times 4 \times 10^9$$

$$\frac{12/5 \times 10^{-4}}{25 \times 10^{-19}}$$

۷) فاصله مریخ از زمین  $9/17 \times 10^7$  کیلومتر و فاصله کیوان از زمین  $6/287 \times 10^8$  کیلومتر است. با مقایسه این دو عدد مشخص کنید کدام سیاره به زمین نزدیکتر است؟

۸) در جاهای خالی حداقل ۳ عدد صحیح مختلف قرار دهید تا نامساوی درست باشد.

$$2/7 \times 10^{\bigcirc} > 0.02$$

$$0.03 > 0.003 \times 10^{\bigcirc}$$

۹) عددهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید:

$$1/5 \times 10^{-2}, 1/2 \times 10^6, 5/35 \times 10^{-3}, 3/7 \times 10^{-2}$$



درس سوم: ریشه‌گیری

صفحه‌های ۶۸ و ۶۹ کتاب درسی

فعالیت



۱ حاصل هر یک از عبارتهای زیر را مانند نمونه‌ها به دست آورید:

$$(-3)^2 = 9 \quad (\sqrt{5})^2 = 5 \quad \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^2 =$$

$$(-\sqrt{5})^2 = \quad \left(-\frac{1}{7}\right)^2 = \quad 4^2 = \quad (-4)^2 =$$

۲ جاهای خالی را در جدول زیر کامل کنید:

عدد	۳	-۳			$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\sqrt{5}$	$-\sqrt{5}$		
مربع عدد (توان دوم)			۱۶						$\frac{1}{49}$	۶

**نکته:** به طور کلی اگر  $b$  یک عدد حقیقی مثبت باشد،  $\sqrt{b}$  و  $-\sqrt{b}$  را ریشه‌های دوم  $b$  می‌نامند. همان‌طور که می‌دانید عددهای منفی ریشه‌ی دوم ندارند.

۳ جاهای خالی را در جدول زیر کامل کنید.

عدد	۲	-۲	۳	-۳		$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{2}$	۵	$-\frac{2}{3}$	۰
مکعب عدد (توان سوم)	۸	-۸			۶۴					

به کمک جدول قبل دیده می‌شود که ریشه‌ی سوم عدد ۶۴ برابر ..... و ریشه‌ی سوم عدد  $-\frac{8}{27}$  ..... است.

۴ طرف دوم تساوی‌های زیر را بنویسید:

$$(\sqrt[3]{8})^3 = \quad \sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = \quad \sqrt[3]{125} = \quad \sqrt[3]{-27} =$$

**نکته:** به طور کلی اگر  $b$  یک عدد حقیقی باشد، ریشه‌ی سوم آن را با  $\sqrt[3]{b}$  نمایش می‌دهیم. هر عدد فقط یک ریشه‌ی سوم دارد.

۱ حاصل هر عبارت را به دست آورید:

$\sqrt{81} =$        $\sqrt{4^2} =$        $\sqrt{(-4)^2} =$        $\sqrt[3]{-1} =$

$\sqrt[3]{\frac{27}{125}} =$        $\sqrt[3]{6^3} =$        $\sqrt[3]{\frac{-8}{1000}} =$        $\sqrt[3]{(-7)^3} =$

۲ به کمک رابطه  $\sqrt{x^2} = |x|$ ، که در فصل ۲ آموخته‌اید، حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید:

$\sqrt{(-6)^2} =$        $\sqrt{8^2} =$

$\sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2} =$        $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} =$

$\sqrt{(2-9)^2} =$        $\sqrt{\left(1-\frac{1}{3}\right)^2} =$

۳ حاصل عبارت  $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2}$  را در هر یک از حالت‌های زیر به دست آورید؛ یکی از حالت‌ها حل شده است.

$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} =$       الف)  $x$  و  $y$  هر دو مثبت هستند ( $x > 0, y > 0$ ).

$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = |x| + |y| = x - y$       ب)  $x$  مثبت و  $y$  منفی است ( $x > 0, y < 0$ ).

$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} =$       ج) منفی و  $y$  مثبت است ( $x < 0, y > 0$ ).

$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} =$       د)  $x$  و  $y$  هر دو منفی هستند ( $x < 0, y < 0$ ).

ضرب و تقسیم رادیکال‌ها

با توجه به عددهای داده‌شده  $a$  و  $b$  جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید. با مقایسه دو ستون آخر جدول

چه حدس می‌زنید؟

a	$\sqrt[3]{a}$	b	$\sqrt[3]{b}$	ab	$\sqrt[3]{ab}$	$\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$
۸	۲	۱۲۵	۵	۱۰۰۰	۱۰	$2 \times 5 = 10$
۲۷		$\frac{1}{8}$				
-۸		۲۷				

**نکته:** به طور کلی برای هر دو عدد  $a$  و  $b$  داریم:  $\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$ ، هم‌چنین اگر  $b \neq 0$

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$$

داریم:

صفحه‌های  $V^0$  و  $VI$  کتاب درسی

کار در کلاس

$$\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{8+27}$$

۱ آیا تساوی مقابل برقرار است؟ توضیح دهید.

می‌توانید از استدلال زیر برای بیان نادرست بودن این تساوی استفاده کنید.

«سمت چپ تساوی برابر ۵ است؛ در حالی که سمت راست آن کم‌تر از ۴ است.»

۲ در تساوی‌های زیر جاهای خالی را کامل کنید:

$$\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{\dots} = \dots$$

$$3\sqrt[3]{-2} \times 5\sqrt[3]{4} = 15\sqrt[3]{-8} = \dots$$

$$\sqrt[3]{128} = \sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{\dots} = 4\sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt[3]{20} = \sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{\dots}$$

$$\sqrt[3]{\frac{125}{64}} = \frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{64}} = \dots$$

$$\frac{\sqrt[3]{-54}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{-54}{2}} = \sqrt[3]{-27} = \dots$$

صفحه‌های  $VI$  و  $VII$  کتاب درسی

تمرین

۱ ریشه‌های دوم عددهای زیر را بیابید:

$$\frac{49}{16} =$$

$$\frac{1}{81} =$$

$$15 =$$

$$144 =$$

$$12 =$$

$$18 =$$

۲ ریشه سوم عددهای زیر را به دست آورید.

$$216 =$$

$$7^3 =$$

$$-5 =$$

$$-\frac{1}{216} =$$

$$10 =$$

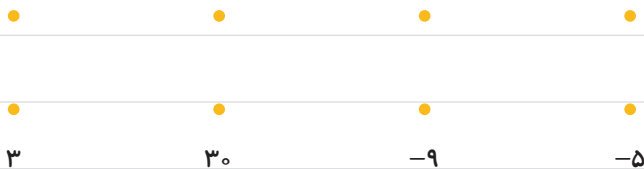
۳ کدامیک درست و کدامیک نادرست است؟

$$\sqrt{(-1)^2} = -1 \quad \sqrt[3]{(-1)^3} = -1 \quad \sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5 \quad \sqrt[3]{(-5)^3} = -5$$

$$-\sqrt{\frac{49}{256}} = -\frac{7}{16} \quad \sqrt{1/44} = 1/2 \quad (\sqrt{-1})^2 = 1 \quad \sqrt[3]{-64} = -4$$

۴ حاصل هر عبارت را به عدد مساوی آن در سطر دوم، وصل کنید:

$$\sqrt[3]{125} \times \sqrt{36} \quad \sqrt[3]{-1} \times \sqrt{81} \quad \sqrt[3]{\frac{81}{3}} \quad \sqrt[3]{-25} \times \sqrt[3]{5}$$



۵ حداقل سه عدد صحیح مختلف مثال بنزید که اگر به جای a قرار دهیم، نامساوی زیر درست باشد:

$$\sqrt[3]{a} < \sqrt{4}$$

۶ رابطه  $\sqrt{(-x)^2} = x$  به چه شرطی درست است؟ مثال بنزید.

۷ اگر مساحت کل یک مکعب  $96a^2$  باشد، حجم آن را بر حسب a به دست آورید.

۸ اگر  $x > 0$  و  $y < 0$  باشد، حاصل  $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2}$  را ساده کنید و بدون قدرمطلق بنویسید.

۹ عبارتهای زیر را مانند نمونه ساده کنید:

$$\sqrt{90} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 5} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{10} = 3\sqrt{10}$$

$$\sqrt{150}$$

$$\sqrt{180}$$

$$\sqrt{24}$$

$$\sqrt[3]{125^2}$$

۱۰ آیا تساویهای زیر درست است؟

$$(\sqrt[3]{-2})^3 = -2$$

$$\sqrt[3]{-4} = -\sqrt[3]{4}$$

11 حاصل را به دست آورید:

$$2\sqrt[3]{16} \times 3\sqrt[3]{4} =$$

$$\frac{\sqrt{8} \times \sqrt{5}}{\sqrt{10}} =$$

$$\frac{\sqrt[3]{18} \times \sqrt[3]{60}}{\sqrt[3]{5}} =$$

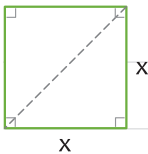
### درس چهارم: جمع و تفریق رادیکال‌ها

صفحه ۷۳ کتاب درسی

فعالیت



زمینی به شکل مربع داریم که طول قطر آن  $2\sqrt{6}$  متر است. می‌خواهیم مساحت و محیط این زمین را به دست آوریم. راه‌حل ارائه‌شده را توضیح دهید و در صورت لزوم آن را کامل کنید.



حل: به کمک رابطه ..... داریم:  $x^2 + x^2 = (2\sqrt{6})^2$

در نتیجه:  $2x^2 = 24$  و از آن‌جا  $x^2 = 12$

بنابراین ..... این زمین ۱۲ متر مربع است.

از این‌جا می‌توان نتیجه گرفت که ..... مربع  $\sqrt{12}$  متر یا  $2\sqrt{3}$  متر است.

هم‌چنین: ..... متر  $2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

صفحه ۷۳ کتاب درسی

کار در کلاس



حاصل جمع هر ستون را مانند نمونه‌ها در سطر آخر بنویسید.

$3\sqrt{7}$	$\frac{3}{2}\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{5}}{2}$	$3\sqrt{a}$	$\sqrt{xy}$	$\sqrt{2}$
$-4\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	$2\sqrt{5}$	$2\sqrt{b}$	$2\sqrt{x}$	$\sqrt{3}$
$8\sqrt{7}$	$8\sqrt[3]{2}$	$-\frac{2}{3}\sqrt{10}$	$-\frac{1}{5}\sqrt{a}$	$-7\sqrt{x}$	$\sqrt{5}$
$2\sqrt{5}$	$-5\sqrt[3]{2}$	$-2\sqrt{10}$	$-7\sqrt{b}$	$4\sqrt{xy}$	$6\sqrt{2}$
$11\sqrt{7} - 2\sqrt{5}$	$\frac{9}{2}\sqrt[3]{2} + \sqrt{2}$				

ساده کردن عبارتهای رادیکالی

صفحة ۷۴ کتاب درسی

فعالیت



حاصل عبارتهای زیر را ساده کنید.

راه حلها را توضیح دهید و آنها را کامل کنید.

الف  $\sqrt{72} - \sqrt{32} + \sqrt{18}$

ابتدا حاصل هر یک از رادیکالها را به دست می آوریم:

(جاهالی خالی را کامل کنید.)

$$\sqrt{72} = \sqrt{6^2 \times 2} = 6\sqrt{\dots} \quad \sqrt{32} = \sqrt{4^2 \times \dots} = 4\sqrt{\dots} \quad \sqrt{18} = \sqrt{\dots} = 3\sqrt{2}$$

بنابراین:  $\sqrt{72} - \sqrt{32} + \sqrt{18} = 6\sqrt{\dots} - \dots + \dots = 5\sqrt{2}$

ب  $\sqrt{50} + \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{81} = \sqrt{5^2 \times 2} + \sqrt[3]{2^3 \times 3} + \sqrt[3]{3^3 \times 3}$   
 $= 5\sqrt{\dots} + 2\sqrt[3]{\dots} + 3\sqrt[3]{\dots} = 5\sqrt{\dots} + 5\sqrt[3]{\dots}$

صفحة ۷۵ کتاب درسی

کار در کلاس



حاصل عبارتهای زیر را ساده کنید.

۱  $\sqrt{98} - \sqrt{50} + \sqrt{128}$

۲  $\sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{75} + \sqrt{48}$

۳  $5\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{128}$

۴  $\sqrt{4 + \frac{1}{81} + \frac{4}{9}}$

۵  $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(3\sqrt{2} - \sqrt{3})$

صفحة ۷۵ کتاب درسی

فعالیت



توضیح دهید که مخرج هر یک از کسره های زیر چگونه گویا شده است. هر جا لازم است، راه حل را کامل کنید.

الف  $\frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5}{2\sqrt{3}} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$

## تمرین

۱)  $\frac{2}{\sqrt[3]{5}} = \frac{2}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{\quad}{5}$

۲)  $\frac{4}{\sqrt[3]{2}} = \frac{4}{\sqrt[3]{2}} = \frac{4\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\quad}{\quad}$

۳)  $\frac{2^3\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{2^2}} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{2^3\sqrt[3]{14}}{2} = \frac{\quad}{\quad}$

۴)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\sqrt{2x}}{x} \quad (x > 0)$

۵)  $\frac{5}{\sqrt[3]{z^2}} \times \frac{\sqrt[3]{\quad}}{\sqrt[3]{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} \quad (z \neq 0)$

صفحه ۷۶ کتاب درسی

کار در کلاس



مخرج کسره‌های زیر را گویا کنید.

الف)  $\frac{6}{\sqrt[3]{2}}$

ب)  $\frac{2}{\sqrt[3]{32}}$

ج)  $\frac{12}{\sqrt{6}}$

د)  $\frac{5}{\sqrt[3]{3x}} \quad (x \neq 0)$

صفحه‌های ۷۶ و ۷۷ کتاب درسی

تمرین



عبارت‌های زیر را ساده کنید. ۱

الف)  $2\sqrt{50} + \sqrt{32} + 2\sqrt{72}$

ب)  $\sqrt{8} + \sqrt{128} - \sqrt{50}$

ج)  $\sqrt[3]{27^2}$

ج  $\sqrt[3]{\frac{-27}{64}}$

ه  $(\sqrt{2}-\sqrt{5})(\sqrt{10}+\sqrt{2})$

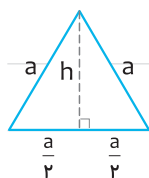
و  $2\sqrt{48}-3\sqrt{27}$

۲ اگر  $x < 0$  باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$2\sqrt{x^2} - x$

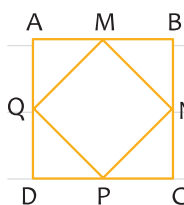
۳ محیط و مساحت مربعی به ضلع  $3\sqrt{5}$  سانتی متر را به دست آورید.

۴ شکل مقابل یک مثلث متساوی الاضلاع را به ضلع  $a$  نشان می دهد. اندازه



ارتفاع  $h$  را برحسب  $a$  به دست آورید؛ سپس مساحت آن را برحسب  $a$  بنویسید.

۵ نقاط  $M, N, P, Q$  وسطهای اضلاع مربع  $ABCD$  هستند. اگر مساحت



مربع  $ABCD$ ،  $100$  متر مربع باشد، محیط مربع  $MNPQ$  چه قدر است؟

۶ در جاهای خالی علامت  $<$  یا  $=$  یا  $>$  بگذارید:

$\sqrt{5} + \sqrt{4} \bigcirc \sqrt{5+4}$

$4 \bigcirc \sqrt{3^2 + 2^2}$

$\sqrt{\frac{3}{11}} \bigcirc \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}}$

$\sqrt{3^2 + 4^2} \bigcirc 5$



۷ در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید:

الف  $\sqrt{\square} = 10$

ب  $2\sqrt{\square} = 6$

ج  $\sqrt{\square} = \frac{1}{3}$

د  $\sqrt{\square} = 2$

ه  $2^{-5} = \sqrt{64}$

و  $\frac{(\sqrt{12})^2}{4 \times 3^2} = 3^{\square}$

ز  $\frac{m^6 \times m^{-2}}{m^{\square}} = m$

ح  $9\sqrt{-27} = \frac{\square^3}{(-4)^3}$

۸ مخرج کسره‌های زیر را گویا کنید.

الف  $\frac{5}{2\sqrt{3}}$

ب  $\frac{2}{\sqrt[3]{a^2}}$

ج  $\frac{2}{\sqrt{7}}$

۹ آیا تساوی  $\sqrt{x^2} = (\sqrt{x})^2$  همیشه درست است؟ توضیح دهید.

الف تساوی همیشه درست است.

ب تساوی همیشه نادرست است.

ج اگر  $x \geq 0$ ، تساوی درست است.