



# آشنایی با مبانی ریاضیات

کتاب درسی

آمار و احتمال: فصل ۱، صفحه‌های ۱ تا ۳۸

## فصل اول (۱۳ پیمانه) پیمانه‌های ۱ تا ۱۳

کام اول: میزان تسلط خود را با رنگ مشخص کنید.

آبی: مسلط / سبز: نسبتاً مسلط / زرد: مسلط نیستم

کام‌های بعدی: اگر در کام اول دانش خود را در حد رنگ زرد ارزیابی کردید اما در نوبت‌های بعدی پیشرفت کردید، می‌توانید خانه‌های سبز یا آبی را رنگ کنید. هرگاه به رنگ‌ها نگاه کنید متوجه می‌شوید در کدام قسمت‌ها نیاز به تمرین بیشتر دارید.



**۱۳ پیمانه**  
 ۸ پیمانه ۲۰ سؤالی  
 ۵ پیمانه ۱۰ سؤالی  
 ۱ پیمانه ۱۰ سؤال ویژه برترها  
 ۱ پیمانه ۲۰ سؤال جمع‌بندی

**۲۱۰ سؤال شناسنامه‌دار**  
**۱۱۵ سؤال طراحی شده**  
 از کتاب درسی  
 این سؤال‌ها برای پوشش مطالب کتاب درسی طراحی شده‌اند.

**۶۷ سؤال از**  
 آزمون‌های کانون

**۲۸ سؤال از**  
 کنگورهای سراسری

**آشنایی با مبانی ریاضیات**  
 (۲۱۰ سؤال شناسنامه‌دار)



### منطق ریاضی

منطق ریاضی یا منطق نمادی در حقیقت دستور زبان علم ریاضی است که ساختار جملاتی را که در ریاضی به کار می‌رود مورد مطالعه قرار می‌دهد. در منطق ریاضی استدلال‌های ریاضی بررسی می‌شود و درستی یا نادرستی این استدلال‌ها مشخص می‌شود.

### گزاره

به هر جمله خبری که در حال حاضر یا آینده، دارای ارزش درست یا نادرست باشد، یک گزاره گفته می‌شود (حتی اگر درست یا نادرست بودن آن برای ما معلوم نباشد). گزاره‌ها را معمولاً با حروف  $p, q, r, s, \dots$  نمایش می‌دهند.

به طور مثال جملات «۵ فرد است» و « $\pi\sqrt{2}$  گنگ است» و «عدد ۷ اول است» همگی گزاره هستند هر چند که نمی‌دانیم  $\pi\sqrt{2}$  گنگ است یا خیر. اگر ارزش گزاره درست باشد آن را با «د» یا «T» و اگر ارزش گزاره نادرست باشد آن را با «ن» یا «F» نمایش می‌دهیم.

تکنه

جملات پرسشی، امری، عاطفی (احساسی) گزاره محسوب نمی‌شوند. به طور مثال «چه هوای خوبی» و «درس بخوان» به عنوان گزاره محسوب نمی‌شوند.

### گزاره‌نما

جمله خبری که در آن یک یا چند متغیر وجود دارد و با جای‌گذاری مقادیر به جای متغیرها تبدیل به گزاره می‌شود گزاره‌نما نامیده می‌شود. ■ مثال ۱: « $x^2 + 2x - 5 = 0$ » و « $x + 7 < x^2 - 1$ » و « $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ » همگی گزاره‌نما هستند. لذا معادلات، نامعادلات و اتحادها همگی گزاره‌نما هستند.

### دامنه متغیر گزاره‌نما

مجموعه مقادیری که می‌توان به جای متغیر در گزاره‌نما قرار داد تا آن را تبدیل به یک گزاره کند دامنه متغیر گزاره‌نما نامیده می‌شود و آن را با  $D$  نمایش می‌دهیم. ■ مثال ۲: دامنه گزاره‌نمای « $x^2 > y^2$ » مجموعه اعداد حقیقی است، یعنی به جای  $x$  و  $y$  می‌توانیم اعداد حقیقی قرار دهیم. به عنوان مثالی دیگر، دامنه گزاره‌نمای « $x$  عددی اول است» مجموعه اعداد طبیعی است.

### مجموعه جواب گزاره‌نما

اعضایی از دامنه متغیر را که به ازای آنها گزاره‌نما تبدیل به یک گزاره با ارزش درست می‌شود، مجموعه جواب گزاره‌نما می‌گوییم. مجموعه جواب را با حرف  $S$  نمایش می‌دهیم و می‌دانیم همواره  $S \subseteq D$  است.

■ مثال ۳: مجموعه جواب گزاره‌نمای « $x^2 + 4x - 5 = 0$ » با دامنه اعداد صحیح  $(D = Z)$ ، برابر  $S = \{-5, 1\}$  است.

### نقیض یک گزاره

اگر  $p$  یک گزاره باشد گزاره «چنین نیست که  $p$ » که آن را با نماد  $\sim p$  نمایش می‌دهند، نقیض گزاره  $p$  نامیده می‌شود که ارزش آن خلاف ارزش  $p$  است. جدول ارزش نقیض یک گزاره به صورت زیر است:

$p$	$\sim p$
د	ن
ن	د

■ مثال ۴: نقیض گزاره « $\sqrt{2}$  عددی گویا است.» به صورت «چنین نیست که  $\sqrt{2}$  عددی گویا باشد.» یا « $\sqrt{2}$  عددی گویا نیست.» می‌باشد.

تکنه

دو گزاره  $p$  و  $q$  را هم‌ارز گوییم هرگاه در هر حال هم‌ارزش باشند و آن را با نماد  $p \equiv q$  نمایش می‌دهیم.

تکنه

نقیض نقیض یک گزاره با خود آن گزاره هم‌ارز است.

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

$p$	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
د	ن	د
ن	د	ن

با توجه به برابری ستون‌های اول و آخر نتیجه می‌شود این دو گزاره هم‌ارز هستند.



بیمانه ۱

گزاره و گزاره‌نما

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۲)

- ۲) عجله کنید، عجله کنید.  
۴) دیروز باران آمد.

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۲)

- ۲) لطفاً لبخند بزنید.  
۴) عدد  $(\sqrt{3})^\pi$  کنگ است.

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۲)

- ۳ « $\sqrt{-1}$  عددی حقیقی است.»، «بی‌نهایت عدد اول وجود دارد.»، «احتمال پیشامد A در پرتاب تاس برابر  $\frac{1}{4}$  است.»، «x عددی زوج است.»  
۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۲)

- ۴- کدام گزینه درست است؟  
۱) هر گزاره‌نما فقط یک ارزش دارد.  
۲) یک گزاره ممکن است برای برخی اعداد درست و برای برخی نادرست باشد.  
۳)  $3x + y = 8$  یک گزاره‌نما است.  
۴) هر گزاره با جای‌گذاری مقادیری به جای متغیر به گزاره‌نما تبدیل می‌شود.

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۲)

- ۵- دامنه و مجموعه جواب گزاره‌نمای " $x^2 - 3x + 2 = 0$ " کدام می‌تواند باشد؟  
۱)  $D = \mathbb{Z}, S = \{-1, 1\}$  ۲)  $D = \mathbb{R}, S = \{0\}$   
۳)  $D = \mathbb{R}, S = \{0\}$  ۴)  $D = \mathbb{R}, S = \{1, 2\}$

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۲)

- ۶- کدام یک از عبارتهای زیر گزاره‌نما است؟  
۱) اگر  $2^n - 1$  اول باشد، آنگاه n اول است. ( $n \in \mathbb{N}$ )  
۲) معادله درجه دوم  $x^2 - 4x - 5 = 0$  دارای دو ریشه صحیح است.  
۳) اگر  $p \geq 5$  عددی اول باشد، آنگاه  $p = 6k \pm 1$  است. ( $k \in \mathbb{N}$ )  
۴)  $3^n \leq n!$  و  $n \in \mathbb{N}$

۷- اگر دامنه متغیر گزاره‌نماهای زیر، مجموعه اعداد طبیعی باشد، آنگاه مجموعه جواب چه تعداد از این گزاره‌نماها، نامتناهی است؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۲) (آزمون کانون ۲۰ مهر ۹۷)

- الف) X بین ۱ و ۲ است.  
ب) X مربع کامل است.  
پ)  $x + 1 < 6$   
ت) X دو واحد از مضارب صحیح ۵ بیش‌تر است.  
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸- اگر  $D = \{-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, 2\}$  دامنه متغیر باشد، آنگاه مجموعه جواب گزاره «حاصل جمع عدد X و معکوس آن بزرگ‌تر یا مساوی ۲ است.» کدام است؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۲) (آزمون کانون ۴ آبان ۹۷)

- ۱)  $\{-1, \frac{1}{2}, 1\}$  ۲)  $\{\frac{1}{2}, 1, 2\}$  ۳)  $\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1\}$  ۴)  $\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\}$

۹- به ازای کدام دامنه متغیر، مجموعه جواب گزاره‌نمای " $3x^2 - 7x + 4 = 0$ "، مجموعه‌ای تک‌عضوی است؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۲) (آزمون کانون ۲۱ مهر ۹۶)

- ۱) مجموعه اعداد حقیقی ۲) مجموعه اعداد گویا ۳) مجموعه اعداد کنگ ۴) مجموعه اعداد صحیح

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۲)

- ۱۰- کدام گزینه صحیح است؟  
۱) اگر  $D = \mathbb{Z}$ ، مجموعه جواب گزاره‌نمای " $x = 2k$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )" برابر  $S = \{2, 4, 6, \dots\}$  است.  
۲) اگر  $D = \mathbb{Z}$ ، مجموعه جواب گزاره‌نمای " $x^2 > 0$ " برابر  $S = \mathbb{Z}$  است.  
۳) اگر  $D = \mathbb{N}$ ، مجموعه جواب گزاره‌نمای " $x + 1 > 0$ " برابر  $S = \mathbb{N}$  است.  
۴) اگر  $D = \mathbb{N}$ ، مجموعه جواب گزاره‌نمای " $x + \frac{1}{x} > 2$ " برابر  $S = \mathbb{N}$  است.

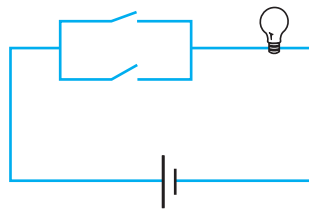
ترکیب گزاره‌ها

۱- ترکیب فصلی:

اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، گزاره مرکب « $p \vee q$ » را ترکیب فصلی دو گزاره می‌گوییم و به صورت « $p$  یا  $q$ » می‌خوانیم. ترکیب فصلی دو گزاره وقتی درست است که حداقل یکی از آنها درست باشد.

اگر در این مدار، بسته بودن هر کلید درست و باز بودن آن نادرست باشد، لامپ وقتی روشن است که حداقل یک کلید بسته باشد. روشن بودن لامپ درست و خاموش بودن آن نادرست است.

$p$	$q$	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن



۲- ترکیب عطفی:

اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، گزاره مرکب « $p \wedge q$ » را ترکیب عطفی دو گزاره می‌گوییم و به صورت « $p$  و  $q$ » می‌خوانیم. ترکیب عطفی دو گزاره وقتی درست است که هر دو گزاره درست باشد.

در این مورد لامپ وقتی روشن می‌شود که هر دو کلید بسته باشد.

$p$	$q$	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن



۳- ترکیب شرطی:

اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، گزاره مرکب « $p \Rightarrow q$ » را ترکیب شرطی دو گزاره می‌گوییم و به صورت «اگر  $p$  آنگاه  $q$ » می‌خوانیم. در این گزاره مرکب،  $p$  را مقدم (فرض) و  $q$  را تالی (حکم) می‌نامند. با توجه به جدول زیر گزاره شرطی تنها زمانی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست است.

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

نکته

در عبارت  $p \Rightarrow q$ ،  $p$  شرط کافی برای  $q$  است و  $q$  شرط لازم برای  $p$  است.

**قانون انتفای مقدم:** در گزاره شرطی « $p \Rightarrow q$ »، اگر مقدم ترکیب شرطی نادرست باشد، ارزش گزاره شرطی همواره درست است و به ارزش  $q$  (تالی) بستگی ندارد. در این حالت می‌گویند گزاره  $p \Rightarrow q$  به انتفای مقدم درست است.

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

قانون انتفای مقدم {

قانون انتفای مقدم در بسیاری از اثبات‌ها استفاده می‌شود به طور مثال برای اثبات این‌که  $\emptyset$  یک تابع است از این قانون می‌توان استفاده کرد.

**نذکر:** گزاره « $q \Rightarrow p$ » عکس ترکیب شرطی « $p \Rightarrow q$ » و گزاره « $\sim q \Rightarrow \sim p$ » عکس نقیض ترکیب شرطی « $p \Rightarrow q$ » است.

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$$

**نکته:** هر گزاره شرطی با عکس نقیض خود هم‌ارز است.

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$	$\sim q$	$\sim p$	$\sim q \Rightarrow \sim p$
د	د	د	ن	ن	د
د	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د
ن	ن	د	د	د	د

**نذکر:** در بعضی از مسائل به جای اثبات مستقیم از عکس نقیض استفاده می‌کنیم، مثلاً در اثبات یک‌به‌یک بودن توابع عملاً از عکس نقیض تعریف تابع یک به یک استفاده می‌شود.

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$$

**نکته:** در هر گزاره شرطی داریم:

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$	$\sim p$	$q$	$\sim p \vee q$
د	د	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د	د
ن	ن	د	د	ن	د

#### ۴- ترکیب دو شرطی:

اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند؛ گزاره مرکب « $p \Leftrightarrow q$ » را ترکیب دو شرطی می‌خوانیم و به صورت‌های «اگر  $p$  آنگاه  $q$  و برعکس» یا « $p$  اگر و تنها اگر  $q$ » یا « $p$  شرط لازم و کافی برای  $q$  است» می‌خوانیم. گزاره دو شرطی وقتی درست است که  $p$  و  $q$  هر دو درست یا هر دو نادرست باشند.

$p$	$q$	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

تکنه

$$p \leftrightarrow q \equiv \sim p \leftrightarrow \sim q \equiv \sim q \leftrightarrow \sim p$$

p	q	$p \leftrightarrow q$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \leftrightarrow \sim q$	$\sim q \leftrightarrow \sim p$
د	د	د	ن	ن	د	د
د	ن	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	ن	د	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د	د	د

### هم‌ارزی‌های مهم

روابط زیر بین گزاره‌ها همواره برقرار است:

۱)  $p \vee \sim p \equiv T$

۲)  $p \wedge \sim p \equiv F$

۳)  $T \vee p \equiv T$

۴)  $T \wedge p \equiv p$

۵)  $F \vee p \equiv p$

۶)  $F \wedge p \equiv F$

۷)  $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

۸)  $p \leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

۹)  $p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$

۱۰)  $(p \Rightarrow p \vee q) \equiv T$  قانون ادخال فاصل

۱۱)  $(p \wedge q \Rightarrow p) \equiv T$  قانون حذف عاطف

۱۲)  $p \Rightarrow (q \vee r) \equiv (p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)$

۱۳)  $p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$

۱۴)  $(p \wedge q) \Rightarrow r \equiv p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

### قوانین ترکیب گزاره‌ها

اگر  $p$ ،  $q$  و  $r$  سه گزاره باشند، قوانین زیر همواره برقرار است:

۱)  $p \vee q \equiv q \vee p$  } خاصیت جابه‌جایی

۲)  $p \wedge q \equiv q \wedge p$  }

۳)  $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$  } خاصیت شرکت‌پذیری

۴)  $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$  }

۵)  $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$  } خاصیت توزیع‌پذیری

۶)  $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$  }

۷)  $p \vee (p \wedge q) \equiv p$  } قانون جذب

۸)  $p \wedge (p \vee q) \equiv p$  }

۹)  $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$  } قوانین دمورگان

۱۰)  $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$  }

۱۱)  $\sim (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

۱۲)  $\sim (p \leftrightarrow q) \equiv \sim p \leftrightarrow q \equiv p \leftrightarrow \sim q$



### ترکیب گزاره‌ها

پیمانه‌های ۲ و ۳

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۹ تا ۶)

۲)  $p$  نادرست و  $q$  نادرست است.

۴) گزینه‌های «۱» و «۲»

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۹ تا ۶)

۲)  $\sim p$  درست و  $q$  درست است.

۴)  $\sim p$  درست و  $q$  نادرست است.

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۹ تا ۶)

۲)  $(2+2=5) \vee (4>5)$

۴)  $(1+1=3) \vee (4>2)$

۱۱- اگر  $p \wedge q$  نادرست باشد، ارزش گزاره‌های  $p$  و  $q$  کدام می‌تواند باشد؟

۱)  $p$  درست و  $q$  نادرست است.

۳)  $p$  درست و  $q$  درست است.

۱۲- اگر  $p \vee \sim q$  نادرست باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۱)  $p$  نادرست و  $q$  نادرست است.

۳)  $p$  درست و  $q$  درست است.

۱۳- ارزش کدام گزاره درست نیست؟

۱)  $(2+2=4) \vee (2>4)$

۳)  $(1+1=2) \vee (4>2)$

۱۴- اگر گزاره‌های «عدد ۶ مضرب ۲ است» :  $p$  و «عدد ۶ مضرب ۳ است» :  $q$  مفروض باشند، گزاره  $p \vee \sim q$  به کدام صورت خوانده می‌شود؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۹ تا ۶)

- ۱) عدد ۶ مضرب ۲ یا ۳ است. (۱)  
 ۲) عدد ۶ نه مضرب ۳ و نه مضرب ۲ است. (۲)  
 ۳) عدد ۶ مضرب ۲ است ولی مضرب ۳ نیست. (۳)  
 ۴) عدد ۶ مضرب ۳ نیست یا مضرب ۲ نیست. (۴)

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۶)

۱۵- ارزش گزاره  $(\sim p \vee p) \wedge (\sim p \wedge p)$  کدام است؟

- ۱) همواره درست است. (۱)  
 ۲) همواره نادرست است. (۲)  
 ۳) گاهی درست و گاهی نادرست است. (۳)  
 ۴) اگر  $p$  درست باشد، درست است. (۴)

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۶)

۱۶- نقیض گزاره «اگر احمد درس بخواند قبول می‌شود.» کدام است؟

- ۱) اگر احمد درس نخواند قبول نمی‌شود. (۱)  
 ۲) احمد درس نمی‌خواند ولی قبول می‌شود. (۲)  
 ۳) احمد درس می‌خواند ولی قبول نمی‌شود. (۳)  
 ۴) اگر احمد قبول نشود آنگاه درس نخوانده است. (۴)

۱۷- نقیض گزاره «اگر  $n$  عددی صحیح و مثبت و  $n^2$  زوج باشد، آنگاه  $n$  زوج است.» کدام است؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۶) (آزمون کانون ۴ آبان ۹۷)

- ۱)  $n$  عددی صحیح و مثبت نیست یا  $n^2$  فرد است و  $n$  زوج است. (۱)  
 ۲)  $n$  عددی صحیح و مثبت و  $n^2$  زوج است و  $n$  فرد است. (۲)  
 ۳)  $n$  عددی صحیح و مثبت و  $n^2$  زوج است یا  $n$  فرد است. (۳)  
 ۴)  $n$  عددی صحیح و مثبت نیست یا  $n^2$  فرد است یا  $n$  زوج است. (۴)

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۶) (آزمون کانون ۱۸ آبان ۹۷)

p	q	
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

۱۸- جدول ارزش مقابل، مربوط به کدام گزاره است؟

- ۱)  $p \vee \sim q$  (۱)  
 ۲)  $\sim (p \wedge \sim q)$  (۲)  
 ۳)  $\sim q \Rightarrow p$  (۳)  
 ۴)  $q \Rightarrow \sim p$  (۴)

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۶)

۱۹- آخرین ستون جدول ارزش گزاره  $p \vee q \Rightarrow p \wedge q$  به کدام صورت می‌تواند باشد؟

- ۱) ن (۱)  
 ۲) د (۲)  
 ۳) ن (۳)  
 ۴) د (۴)

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۶)

۲۰- هم ارز گزاره  $\sim p \Rightarrow q$  کدام است؟

- ۱)  $q \Rightarrow \sim p$  (۱)  
 ۲)  $\sim q \Rightarrow p$  (۲)  
 ۳)  $p \Rightarrow q$  (۳)  
 ۴)  $p \Rightarrow \sim q$  (۴)

۲۱- کدام گزاره زیر معادل گزاره «اگر  $x^2 \geq 9$  باشد، آنگاه  $(x \geq 3 \vee x \leq -3)$ » می‌باشد؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۶) (آزمون کانون ۲۰ مهر ۹۷)

- ۱) اگر  $x^2 \leq 9$  باشد، آنگاه  $(x \geq 3 \vee x \leq -3)$  (۱)  
 ۲) اگر  $(-3 < x < 3)$  باشد، آنگاه  $x^2 < 9$  (۲)  
 ۳) اگر  $x^2 \leq 9$  باشد، آنگاه  $-3 < x < 3$  (۳)  
 ۴) اگر  $(x < 3 \vee x > -3)$  باشد، آنگاه  $x^2 < 9$  (۴)

(آمار و احتمال - مرتبط با کار در کلاس صفحه ۱۰)

۲۲- گزاره  $\sim (p \Rightarrow \sim q)$  با کدام گزاره زیر معادل است؟

- ۱)  $q \vee \sim p$  (۱)  
 ۲)  $q \wedge \sim p$  (۲)  
 ۳)  $p \wedge q$  (۳)  
 ۴)  $p \vee \sim q$  (۴)

(آمار و احتمال - مرتبط با کار در کلاس صفحه ۱۱)

۲۳- گزاره  $p \vee (\sim p \wedge q)$  هم ارز با کدام گزاره است؟

- ۱)  $q$  (۱)  
 ۲)  $p \wedge q$  (۲)  
 ۳)  $p$  (۳)  
 ۴)  $p \vee q$  (۴)

(آمار و احتمال - مرتبط با کار در کلاس صفحه ۱۲)

۲۴- گزاره  $(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)$  با کدام یک از گزاره‌های زیر هم ارز است؟

- ۱)  $p$  (۱)  
 ۲)  $q$  (۲)  
 ۳)  $\sim p$  (۳)  
 ۴)  $\sim q$  (۴)

(آمار و احتمال – مرتبط با کار در کلاس صفحه ۱۱)

$$(\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow r \quad (۴)$$

(آمار و احتمال – مرتبط با تمرین ۸ صفحه ۱۸)

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \quad (۴)$$

$$(p \wedge q) \Rightarrow r \quad (۴)$$

$$(p \wedge r) \vee (q \Rightarrow r) \quad (۴)$$

(آمار و احتمال – مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۴)

(۲)  $p$  نادرست و  $q$  درست است.

(۴)  $p$  و  $q$  هر دو حتماً درست هستند.

(آمار و احتمال – مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۴)

(۲)  $p \wedge q$  درست است.

(۴)  $p \vee q$  درست است.

(آمار و احتمال – مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۲)

$$(p \vee \sim p) \Rightarrow p \quad (۲)$$

$$p \Rightarrow (p \wedge \sim p) \quad (۴)$$

(۳۰) در کدام یک از گزینه‌های زیر، نمی‌توان به‌طور قطعی دربارهٔ ارزش هر دو گزارهٔ  $p$  و  $q$  اظهار نظر نمود؟  
(آمار و احتمال – مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۴) (آزمون کانون ۲۰ مهر ۹۷)

(۲) گزارهٔ  $p \wedge \sim q$  درست باشد.

(۴) گزاره‌های  $p \Rightarrow q$  و  $p \vee q$  درست باشند.

(آمار و احتمال – مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۲) (آزمون کانون ۲۰ مهر ۹۷)

(۲)  $p$  درست و  $q$  نادرست باشد.

(۴)  $p$  و  $q$  هر دو نادرست باشند.

(آمار و احتمال – مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۲)

(۳۲) اگر گزارهٔ درست و  $q$  و  $r$  گزاره‌های دلخواه باشند، کدام یک از گزاره‌های زیر همیشه درست است؟

$$(p \vee q) \Rightarrow (r \vee q) \quad (۲)$$

$$(p \wedge q) \Rightarrow (r \wedge q) \quad (۴)$$

(۳۳) اگر گزارهٔ  $p \Rightarrow q$  نادرست باشد، ارزش گزارهٔ  $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$  با ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر یکسان است؟  
(آمار و احتمال – مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۲) (آزمون کانون ۲۰ مهر ۹۷)

$$q \vee p \quad (۲)$$

$$p \wedge q \quad (۴)$$

(۳۴) اگر  $p$ ،  $q$  و  $r$  سه گزاره باشند به طوری که ارزش هر دو گزارهٔ  $p \vee q$  و  $p \wedge r$  درست باشد، آنگاه ارزش گزاره‌های  $p$ ،  $q$  و  $r$  به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟  
(آمار و احتمال – مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۲) (آزمون کانون ۲۰ مهر ۹۷)

(۴) ن-د-د

(۳) د-ن-ن

(۲) ن-د-ن

(۱) د-ن-د

(آمار و احتمال – مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۲) (آزمون کانون ۲۰ مهر ۹۷)

(۳۵) اگر ارزش گزارهٔ  $p$  درست باشد، ارزش گزارهٔ  $(p \vee q) \Rightarrow r$  چگونه است؟

(۲) همیشه نادرست است.

(۴) بستگی به ارزش  $q$  دارد.

(آمار و احتمال – مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۲)

(۲) همواره نادرست است.

(۴) هم‌ارز گزارهٔ  $q$  است.

(آمار و احتمال – مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۲) (آزمون کانون ۲۰ مهر ۹۷)

(۲) این گزاره همیشه نادرست است.

(۴) اگر  $p$  ارزش درست و  $q$  ارزش نادرست داشته باشد، این گزاره درست است.

(۲۵) گزارهٔ  $(p \wedge q) \Rightarrow r$  با کدام گزارهٔ زیر هم‌ارز است؟

۱)  $r \Rightarrow (p \wedge q)$  (۱)  $(p \vee q) \Rightarrow r$  (۴)

(۲۶) گزارهٔ  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$  با کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

۱)  $p \vee \sim q \vee r$  (۱)

(۳)  $(p \vee r) \wedge (q \Rightarrow r)$

(۲۷) اگر  $p \Rightarrow q$  و  $q \Rightarrow p$  هر دو درست باشند، کدام مورد صحیح است؟

۱)  $p$  درست و  $q$  نادرست است.

(۳)  $p \equiv q$

(۲۸) اگر  $p$  نادرست و  $p \Leftrightarrow q$  درست باشد، کدام مورد صحیح است؟

۱)  $q$  درست است.

(۳)  $q$  نادرست است.

(۲۹) کدام یک از ترکیب‌های زیر همواره درست است؟

۱)  $(p \vee \sim p) \Rightarrow (p \wedge \sim p)$  (۱)

(۳)  $(p \wedge \sim p) \Rightarrow p$  (۳)

(۳۰) در کدام یک از گزینه‌های زیر، نمی‌توان به‌طور قطعی دربارهٔ ارزش هر دو گزارهٔ  $p$  و  $q$  اظهار نظر نمود؟  
(آمار و احتمال – مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۴) (آزمون کانون ۲۰ مهر ۹۷)

(۱) گزارهٔ  $p \Rightarrow q$  نادرست باشد.

(۳) گزاره‌های  $p \Leftrightarrow q$  و  $p \vee q$  هر دو درست باشند.

(۳۱) در کدام یک از حالت‌های زیر، ارزش گزارهٔ  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow q$  نادرست است؟

۱)  $p$  و  $q$  هر دو درست باشند.

(۳)  $p$  نادرست و  $q$  درست باشد.

(آمار و احتمال – مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۲)

(۳۲) اگر گزارهٔ درست و  $q$  و  $r$  گزاره‌های دلخواه باشند، کدام یک از گزاره‌های زیر همیشه درست است؟

۱)  $p \Rightarrow (q \wedge r)$  (۱)

(۳)  $r \Rightarrow (p \vee q)$  (۳)

(۳۳) اگر گزارهٔ  $p \Rightarrow q$  نادرست باشد، ارزش گزارهٔ  $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$  با ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر یکسان است؟  
(آمار و احتمال – مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۲) (آزمون کانون ۲۰ مهر ۹۷)

(۲)  $q \vee p$  (۲)

(۴)  $p \wedge q$  (۴)

(۳۴) اگر  $p$ ،  $q$  و  $r$  سه گزاره باشند به طوری که ارزش هر دو گزارهٔ  $p \vee q$  و  $p \wedge r$  درست باشد، آنگاه ارزش گزاره‌های  $p$ ،  $q$  و  $r$  به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟  
(آمار و احتمال – مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۲) (آزمون کانون ۲۰ مهر ۹۷)

(۴) ن-د-د

(۳) د-ن-ن

(۲) ن-د-ن

(۱) د-ن-د

(آمار و احتمال – مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۲) (آزمون کانون ۲۰ مهر ۹۷)

(۳۵) اگر ارزش گزارهٔ  $p$  درست باشد، ارزش گزارهٔ  $(p \vee q) \Rightarrow r$  چگونه است؟

(۲) همیشه نادرست است.

(۴) بستگی به ارزش  $q$  دارد.

(آمار و احتمال – مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۲)

(۲) همواره نادرست است.

(۴) هم‌ارز گزارهٔ  $p$  است.

(آمار و احتمال – مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۲) (آزمون کانون ۲۰ مهر ۹۷)

(۳۷) در مورد گزارهٔ  $(p \wedge q) \wedge \sim (p \vee q)$ ، کدام گزینه صحیح است؟

۱) این گزاره همیشه درست است.

(۳) اگر  $p$  و  $q$  ارزش درست داشته باشند، این گزاره درست است.



۳۸- در کدام حالت زیر، گزاره  $p \Rightarrow (q \Rightarrow p) \sim p$  نادرست است؟

- ۸  
 (۱) درست  $p$  و نادرست  $q$   
 (۲) نادرست  $p$  و درست  $q$   
 (۳) درست  $p$  و درست  $q$   
 (۴) نادرست  $p$  و نادرست  $q$

۳۹- اگر گزاره‌های دلخواه بوده و ارزش گزاره  $r \Leftrightarrow q$  نادرست باشد، ارزش گزاره  $p \Rightarrow (q \vee r)$  چگونه است؟

۹ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۶) (آزمون کانون ۲۰ مهر ۹۷)

- (۱) همواره درست است.  
 (۲) همواره نادرست است.  
 (۳) معادل ارزش  $p$  است.  
 (۴) معادل ارزش  $\sim p$  است.

۴۰- کدام یک از گزاره‌های شرطی زیر، یک گزاره همیشه درست است؟

- ۱۰  
 (۱)  $\sim q \Rightarrow p$   
 (۲)  $p \Rightarrow p \vee q$   
 (۳)  $\sim p \vee p \Rightarrow p$   
 (۴)  $p \Rightarrow p \wedge q$

۴۱- کدام یک از گزاره‌های زیر همواره نادرست است؟

- ۱۱  
 (۱)  $p \Rightarrow \sim p \vee q$   
 (۲)  $p \Leftrightarrow q$   
 (۳)  $p \vee q \Rightarrow q$   
 (۴)  $p \wedge \sim (q \Rightarrow p)$

۴۲- اگر  $p$  یک گزاره درست و  $q$  گزاره‌ای دلخواه باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

- ۱۲  
 (۱)  $\sim p \Rightarrow q$   
 (۲)  $p \Rightarrow q$   
 (۳)  $q \Rightarrow \sim p$   
 (۴)  $\sim q \Rightarrow \sim p$

۴۳- اگر گزاره‌های  $\sim q \Rightarrow p$ ،  $q \Rightarrow r$  و  $\sim r \Rightarrow p$  به ترتیب درست، درست و نادرست باشند، ارزش گزاره‌های  $p$ ،  $q$  و  $r$  کدام است؟

۱۳ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۶)

- (۱)  $p$ ،  $q$  و  $r$  هر سه نادرست هستند.  
 (۲)  $p$  و  $q$  نادرست هستند و  $r$  درست است.  
 (۳)  $p$ ،  $q$  و  $r$  هر سه درست هستند.  
 (۴)  $p$  و  $r$  نادرست هستند و  $q$  درست است.

۴۴- اگر  $q$  نادرست باشد، ارزش گزاره  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$  چگونه است؟

- ۱۴  
 (۱) همواره درست است.  
 (۲) همواره نادرست است.  
 (۳) با ارزش  $p \wedge r$  برابر است.  
 (۴) با ارزش  $p \Rightarrow r$  برابر است.

۴۵- در جدول مقابل به جای گزاره  $p$ ، کدام یک از گزاره‌های زیر را می‌توان قرار داد؟

۱۵

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$
		د

(۱)  $(4 > 2) \Rightarrow (2 > 4)$  اگر  $2 \times 2 = 4$  آنگاه  $2 + 2 = 4$ .

(۲)  $(\frac{1}{2} = \frac{4}{8}) \vee (2^3 = 8)$ . عکس نقیض هر گزاره شرطی همواره درست است.

۴۶- اگر گزاره‌های  $p \Rightarrow q$  و  $\sim p \Rightarrow q$  هر دو درست باشند کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

- ۱۶  
 (۱)  $p$   
 (۲)  $\sim p$   
 (۳)  $q$   
 (۴)  $\sim q$

۴۷- اگر گزاره  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$  نادرست باشد، آنگاه کدام نتیجه‌گیری صحیح است؟

۱۷ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۶) (آزمون کانون ۱۶ آذر ۹۷)

- (۱)  $p$ ،  $q$  و  $r$  همگی نادرست هستند.  
 (۲)  $p$  و  $r$  درست و  $q$  نادرست است.  
 (۳)  $p$  درست و  $q$  و  $r$  نادرست هستند.  
 (۴)  $p$  و  $q$  درست و  $r$  نادرست است.

۴۸- در جدول ارزش سه گزاره  $p$ ،  $q$  و  $r$ ، در چند حالت ارزش گزاره  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$  نادرست است؟

۱۸ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۶) (آزمون کانون ۲۰ مهر ۹۷)

- (۱) ۱  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) ۴

۴۹- فرض کنید  $p, q, r$  سه گزاره باشند. گزاره  $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$  در چند حالت از ارزش گزاره‌های  $p, q, r$  دارای ارزش درست است؟  
(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۶) (آزمون کانون ۱۸ آبان ۹۷)

- ۱) ۵      ۲) ۶      ۳) ۷      ۴) ۸

۵۰- اگر گزاره  $p \Rightarrow q$  نادرست و گزاره  $\sim r$  درست باشد، کدام گزاره همواره درست است؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۴) (آزمون کانون ۲۴ خرداد ۹۸)

- ۱)  $(\sim q \Leftrightarrow r) \Leftrightarrow p$       ۲)  $(p \vee q) \Rightarrow r$       ۳)  $(p \wedge q) \Rightarrow r$       ۴)  $(q \Rightarrow p) \Leftrightarrow r$



آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ کتاب درسی

### آشنایی با منطق ریاضی: سورها

#### سورها

سور در لغت به معنای حصار و دیوار است که باعث محدودیت یک منطقه می‌شود. هرگاه در ریاضیات بخواهیم برای متغیرها محدودیت ایجاد کنیم از سورها استفاده می‌کنیم که به سه دسته تقسیم می‌شوند.

۱) **سور عمومی:** اگر بخواهیم خاصیتی را به همه اعضای یک مجموعه نسبت دهیم و یا برای یک گزاره‌نما نشان دهیم که متغیر، همه مقادیر دامنه می‌تواند باشد از سور عمومی استفاده می‌کنیم و آن را با نماد  $\forall$  نمایش می‌دهیم و می‌خوانیم «به ازای هر» عضو از دامنه گزاره‌نمای  $p(x)$  برقرار است و می‌نویسیم:  $(\forall x; p(x))$

■ **مثال ۱:** به ازای هر عدد حقیقی مانند  $x$  داریم:  $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 \geq 0 \equiv x^2 \geq 0$

به ازای هر عدد صحیح مانند  $x$  داریم:  $\forall x \in \mathbb{Z}; x^2 + 1 \neq 0 \equiv x^2 + 1 \neq 0$

۲) **سور وجودی:** اگر بخواهیم خاصیتی را به بعضی از اعضای یک مجموعه نسبت دهیم و یا برای یک گزاره‌نما نشان دهیم که متغیر بعضی از مقادیر دامنه را می‌تواند بپذیرد از سور وجودی استفاده می‌کنیم و آن را با نماد  $\exists$  نمایش می‌دهیم و می‌خوانیم «وجود دارد» و یا «به ازای بعضی از مقادیر» از دامنه، گزاره‌نمای  $p(x)$  برقرار است و می‌نویسیم:  $(\exists x; p(x))$

■ **مثال ۲:** به ازای بعضی از اعداد حقیقی معادله روبه‌رو برابر صفر است.  
 $x^2 - 2x + 1 = 0$

$\exists x \in \mathbb{R}; x^2 - 2x + 1 = 0$

۳) **سور صفر:** اگر بخواهیم خاصیتی را از همه اعضای مجموعه سلب کنیم و یا برای یک گزاره‌نما نشان دهیم که هیچ متغیری به ازای مقادیر دامنه در گزاره‌نما صدق نمی‌کند از سور صفر استفاده می‌کنیم. آنرا با نماد  $\nexists$  نمایش می‌دهیم و می‌خوانیم «وجود ندارد» یا «به ازای هیچ مقدار» از دامنه، گزاره‌نمای  $p(x)$  برقرار است و می‌نویسیم:  $(\nexists x; p(x))$

نکته

عبارتهایی که با سورها بیان می‌شوند، همگی گزاره هستند که یا ارزش درست و یا ارزش نادرست دارند.

نکته

گزاره‌هایی که با سور عمومی بیان می‌شوند وقتی درست هستند که هیچ مثال نقضی نداشته باشند.

نکته

گزاره‌هایی که با سور وجودی بیان می‌شوند وقتی درست هستند که مجموعه جواب آنها مخالف تهی باشد.

#### نقیض سورها

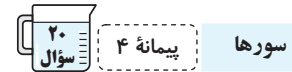
۱)  $\sim (\forall x; p(x)) \equiv \exists x; \sim p(x)$

۲)  $\sim (\exists x; p(x)) \equiv \forall x; \sim p(x)$

■ **مثال ۳:** نقیض هر یک از سورهای زیر نوشته شده است:

$\sim (\forall x \in \mathbb{R}; x^2 \geq 0) \equiv \exists x \in \mathbb{R}; x^2 < 0$

$\sim (\exists x \in \mathbb{R}; x + 1 = 10) \equiv \forall x \in \mathbb{R}; x + 1 \neq 10$



۵۱- به ازای کدام یک از سورهای زیر، گزاره‌نمای  $\sin x \times \cot x = \cos x$  همواره درست است؟

- ۱  $\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$  (۱)  
 ۲  $\forall x \in (0, +\infty)$  (۲)  
 ۳  $\forall x \in \mathbb{R} - \{x \mid x = k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$  (۳)  
 ۴  $\forall x \in (-\infty, 0)$  (۴)

۵۲- کدام گزاره نادرست است؟ (E مجموعه اعداد زوج و O مجموعه اعداد فرد است.)

- ۱  $\forall x \in \mathbb{Z}; 5 \mid x + 2 \geq 0$  (۱)  
 ۲  $\forall x \in \mathbb{R}; \sin^2 x + \cos^2 x = 1$  (۲)  
 ۳  $\exists x \in \mathbb{E}; x + 3 \in O$  (۳)  
 ۴  $\exists x \in \mathbb{R}; x > |x|$  (۴)

۵۳- اگر  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 < x \leq 5\}$ ، دامنه متغیر گزاره‌نما باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

۳ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶) (آزمون کانون ۴ آبان ۹۷)

- ۱  $\forall x \in A; x^2 \geq x$  (۱)  
 ۲  $\forall x \in A; \frac{x^2 - 1}{x + 1} = x - 1$  (۲)  
 ۳  $\exists x \in A; |x - 3| < 1$  (۳)  
 ۴  $\exists x \in A; x^2 + x = 0$  (۴)

۵۴- کدام گزاره نادرست است؟

- ۱  $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 \geq 0$  (۱)  
 ۲  $\forall n \in \mathbb{N}; n^3 - n = 3k \ (k \in \mathbb{Z})$  (۲)  
 ۳  $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 + 2x + 5 > 0$  (۳)  
 ۴  $\forall x \in \mathbb{R}; x + \frac{1}{x} \leq 2$  (۴)

۵۵- کدام گزینه نشان دهنده سور «برخی از اعداد طبیعی، اول و زوج هستند» است؟ (P مجموعه اعداد اول، O مجموعه اعداد فرد و E مجموعه اعداد زوج است.)

۵ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

- ۱  $\forall x \in \mathbb{N}; x \in P \wedge x \in E$  (۱)  
 ۲  $\exists x \in \mathbb{N}; x \in P \wedge x \in O$  (۲)  
 ۳  $\exists x \in \mathbb{N}; x \in P \wedge x \in E$  (۳)  
 ۴  $\forall x \in \mathbb{N}; x \in P \vee x \in E$  (۴)

۵۶- گزاره  $(\exists x \in \mathbb{N}; \sim(x \in P \wedge x \in E))$  به فارسی چگونه بیان می‌شود؟ (P مجموعه اعداد اول و E مجموعه اعداد زوج است.)

۶ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶) (آزمون کانون ۱۸ آبان ۹۷)

- ۱ عددی طبیعی وجود ندارد که اول یا زوج باشد.  
 ۲ برخی از اعداد طبیعی، اول و زوج هستند.  
 ۳ برخی از اعداد طبیعی، اول نیستند یا زوج نیستند.  
 ۴ عددی طبیعی وجود ندارد که اول و زوج باشد.

۵۷- گزاره  $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 < x$  به زبان فارسی چگونه نوشته می‌شود؟

- ۱ وجود دارد عدد حقیقی‌ای که اگر به توان ۲ برسد برابر خود است.  
 ۲ مربع هر عدد حقیقی از خودش کوچک‌تر است.  
 ۳ هر عدد حقیقی از خودش کوچک‌تر است.  
 ۴ مربع برخی از اعداد حقیقی از خود عدد کوچک‌تر است.

۵۸- نقیض کدام یک از گزاره‌های زیر به درستی بیان نشده است؟

۸ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۵ و ۱۶) (آزمون کانون ۹۵)

- ۱ گزاره: «هر مربع، یک لوزی است.» - نقیض گزاره: «مربعی وجود دارد که لوزی نیست.»  
 ۲ گزاره: «مستطیلی وجود دارد که مربع نیست.» - نقیض گزاره: «هر مستطیل، یک مربع است.»  
 ۳ گزاره: «مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب  $360^\circ$  است.» - نقیض گزاره: «چهارضلعی محدبی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن بیش‌تر از  $360^\circ$  است.»  
 ۴ گزاره: «مجموع زوایای داخلی هر مثلث  $180^\circ$  است.» - نقیض گزاره: «مثلثی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن  $180^\circ$  نیست.»

۵۹- نقیض گزاره سوری  $\forall x \in (-\infty, 0); x + \frac{1}{x} \leq -2$  کدام است؟

۹ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۵ و ۱۶) (آزمون کانون ۱۸ آبان ۹۷)

- ۱  $\exists x \in (-\infty, 0); x + \frac{1}{x} > -2$  (۱)  
 ۲  $\exists x \in (-\infty, 0); x + \frac{1}{x} > 2$  (۲)  
 ۳  $\exists x \in (0, +\infty); x + \frac{1}{x} > -2$  (۳)  
 ۴  $\exists x \in (0, +\infty); x + \frac{1}{x} > 2$  (۴)

۶۰- نقیض گزاره  $\forall x \in \mathbb{R}; x > 0 \Rightarrow x^2 > 0$  کدام است؟

۱۰ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

- ۱  $\forall x \in \mathbb{Z}; x^2 > 0 \Rightarrow x > 0$  (۱)  
 ۲  $\forall x \in \mathbb{Z}; x \leq 0 \Rightarrow x^2 > 0$  (۲)  
 ۳  $\exists x \in \mathbb{R}; (x > 0) \wedge (x^2 \leq 0)$  (۳)  
 ۴  $\exists x \in \mathbb{R}; (x \leq 0) \wedge (x^2 > 0)$  (۴)

۶۱- نقیض گزاره  $\forall x \in \mathbb{R}; (x^2 > 0) \vee (x \leq 0)$  کدام است؟

۱۱  $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq 0 \vee x > 0$  (۱)

۱۲  $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 > 0 \wedge x > 0$  (۳)

۶۲- ارزش کدام گزاره سوری درست است؟

۱۲  $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 \geq x$  (۱)

۱۳  $\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 4}{x - 2} = x + 2$  (۳)

۶۳- اگر  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، دامنه متغیر گزاره‌ها باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

۱۳  $\exists x \in A; x^2 + 5x - 6 = 0$  (۲)

۱۳  $\forall x \in A; \frac{x^2 - 4}{x + 2} = x - 2$  (۱)

۱۴  $\exists x \in A; x^2 \leq x$  (۴)

۱۴  $\forall x \in A; |3 - x| < 2$  (۳)

۶۴- نقیض گزاره  $\exists x \in \mathbb{Z}; \left(\frac{x+1}{x-1} = 0\right) \wedge (x \neq 1)$  به کدام صورت است؟

۱۴  $\forall x \in \mathbb{Z}; \left(\frac{x+1}{x-1} \neq 0\right) \vee (x = 1)$  (۲)

۱۴  $\forall x \in \mathbb{Z}; \left(\frac{x+1}{x-1} = 0\right) \wedge (x = 1)$  (۱)

۱۴  $\exists x \in \mathbb{Z}; \left(\frac{x+1}{x-1} \neq 0\right) \wedge (x = \pm 1)$  (۴)

۱۴  $\exists x \in \mathbb{Z}; \left(\frac{x+1}{x-1} \neq 0\right) \vee (x = 1)$  (۳)

۶۵- نقیض گزاره  $\exists n \in \mathbb{N}; ((2^n)^2 + 1) \in P$  چه ارزشی دارد و به چه صورت نوشته می‌شود؟ (P مجموعه اعداد اول است).

۱۵  $\exists n \in \mathbb{N}; ((2^n)^2 + 1) \notin P$  نادرست (۲)

۱۵  $\forall n \in \mathbb{N}; ((2^n)^2 + 1) \notin P$  درست و (۱)

۱۵  $\forall n \in \mathbb{N}; ((2^n)^2 + 1) \notin P$  نادرست (۴)

۱۵  $\exists n \in \mathbb{N}; ((2^n)^2 + 1) \notin P$  درست و (۳)

۶۶- ارزش گزاره  $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 \geq x$  ... می‌باشد و نقیض آن به صورت ... است.

۱۶  $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 < x$  درست، (۲)

۱۶  $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq x$  نادرست، (۱)

۱۶  $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq x$  درست، (۴)

۱۶  $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 < x$  نادرست، (۳)

۶۷- نقیض گزاره  $(\forall x; p(x)) \wedge (\exists x; q(x))$  کدام است؟

۱۷  $(\forall x; \sim p(x)) \wedge (\exists x; \sim q(x))$  (۲)

۱۷  $(\exists x; \sim p(x)) \vee (\forall x; \sim q(x))$  (۱)

۱۷  $(\forall x; \sim p(x)) \vee (\exists x; \sim q(x))$  (۴)

۱۷  $(\exists x; p(x)) \wedge (\forall x; q(x))$  (۳)

۶۸- کدام گزینه، گزاره  $\forall x \in P - \{2, 3\}; (x = 6k + 1) \vee (x = 6k - 1)$  را بیان می‌کند؟ (P مجموعه اعداد اول و k عددی طبیعی است.)

۱۸ (۱) هر عدد اول بزرگتر از ۳ به صورت  $6k + 1$  یا  $6k - 1$  است.

(۲) اگر عددی به صورت  $6k + 1$  یا  $6k - 1$  باشد عددی اول غیر از ۲ و ۳ است.

(۳) مقداری مانند k در مجموعه اعداد طبیعی وجود دارد، طوری که  $6k + 1$  یا  $6k - 1$ ، عدد اول و بزرگتر از ۳ باشد.

(۴) اگر عددی عضو مجموعه اعداد اول غیر از ۲ و ۳ باشد، آنگاه قطعاً ۶ برابرش به علاوه یا منهای یک، عدد اول است.

۶۹- اگر A مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی باشد، کدام یک از گزاره‌های سوری زیر نادرست است؟

۱۹  $\forall x \in A, \exists y \in A; x < y$  (۲)

۱۹  $\forall x \in A, \exists y \in A; x \geq y$  (۱)

۱۹  $\exists x \in A, \forall y \in A; |x - y| \leq 4$  (۴)

۱۹  $\exists x \in A, \forall y \in A; x + y \geq 10$  (۳)

۷۰- کدام گزاره زیر نشان می‌دهد که عددهای طبیعی بزرگترین عضو ندارند؟

۲۰  $\forall x \in \mathbb{N}; \exists y \in \mathbb{N}; x < y$  (۲)

۲۰  $\exists x \in \mathbb{N}; \forall y \in \mathbb{N}; x < y$  (۱)

۲۰  $\forall x \in \mathbb{N}; \exists y \in \mathbb{N}; x < y$  (۴)

۲۰  $\exists x \in \mathbb{N}; \exists y \in \mathbb{N}; x < y$  (۳)

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

$\exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq 0 \wedge x > 0$  (۲)

$\exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq 0 \wedge x \leq 0$  (۴)

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

$\forall x \in \mathbb{R}; \cos x \times \tan x = \sin x$  (۲)

$\forall x \in \mathbb{R}; x^2 + 2 \neq 0$  (۴)

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶) (آزمون کانون ۲۰ مهر ۹۷)

$\exists x \in A; x^2 + 5x - 6 = 0$  (۲)

$\exists x \in A; x^2 \leq x$  (۴)

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

$\forall x \in \mathbb{Z}; \left(\frac{x+1}{x-1} \neq 0\right) \vee (x = 1)$  (۲)

$\exists x \in \mathbb{Z}; \left(\frac{x+1}{x-1} \neq 0\right) \wedge (x = \pm 1)$  (۴)

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶) (آزمون کانون ۱۸ آبان ۹۶)

$\exists n \in \mathbb{N}; ((2^n)^2 + 1) \notin P$  نادرست (۲)

$\forall n \in \mathbb{N}; ((2^n)^2 + 1) \notin P$  نادرست (۴)

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶) (آزمون کانون ۱۷ آذر ۹۶)

$\forall x \in \mathbb{R}; x^2 < x$  درست، (۲)

$\exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq x$  درست، (۴)

(آمار و احتمال - مرتبط با مثال صفحه ۱۶)

$(\forall x; \sim p(x)) \wedge (\exists x; \sim q(x))$  (۲)

$(\forall x; \sim p(x)) \vee (\exists x; \sim q(x))$  (۴)

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶) (آزمون کانون ۱۹ آبان ۹۶)

$\forall x \in A, \exists y \in A; x < y$  (۲)

$\exists x \in A, \forall y \in A; |x - y| \leq 4$  (۴)

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

$\forall x \in \mathbb{N}; \exists y \in \mathbb{N}; x < y$  (۲)

$\forall x \in \mathbb{N}; \exists y \in \mathbb{N}; x < y$  (۴)

## مجموعه - زیر مجموعه: تعریف مجموعه و تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه

## مجموعه

**تعریف:** بیان و نمایش دسته‌ای از اشیای مشخص (عضویت این اشیا در مجموعه کاملاً معین باشد) و متمایز را **مجموعه** می‌گویند.  
به طور مثال:

$$A = \{۲, ۳, ۵, ۷\} \quad B = \{a, b, c, d\} \quad C = \{\alpha, \beta, \gamma, \theta\} \quad D = \{1, ۲, ۳, \dots\}$$

## توجه

تکرار یا جابه‌جایی اعضای یک مجموعه، مجموعه جدیدی ایجاد نمی‌کند:  
 $\{a, b\} = \{b, a\}$   
 $\{a, a\} = \{a\}$

**عضویت در مجموعه:** به هر یک از عناصر یک مجموعه، عضو آن مجموعه گفته می‌شود و اگر  $a$  عضوی از مجموعه  $A$  باشد، در این صورت به شکل  $a \in A$  نمایش داده می‌شود و اگر  $a$  به مجموعه  $A$  تعلق نداشته باشد، به صورت  $a \notin A$  نمایش می‌دهند.  
به طور مثال اگر  $A = \{1, \{1\}, ۲\}$  مفروض باشد می‌توان نوشت:

$$1 \in A, \{1\} \in A, \{\{1\}\} \notin A, \{1, ۲\} \notin A, ۲ \in A$$

**مجموعه تهی:** مجموعه‌ای را که هیچ عضوی نداشته باشد **مجموعه تهی** گویند و آن را با نماد  $\emptyset$  یا  $\{\}$  نمایش می‌دهند.

## زیر مجموعه

**تعریف:** مجموعه  $A$  را زیرمجموعه  $B$  می‌نامند، اگر هر عضو که در مجموعه  $A$  انتخاب کنیم در مجموعه  $B$  نیز قرار داشته باشد و آن را با نماد  $A \subseteq B$  نمایش می‌دهند؛ به عبارت دیگر:

$$(\forall x \in A \Rightarrow x \in B) \Leftrightarrow A \subseteq B$$

و اگر عضوی در مجموعه  $A$  پیدا شد که در مجموعه  $B$  قرار نداشته باشد،  $A$  زیرمجموعه  $B$  نیست و آن را با نماد  $A \not\subseteq B$  نشان می‌دهند.

$$\text{پس } \{a, b\} \subseteq \{a, b, c, d\} \text{ ولی } \{a, e\} \not\subseteq \{a, b, c, d\}$$

## نکته

(۱) تهی زیرمجموعه تمام مجموعه‌ها است:  $\emptyset \subseteq A$

(۲) هر مجموعه‌ای زیرمجموعه خودش است:  $A \subseteq A$

(۳) اگر  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq C$  آنگاه  $A \subseteq C$

(۴) دو مجموعه  $A$  و  $B$  با یکدیگر برابرند اگر و فقط اگر  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq A$ .  $(A = B \Leftrightarrow A \subseteq B, B \subseteq A)$

(۵) اگر مجموعه‌ای  $n$  عضو داشته باشد، تعداد زیرمجموعه‌های آن برابر  $۲^n$  است.

(۶) تعداد زیرمجموعه‌های  $k$  عضوی یک مجموعه  $n$  عضوی برابر  $\binom{n}{k}$  است.

(۷) تعداد زیرمجموعه‌های  $k$  عضوی یک مجموعه  $n$  عضوی که شامل عضو به‌خصوصی باشد برابر  $\binom{n-1}{k-1}$  است.

(۸) تعداد زیرمجموعه‌های  $k$  عضوی یک مجموعه  $n$  عضوی که فاقد عضو به‌خصوصی باشد برابر  $\binom{n-1}{k}$  است.

(۹) تعداد زیرمجموعه‌های  $k$  عضوی یک مجموعه  $n$  عضوی که شامل عضو  $x$  و فاقد عضو  $y$  است برابر  $\binom{n-1-1}{k-1}$  است.



پیمانه ۵

تعریف مجموعه و تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۱۹)

۷۱- مجموعه  $A = \{\{1, \{1\}\}, \{\{1, \emptyset\}, \{\emptyset, 1, \{\}\}\}, \{\{1, \{\}\}\}$  چند عضو دارد؟

- ۱) ۳      ۲) ۴      ۳) ۵      ۴) ۲

۷۲- فرض کنید  $A, B, C$  زیرمجموعه‌های مجموعه  $S = \{1, 2, 3\}$  باشند، به‌گونه‌ای که  $A \subseteq B, B \subseteq C, 1 \notin A, 2 \notin B, 3 \notin C$ .

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۱۹) (آزمون کانون ۴ آبان ۹۷)

۲ کدام گزینه الزاماً صحیح است؟

- ۱)  $A = \{3\}$       ۲)  $B = \{1\}$       ۳)  $A = \emptyset$       ۴)  $C = \{1, 2\}$

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۱۹)

۷۳- اگر  $A = \{a\}, B = \{a, \{a\}\}$  و  $C = \{\{a\}, \{a, \{a\}\}\}$  باشند، کدام رابطه نادرست است؟

- ۱)  $A \in B$       ۲)  $B \in C$       ۳)  $\{\{a\}\} \notin B$       ۴)  $\{\{a, \{a\}\}\} \in C$

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۱۹) (آزمون کانون ۹۵)

۷۴- اگر  $A = \{2\}, B = \{3, 5, \{2\}\}$  و  $C = \{\{\{2\}, 3, 5\}, 2\}$  باشند، کدام گزینه نادرست است؟

- ۱)  $A \in B$       ۲)  $A \in C$       ۳)  $B \in C$       ۴)  $A \subseteq C$

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۱۹)

۷۵- اگر  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$  مفروض باشد، کدام گزینه نادرست است؟

- ۱)  $\forall x \in A \Rightarrow x \subseteq A$       ۲)  $\forall x \subseteq A \Rightarrow x \in A$

- ۳)  $\forall x, y \in A \Rightarrow x \in y \vee y \in x$       ۴)  $\forall x, y \in A \Rightarrow x \subseteq y \vee y \subseteq x$

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱) (سراسری ریاضی ۹۱)

۷۶- چند زیرمجموعه از مجموعه  $\{a, b, \{b, a\}, \{a, b\}\}$  عضو  $\{a, b\}$  را ندارند؟

- ۱) ۸      ۲) ۶      ۳) ۴      ۴) ۱۲

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱) (سراسری ریاضی ۸۹)

۷۷- اگر  $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}, B = \{a, b\}$  و  $A - \{B\}$  مجموعه  $A$  چند زیرمجموعه غیرتهی دارد؟

- ۱) ۳      ۲) ۷      ۳) ۶      ۴) ۱۵

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱) (سراسری ریاضی خارج از کشور ۸۹)

۷۸- اگر  $A = \{a, b, \{a\}, \{b\}\}$  باشد، مجموعه  $A - \{A\}$  چند زیرمجموعه غیرتهی دارد؟

- ۱) ۳      ۲) ۶      ۳) ۷      ۴) ۱۵

۷۹- مجموعه  $A$ ،  $\emptyset$  عضو بیشتر از مجموعه  $A'$  دارد. خارج قسمت یا تفاضل تعداد زیرمجموعه‌های این دو مجموعه کدام است؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱) (سراسری ریاضی ۸۶)

۱) خارج قسمت ۲۵      ۲) خارج قسمت ۳۲

۳) تفاضل ۲۵      ۴) تفاضل ۳۲

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱) (سراسری ریاضی ۸۲)

۸۰- مجموعه  $\{a, b, \{a\}, \{b\}\}$  دارای چند زیرمجموعه شامل عضو  $a$  می‌باشد؟

- ۱) ۴      ۲) ۸      ۳) ۱۰      ۴) ۱۲

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۸۱- اگر دو عضو از اعضای مجموعه  $A$  را حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۳۸۴ واحد کم می‌شود.  $A$  چند عضو دارد؟

- ۱) ۹      ۲) ۱۰      ۳) ۱۱      ۴) ۱۲

۸۲- مجموعه  $A$  دارای  $n$  عضو است. اگر دو عضو متمایز به  $A$  اضافه کنیم، تعداد ۹۶ زیرمجموعه به تعداد زیرمجموعه‌های  $A$  اضافه می‌شود.

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۱۲ کدام است  $n$ ؟

- ۱) ۴      ۲) ۵      ۳) ۶      ۴) ۷

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۲۰)

۸۳- تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی از مجموعه  $\{a, b, c, d, e, f\}$  که شامل عضو  $a$  باشد، کدام است؟

- ۱) ۸      ۲) ۱۰      ۳) ۱۲      ۴) ۱۵

۸۴- تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی یک مجموعه  $n$  عضوی برابر تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی آن است. این مجموعه چند زیرمجموعه  $\emptyset$  دارد؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۲۰)

- ۱) ۱۰      ۲) ۱۵      ۳) ۲۱      ۴) ۲۸

۸۵- اگر  $A$  مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی باشد، آنگاه  $A$  چند زیرمجموعه  $\emptyset$  عضوی دارد به طوری که شامل ۲ و ۱ باشند ولی شامل ۳ و ۴ نباشند؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

- ۱) ۱۰      ۲) ۱۵      ۳) ۲۰      ۴) ۲۱

- ۸۶- اگر  $A$  مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی باشد، چند زیر مجموعه برای  $A$  می توان نوشت به طوری که هر کدام شامل همگی اعداد اول یک رقمی باشند؟ (۱۶)
- (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه های ۲۰ و ۲۱)
- |         |        |        |        |
|---------|--------|--------|--------|
| ۱۲۸ (۱) | ۱۶ (۲) | ۶۴ (۳) | ۳۲ (۴) |
|---------|--------|--------|--------|
- ۸۷- چند زیرمجموعه از اعداد طبیعی یک رقمی می توان ساخت به طوری که حداقل یک عدد اول یک رقمی در آنها وجود داشته باشد؟ (۱۷)
- (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۲۰)
- |         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|
| ۳۸۴ (۱) | ۴۴۸ (۲) | ۴۸۰ (۳) | ۵۱۲ (۴) |
|---------|---------|---------|---------|
- ۸۸- مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  چند زیرمجموعه دارد که مجموع کوچک ترین و بزرگ ترین عضو آن ۸ باشد؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۲۰)
- |         |        |        |        |
|---------|--------|--------|--------|
| ۱۲۸ (۱) | ۴۳ (۲) | ۶۴ (۳) | ۳۲ (۴) |
|---------|--------|--------|--------|
- ۸۹- مجموعه  $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  چند زیرمجموعه ۵ عضوی دارد که تفاضل بزرگ ترین و کوچک ترین عضو آن ۷ باشد؟ (۱۹)
- (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه های ۲۰ و ۲۱)
- |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|
| ۳۲ (۱) | ۶۰ (۲) | ۶۴ (۳) | ۵۰ (۴) |
|--------|--------|--------|--------|
- ۹۰- اگر به تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه  $2n$  عضوی  $A$ ، ۴ واحد اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه  $n+2$  عضوی به دست می آید. مجموعه اولیه چند زیرمجموعه غیر تهی دارد؟ (۲۰)
- (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه های ۲۰ و ۲۱)
- |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| ۴ (۱) | ۲ (۲) | ۳ (۳) | ۸ (۴) |
|-------|-------|-------|-------|



آمار و احتمال: صفحه های ۲۲ و ۲۳ کتاب درسی

### مجموعه - زیر مجموعه: نمایش مجموعه ها

#### نمایش مجموعه ها

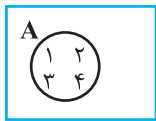
هر مجموعه را می توان به سه صورت نمایش داد: (۱) نمایش مجموعه با اعضا، (۲) نمایش مجموعه با نمادهای ریاضی، (۳) نمایش هندسی مجموعه (نمودار ون)

(۱) نمایش مجموعه با اعضا: در این نوع نمایش، تمامی اعضا در  $\{ \}$  قرار می گیرند. اگر تعداد اعضا زیاد باشد و بین آنها نظم خاصی برقرار باشد، چند عضو ابتدایی و انتهایی را نوشته و بین آنها سه نقطه قرار می دهند. به طور مثال اعداد طبیعی زوج کم تر از ۲۰ به صورت زیر نمایش داده می شود.

$$A = \{2, 4, 6, \dots, 20\}$$

(۲) نمایش مجموعه با نمادهای ریاضی (گزاره نما): در این نوع نمایش، به جای نوشتن تک تک اعضای آنها را با نمادهای ریاضی و با استفاده از گزاره نما نمایش می دهند. به عنوان مثال مجموعه بالا را به صورت زیر نمایش می دهند:

$$A = \{2k \mid 1 \leq k \leq 10, k \in \mathbb{N}\}$$



(۳) نمایش هندسی مجموعه (نمودار ون): در این نوع نمایش، اعضا را در داخل یک شکل هندسی، مانند مستطیل، دایره و ... قرار می دهند. به طور مثال مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  به صورت مقابل نمایش داده می شود.

اعضای مجموعه های زیر را که به صورت گزاره نما بیان شده است نمایش داده ایم:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 4\} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$B = \{m \in \mathbb{Z} \mid |m| \leq 3, 2^m \leq 6\} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$C = \{2^n \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 4\} = \{2, 4, 8, 16\}$$

$$D = \{q \in \mathbb{Z} \mid 84 - 9q > 0\} = \{\dots, -1, 0, 1, 2, \dots, 7, 8, 9\}$$

مجموعه  $D$  شامل اعداد صحیحی است که باعث می شوند  $84 - 9q > 0$  شود. (دامنه عبارت)

$$84 - 9q > 0 \rightarrow 9q < 84 \rightarrow q < \left\lfloor \frac{84}{9} \right\rfloor = 9$$

$$E = \{84 - 9q > 0 \mid q \in \mathbb{Z}\} = \{3, 12, 21, \dots\}$$

مجموعه E شامل اعداد صحیحی است که به صورت  $84 - 9q > 0$  نوشته می‌شوند (برد عبارت)؛ پس باید اعضای D را در عبارت مجموعه E قرار داد تا حاصل عبارت که همان برد است به دست آید.

$$F = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 2x - 1 = 0\} = \{1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}\}$$

$$G = \{5k + 3 \mid k \in \mathbb{W}\} = \{3, 8, 13, 18, \dots\}$$



بیمانه ۶

نمایش مجموعه‌ها

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۲۳)

۹۱- کدام مجموعه با سایرین متفاوت است؟

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - x \neq 0\} \quad (۲)$$

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid |x| > 1\} \quad (۱)$$

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{2-x}{x+1} \leq 0\} \quad (۴)$$

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 2x > 0\} \quad (۳)$$

۹۲- دو مجموعه  $A = \{1, 2\}$  و  $B = \{m, m^2 + m, -m^2 + 2m\}$  مساوی یکدیگرند. m چند مقدار متمایز می‌تواند داشته باشد؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۲۳) (آزمون کانون ۴ آبان ۹۷)

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

۹۳- اگر  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 3x \leq 0\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 3\}$  باشد، چند مجموعه مانند X می‌توان نوشت به طوری که  $X \subseteq B$  و  $X \subseteq A$  باشد؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۲۲)

۴) ۳۲

۳) ۶۴

۲) ۸

۱) ۱۶

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۲۳)

۹۴- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid 2 < x^2 < 5\} - \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\} = \{-2\} \quad (۲)$$

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 5\} = \emptyset \quad (۱)$$

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid 1 < x \leq 4\} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 4\} \cup \{3, 4\} \quad (۴)$$

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x \leq 1\} = \{0, 1\} \quad (۳)$$

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۲۳)

۹۵- مجموعه  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 3x - 10 \leq 0\}$  چند عضو دارد؟

۴) ۴

۳) ۸

۲) ۶

۱) ۷

۹۶- اگر  $A = \{1, 2\}$  باشد، آنگاه چه تعداد از مجموعه‌های  $C = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 2\}$ ،  $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ،  $D = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2x^2 + 3x + 1 = 0\}$  و  $E = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 2\}$  برابر هستند؟

(آمار و احتمال - مرتبط با کادر در کلاس صفحه ۲۳)

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

(آمار و احتمال - مرتبط با تمرین ۴ صفحه ۲۴)

۹۷- کدام یک از مجموعه‌های زیر با مجموعه  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 2x\}$  مساوی است؟

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = x\} \quad (۲)$$

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 2\} \quad (۱)$$

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 + 2x = 3x^2\} \quad (۴)$$

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 1\} \quad (۳)$$

۹۸- اگر  $A = \{x - y, 3, 2\}$  و  $B = \{x + y, 2\}$  و  $A = B$ ، آنگاه xy کدام گزینه می‌تواند باشد؟

(آمار و احتمال - مرتبط با تمرین ۷ صفحه ۲۵) (آزمون کانون ۱۹ آبان ۹۶)

۴)  $\frac{15}{16}$

۳)  $\frac{25}{16}$

۲)  $\frac{5}{4}$

۱)  $\frac{25}{4}$

۹۹- دو مجموعه  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 2x\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+1| < 4\}$  مفروض‌اند. اگر C مجموعه‌ای متمایز از A و B باشد که  $C \subseteq A$  و  $C \subseteq B$ ، آنگاه C حداکثر چند عضو می‌تواند داشته باشد؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۱۹ و ۲۴) (آزمون کانون ۹۵)

۲) ۲

۱) ۱

۴) ۴

۳) ۳

۱۰۰- اگر دو مجموعه  $A = \{0, 1\}$  و  $B = \{x^2 + 5x^2 + 2x - 8, x\}$  برابر باشند، مجموعه  $C = \{2x - 1, x, 1, x^2\}$  چند عضوی است؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۲۰) (آزمون کانون ۹۵)

۲) ۲

۱) ۱

۴) ۴

۳) ۳



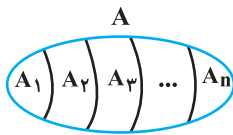
مجموعه - زیر مجموعه: افراز

آمار احتمال  
و ترکیب

آمار و احتمال: صفحه ۲۱

افراز

منظور از افراز یک مجموعه، تقسیم کردن آن مجموعه به زیرمجموعه‌هایی است که دارای سه خاصیت زیر می‌باشند.



- ۱)  $\forall 1 \leq i \leq n; A_i \neq \emptyset$ . تک تک زیرمجموعه‌ها مخالف تهی هستند.
- ۲)  $\forall i, j (i \neq j); A_i \cap A_j = \emptyset$ . زیرمجموعه‌ها با هم اشتراک ندارند.
- ۳)  $\bigcup_{i=1}^n A_i = A$ . اجتماع تمام زیرمجموعه‌ها با مجموعه اصلی برابر باشد.

به‌طور مثال اگر  $A = \{a, b, c\}$  مفروض باشد، افرازهای این مجموعه به صورت زیر است:

افراز یک عضوی:  $\{a, b, c\}$

افراز دو عضوی:  $\{\{a\}\{b, c\}\}$   
 $\{\{b\}\{a, c\}\}$   
 $\{\{c\}\{a, b\}\}$

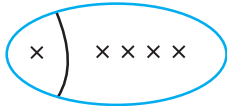
افراز سه عضوی:  $\{\{a\}\{b\}\{c\}\}$

بنابراین یک مجموعه سه عضوی ۵ افراز دارد.

در جدول زیر تعداد افرازهای مجموعه‌های یک تا پنج عضوی را مشاهده می‌کنید. رابطه مستقیمی برای محاسبه تعداد افرازهای یک مجموعه  $n$  عضوی وجود ندارد و باید هر کدام را از طریق حالت‌بندی (مانند مثال بالا) محاسبه کرد.

تعداد اعضای مجموعه	۱	۲	۳	۴	۵	...
تعداد افراز	۱	۲	۵	۱۵	۵۲	...

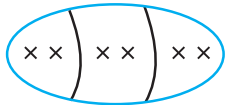
در بعضی از مسائل تعداد افرازهای یک مجموعه با شرایط خاص را می‌خواهند. به‌طور مثال می‌خواهیم بدانیم مجموعه  $A = \{a, b, c, d, e\}$  چند افراز دو عضوی دارد به طوری که یکی از زیرمجموعه‌های آن تک عضوی باشد.



وقتی افراز دو عضوی بخواهد یک زیرمجموعه تک عضوی داشته باشد، زیرمجموعه دیگر، ۴ عضوی خواهد بود:

$$\text{تعداد افرازها} \rightarrow \binom{5}{1} \binom{4}{4} = 5$$

یا می‌خواهیم بررسی کنیم مجموعه ۶ عضوی  $\{a, b, c, d, e, f\}$  چند افراز سه عضوی دارد به طوری که تعداد اعضای زیرمجموعه‌ها با یکدیگر برابر باشند.



$$\text{تعداد افرازها} \rightarrow \frac{\binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2}}{3!} = 15$$

علت ۳! در مخرج این است که سه زیرمجموعه با تعداد اعضای یکسان داریم.



پیمانه ۷

افراز

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۲۱)

۱-۱ کدام گزینه یک افراز برای مجموعه  $\{a, b, c, d\}$  نیست؟

- ۱  $\{\{a\}\{b\}\{c\}\{d\}\}$  ۲  $\{a, b, c\}\{c, d\}$  ۳  $\{a, b\}\{c, d\}$  ۴  $\{a, b, c, d\}$

۱-۲ مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰ را به سه مجموعه  $A$ ،  $B$  و  $C$  افراز کرده‌ایم. اگر  $A = \{1, 3, 5\}$  و  $B = \{7, 9\}$  باشند، در این صورت

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۲۱)

۲ کدام گزینه نادرست است؟

- ۱  $7 \in C$  ۲  $4 \in C$  ۳  $8 \in C$  ۴  $3 \notin C$

۱-۳ مجموعه اعداد طبیعی را به سه مجموعه  $A$ ،  $B$  و  $C$  افراز کرده‌ایم. اگر  $A = \{n : n = 7k + 2, k \in \mathbb{N}\}$  و

۳  $B = \{n : n = 7k - 3, k \in \mathbb{N}\}$ ، کدام دو عدد به یک مجموعه از مجموعه‌های  $A$ ،  $B$  و  $C$  تعلق دارند؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۲۱) (سراسری ریاضی ۸۷)

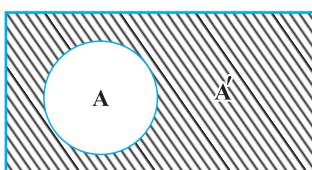
- ۱  $21, 13$  ۲  $23, 13$  ۳  $32, 21$  ۴  $22, 23$

- ۱۰۴- مجموعه اعداد طبیعی را به سه مجموعه  $A$ ،  $B$  و  $C$  افراز کرده‌ایم. اگر  $A = \{n : n = 6k + 1, k \in \mathbb{N}\}$  و  $B = \{n : n = 6k - 1, k \in \mathbb{N}\}$  کدام عدد طبیعی به مجموعه  $C$  تعلق دارد؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۲۱) (سراسری ریاضی ۸۶)
- ۱۱ (۱) ۲۹ (۲) ۳۳ (۳) ۳۷ (۴)
- ۱۰۵- فرض کنید  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -10 \leq x \leq 10\}$  و  $A_n = \{x \in \mathbb{Z} \mid -n \leq x \leq n\}$  باشد. کدام یک از حالت‌های زیر، افزاری برای مجموعه  $A$  است؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۲۱) (آزمون کانون ۱۶ آذر ۹۷)
- ۱)  $A_{10} - A_8, A_7 - A_5, A_4 - A_2$  ۲)  $A_{10} - A_7, A_7 - A_4, A_4 - A_2$
- ۳)  $A_{10} - A_7, A_7 - A_5, A_5 - A_3, A_3 - A_1$  ۴)  $A_{10} - A_8, A_7 - A_4, A_3 - A_1, A_1$
- ۱۰۶- تعداد افزاریهای مجموعه  $\{0, 1, 2, 3\}$  کدام است؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۲۱) (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۰)
- ۶ (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴)
- ۱۰۷- چند افزاری متمایز از مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  وجود دارد که شامل یک مجموعه ۳ عضوی باشد؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۲۱) (آزمون کانون ۴ آبان ۹۷)
- ۵ (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴)
- ۱۰۸- تعداد افزاریهای مجموعه  $A = \{a, b, c, d, e\}$  که شامل فقط یک مجموعه تک عضوی باشد، کدام است؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۲۱)
- ۸ (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴)
- ۱۰۹- یکی از افزاریهای مجموعه  $A$  به صورت  $\{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \{c\}$  است. تعداد افزاریهای مجموعه  $A$  که فاقد مجموعه تک عضوی باشند، کدام است؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۲۱) (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۳)
- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)
- ۱۱۰- مجموعه  $\{a, b, c, d, e\}$  را به چند طریق می‌توان افراز کرد به طوری که  $a$  و  $b$  در یک زیرمجموعه قرار گیرند ولی  $c$  و  $d$  در یک زیرمجموعه قرار نداشته باشند؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه ۲۱)
- ۱۰ (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴)

### قوانین و اعمال بین مجموعه‌ها: جبر مجموعه‌ها

#### جبر مجموعه‌ها

(۱) مجموعه مرجع: مجموعه‌ای را که همه مجموعه‌های مورد بحث زیرمجموعه آن هستند مجموعه مرجع یا مجموعه جهانی می‌گویند و آن را با حروف  $M$  یا  $U$  یا  $S$  نمایش می‌دهند. به طور مثال در بحث مجموعه اعداد زوج یا فرد، مجموعه مرجع را مجموعه اعداد طبیعی یا مجموعه اعداد صحیح می‌توان در نظر گرفت.



(۲) متمم یک مجموعه: فرض کنیم  $A$  مجموعه‌ای با مجموعه مرجع  $U$  باشد. متمم مجموعه  $A$  برابر مجموعه اعضای از  $U$  است که متعلق به مجموعه  $A$  نباشند و آن را با  $A'$  نمایش می‌دهیم.

$$A' = \{x \in U \mid x \notin A\}$$

پس اگر  $x \in A$  باشد، آنگاه  $x \notin A'$  و یا اگر  $x \in A'$  آنگاه  $x \notin A$ .

#### نکات

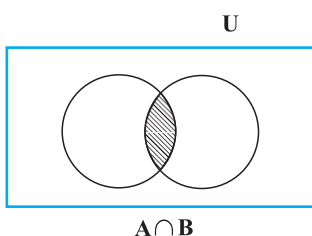
الف)  $(A')' = A$

ب)  $\emptyset' = U$

پ)  $U' = \emptyset$

ت)  $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$

(۳) اشتراک دو مجموعه: منظور از اشتراک دو مجموعه  $A$  و  $B$  که با نماد  $A \cap B$  نمایش می‌دهیم، مجموعه‌ای است که اعضای آن هم متعلق به  $A$  و هم متعلق به  $B$  هستند.

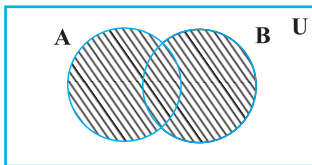


$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B)$$

نکات

- |                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| الف) $A \cap A = A$               | ج) $A \cap B \subseteq A$                                   |
| ب) $A \cap A' = \emptyset$        | چ) $A \cap B \subseteq B$                                   |
| پ) $A \cap U = A$                 | ح) $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$                 |
| ت) $A \cap \emptyset = \emptyset$ | خ) $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = \bigcap_{i=1}^n A_i$ |
| ث) $A \cap B = B \cap A$          |   |



$A \cup B$

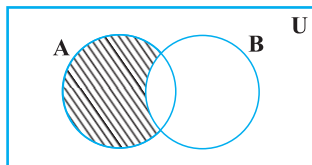
۴) اجتماع دو مجموعه: منظور از اجتماع دو مجموعه  $A$  و  $B$  که با نماد  $A \cup B$  نمایش می‌دهیم، مجموعه‌ای است که اعضای آن متعلق به مجموعه  $A$  یا  $B$  هستند.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B)$$

نکات

- |                           |   |   |
|---------------------------|---|---|
| الف) $A \cup A = A$       | ج) $A \subseteq A \cup B$                   | خ) $A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B$                |
| ب) $A \cup A' = U$        | چ) $B \subseteq A \cup B$                   | د) $A \cap B \subseteq B \subseteq A \cup B$                |
| پ) $A \cup U = U$         | ح) $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$ | ذ) $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^n A_i$ |
| ت) $A \cup \emptyset = A$ |   |   |
| ث) $A \cup B = B \cup A$  |   |   |



$A - B$

۵) تفاضل دو مجموعه: منظور از تفاضل دو مجموعه  $A$  و  $B$  که با نماد  $A - B$  نمایش می‌دهیم، مجموعه‌ای است که اعضای آن در مجموعه  $A$  قرار دارند ولی در مجموعه  $B$  قرار ندارند.

$$A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$

$$x \in A - B \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B)$$

نکات

- |                             |  |   |
|-----------------------------|--|---|
| الف) $A - B = A \cap B'$    | ت) $A - U = \emptyset$                               | خ) $A' - A = A'$                                    |
| ب) $A - B = A - (A \cap B)$ | ج) $A \subseteq B \Leftrightarrow A - B = \emptyset$ | د) $A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow A - B = A$ |
| پ) $A - A = \emptyset$      | چ) $A - B = B - A \Leftrightarrow A = B$             | ذ) $\emptyset - A = \emptyset$                      |
| ت) $A - \emptyset = A$      | ح) $A - A' = A$                                      | ر) $U - A = A'$                                     |

قوانین بین مجموعه‌ها

- |   |                   |  |               |
|---|-------------------|--|---------------|
| ۱) $A \cup B = B \cup A$                            | خاصیت جابه‌جایی   | ۹) $A \cup (A' \cap B) = A \cup B$   | قانون شبه جذب |
| ۲) $A \cap B = B \cap A$                            |                   | ۱۰) $A \cap (A' \cup B) = A \cap B$  |               |
| ۳) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$          | خاصیت شرکت‌پذیری  | ۱۱) $(A \cup B)' = A' \cap B'$   | قانون دمورگان |
| ۴) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$          |                   | ۱۲) $(A \cap B)' = A' \cup B'$   |               |
| ۵) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ | خاصیت توزیع‌پذیری | ۱۳) $A \subseteq B \Rightarrow \begin{cases} A \cup C \subseteq B \cup C \\ A \cap C \subseteq B \cap C \end{cases}$ |               |
| ۶) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ |                   |  |               |
| ۷) $A \cup (A \cap B) = A$                          | قانون جذب         |  |               |
| ۸) $A \cap (A \cup B) = A$                          |                   |  |               |



پیمانه‌های ۸، ۹ و ۱۰

جبر مجموعه‌ها

۱۱۱- اگر  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -n, 2^m \leq n, n \in \mathbb{N}\}$ ، مجموعه  $A_4 \cap A_3$  چند زیرمجموعه دارد؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) (سراسری ریاضی ۸۸)

- ۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۳۶

۱۱۲- اگر  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} \mid |m| \leq n, 2^m \leq 2n, n \in \mathbb{N}\}$ ، مجموعه  $(A_6 - A_4) \cup A_1$  چند عضو دارد؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) (سراسری ریاضی ۹۴)

- ۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۱۳- اگر  $A_i = \{m \in \mathbb{Z} \mid -i \leq m \leq 8-i, i \in \mathbb{N}\}$ ، مجموعه  $\bigcup_{i=1}^8 A_i - \bigcap_{i=1}^8 A_i$  چند عضو دارد؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) (سراسری ریاضی خارج از کشور ۸۷)

- ۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۱۱۴- اگر  $A_n = (-\frac{2}{n}, \frac{n-2}{n})$  به صورت بازه باشد، مجموعه  $(A_3 \cup A_6) - A_3$  برابر کدام بازه است؟ ( $n \in \mathbb{N}$ )

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) (سراسری ریاضی خارج از کشور ۸۶)

- ۱)  $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$  (۲)  $[-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$  (۳)  $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$  (۴)  $[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$

۱۱۵- اگر  $A_i = [-i, \frac{9-i}{2}]$  و  $i \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ ، مجموعه  $(A_3 \cap A_5) - (A_1 \cap A_7)$  برابر کدام بازه است؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) (سراسری ریاضی ۹۲)

- ۱)  $[-2, -1) \cup (1, 2]$  (۲)  $[-2, -1] \cup [1, 2]$  (۳)  $[-1, 1]$  (۴)  $\emptyset$

۱۱۶- اگر  $A_n = (-\frac{2}{n}, \frac{n-2}{n})$  باشد، آنگاه  $\bigcap_{i=4}^8 A_i$  کدام است؟ ( $n, i \in \mathbb{N}$ ) (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۶)

- ۱)  $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$  (۲)  $(-\frac{1}{4}, \frac{2}{3})$  (۳)  $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$  (۴)  $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$

۱۱۷- مجموعه  $(A - B) \cup (B - A)$  همواره با کدام مجموعه برابر است؟

- ۱)  $\emptyset$  (۲)  $A \cap B$  (۳)  $A \cup B$  (۴)  $(A \cup B) - (A \cap B)$

۱۱۸- مجموعه  $(A - B)' \cap (A \cup B) \cap A'$  همواره برابر با کدام مجموعه است؟

- ۱)  $B - A$  (۲)  $B$  (۳)  $\emptyset$  (۴)  $A'$

۱۱۹- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیرتهی باشند، مجموعه  $[A \cup (A \cap B)]' \cap [(B \cap A) \cup (B - A)]$  همواره برابر با مجموعه کدام است؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) (سراسری ریاضی ۸۹)

- ۱)  $A' - B'$  (۲)  $(A - B)'$  (۳)  $A'$  (۴)  $\emptyset$

۱۲۰- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند،  $A' - B$  همواره برابر با کدام مجموعه است؟

- ۱)  $A - B'$  (۲)  $A' \cap B$  (۳)  $A' \cup B$  (۴)  $B' - A$

۱۲۱- اگر  $A, B, C$  سه مجموعه غیرتهی باشند به طوری که  $A \subseteq B$ ، مجموعه  $[A \cap (B - C)] - (A \cap B \cap C)$  کدام است؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) (سراسری ریاضی ۹۰)

- ۱)  $A - C$  (۲)  $A \cap C$  (۳)  $A$  (۴)  $B$

۱۲۲- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیرتهی باشند،  $(A - B) - (B - A)$  همواره برابر با کدام مجموعه است؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۱)

- ۱)  $B'$  (۲)  $\emptyset$  (۳)  $A \cap B$  (۴)  $A - B$

۱۲۳- متمم مجموعه  $C \cup A' \cup B'$  نسبت به مجموعه مرجع (جهانی)، با کدام مجموعه برابر نیست؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) (سراسری ریاضی خارج از کشور ۸۹)

۱۳

(۱) $(A \cap B) - (A \cap C)$	(۲) $(A - C) \cup (B - C)$
(۳) $A \cap (B - C)$	(۴) $(A \cap B) - C$

۱۲۴- متمم مجموعه  $(B - A)' - A$  نسبت به مجموعه مرجع (جهانی) کدام است؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) (سراسری ریاضی خارج از کشور ۸۸)

۱۴

(۱) $A \cup B$	(۲) $A \cap B$	(۳) $A$	(۴) $B$
----------------	----------------	---------	---------

۱۲۵- اگر  $A \cap B = A - B$  باشد، کدام نتیجه‌گیری درست است؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۱۵

(۱) $A = \emptyset$	(۲) $B = \emptyset$	(۳) $B \subseteq A$	(۴) $A \subseteq B$
---------------------	---------------------	---------------------	---------------------

۱۲۶- دو مجموعه غیر تهی هستند. اگر  $A - B = B - A$  باشد، آنگاه کدام درست است؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۱۶

(۱) $A = B$	(۲) $A = B'$	(۳) $A \subseteq B'$	(۴) $B' \subseteq A$
-------------	--------------	----------------------	----------------------

۱۲۷- اگر  $A \cup B = A \cap C$  باشد، کدام نتیجه‌گیری همواره درست است؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۱۷

(۱) $B \subseteq A$	(۲) $A = \emptyset \vee B = \emptyset$	(۳) $A = B$	(۴) $A' \cap B' = \emptyset$
---------------------	--	-------------	------------------------------

۱۲۸- اگر  $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$  باشد، کدام مورد صحیح است؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۱۸

(۱) $A \subseteq C$	(۲) $A \subseteq B$	(۳) $B \subseteq C$	(۴) $C \subseteq B$
---------------------	---------------------	---------------------	---------------------

۱۲۹- اگر  $A \cup (B - A) = B$  باشد، کدام مورد صحیح است؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) (سراسری ریاضی خارج از کشور ۸۶)

۱۹

(۱) $A \subseteq B$	(۲) $A = B$	(۳) $A = \emptyset$	(۴) $B = \emptyset$
---------------------	-------------	---------------------	---------------------

۱۳۰- اگر  $A \cup B = A - B$ ، کدام نتیجه‌گیری درست است؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۲۰

(۱) $A \subseteq B$	(۲) $A = B$	(۳) $A = \emptyset$	(۴) $B = \emptyset$
---------------------	-------------	---------------------	---------------------

۱۳۱- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیر تهی باشند، حاصل  $A - [B - (A \cap B)]$  همواره برابر کدام مجموعه است؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۱

(۱) $A$	(۲) $B$	(۳) $A \cap B$	(۴) $B - A = B$
---------	---------	----------------	-----------------

۱۳۲- دو مجموعه جدا از هم هستند و  $B \cup C \subseteq A$  است. مجموعه  $[(A \cap B) - (A \cap C)] \cup [(A \cap C) - (A \cap B)]$  همواره

۲ برابر کدام مجموعه است؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

(۱)  $A$  (۲)  $\emptyset$  (۳)  $B \cup C$  (۴)  $A \cup B$

۱۳۳- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه ناتهی باشند به طوری که  $A - B = A$ ، کدام رابطه لزوماً درست نیست؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۳

(۱) $B \subseteq A'$	(۲) $B' \subseteq A$	(۳) $A \cap B = \emptyset$	(۴) $A \subseteq B'$
----------------------	----------------------	----------------------------	----------------------

۱۳۴- اگر  $A \subseteq B$  باشد، متمم مجموعه  $(A \cap B) \cup (A \cap B') \cup (B \cap A')$  همواره کدام است؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۴

(۱) $A$	(۲) $B$	(۳) $A'$	(۴) $B'$
---------	---------	----------	----------

۱۳۵- حاصل  $[(A \cap B) - C] - (A \cup B)$  همواره کدام است؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۵

(۱) $(A \cup B)$	(۲) $A \cap B$	(۳) $\emptyset$	(۴) $A - C$
------------------	----------------	-----------------	-------------

۱۳۶- حاصل  $[A - (A - B)] \cup (A \cap B)'$  همواره کدام است؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۶

(۱) $A - B$	(۲) $A'$	(۳) $B'$	(۴) $U$
-------------	----------	----------	---------

۱۳۷- حاصل عبارت  $[(A \cup B) - (A \cap B)] \cap (A' \cap B')$  همواره کدام است؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۷

(۱) $A \cap B$	(۲) $\emptyset$	(۳) $(A - B) \cup A$	(۴) $(A \cup B) - A$
----------------	-----------------	----------------------	----------------------

- ۱۳۸- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیر تهی باشند و  $A \cap B' = B \cap A'$ ، مجموعه  $(A - B) \cup (B - A) - A$  کدام است؟  
 (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۰) ۸
- ۱۳۹- اگر  $B' \subseteq A'$  باشد، مجموعه  $[(A \cup B) - (A \cap B)] \cup (A \cap B)$  همواره برابر کدام است؟  
 (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) ۹
- ۱۴۰- اگر  $A$ ،  $B$  و  $C$  سه مجموعه دلخواه باشند، حاصل  $(A - B') \cup (A - C') \cup [A - (B \cup C)]$  همواره برابر کدام است؟  
 (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) (آزمون کانون ۸ دی ۹۱) ۱۰
- ۱۴۱- اگر  $A \cap B = A$  باشد، کدام یک از روابط زیر لزوماً درست نیست؟  
 (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) ۱۱
- ۱۴۲- اگر  $A \cup B' = \emptyset$ ، کدام گزینه درست است؟ ( $U$  مجموعه مرجع است.)  
 (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) ۱۲
- ۱۴۳- اگر در مجموعه‌ها  $A' \cup B = A' \cap B'$ ، کدام گزینه درست است؟  
 (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) ۱۳
- ۱۴۴- متمم مجموعه  $(A - B') \cup A$  نسبت به مجموعه مرجع کدام است؟  
 (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) ۱۴
- ۱۴۵- اگر  $A$ ،  $B$  و  $C$  مجموعه‌هایی دلخواه باشند، حاصل  $(A - (B \cup C)) \cup (A \cap (B - C))$  کدام است؟  
 (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) (آزمون کانون ۱۶ آذر ۹۷) ۱۵
- ۱۴۶- اگر  $A$ ،  $B$  و  $C$  مجموعه‌هایی دلخواه باشند، حاصل  $(A \cap B' \cap C) \cup (A \cap C') \cup B$  همواره برابر کدام است؟  
 (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) (آزمون کانون ۱۸ آبان ۹۷) ۱۶
- ۱۴۷- اگر  $(A \cup B) \cap B \subseteq C$  باشد، حاصل  $(B \cap C) \cup (B' \cup C)' \cup (C - B)$  کدام است؟  
 (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) (آزمون کانون ۲ آذر ۹۷) ۱۷
- ۱۴۸- متمم مجموعه  $[(A \cup B) - (A \cap B)]$  نسبت به مجموعه مرجع کدام است؟  
 (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) ۱۸
- ۱۴۹- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند، حاصل عبارت  $[A - (A \cap B')] \cup [B \cup (A' \cap B)]$  همواره برابر کدام است؟  
 (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) (آزمون کانون ۱۶ آذر ۹۷) ۱۹
- ۱۵۰- متمم مجموعه  $[(A - B) - (B - A)] \cap [(B - A) - (A - B)]$  نسبت به مجموعه مرجع کدام است؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) ۲۰
- ۱۵۱- مجموعه  $[(A \cap B) \cup (A \cap B') \cup (B \cap A)']$  همواره برابر کدام مجموعه است؟ (آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) ۱

۱۵۲- حاصل  $[(B \cap A) \cup B] \cap A'$  همواره برابر کدام مجموعه است؟

- ۱)  $A \cup B'$       ۲)  $A \cap B$       ۳)  $A - B'$       ۴)  $\emptyset$

۱۵۳- برای دو مجموعه متمایز  $A$  و  $B$ ، اگر  $A \subseteq B$  و  $A' \subseteq B$ ، آن گاه کدام یک از مجموعه‌های زیر همواره تهی است؟

(آمار و احتمال - مرتبط با صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴) (آزمون کنون آذر ۹۷)

- ۱)  $A \cap B'$       ۲)  $A \cap B$       ۳)  $B - (A' \cap B')$       ۴)  $B - (A \cup B')$

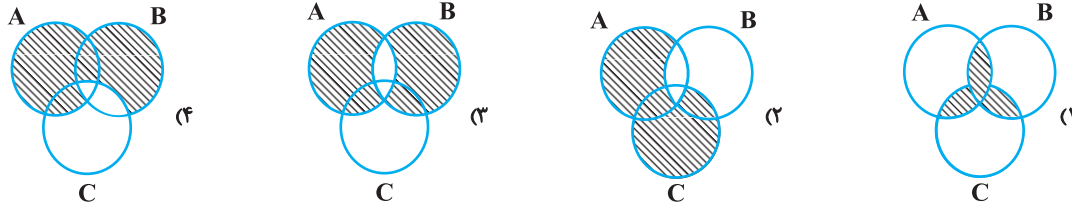
۱۵۴- متمم مجموعه  $(A - B)' \cap (A \cup B) \cap A'$  نسبت به مجموعه مرجع همواره برابر کدام است؟

- ۱)  $A \cup B'$       ۲)  $A - B$       ۳)  $B - A$       ۴)  $A \cap B'$

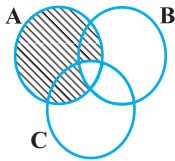
۱۵۵- اگر  $A \subseteq B \subseteq C$ ، مجموعه  $(A \cup B) \cap (A \cup C)$  همواره برابر کدام است؟

- ۱)  $B$       ۲)  $B'$       ۳)  $A$       ۴)  $A'$

۱۵۶- نمایش هندسی مجموعه  $(A - B) \cup (B - C)$  کدام است؟



۱۵۷- قسمت هاشور خورده در شکل مقابل مربوط به کدام مجموعه است؟



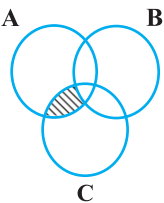
- ۱)  $(A \cap C) - B$

- ۲)  $A - (B \cap C)$

- ۳)  $A - (B \cup C)$

- ۴)  $B - (A \cap C)$

۱۵۸- نمودار ون مقابل مربوط به کدام مجموعه است؟



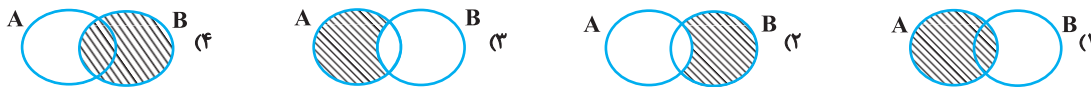
- ۱)  $(A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C)$

- ۲)  $(A - B) \cup (B - A) \cup (B - C)$

- ۳)  $(A \cap C) - B$

- ۴)  $(A \cap B) - C$

۱۵۹- کدام نمودار مربوط به مجموعه  $A - [(A \cup B) - (A \cap B)]$  می‌باشد؟



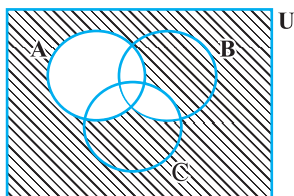
۱۶۰- با توجه به نمودار ون مقابل کدام گزینه صحیح است؟

- ۱) اعضای که در اشتراک  $B'$  و  $C'$  باشند ولی در  $A$  نباشند.

- ۲) اعضای که فقط در  $B'$  یا فقط در  $C'$  هستند ولی در  $A$  نباشند.

- ۳) اعضای که در اجتماع  $B'$  و  $C'$  باشند ولی در  $A$  نباشند.

- ۴) اعضای از مجموعه مرجع که در  $A$  نباشند.



قوانین و اعمال بین مجموعه‌ها: ضرب دکارتی بین دو مجموعه

زوج مرتب

هرگاه دو شی مانند  $x$  و  $y$  وجود داشته باشند که برای آنها ترتیب قائل شویم به آن زوج مرتب یا دوتایی مرتب گفته می‌شود و آن را با نماد  $(x, y)$  نمایش می‌دهیم. به  $x$  مؤلفه اول (مختص اول) و به  $y$  مؤلفه دوم یا (مختص دوم) گفته می‌شود.

نکته

دو زوج مرتب  $(a, b)$  و  $(c, d)$  با هم مساوی هستند اگر و فقط اگر مؤلفه‌های اول دو زوج مرتب با هم و مؤلفه‌های دوم آنها نیز با هم برابر باشند.

$$(a, b) = (c, d) \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$$

به‌طور مثال اگر  $(x^2 - y^2, 3) = (15, x - y)$  در این صورت مقدار  $x$  و  $y$  به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 15 \rightarrow \underbrace{(x-y)}_3(x+y) = 15 \\ x - y = 3 \end{cases} \Rightarrow x + y = 5$$

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow y = 1$$

حاصل ضرب دکارتی

منظور از حاصل ضرب دکارتی دو مجموعه  $A$  و  $B$  که با نماد  $A \times B$  نمایش می‌دهیم مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب است که مؤلفه اول متعلق به مجموعه اول و مؤلفه دوم متعلق به مجموعه دوم می‌باشد.

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$$

به‌طور مثال اگر  $A = \{1, 2\}$  و  $B = \{1, 3\}$  باشد در این صورت داریم:

$$A \times B = \{(1, 1), (1, 3), (2, 1), (2, 3)\}$$

$$B \times A = \{(1, 1), (1, 2), (3, 1), (3, 2)\}$$

نکته

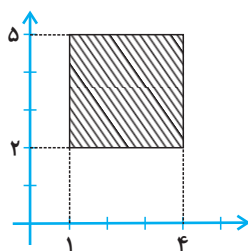
در حالت کلی حاصل ضرب دکارتی خاصیت جابه‌جایی ندارد مگر آنکه دو مجموعه با هم برابر باشند یا یکی از آنها برابر تهی باشد.

$$A \times \emptyset = \emptyset \times A = \emptyset$$

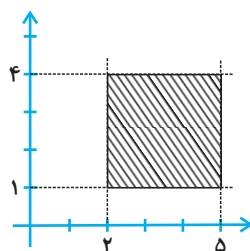
نکته

اگر مجموعه  $A$  دارای  $n$  عضو و مجموعه  $B$  دارای  $m$  عضو باشد، ضرب دکارتی  $A \times B$  دارای  $n \times m$  عضو است و  $A \times A$  دارای  $n^2$  عضو است.

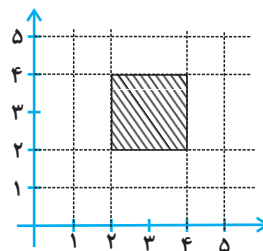
■ مثال: اگر  $A = [1, 4]$  و  $B = [2, 5]$  باشند، نمودار حاصل ضرب دکارتی  $A \times B$  و  $B \times A$  را رسم کنید و سپس نمودار مجموعه‌های  $(A \times B) \cap (B \times A)$  و  $(A \times B) - (B \times A)$  را به‌دست آورید.



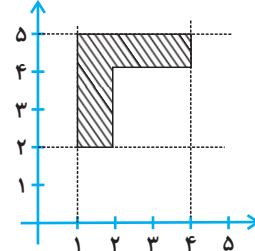
$A \times B$



$B \times A$



$(A \times B) \cap (B \times A)$



$(A \times B) - (B \times A)$