

فصل اول : مجموعه ، الگو و دنباله

درس اول : مجموعه های متناهی و نامتناهی

دانستن مجموعه های زیر ضروری می باشد :

$$\text{مجموعه اعداد طبیعی} = \mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$\text{مجموعه اعداد حسابی} = \mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$\text{مجموعه اعداد صحیح} = \mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

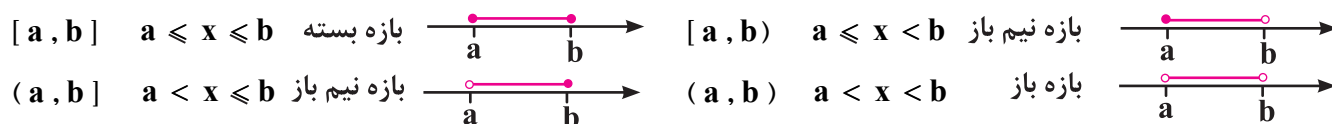
مجموعه اعداد گویا (Q) : هر عدد که بتوان آن را به صورت $\frac{a}{b}$ نمایش داد، به طوری که a و b عضو اعداد صحیح باشند و $b \neq 0$.

این اعداد را گویا گویند. مانند : $\frac{3}{4}$

مجموعه اعداد گنگ (Q') : اعداد گنگ اعدادی هستند که نتوانیم آن ها را به صورت $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$) بنویسیم. مانند عدد π یا $\sqrt{2}$.

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$$

بازه : زیر مجموعه هایی از اعداد حقیقی می باشند که تمام اعداد حقیقی بین دو عدد را شامل می شوند. مانند بازه ی (۲ و ۳) که تمام اعداد حقیقی بین ۲ و ۳ را شامل است. انواع بازه ها را در زیر می بینیم.



مجموعه متناهی : مجموعه هایی هستند که تعداد اعضای آن ها یک عدد حسابی باشد. به مجموعه هایی که متناهی نیستند **نامتناهی** گویند.

نکته ۱ : اگر مجموعه ای دارای یک زیر مجموعه نامتناهی باشد آن گاه آن مجموعه نیز نامتناهی است.

نکته ۲ : اگر $A \subseteq B$ و B متناهی باشد ، مجموعه A نیز متناهی می باشد.

درس دوم : متمم یک مجموعه

مجموعه مرجع : مجموعه ای را که همه مجموعه های مورد بحث ، زیر مجموعه آن باشند.

متمم مجموعه : هرگاه U مجموعه مرجع و $A \subseteq U$ ، آن گاه مجموعه $U - A$ را **متمم** A می نامیم و آن را به صورت A' نمایش می دهیم.

نکته : در روابط زیر U را مجموعه مرجع و $A \subseteq U$ و $B \subseteq U$ فرض می کنیم. داریم :

$$\begin{aligned} & \text{متمم متمم مجموعه } A \text{ با خود } A \text{ برابر است. } (A')' = A \\ & \begin{cases} A \cup A' = U \\ A \cap A' = \phi \end{cases} \\ & \begin{cases} \phi' = U \\ U' = \phi \end{cases} \quad \begin{cases} (A \cup B)' = A' \cap B' \\ (A \cap B)' = A' \cup B' \end{cases}, \quad A - B = A - (A \cap B) \end{aligned}$$

۱/۵



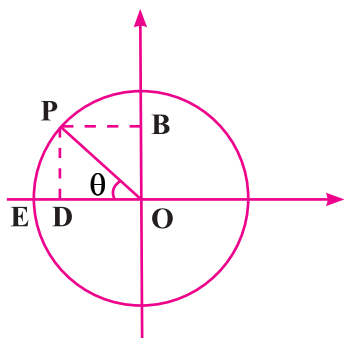
- ۱- درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید :
- (الف) هر مجموعه ای که زیر مجموعه نامتناهی داشته باشد ، خود نامتناهی است.
- (ب) در الگوی ... , ۱۰ , ۷ , ۴ جمله هفدهم ۵۳ است.
- (پ) عدد $5^{\frac{2}{8}}$ به صورت رادیکالی $\sqrt[8]{5^2}$ می باشد.
- (ت) الگوی $5n^2 - 7 + 3n$ یک الگوی درجه ۲ می باشد.
- (ث) جمله دهم دنباله $a_n = 2n - 7$ برابر ۳ می باشد.
- (ج) حاصل $\sin^2 35^\circ + \cos^2 35^\circ$ برابر یک می باشد.

۲



- ۲- هر یک از جمله های زیر را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید :
- (الف) تعداد عددهایی که ریشه پنجم آن ها با خودشان برابر است می باشد.
- (ب) عدد $\left(5^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{5}}$ را می توان به صورت رادیکالی به فرم نوشت.
- (پ) اگر $0 < a < 1$ باشد آن گاه هر چه n بزرگتر شود $\sqrt[n]{a}$ (کوچکتر - بزرگتر) خواهد بود. ($n \in \mathbb{N}$)
- (ت) در ربع های مثلثاتی و مقدار $\cos \theta$ منفی است.
- (ث) کتانژانت زاویه 60° درجه برابر با تانژانت زاویه درجه می باشد.
- (ج) خط $y = x$ با جهت مثبت محور x ها زاویه درجه می سازد.
- (چ) همواره حاصل $A \cap A'$ برابر است.

۱



$W - N = \phi$ (۴)

$W \subseteq Q$ (۳)

$N \subseteq Z \subseteq R$ (۲)

$Q \cap Q' = \phi$ (۱)

(ت) - اشتراک دو بازه $(-3, 1)$, $(0, 4]$ کدام است :

$(-3, 4)$ (۴)

$[0, 1]$ (۳)

$(0, 1)$ (۲)

$(-3, 4]$ (۱)

- ۳- گزینه درست را انتخاب کنید :
- (الف) در شکل روبه رو $\cos \theta$ برابر کدام گزینه است :
- OC (۱) OB (۲) OD (۳)
- (ب) مقدار کسر روبه رو چقدر است :
- $\frac{\cos 30^\circ \times \tan 60^\circ}{1 - \sin 30^\circ}$
- ۲ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۳ (۳)
- (پ) کدام رابطه زیر درست نیست :

۱/۵

- ۴- به سؤالات زیر پاسخ دهید :
- در یک کلاس ۳۱ نفری ، ۱۴ نفر عضو گروه سرود و ۱۹ نفر عضو گروه تئاترند . اگر ۵ نفر از دانش آموزان این کلاس عضو هر دو گروه باشند مطلوب است :
- (الف) تعداد دانش آموزانی که فقط عضو گروه سرودند.
- (ب) تعداد دانش آموزانی که عضو هیچ گروهی نیستند.

۱- الف) درست (ب) نادرست ، زیرا جمله عمومی دنباله $a_n = 3n + 1$ است، پس $a_{17} = 52$

(پ) نادرست ، طبق نکته داریم : $\sqrt[m]{u^n} = u^{\frac{n}{m}}$ (ت) درست

(ث) نادرست ، $a_{10} = 2(10) - 7 = 13$ (ج) درست

(ب) $\frac{1}{(\frac{1}{5})^3} = \frac{1}{\frac{1}{125}} = 125 = 5\sqrt[5]{5}$

۲- الف) سه عدد می باشد . $\sqrt[5]{0}$, $\sqrt[5]{-1}$, $\sqrt[5]{1}$

(ت) دوم - سوم

(پ) بزرگتر : مثال : $\sqrt[2]{\frac{1}{16}} < \sqrt[4]{\frac{1}{16}}$

(ج) 45° ، زیرا می دانیم $\alpha = 45^\circ \Rightarrow \tan \alpha = 1 = m$

(ث) 30° ، زیرا 30° متمم زاویه 60° است.
(چ) تهی

۳- الف) ۳ OD ، زیرا در تعریف کسینوس داریم : $\cos \theta = \frac{\text{مجاور وتر}}{\text{وتر}} = \frac{OD}{1} = OD$

(پ) ۴ ، زیرا $W - N \neq \phi$

(ب) ۳ ، $\frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = 3$

(ث) ۲ (۰, ۱)

۴- عضو گروه سرود $n(A) = 14$ ، عضو گروه تئاتر $n(B) = 19$ ، عضو هر دو گروه $n(A \cap B) = 5$

الف) $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \Rightarrow 14 - 5 = 9$

ب) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 14 + 19 - 5 = 28$

$n(A \cup B)' = n(S) - n(A \cup B) \Rightarrow 31 - 28 = 3$

۵- ۳ , , , , ۴۸

-۵

$a_1 = 3$

$a_8 = 48 \Rightarrow a_1 q^7 = 48 \Rightarrow 3 \times q^7 = 48 \Rightarrow q^7 = 16 \Rightarrow q = \pm 2$

$\begin{cases} q = 2 & 6, 12, 24 \\ q = -2 & -6, 12, -24 \end{cases}$ سه واسطه عبارتند از :

۶- $\begin{cases} a_1 + a_3 + a_5 = 3 \\ a_6 + a_8 + a_{10} = 39 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 3 \\ a_1 + 3d + a_1 + 4d + a_1 + 5d = 39 \end{cases}$

$\begin{cases} 3a_1 + 3d = 3 \\ 3a_1 + 12d = 39 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3a_1 - 3d = -3 \\ 3a_1 + 12d = 39 \end{cases}$
 $9d = 36 \Rightarrow d = 4$

$3a_1 + 3(4) = 3 \Rightarrow 3a_1 = -9 \Rightarrow a_1 = -3$

ادامه دارد ...