



مؤلف: بہنام بناپور

## فهرست

فصل ۱: مجموعه‌ها	۷
فصل ۲: اعداد حقیقی	۲۵
فصل ۳: استدلال و اثبات در هندسه (۹م)	۴۰
استدلال و اثبات در هندسه (پایه)	۷۵
فصل ۴: توان و ریشه	۱۰۸
فصل ۵: عبارات‌های جبری	۱۳۵
فصل ۶: خط و معادله‌های خطی	۱۶۱
فصل ۷: عبارات‌های گویا	۱۸۵
فصل ۸: حجم و مساحت	۱۹۵
پاسخ فصل ۱: مجموعه‌ها	۲۲۱
پاسخ فصل ۲: اعداد حقیقی	۲۵۱
پاسخ فصل ۳: استدلال و اثبات در هندسه (۹م)	۲۷۱
استدلال و اثبات در هندسه (پایه)	۳۱۱
پاسخ فصل ۴: توان و ریشه	۳۴۹
پاسخ فصل ۵: عبارات‌های جبری	۳۸۱
پاسخ فصل ۶: خط و معادله‌های خطی	۴۱۹
پاسخ فصل ۷: عبارات‌های گویا	۴۶۵
پاسخ فصل ۸: حجم و مساحت	۴۸۷

راه‌های ارتباط با ما:

سایت مبتکران: [www.mobtakeran.com](http://www.mobtakeran.com)

شماره پیامک: ۱۰۰۰۶۱۰۹۴۰۰۰۰۰

# مجموعه‌ها

## فصل ۱

۷

فصل ۱

مجموعه‌ها

### ۱. تعریف و شناخت مجموعه (set)

۱- کدام توصیف، یک مجموعه ریاضی را مشخص می‌کند؟

- (۱) سه عدد زوج متوالی  
 (۲) بهترین بازیگران تئاتر ایران  
 (۳) دو عدد کوچک‌تر از ۵  
 (۴) مقسوم‌علیه‌های طبیعی ۲۰۰

### ۲. عضویت، عدد اصلی و مجموعه تهی

۲- اگر A مجموعه مضارب صحیح ۵، B مجموعه مضارب صحیح ۳ و C مجموعه مضارب مشترک ۳ و ۵ باشد، کدام رابطه صحیح است؟  
 (المپیار بلژیک)

- (۱) C فقط یک عضو دارد.  
 (۲) C هیچ عضوی ندارد.  
 (۳)  $30 \in C$   
 (۴) C حداکثر ۵۰ عضو دارد.

۳- کدام رابطه نادرست است؟  
 (المپیار منطقه ۸)

- (۱)  $\frac{1}{78} \in \{\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \dots, \frac{1}{111}\}$   
 (۲)  $-413 \in \{\dots, -27, -18, -9\}$   
 (۳)  $\frac{1}{60} \in \{\frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \dots, \frac{1}{640}\}$   
 (۴)  $-54 \in \{\dots, 24, 30, 36\}$

۴- مجموعه‌ای از ۵ عدد طبیعی متمایز تشکیل شده است. حاصل جمع دو عضو آن که از اعضای دیگر کوچک‌ترند ۱۰ و حاصل دو عضو آن که از اعضای دیگر بزرگ‌ترند ۱۸ است. حاصل جمع همه عضوهای مجموعه چند است؟  
 (کاتگور و ۲۰۰۸)

- (۱) ۳۰  
 (۲) ۳۲  
 (۳) ۳۴  
 (۴) ۳۵  
 (۵) نمی‌توان تعیین کرد.

۵- مجموعه  $\{2^{12}, \dots, 6, 2^{11}, 4, 2^{11}, 2, 2^{11} + 2^{11}\}$  چند عضو دارد؟  
 (وروری تیزهوشان ۹۳-۹۲)

- (۱)  $2^{12}$   
 (۲)  $2^9$   
 (۳)  $2^{10}$   
 (۴)  $2^{11}$

۶- حداقل چند عضو از مجموعه  $\{1, 2, \dots, 30\}$  را باید حذف کرد تا تفاضل هیچ دو عدد باقی‌مانده‌ای برابر ۱۰ نشود؟ (آزمایشی روبروکاپ)

- (۱) ۱۹  
 (۲) ۱۰  
 (۳) ۱۵  
 (۴) ۲۰

۷- می‌دانیم که  $1 \in A$  است و همچنین هر عددی که در A باشد، هم دو برابر آن و هم دو واحد کم‌تر از آن عضو A هستند. کدام عدد پایین ممکن است در A نباشد؟  
 (تیزهوشان ۸۸-۸۷، مرحله اول)

- (۱) ۱۳۸۷  
 (۲) ۲۰۰۸  
 (۳) -۲۰۰۸  
 (۴) -۱۳۸۷

### ۳. مجموعه در مجموعه

۸- عدد اصلی مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

$A = \{\{1, 2, 3, \dots, 10\}\}$

$B = \{\{1, 2\}, 1, 2\}$

$C = \{\{3, 5\}, \{3\}, \{5\}, 5\}$

۹- با توجه به مجموعه مقابل درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

$$E = \{\{\}, \{1, 2\}, \{1\}, \phi, \{4\}\}$$

$$\begin{aligned} n(E) = 4 & \quad \{1\} \in E & \quad \{4\} \in E \\ \{\} \in E & \quad \{\{1, 2\}\} \in E & \quad 2 \notin E \\ \{2\} \notin E & \quad \{\{\}\} \in E \end{aligned}$$

**۴. حذف عضوهای تکراری در مجموعه**

۱۰- مجموعه  $A = \{\{a, b\}, \{a, a, b\}, \{a, b, b, b\}\}$  چندعضوی است؟

۱۱- مجموعه‌های زیر چندعضوی‌اند؟

$$A = \{\{9\}, \{9, 9\}, \{9, 9, 9\}, \{9, 9, 9, 9\}\} \quad B = \{\phi, \{\}, \{\phi\}, \{\{\}\}, \{\{\}\}\} \quad C = \{\{1, 2\}, \{2, 1\}, \{1, 2, 3\}, 2, 1\}$$

**۵. مجموعه‌های مساوی و هم‌ارز**

۱۲- دو مجموعه A و B مساوی‌اند، x و y را به دست آورید.  $A = \{\{x-1\}, \{3\}\}$ ,  $B = \{\{5\}, \{x-y\}\}$  (تیزهوشان ۸۱)

$$(1) \quad x=6, y=3 \quad (2) \quad x=3, y=6 \quad (3) \quad x=3, y=3 \quad (4) \quad x=6, y=6$$

۱۳- اگر  $\{2x\} = \{2n+1, 4-n\}$ ، مقدار 2x چیست؟

۱۴- اگر  $\{2, 5\} = \{2, 5, a, b\}$ ، در این صورت a+b چه مقادیری می‌تواند داشته باشد؟

۱۵- مجموعه اعداد اول بین ۱۰ و ۲۰ با کدام مجموعه هم‌ارز است؟

$$\begin{aligned} (1) & \quad \{10^9 + 10^8, 10^8 - 10^7\} \\ (2) & \quad \{(-1)^2, (-2)^4, 4^2, -1\} \\ (3) & \quad \{(-1)^2, (-1)^4, 2^2, 2^{-2}, -1\} \\ (4) & \quad \{5, 6, -5\} \end{aligned}$$

۱۶- اگر دو مجموعه A و B مساوی باشند، x+y+z چیست؟

$$A = \{\{x-6\}, \{2, y\}, z+4\} \quad B = \{9, \{z-3, 6\}, \{y\}\}$$

۱۷- اگر دو مجموعه  $A = \{1, a, b\}$  و  $B = \{0, a+1, a-2\}$  با هم برابر باشند، در این صورت کدام گزینه همواره صحیح است؟

$$(1) \quad a+b=-1 \quad (2) \quad a+2b=2 \quad (3) \quad a+b=2 \quad (4) \quad 2a-b=2$$

۱۸- فرض کنید  $\{x, y, z, t\} = \{1, 2, 3, 4\}$  و  $x^2 + y^2$  یکی از مقسوم‌علیه‌های  $z^2 + t^2$  است، کدام گزینه درست است؟ (روبوکاپ ۸۴)

$$(1) \quad 4 \in \{z, t\} \quad (2) \quad 2 \in \{z, t\} \quad (3) \quad 3 \in \{z, t\} \quad (4) \quad 1 \in \{z, t\}$$

**۶. مجموعه‌های معروف**

۱۹- اگر  $x \in Z$ ، آن‌گاه کدام‌یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$$\begin{aligned} (1) & \quad \sqrt{x^2+1} \in Z \text{ برای همه } x \text{ ها} \\ (2) & \quad \sqrt{x^2+1} \in Z \text{ برای بعضی } x \text{ ها} \\ (3) & \quad \sqrt{x^2+1} \in Q \text{ برای هیچ یک از } x \text{ ها} \\ (4) & \quad \sqrt{x^2+1} \in N \text{ برای همه } x \text{ ها} \end{aligned}$$

۲۰- اگر  $a \in A$  و  $-a \in A$ ، آن‌گاه مجموعه A کدام‌یک از مجموعه‌های زیر نمی‌تواند باشد؟

$$(1) \quad Z \quad (2) \quad Q \quad (3) \quad R \quad (4) \quad N$$

۲۱- اگر a یک عدد حقیقی بین صفر و ۱ باشد، آن‌گاه کوچک‌ترین عضو مجموعه  $\{a, a^2, a^3, \dots, a^{99}, a^{100}\}$  چیست؟

(سنبلش پیشرفت تمهیلی استعدادهای درخشان ۹۳-۹۲)

(تیزهوشان ۷۹-۷۸)

(تیزهوشان ۸۹)

## ۷. زیر مجموعه

(المپیار منطقه ۱۶ تهران)

۲۲- هر گاه  $A = \{\{\phi\}\}$  ، کدام رابطه زیر درست است؟

- (۱)  $\phi \in A$     (۲)  $\{\phi\} \in A$     (۳)  $\{\phi\} \subseteq A$     (۴)  $\{\phi\} \notin A$

(مشابه آزمون تیمز)

۲۳- کدام یک از دو مجموعه زیر، زیرمجموعه دیگری است؟

$A = \{\text{مجموعه مادران}\}$  و  $B = \{\text{مجموعه مادر بزرگ‌ها}\}$

۲۴- مجموعه  $S$  دارای  $n$  عضو است، اما  $n^2$  زیر مجموعه دارد. این مجموعه چند عضوی می‌تواند باشد؟

۲۵- تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $m$  عضوی چند برابر تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $m-k$  عضوی است؟ (تیزهوشان)

- (۱)  $m^k$     (۲)  $k^m$     (۳)  $2^{m-k}$     (۴)  $2^k$

(ورودی مدارس نمونه دولتی)

۲۶- کدام عبارت صحیح است؟

- (۱)  $N \subseteq R \subseteq Q$     (۲)  $Q \subseteq R \subseteq N$     (۳)  $N \subseteq Q \subseteq R$     (۴)  $R \subseteq Q \subseteq N$

۲۷- اگر تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $n$  عضوی  $16^{3n-11}$  باشد، تعداد اعضای این مجموعه چیست؟

۲۸- تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $(2n-1)$  عضوی برابر با ۳۲ می‌باشد. این مجموعه چند عضو دارد؟ (علامه طباطبایی ۸۰)

- (۱) ۲    (۲) ۳    (۳) ۵    (۴) ۳۲

۲۹- مجموعه  $\{1, 2, \dots, 9\}$  چند زیرمجموعه سه‌عضوی دارد که جمع عضوهای آن برابر با ۱۵ باشد و عدد ۴ عضو آن باشد؟ (تیزهوشان ۸۹)

۳۰- مجموعه  $\{1, 2, \dots, 10\}$  چند زیرمجموعه سه‌عضوی دارد به طوری که حاصلضرب اعضای هر کدام از آن‌ها عدد فرد کوچک‌تر یا مساوی ۱۰۵ باشد؟

۳۱- مجموعه  $A = \{1, 2, \dots, 50\}$  چند زیرمجموعه دارد که:

الف) هر یک حداقل دارای یک عدد صحیح زوج باشد؟

ب) هر یک دقیقاً یک عدد صحیح زوج داشته باشد؟

۳۲- یک مجموعه شش‌عضوی است که جمع عضوهای آن ۴۰ است. همه زیرمجموعه‌های  $A$  را در نظر بگیرید و حاصل جمع

اعضای هر کدام را روی تخته سیاه یادداشت کنید. جمع اعداد یادداشت شده چند خواهد شد؟ (تیزهوشان ۸۶)

- (۱) ۱۱۰۰    (۲) ۱۲۸۰    (۳) ۲۵۶۰    (۴) ۳۱۰۰

## ۸. زیرمجموعه محض

(تیزهوشان ۸۲)

۳۳- اگر مجموعه‌ای مانند  $A$  دارای ۲۵۵ زیرمجموعه محض باشد، چند عضو دارد؟

- (۱) ۶۴    (۲) ۶    (۳) ۲۵۶    (۴) ۸

۳۴- یک مجموعه  $(n-3)$  عضوی دارای ۱۵ زیرمجموعه محض است. یک مجموعه  $(n+2)$  عضوی چند زیرمجموعه دارد؟

- (۱)  $2^7$     (۲)  $2^5$     (۳)  $2^9$     (۴)  $2^8$

## ۹. خیام و مثلثش

(علامه طباطبایی ۸۱)

۳۵- مجموعه  $A = \{a, b, c, d, e\}$  چند زیرمجموعه دو‌عضوی دارد؟

- (۱) ۱۰    (۲) ۱۵    (۳) ۲۰    (۴) ۲۵

۳۶- در یک مجموعه ۲۰۰ عضوی، تعداد زیرمجموعه‌های ۵۰ عضوی با تعداد زیرمجموعه‌های چند عضوی برابر است؟

۳۷- مجموعه  $A$  دارای ۲۵۶ زیرمجموعه با عدد اصلی زوج است.

الف) عدد اصلی  $A$  چیست؟

ب)  $A$  چند زیرمجموعه با عدد اصلی فرد دارد؟

### ۱۰. تعداد زیرمجموعه‌های $m$ عضوی یک مجموعه و البته فاکتوریل

(ورودی سلام ۸۳)

۳۸- حاصل عبارت  $\frac{n!}{(n-1)!}$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)  $n(n-1)$

۳۹- یک مجموعه ۶ عضوی چند زیرمجموعه ۳ عضوی و چند زیرمجموعه ۵ عضوی دارد؟

۴۰- یک مجموعه، ۳۵ زیرمجموعه ۳ عضوی دارد. این مجموعه چند زیرمجموعه ۴ عضوی دارد؟

۴۱- مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  را در نظر می‌گیریم. تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی  $A$  را با  $n_2$ ، تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی

$A$  را با  $n_3$ ، ... و تعداد زیرمجموعه‌های ۶ عضوی  $A$  را با  $n_6$  نشان می‌دهیم؛ حاصل  $n_6 + n_5 + n_4 + n_3 + n_2$  کدام است؟ (سلام ۸۹)

- ۱ (۵۸)      ۲ (۵۷)      ۳ (۵۶)      ۴ (۵۵)

۴۲- تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی یک مجموعه  $n$  عضوی، ۵ برابر تعداد زیرمجموعه‌های یک عضوی آن مجموعه است؛  $n$

چیست؟

### ۱۱. افزودن و کاستن اعضا و اثر آن روی زیرمجموعه

(آزمایشی سلام ۸۸)

۴۳- به مجموعه‌ای ۳ عضو اضافه می‌کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن چند برابر می‌شود؟

- ۱ (۲)      ۲ (۴)      ۳ (۳)      ۴ (۸)

۴۴- اگر به اعضای مجموعه‌ای یک عضو بیفزاییم، به تعداد زیرمجموعه‌هایش چند درصد افزوده می‌شود؟ اگر دو عضو کم کنیم چطور؟

### ۱۲. زیارت اعضا در زیرمجموعه‌های یک مجموعه

۴۵- مجموعه‌ای چهار عضوی بنویسید که هر عضو از زیرمجموعه‌اش نیز باشد.

### ۱۳. مجموعه‌های دربند (مجموعه‌های زنجیره‌ای)

۴۶- مجموعه‌ای ۳ عضوی بنویسید که از هر دو عضو یکی زیرمجموعه دیگری باشد.

\* اگر  $A$  یک مجموعه باشد، به زیرمجموعه‌هایی از  $A$  که بین هر دو تای آن‌ها رابطه زیرمجموعه (C) برقرار باشد یک زنجیر می‌گویند. برای مثال اگر  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  باشد، سه زیرمجموعه زیر، یک زنجیر سه‌تایی از زیرمجموعه‌های  $A$  ساخته‌اند:

$$\{1, 2, 3\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 3\} \text{ زیر: } \{1, 3\} \subset \{1, 2, 3\}, \{1, 3\} \subset \{1, 3, 4\}, \{1\} \subset \{1, 2, 3\}$$

(پیشرفت تفصیلی مدارس تیزهوشان ۹۲-۹۱)

با توجه به متن بالا به سوالات زیر پاسخ دهید.

۴۷- فرض کنید  $x = \{a, b, c, d, e, f\}$ ، دو زیرمجموعه  $\{a\}$  و  $\{a, e\}$  از مجموعه  $x$  را در نظر بگیرید.

این دو زیرمجموعه به همراه مجموعه‌های کدام گزینه یک زنجیر تشکیل می‌دهند؟

۱)  $\{a, b, e, f\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c, e, f\}, \{a, b, c, d, e, f\}$

۲)  $\{a, e, f\}, \{a, b, e, f\}, \{a, b, c, d, e\}$

۳)  $\{a, b, e\}, \{a, b, c, e, f\}, \{a, b, c, e\}, \{a, b, d, e, f\}$

۴)  $\{a, e, f\}, \{a, b, c, d, e, f\}, \{a, b, c, e, f\}, \{a, c, e, f\}$

۴۸- فرض کنید  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ، دو زیرمجموعه  $\{1\}$  و  $\{1, 3, 5, 7\}$  را از مجموعه  $M$  در نظر بگیرید؛ حداکثر چند زیرمجموعه دیگری از  $M$  به همراه این دو زیرمجموعه تشکیل یک زنجیر می‌دهند؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

### ۱۴. اجتماع و اشتراک در مجموعه‌ها

۴۹- اشتراک مجموعه اعداد اول و مجموعه مجذورات کامل اعداد طبیعی برابر است با: (هاتف ۸۲)

(۱)  $N$  (۲)  $\emptyset$  (۳)  $\{4, 16\}$  (۴)  $\{1, 4, 9, 16, \dots\}$

۵۰- کدام عبارت درست نیست؟

- (۱) اگر  $A \subseteq B$  آن‌گاه  $A \cap B = A$  (۲)  $A \cap B \subseteq A \cup B$   
 (۳)  $A \cup B \subseteq B$  (۴)  $B \subseteq A \cup B$

۵۱- اجتماع دو مجموعه  $A$  و  $B$ ، ۲۵ عضو دارد. به مجموعه  $A$  ده عضو جدید اضافه کرده‌ایم. به اشتراک آن‌ها ۹ عضو اضافه شده است. اجتماع مجموعه  $B$  و مجموعه جدید حاصل از  $A$  چند عضو دارد؟

۵۲- نماد « $X$ » یعنی « $x$  به طوری که»، با این توضیح اشتراک دو مجموعه  $A$  و  $B$  کدام است؟ (تیزهوشان ۹۱)

- $A = \{x \mid 0 \leq x < \frac{3}{4}\}$        $B = \{x \mid -2 < x < \frac{1}{4}\}$
- (۱)  $\{x \mid 0 < x < \frac{1}{4}\}$  (۲)  $\{x \mid -2 \leq x \leq \frac{1}{4}\}$  (۳)  $\{x \mid -2 < x < \frac{3}{4}\}$  (۴)  $\{x \mid 0 \leq x < \frac{1}{4}\}$

### ۱۵. مجموعه مرجع و متمم

۵۳- مطابق شکل، می‌بینید که با کشیدن پاره‌خطی که بالا و پایین مستطیل را به هم وصل می‌کند، مضرب‌های ۲ و ۳ را جدا کرده‌ایم. می‌خواهیم همین کار را با مستطیل روبه‌رو انجام دهیم. چه اعدادی را می‌توانیم به جای ۲ و ۳ انتخاب کنیم؟

(تیزهوشان ۸۶)

۲	۴	۳	۲۱
۸			۱۵

۱۲	۲۱
۱۴	۶

(۱) ۶ و ۷

(۲) ۳ و ۷

(۳) ۲ و ۳

(۴) نمی‌توانیم چنین کاری انجام دهیم.

۵۴- اگر  $A$  مجموعه اعدادی بخش‌پذیر بر ۳ و  $B$  مجموعه اعداد بخش‌پذیر بر ۵ باشد و  $x \in (A' \cup B)'$ ، کدام حکم درست است؟

(تیزهوشان ۸۱-۸۰)

(۱)  $x$  بر ۳ و ۵ بخش‌پذیر است.

(۲)  $x$  بر ۵ بخش‌پذیر و بر ۳ بخش‌پذیر نیست.

(۳)  $x$  نه بر ۳ و نه بر ۵ بخش‌پذیر است.

(۴)  $x$  بر ۳ بخش‌پذیر است و بر ۵ بخش‌پذیر نیست.

### ۱۶. مینیمم و ماکزیمم در $A \cup B$ و $A \cap B$

۵۵- اگر  $A$  مجموعه‌ای ۶ عضوی و  $B$  مجموعه‌ای ۷ عضوی باشد.

(الف)  $A \cup B$  حداقل و حداکثر چند عضوی است؟

(ب)  $A \cap B$  حداقل و حداکثر چند عضوی است؟

۵۶- سه مجموعه A، B و C به ترتیب ۳ و ۴ و ۵ عضو دارند به طوری که هر دو مجموعه حداقل دارای یک عضو مشترک هستند.  $A \cap B \cap C$  حداقل و حداکثر چند عضو دارد؟

### ۱۷. اجتماع و اشتراک تمام زیرمجموعه‌ها

۵۷- اشتراک تمام زیرمجموعه‌های ۴ عضوی یک مجموعه ۱۰۰ عضوی را بنویسید.

۵۸- اجتماع تمام زیرمجموعه‌های ۷ عضوی یک مجموعه ۱۰۰ عضوی چیست؟

### ۱۸. سه تساوی و سه نتیجه‌گیری!

۵۹- الف) مثالی بزنید که در آن  $A \cup C = A \cup B$  اما B با C مساوی نباشد.

ب) مثالی بزنید که در آن  $A \cup C = A \cup B$  و B با C مساوی باشد.

ج) آیا می‌توان نتیجه گرفت که اگر  $A \cup B = A \cup C$  آن‌گاه  $B = C$ ؟

۶۰- پارمیدا گفت: اعضای مشترک تیم والیبال و بسکتبال مدرسه، من، دینا، و رامینا هستیم.

رامینا گفت: اعضای مشترک تیم والیبال و شطرنج مدرسه، من، پارمیدا و دینا هستیم.

سحر (که از آتیش پاره‌های کلاس) ادعا می‌کند که با توجه به توضیحات پارمیدا و رامینا، حتماً بچه‌های تیم بسکتبال و شطرنج یکسان هستند. آیا ادعای او را تأیید می‌کنید؟ می‌توانید به زبان مجموعه‌ها ادعای او را رد یا تأیید کنید.

### ۱۹. بودن یا نبودن! (فرمول $2^{n-a-b}$ )

۶۱- تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی از مجموعه  $\{a, b, c, d, e, f\}$  شامل عضو a کدام است؟  
 ۸ (۱)      ۱۰ (۲)      ۱۲ (۳)      ۱۵ (۴) (کنکور سراسری تجربی ۸۳)

۶۲- چند زیرمجموعه از زیرمجموعه‌های مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  شامل عضوهای ۲ و ۵ می‌باشد؟  
 ۳۰ (۱)      ۲۴ (۲)      ۱۶ (۳)      ۸ (۴) (انرژی اتمی ۸۱)

۶۳- مجموعه  $\{a, b, c, d, e, f\}$  چند زیرمجموعه دارد به طوری که هر یک از آن‌ها شامل a باشد و b و c را نداشته باشد؟ (نوآور ۹۱)  
 ۱۶ (۱)      ۸ (۲)      ۳۲ (۳)      ۴ (۴)

۶۴- مجموعه  $\{1, 2, 3, \dots, 49, 50\}$  چند زیرمجموعه دارد که ۵۰ بزرگ‌ترین عضو هر یک از آن زیرمجموعه‌ها باشد؟  
 ۲۵۰ - ۱ (۱)      ۲۴۹ - ۱ (۲)      ۲۵۰ (۳)      ۲۴۹ (۴) (سنجش پیشرفت تحصیلی استانداردهای درفشان ۹۳-۹۲)

۶۵- در چند زیرمجموعه از  $\{1, 2, \dots, 10\}$ ، مجموع کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو برابر ۱۱ است؟  
 ۳۲۰ (۱)      ۳۲۸ (۲)      ۳۴۱ (۳)      ۳۶۴ (۴)      ۳۵۲ (۵) (المپیاد ریاضی ۸۰)

### ۲۰. یافتن تعداد مجموعه‌ها با محدودیت‌های خاص

۶۶- اگر  $B = \{3, 4\}$  و  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، آن‌گاه برای مجموعه A چند جواب وجود دارد؟ (نقیان علامه)

۶۷- اگر  $\{1, -1, 2\} = \{1, 2, 3, x\} \cap \{-1, 2, 6, x^2\}$ ، آن‌گاه x برابر کدام گزینه است؟

۱ (۱)      ۲ (۲)      -۱ (۳)       $\sqrt{6}$  (۴)



(وروری سلام ۹۰)

۶۸- چند مجموعه A یافت می‌شود که رابطه  $\{2, 4, 6, 8\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  برای آن برقرار باشد؟

- ۶ (۱)      ۱۰۰۸ (۲)      ۶۴ (۳)      ۱۲۸ (۴)

۶۹- چند مجموعه مانند E وجود دارد که  $\{2, 3\} \subseteq E \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  و  $4 \notin E$ ؟

### ۲۱. تفاضل دو مجموعه

۷۰- مجموعه A-B دارای ۱ عضو، مجموعه B-A دارای ۲ عضو و  $A \cap B$  دارای ۳ عضو می‌باشد. مجموعه B چند عضو دارد؟

(کنکور آزار ۸۱)

- ۴ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۸ (۴)

۷۱- اگر  $A \subset B$ ، حاصل  $A \cup (B-A)$  و  $B \cup (A-B)$  چیست؟

۷۲- مجموعه  $(A-B)-C$ ، ۲۶ عضو و مجموعه  $A-C$ ، ۳۲ عضو دارد. درباره  $B-C$  کدام درست است؟  
(۱) دقیقاً ۶ عضو است. (۲) حداقل ۶ عضو است. (۳) حداکثر ۶ عضو است. (۴) نمی‌تواند ۶ عضو باشد.

۷۳- A، B و C سه مجموعه هستند و می‌دانیم تعداد اعضای  $A-B$ ،  $B-C$ ،  $B-A$ ،  $C-A$  و  $C-B$  به ترتیب برابر ۳، ۲، ۴ و ۵ است.

(المپیاد ریاضی ۸۲)

تعداد اعضای A-C چند است؟

- ۰ (۱)      ۱ (۲)      ۲ (۳)      ۳ (۴)      ۴ (۵)

### ۲۲. مختصر نویسی

(کنکور آزار ۷۰)

۷۴- اگر  $A \cup B = \emptyset$ ، آن‌گاه کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱)  $B = \emptyset$  یا  $A = \emptyset$  (۲)  $A \neq \emptyset$  و  $B \neq \emptyset$  (۳)  $B = \emptyset$  و  $A \neq \emptyset$  (۴)  $A = \emptyset$  و  $B = \emptyset$

(کنکور انسانی ۸۱)

۷۵- اگر A و B دو مجموعه غیر تهی و  $(A \cup B) \subset B$ ، آن‌گاه کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $B \subset A$  (۲)  $A \cap B = \emptyset$  (۳)  $A \cap B = B$  (۴)  $A \cap B = A$

(کنکور آزار انسانی)

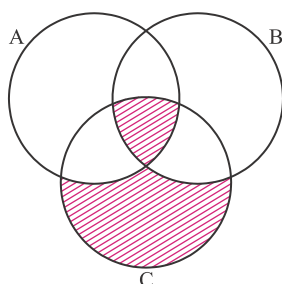
۷۶- کدام رابطه نادرست است؟

- (۱)  $(B \cap B') \cup (A \cap B') = A \cap B'$  (۲)  $(A \cap A') \cap (B \cap B') = \emptyset$   
(۳)  $(B \cap B') \cup (A \cup A') = \emptyset$  (۴)  $[A \cap B \cap A'] \cap [B \cap A \cap B'] = \emptyset$

### ۲۳. جان ون و نمودار به درد بخورش

۷۷- اگر  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ،  $B = \{2, 7, 4\}$  و  $C = \{1, 2, 7, 8\}$ ، مجموع مقادیر در قسمت‌های هاشور خورده کدام است؟

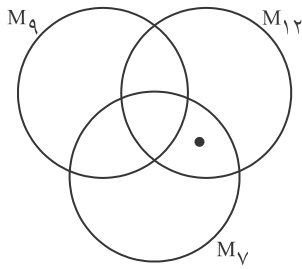
(تیزهوشان)



- ۱۰ (۱)  
۱۱ (۲)  
۱۷ (۳)  
۱۲ (۴)

۷۸- در شکل زیر، مجموعه‌های  $M_7$ ،  $M_9$  و  $M_{12}$  به ترتیب مضرب‌های ۷، ۹ و ۱۲ را مشخص می‌کنند. نقطه‌ای که در شکل

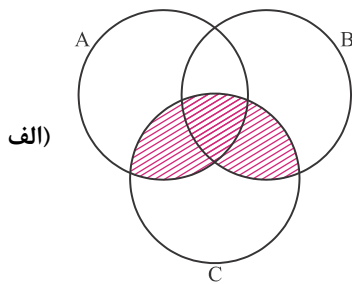
(المپیاد بلژیک)



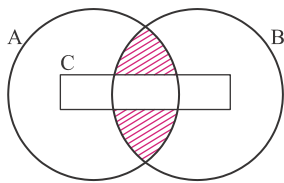
مشخص شده نمایشگر کدام یک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟

- ۶۳ (۱)
- ۲۵۲ (۲)
- ۱۶۸ (۳)
- ۲۸ (۴)

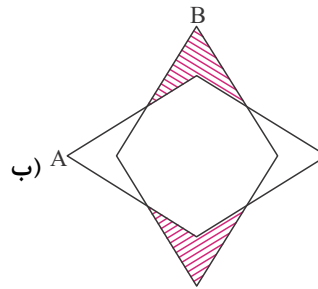
(کنکور تهرانی ۷۵)



(الف)



۷۹- در هر شکل ناحیه هاشورخورده را به زبان ریاضی بنویسید.



۸۰- در شکل مقابل ناحیه هاشورخورده کدام گزینه است؟

- (۱)  $(A - C) \cup (B - C)$
- (۲)  $(A \cup B) - C$
- (۳)  $(A \cap B) - C$
- (۴)  $C - (A \cap B)$

### ۲۴. تبدیل تفاضل به اشتراک

۸۱- با کمک تبدیل تفاضل به اشتراک، نام دیگر مجموعه‌های زیر را بنویسید.

$A' - A =$

$(A \cup B) - A' =$

$M - A =$

$(A \cap B) - A' =$

$\emptyset - A' =$

$=$  بدتیپ‌های کلاس - بامعرفت‌های کلاس

۸۲- اگر  $A \cap B' = \{1, 2, \dots, 9\}$ ،  $A \cap B = \{10, 11, 12\}$  و  $A' \cap B = \{13, 14, 15, 16, 17\}$ ، مجموعه‌های  $A$  و  $B$  و  $A \cup B$  را بیابید.

### ۲۵. تفاضل متقارن

۸۳- حاصل عبارات زیر را پیدا کنید.

(الف)  $(A \Delta \emptyset) \cup (A \Delta M) =$

(ب)  $(A \Delta A') - A =$

۸۴- اگر  $A \Delta B = \{1, 6, 7, 5\}$  و  $A = \{3, 6\}$ ؛

(الف) مجموعه  $B$  را بنویسید.

(ب) وضعیت دو مجموعه  $A$  و  $B$  را با رسم نمودار ون نمایش دهید.

## ۲۶. زیرمجموعه‌ها در چهارضلعی‌ها

۸۵- اگر  $A$  مجموعه لوزی‌ها و  $B$  مجموعه مستطیل‌ها باشد،  $A \cap B$  کدام است؟

- (۱) مجموعه متوازی‌الاضلاع‌ها  
(۲) مجموعه مربع‌ها  
(۳) مجموعه لوزی‌ها  
(۴) مجموعه چهارضلعی‌ها

۸۶- اگر مجموعه  $A$  چهارضلعی‌ها،  $B$  لوزی‌ها،  $C$  مستطیل‌ها،  $D$  دوزنقه‌ها،  $E$  متوازی‌الاضلاع‌ها و  $F$  مربع‌ها باشد، درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| الف) $A \subseteq F$ | ب) $D \subset A$     |
| ج) $C \subset E$     | د) $B \subset F$     |
| هـ) $B - F = C$      | و) $B \not\subset C$ |
| ز) $D \not\subset E$ | ح) $F \not\subset E$ |
| ط) $B \cap C = F$    | ی) $D \cup E = A$    |

## ۲۷. مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

۸۷- متناهی بودن یا نبودن مجموعه‌های زیر را تعیین کنید.

- الف) مجموعه اعداد حقیقی بین  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{4}$   
ب) مجموعه نقاط یک پاره خط  
ج) مجموعه اعداد صحیح بین  $10^8$  و  $10^{-8}$   
د) مجموعه اتم‌های موجود در هستی
- هـ)  $W-N$   
و)  $N-Z$   
ز)  $Q-Z$   
ح)  $R-Q$

۸۸- کدام درست است؟

- (۱) هر زیرمجموعه یک مجموعه نامتناهی، نامتناهی است.  
(۲) هر زیرمجموعه یک مجموعه متناهی، متناهی است.  
(۳) اگر مجموعه‌ای یک زیرمجموعه متناهی داشته باشد خودش نامتناهی است.  
(۴) اجتماع چند مجموعه متناهی می‌تواند یک مجموعه نامتناهی را تشکیل دهد.

۸۹- اگر  $(A-B) \cup (B-A)$  نامتناهی باشد، چه تعداد از مجموعه‌های  $A-B$ ،  $B-A$ ،  $A \cup B$  و  $A \cap B$  حتماً نامتناهی‌اند؟

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴

۹۰- مجموعه‌ای متناهی مثال بزنید که زیرمجموعه تمام مجموعه‌های نامتناهی باشد.

۹۱- اگر  $T$  مجموعه متناهی و  $L$  مجموعه دلخواه باشد، درباره متناهی یا نامتناهی بودن  $T-L$  و  $L-T$  نظر تان را بنویسید.

## ۲۸. معادلات توانی و مجموعه‌ها

۹۲- اگر به عضوهای مجموعه  $A$ ، ۲ عضو جدید اضافه شود، به تعداد زیرمجموعه‌های آن ۱۹۲ تا اضافه می‌شود، عدد اصلی

مجموعه  $A$  چیست؟ (تیزهوشان ۸۱-۸۰)

- (۱) ۴  
(۲) ۶  
(۳) ۸  
(۴) ۱۰

۹۳- هر گاه تعداد اعضای مجموعه توانی مجموعه‌ای  $K$  عضوی  $\frac{1}{33}$  تعداد اعضای مجموعه توانی یک مجموعه  $2K$  عضوی باشد،  $K$  را

پیدا کنید.

۹۴- مجموع تعداد زیرمجموعه‌های سه مجموعه  $(K-2)$  عضو،  $K$  عضو و  $(K+1)$  عضو  $104$  می‌باشد. تعداد

(آزمون ورودی سلام ۱۸۱)

زیرمجموعه‌های مجموعه  $K$  عضو چند تا است؟

۴ (۱)      ۲۸ (۲)      ۱۶ (۳)      ۳۲ (۴)

۹۵- تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $K+3$  عضو از  $10$  برابر تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $K$  عضو،  $64$  تا کم‌تر

(ورودی سلام ۱۸۵)

است. این مجموعه  $K$  عضو چند زیرمجموعه  $4$  عضو دارد؟

۴ (۱)      ۵ (۲)      ۱۰ (۳)      ۷ (۴)

۹۶- دو مجموعه  $A$  و  $B$  روی هم  $25$  عضو دارند. اگر تعداد زیرمجموعه‌های  $A$  هشت برابر تعداد زیرمجموعه‌های  $B$  باشد، هر

(ورودی سروش ۱۸۱)

مجموعه چند عضو دارد؟

۹۷- اگر به مجموعه  $S$ ،  $m$  عضو جدید بیفزاییم، زیرمجموعه‌هایش  $224$  تا اضافه می‌شود و اگر از مجموعه  $S$ ،  $m$  عضو برداریم

زیرمجموعه‌هایش  $28$  تا کم‌تر می‌شود. مجموعه  $S$  چند عضو است؟

### ۲۹. مجموعه توانی یک مجموعه

۹۸- مجموعه توانی مجموعه  $A$  عبارت است از  $P(A) = \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, \emptyset\}, \{A\}\}$ . مجموعه  $A$  را تعیین کنید.

۹۹-  $n(p(p(p(\emptyset))))$  چند عضو بیش‌تر از  $n(p(p(\emptyset)))$  دارد؟

۱۰۰- اگر  $n(p(p(A))) = 16$ ،  $A$  چند عضو است؟

۱۰۱- مجموعه توانی  $A \cup B$ ،  $256$  زیرمجموعه دارد. اگر  $A-B$ ،  $B-A$  و  $A \cap B$  غیر تهی باشند، تعداد اعضای  $A$  و  $B$  هر کدام

چقدر است؟

### ۳۰. تشخیص درستی یا نادرستی گزاره‌ها

۱۰۲- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

الف) اگر  $x \in A$  و  $A \in C$ ، آن‌گاه  $x \in C$

ب) اگر  $A \subseteq B$  و  $B \in C$ ، آن‌گاه  $A \in C$

ج) اگر  $x \in A$  و  $A \not\subseteq B$ ، آن‌گاه  $x \notin B$

د) اگر  $A \not\subseteq B$  و  $B \not\subseteq C$ ، آن‌گاه  $A \not\subseteq C$

هـ) اگر  $A \subseteq B$  و  $x \in B$ ، آن‌گاه  $x \in A$

### ۳۱. جبر مجموعه‌ها

۱۰۳- اگر مجموعه مرجع، مجموعه اعداد صحیح باشد و  $B' = \{2, 3, 4, 5\}$  و  $A' = \{1, 2, 3\}$ ، آن‌گاه  $(A \cup B)'$  کدام مجموعه

(کنکور سراسری)

است؟

(۱)  $\{2, 3\}$       (۲)  $\{2, 4, 5\}$       (۳)  $\{3, 4, 5\}$       (۴)  $\{4, 5\}$

۱۰۴- اگر  $A$  و  $B$  و  $C$  سه مجموعه باشند، رابطه  $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$ :

(المپیاد بلژیک)

(۱) همواره درست است.

(۲) هیچ‌گاه درست نیست.

(۳) وقتی درست است که  $A \subseteq C$       (۴) وقتی درست است که  $A - B = \emptyset$

(کنکور آزاد ۷۵)

۱۰۵- اگر  $B \subseteq A$  و  $C \subseteq B$ ، کدام رابطه نادرست است؟

- (۱)  $(A \cap B) \cup C = C$   
 (۲)  $(A \cap B) \cap C = C$   
 (۳)  $(A \cup C) \cap B = B$   
 (۴)  $(A \cap C) \cup B = B$

(ورودی تیزهوشان ۸۱-۸۰)

۱۰۶- اگر  $A \subseteq B$ ، در این صورت حاصل  $A \cup (B \cap A')$  برابر است با:

- (۱) A  
 (۲) B  
 (۳) A'  
 (۴) M

۱۰۷- تساوی‌های زیر را ثابت کنید.

- الف)  $A' \cap (A \cup B) = B - A$   
 ب)  $(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = A \cup B$   
 ج)  $(A \cup B) \cap (A' \cap B') = \emptyset$   
 د)  $(A \cup B)' - C = (A \cup B \cup C)'$   
 هـ)  $A - B = B' - A'$   
 و)  $A - (B - A) = A$   
 ز)  $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$   
 ح)  $(A' \cup B') \cap (A' \cup B) \cap (A \cup B) = B - A$

۱۰۸- نتیجه را به طور ساده شده بنویسید.

- الف)  $(A \cap B \cap C) \cup (A - C) \cup (A \cap B')$   
 ب)  $(A - B) \cup (B \cap (A \cup B))$   
 ج)  $[A \cap (A \cup B)]' \cap [B \cap (B \cap A)]' \cap [(A \cap A) - A]$   
 د)  $[(A' - M)' - A]' =$

### ۳۲. ترجمه زبان ریاضی مجموعه‌ها به زبان اعداد

۱۰۹- مجموعه‌های زیر را به زبان اعداد بنویسید.

- A =  $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, 12 < x^2 < 60\}$  (مفید ۸۱)  
 B =  $\{2^{xy} \mid x, y \in \mathbb{N}, x + y = 5\}$  (مفید ۸۵)  
 C =  $\{2^{2a-b} \mid 2a - 3 = b\}$  (علامه طباطبایی ۸۸)  
 D =  $\{x^y \mid x, y \in \mathbb{Z}, xy = 8\}$  (انرژی اتمی ۸۹)  
 E =  $\{x \mid \sqrt{x-1} \in \mathbb{W}\}$   
 F =  $\{3x^{-y} - 2(-y)^{-x} \mid x, y \in \mathbb{Z}, xy = -2\}$  (انرژی اتمی ۸۸)  
 G =  $\{x \mid x \in \mathbb{N}, (x-1)(x+2) = 0\}$

(ورودی دبیرستان سروش ۸۱)

۱۱۰- اگر  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ، مجموعه  $B = \{\frac{x}{\sqrt{x}} \mid x \in A\}$  چند عضوی است؟

- (۱) ۱  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) ۴

(المپیاد منطقه ۹ تهران)

۱۱۱- با توجه به مجموعه  $A = \{x \mid \frac{-6}{5} < x \leq \sqrt{5}\}$  کدام یک درست است؟

- (۱)  $2/0.055 \in A$   
 (۲)  $-\frac{6}{5} \in A$   
 (۳)  $5 \in A$   
 (۴)  $-1/21 \in A$

(تیزهوشان)

۱۱۲- اگر  $A = \{x \mid -1 < x < 3\}$  و  $B = \{x \mid -2 < x < 2\}$ ، آنگاه مجموعه  $A \cap B$  برابر است با:

- (۱)  $\{x \mid 1 \leq x < 2\}$   
 (۲)  $\{x \mid -1 < x < 2\}$   
 (۳)  $\{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$   
 (۴)  $\{x \mid -1 < x \leq 2\}$

۱۱۳- اگر E مجموعه اعداد طبیعی زوج و O مجموعه اعداد طبیعی فرد باشد، بزرگ‌ترین عضو مجموعه A کدام است؟

(انرژی اتمی ۹۰)

$$A = \{(x-1)(y-1) \mid x \in E, y \in O, x+y \leq 20\}$$

- (۱) ۷۰  
 (۲) ۷۲  
 (۳) ۸۱  
 (۴) ۹۰

۱۱۴- مجموعه  $\{x \mid \frac{14}{x} \in \mathbb{N}\}$  چند عضو دارد؟

- (۱) یکی (۲) چهار تا (۳) هشت تا (۴) بی شمار

(تیزهوشان ۹۳-۹۲)

۱۱۵- بزرگ‌ترین عضو مجموعه  $\{x \in \mathbb{Z}, 2^x < \sqrt{11} \mid 3x - 5\}$  چه عددی است؟

- (۱) -۲ (۲) ۱ (۳) +۴ (۴) -۵

### ۳۳. ترجمه زبان اعداد در مجموعه‌ها به زبان ریاضی

۱۱۶- به زبان ریاضی بنویسید.

$$A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$$

$$B = \{-2, 4, -8, 16, \dots\}$$

(علامه طباطبایی ۷۳)

$$C = \{2, 11, 101, 1001, \dots\}$$

$$D = \{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots\}$$

(المپیاد ریاضی تهران)

$$E = \{3, 7, 11, 15, \dots, 39\}$$

(علامه طباطبایی ۷۹)

$$F = \{0, 7, 26, 63, \dots\}$$

$$G = \{0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \dots\}$$

$$H = \{-49, -7, -1, 1, 7, 49\}$$

$$I = \{3, 33, 333, \dots\}$$

$$J = \{2, 6, 12, 20, \dots\}$$

$$K = \{\frac{1}{2}, 1, \frac{9}{8}, 1, \frac{25}{32}, \frac{36}{64}, \dots\}$$

$$L = \{-\frac{1}{6}, -\frac{1}{5}, -\frac{1}{4}, \dots, \frac{-1}{1}, \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{6}\}$$

۱۱۷- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند و  $K$  عددی حقیقی باشد، دو نماد  $\otimes$  و  $\oplus$  را چنین تعریف می‌کنیم:

$$K \otimes A = \{x \mid x = K \times y, y \in A\}$$

$$A \oplus B = \{x \mid x = y + z, y \in A, z \in B\}$$

برای نمونه اگر  $A = \{1, 2\}$  و  $B = \{7, 12\}$  باشد داریم:

$$4 \otimes A = \{4, 8\}$$

$$A \oplus B = \{8, 9, 13, 14\}$$

(ورودی تیزهوشان ۸۸-۸۷، مرحله اول)

با توجه به متن بالا به سه سوال زیر پاسخ دهید:

سوال اول: اگر  $A = \{1, 2, \dots, 10\}$  و  $B = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ ، آن‌گاه مجموعه  $(10 \otimes A) \oplus B$  چند عضو دارد؟

- (۱) ۹۰ عضو (۲) ۹۹ عضو (۳) ۱۰۰ عضو (۴) ۱۰۹ عضو

سوال دوم: اگر  $A$  مجموعه‌ای دو عضوی و  $B$  مجموعه‌ای سه عضوی باشد در این صورت مجموعه  $A \oplus B$  چند عضوی نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۳ عضو (۲) ۴ عضو (۳) ۵ عضو (۴) ۶ عضو

سوال سوم: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه دلخواه باشند کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۱)  $2 \otimes A = A \oplus A$

(۲)  $3 \otimes (A \oplus B) = (3 \otimes A) \oplus (3 \otimes B)$

(۳) تعداد عضوهای  $A$  از تعداد عضوهای  $A \oplus A$  کم‌تر است.

(۴) اگر  $A \oplus B = A$  در این صورت  $0 \in B$  است.

### ۳۴. اصل شمول و عدم شمول

(المپیاد بلژیک)

۱۱۸- هر گاه  $n(x \cap y) = 20$  و  $n(x \cup y) = 90$ ، کدام یک از گزاره‌های زیر حتماً نادرستند؟

(۱)  $n(x) = 20, n(y) = 90$  (۲)  $n(x) = 78, n(y) = 32$

(۳)  $n(x) = 18, n(y) = 92$  (۴)  $n(x) = 56, n(y) = 54$

۱۱۹- از ۶۰ نفر دانش‌آموز سال اول دبیرستان یک مدرسه ۲۰ نفر به والیبال و ۳۰ نفر به فوتبال علاقه دارند. اگر ۲۲ نفر به هیچ

کدام از این دو ورزش علاقه‌مند نباشد، چند نفر فقط به فوتبال علاقه دارند؟ (انرژی اتمی ۹۲)

(۱) ۸ (۲) ۱۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۰

۱۲۰- در کشوری بخشی از مردم فقط انگلیسی و بخشی از مردم فقط فرانسوی و بقیه هم به دو زبان صحبت می‌کنند؛ ۸۵٪

مردم این کشور می‌توانند انگلیسی صحبت کنند و ۷۵٪ مردم می‌توانند فرانسوی صحبت کنند. چند درصد از مردم هم انگلیسی و هم فرانسوی صحبت می‌کنند؟ (کانگورو ۲۰۰۲)

(۱) ۵۰ (۲) ۵۷ (۳) ۲۵ (۴) ۶۰ (۵) ۴۰

۱۲۱- در مدرسه‌ای ۲۰٪ دانش‌آموزان در پایه اول درس می‌خوانند و ۴۰٪ دانش‌آموزان پایه اولی عینکی هستند. اگر ۲۵٪ از این

دانش‌آموزان عینکی به والیبال علاقه‌مند باشند چند درصد دانش‌آموزان مدرسه در پایه اول درس می‌خوانند، عینک می‌زنند و به والیبال علاقه‌مند هستند؟ (انرژی اتمی ۹۰)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

۱۲۲- در یک گروه‌مایی ۱۳۱ نفر زبان فرانسه می‌دانند، ۱۴۱ نفر انگلیسی، ۹۹ نفر ایتالیایی، ۵۲ هم فرانسه و هم انگلیسی، ۳۵

نفر هم انگلیسی و هم ایتالیایی، ۳۸ نفر هم فرانسه و هم ایتالیایی و ۲۱ نفر هر سه زبان را می‌دانند. در این گروه‌مایی چند نفر حداقل یکی از سه زبان را می‌دانند؟ (المپیاد بلژیک)

(۱) ۲۲۵ (۲) ۲۶۷ (۳) ۳۰۹ (۴) ۳۷۱ (۵) ۵۱۷

۱۲۳- مجموعه‌های  $A$ ،  $B$  و  $C$  به ترتیب دارای ۹، ۱۰ و ۸ عضو هستند.  $A \cap B$ ، ۳ عضو و  $A \cap C$  ۲ عضو است و

$B \cap C = \emptyset$  می‌باشد.  $(A \cup B \cup C)$  چند عضوی است؟

۱۲۴- شاهزاده خانمی ۲۵ خواستگار دارد. هیچ خواستگاری هم «زیبا»، هم «باهوش» و هم «پولدار» نیست. ۸ نفر زیبا، ۱۷ نفر

پولدار و ۱۳ نفر باهوش هستند. ۶ نفر نه زیبا هستند، نه باهوش و نه پولدار. اگر خواستگاری که انتخاب می‌شود باید هم زیبا و هم باهوش باشد، حداکثر چند نفر از خواستگاران شانس انتخاب شدن دارند؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۲۱

۱۲۵- از ۱۰۰ دانش‌آموز پایه نهم یک مدرسه، مجموعه  $A$  شامل ۴۰ دانش‌آموز، مجموعه  $B$  شامل ۶۰ دانش‌آموز و مجموعه  $C$

شامل ۷۰ دانش‌آموز را در نظر می‌گیریم. می‌دانیم  $A \subseteq B$  ولی  $B \not\subseteq C$ ؛ چند تا از جمله‌های زیر درست است؟ (انرژی اتمی ۹۰)

(الف)  $A$  و  $C$  اعضای مشترک دارند.

(ب)  $A$  زیرمجموعه  $C$  نیست.

(ج) مجموعه  $B$  حداقل ۱۰ عضو دارد که عضو مجموعه  $C$  نیستند.

۱۲۶- در مدرسه‌ای ۳۵ نفر در فوتبال، ۴۳ نفر در بسکتبال و ۱۲ نفر در یکی از دو تیم شرکت کرده‌اند، ۸ نفر نیز در هیچ تیمی حضور ندارند. دانش‌آموزان مدرسه چند نفرند؟

### ۳۵. بسته بودن

۱۲۷- کدام مجموعه نسبت به عمل تفریق بسته نیست؟

(۱) R (۲) Q (۳) Z (۴) N (ورودی کوشش و مفید ۷۹)

۱۲۸- مجموعه  $\{-1, 0, 1\}$  نسبت به چند عمل از اعمال  $+$ ،  $-$ ،  $\times$ ،  $\div$  بسته است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (مشابه تکنور پزشکی)

۱۲۹- چند تا از مجموعه‌های زیر نسبت به ضرب بسته نیست؟

(الف) مجموعه اعداد مربع کامل (ب) مجموعه اعداد مرکب  
(ج) مجموعه اعدادی که بر ۱۳ بخش پذیرند (د) مجموعه اعدادی که بر ۱۹ بخش پذیر نیستند.  
(ه) مجموعه توان‌های ۳ (المپیاد مقدماتی ایران ۸۲)

۱۳۰- مجموعه  $A$  به صورت  $A = \{n\sqrt{2} \mid n \in \mathbb{Z}\}$  تعریف شده است. کدام گزینه در مورد مجموعه  $A$  درست است؟

(پیشرفت تفهیلی استعدادهای درخشان ۹۳-۹۲)

(۱) نسبت به عمل جمع بسته است ولی نسبت به عمل ضرب بسته نیست.

(۲) نسبت به عمل جمع بسته نیست ولی نسبت به عمل ضرب بسته است.

(۳) نسبت به هر دو عمل بسته است (ضرب و جمع).

(۴) نسبت به هر دو عمل بسته نیست (ضرب و جمع).

۱۳۱- آیا مجموعه  $\{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$  نسبت به چهار عمل اصلی بسته است؟

### ۳۶. مجموعه‌ها و احتمال

۱۳۲- یک تاس را دوبار می‌اندازیم. احتمال آن که جمع دو شماره حداقل ۱۰ شود کدام است؟

(تکنور سراسری)

۱۳۳- در جعبه‌ای ۲۰ توپ قرمز، ۳۰ توپ سفید، و چند توپ آبی وجود دارد. اگر شما یک توپ به دلخواه از جعبه بردارید،

احتمال یا شانس آبی بودنش،  $\frac{9}{11}$  است. چند توپ آبی در جعبه وجود دارد؟ (مسابقات IMC)

(۱) ۴ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۱۵ (۴) ۱۲۵ (۵) ۲۲۵

۱۳۴- در پرتاب دو تاس اگر دو عدد را با هم جمع کنیم، احتمال کدام حاصل جمع نسبت به دیگر حاصل جمع‌ها کم‌تر است؟

(۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۱۳۵- در دو پرتاب یک تاس احتمال آن که پرتاب اول عددی بزرگ‌تر از پرتاب دوم باشد کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{12}$  (۲)  $\frac{5}{12}$  (۳)  $\frac{6}{12}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۳۶- کریم و جواد با ۸ نفر از دوستانشان به مهمانی دعوت شده‌اند. این ۱۰ نفر به تصادف روی ۱۰ صندلی دور یک میز گرد

می‌نشینند. احتمال این که کریم و جواد پهلوی هم بنشینند چه قدر است؟ (المپیاد بلژیک)

(۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{9}$  (۳)  $\frac{2}{9}$  (۴)  $\frac{2}{10}$  (۵)  $\frac{1}{10}$