

پایه ۹

دوره اول متوسطه

ریاضی مدرسه

- آموزش ساده و روان
- سؤال‌های امتحانی با پاسخ
- مرور کامل کتاب درسی
- تمرین‌های طبقه‌بندی شده

فهرست مطالب

فصل ۱ - مجموعه‌ها ۶

آموزش ۷

سؤال‌های امتحانی با پاسخ ۱۸

فصل ۲ - عددهای حقیقی ۵۴

آموزش ۵۵

سؤال‌های امتحانی با پاسخ ۶۷

فصل ۳ - استدلال و اثبات در هندسه ۸۹

آموزش ۹۰

سؤال‌های امتحانی با پاسخ ۱۰۲

فصل ۴ - توان و ریشه ۱۲۳

آموزش ۱۲۴

سؤال‌های امتحانی با پاسخ ۱۳۴

فصل ۵ - عبارتهای جبری ۱۶۳

آموزش ۱۶۴

سؤالهای امتحانی با پاسخ ۱۸۲

فصل ۶ - خط و معادلههای خطی ۲۲۸

آموزش ۲۲۹

سؤالهای امتحانی با پاسخ ۲۴۰

فصل ۷ - عبارتهای گویا ۲۷۴

آموزش ۲۷۵

سؤالهای امتحانی با پاسخ ۲۸۲

فصل ۸ - حجم و مساحت ۳۰۸

آموزش ۳۰۹

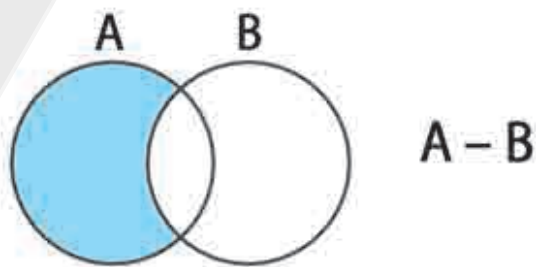
سؤالهای امتحانی با پاسخ ۳۲۰

۱

فصل

مجموعه‌ها

- معرفی مجموعه
- مجموعه‌های برابر و نمایش مجموعه‌ها
- اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها
- مجموعه‌ها و احتمال



آموزش

درس اول: معرفی مجموعه

اسامی دانش‌آموزان کلاس نهم «ب» به صورت زیر است:

«مریم، سمیه، آمنه، هاجر، سمانه، رابعه، مرضیه، وفا، فاطمه، زهرا، آوا، حدیثه، زینب، هلیا، سیما، یلدا»

مربی پرورشی گروهی را برای اجرای تئاتر مدرسه انتخاب کرد که اسامی آنها عبارت است از: «مریم، سمیه، آمنه، هاجر و سمانه»

اسامی گروه تئاتر را داخل دو آکلاذ قرار می‌دهیم و آن را با حرف T نام‌گذاری می‌کنیم. {سمانه، هاجر، آمنه، سمیه، مریم} = T در این صورت مجموعه گروه تئاتر مدرسه را تشکیل داده‌ایم که گروهی از دانش‌آموزان مشخص و متمایز (غیر تکراری) هستند.

معرفی مجموعه

تعریف: در ریاضی از واژه مجموعه «برای نشان دادن دسته یا گروهی از اشیاء مشخص و متمایز (غیر تکراری) استفاده می‌شود.»

در یک مجموعه عضویت اشیاء باید کاملاً مشخص باشد.

مثال ۱: برای هریک از عبارت‌های زیر در صورت امکان یک مجموعه تشکیل دهید.

(الف) چهار سینمای معروف: نمی‌توان یک مجموعه تشکیل داد، زیرا اعضای مجموعه مشخص نیستند.

(ب) اعداد اول کوچک‌تر از ۱۰: می‌توان یک مجموعه تشکیل داد زیرا اعضای مجموعه مشخص است و عبارت‌اند از: {۲ و ۳ و ۵ و ۷}

(پ) حروف سه نقطه الفبای فارسی: می‌توان یک مجموعه تشکیل داد و اعضای آن عبارت‌اند از: {پ، ژ، چ، ث، ش}

(ت) سه حرف الفبای انگلیسی: نمی‌توان یک مجموعه تشکیل داد.

(ث) اعداد طبیعی بزرگ‌تر از ۱۰۰۰۰۰: می‌توان مجموعه تشکیل داد: {۱۰۰۰۰۱ و ۱۰۰۰۰۲ و ۱۰۰۰۰۳ و ...}

مثال ۲: آیا نحوه نوشتن مجموعه $B = \{۳ و -۵ و ۷ و ۱ و -۵\}$ صحیح است؟ چرا؟

پاسخ: خیر، زیرا اعضای هر مجموعه باید متمایز باشند، در صورتی که ۵- دو بار تکرار شده است. پس به صورت $B = \{۳ و ۱ و ۷ و -۵\}$ صحیح است.

اعضای یک مجموعه را داخل دو آکولاد { } قرار می‌دهند.

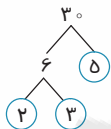
مجموعه را با حروف بزرگ انگلیسی (... و A، B، C) نام‌گذاری می‌کنند.

اعضای مجموعه را معمولاً با علامت «،» یا «|» یا «و» از یکدیگر جدا می‌کنند.

در نوشتن اعضای یک مجموعه، جابه‌جایی اعضا مهم نیست.

مثال ۳: مجموعه شماره‌های اول عدد ۳۰ را بنویسید.

پاسخ: {۲ و ۵ و ۳} یا {۲ و ۳ و ۵} یا {۵ و ۳ و ۲} همه صحیح هستند.



عضویت و عدم عضویت

در مثالی که داشتیم به هریک از دانش‌آموزان گروه تئاتر یک عضو مجموعه T می‌گویند. بنابراین مجموعه T، ۵ عضو دارد. برای آنکه نشان دهیم هاجر عضو مجموعه T است، می‌بایست از نماد « \in هاجر» استفاده کنیم و می‌خوانیم: «هاجر متعلق است به مجموعه T» یا «هاجر عضو مجموعه T است». وفا عضو مجموعه T نیست. این مطلب را به صورت « \notin وفا» نمایش می‌دهیم و می‌خوانیم «وفا متعلق به مجموعه T نیست». یا «وفا عضو مجموعه T نیست». بنابراین \in را علامت عضویت و \notin را علامت عدم عضویت می‌گویند.

مثال ۱: الف) مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۶ را به صورت یک مجموعه نوشته و آن را A بنامید.

پاسخ: $A = \{۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵\}$

ب) عبارت‌های زیر را به زبان ریاضی بنویسید. (با علامت \in یا \notin)

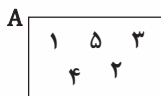
(۱) عدد ۲ عضو مجموعه A است: $۲ \in A$ (۲) عدد ۶ عضو مجموعه A نیست: $۶ \notin A$

مثال ۲: اگر $F = \{۹ و ... و -۷ و -۸ و -۹\}$ باشد، درستی یا نادرستی عبارت‌ها را مشخص کنید.

درست $\rightarrow -۵ \in F$ (پ) درست $\rightarrow ۰ \in F$ (ب) نادرست $\rightarrow ۵ \notin F$ (الف)

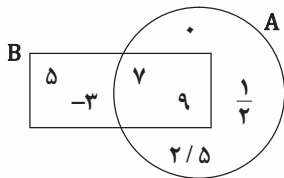
نمایش مجموعه‌ها با استفاده از نمودار ون

گاهی اوقات اعضای مجموعه را داخل یک منحنی بسته یا خط شکسته قرار می‌دهند که به این نوع نمایش مجموعه‌ها، نمودار ون می‌گویند.



مثال ۱: با توجه به مثال بالا مجموعه A را با نمودار ون نشان دهید.

پاسخ:



مثال ۲: با توجه به نمودار ون اعضای مجموعه‌های A و B را مشخص نمایید.

پاسخ: $A = \{۰ و \frac{۱}{۳} و \frac{۲}{۵} و ۷ و ۹\}$ و $B = \{-۳ و ۵ و ۷ و ۹\}$

مجموعه تهی

تعریف: مجموعه‌ای که هیچ عضوی ندارد را مجموعه تهی می‌نامند و به صورت \emptyset یا $\{\}$ نمایش می‌دهند. علامت \emptyset یکی از حروف یونانی است که به آن فی می‌گویند.

مثال ۱: مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از یک را نشان دهید.

پاسخ: $\{\}$ یا \emptyset

مثال ۲: کدام یک از عبارت‌های زیر یک مجموعه تهی است؟

الف) مجموعه اعداد طبیعی بین -۳ و -۴ (ب) مجموعه ضرب‌های عدد ۷ که اول هستند. (پ) مجموعه حروف چهار نقطه الفبای فارسی
پاسخ: قسمت (الف) و (پ) یک مجموعه تهی هستند.

درس دوم: مجموعه‌های برابر و نمایش مجموعه‌ها

دو مجموعه برابر

مجموعه A شامل اعداد طبیعی و دو رقمی زوج کوچک‌تر از ۲۰ است.

$A = \{۱۰ و ۱۲ و ۱۴ و ۱۶ و ۱۸\}$ مجموعه B شامل ضرب‌های عدد ۲ بین ۹ و ۱۹ است.

$B = \{۱۰ و ۱۲ و ۱۴ و ۱۶ و ۱۸\}$ الف) هریک از مجموعه‌های A و B چند عضو دارد؟ پاسخ: مجموعه A شامل ۵ عضو و مجموعه B شامل ۵ عضو است.

ب) آیا هر عضو A در مجموعه B است؟ پاسخ: بله (پ) آیا هر عضو B در مجموعه A است؟ پاسخ: بله

تعریف: اگر تعداد اعضای دو مجموعه A و B یکسان باشند و هر عضو A، عضوی از B و هر عضو B، عضوی از A باشد، در این صورت دو

مجموعه A و B برابر هستند و می‌نویسیم: $A = B$

مثال ۱: اگر {سه عدد فرد متوالی که میانگین آنها برابر ۵ باشد} $C = \{۳ و ۵ و ۷\}$ و {اعداد اول بین ۲ و ۸} $D = \{۲ و ۳ و ۵ و ۷\}$ باشد، آیا مجموعه C و D باهم مساوی هستند؟

پاسخ: $C = \{۳ و ۵ و ۷\}$ و $D = \{۲ و ۳ و ۵ و ۷\}$

مجموعه‌های C و D شامل ۳ عضو هستند و هر عضو C عضوی از D و هر عضو D، عضوی از C است. پس $C = D$ است.

مثال ۲: در مجموعه‌های زیر جاهای خالی را طوری کامل کنید که دو مجموعه برابر باشند.

پاسخ: 17 عضو مجموعه سمت راست و 6 عضو مجموعه سمت چپ است. $\left\{ \frac{5}{8}, \frac{\sqrt{121}}{11}, \dots, -4, -\frac{7}{2} \right\} = \left\{ \frac{7}{2}, \dots, 1, \frac{3}{5}, 17 \right\}$ و $\left\{ \frac{-2^4}{2^2} \right\}$

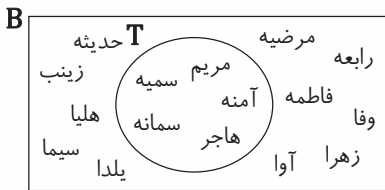
مثال ۳: اگر مجموعه A شامل شماره‌های طبیعی عدد 6 و مجموعه B شامل اعداد طبیعی کوچک‌تر از 7 باشد، آیا $A = B$ است؟ چرا؟

پاسخ: خیر، زیرا $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ است. عددهای 4 و 5 عضو B هستند، ولی در A نیستند.

اگر عضوی در A باشد که در B نباشد، یا عضوی در B باشد که در A نباشد، در این صورت مجموعه‌های A و B باهم برابر نیستند و می‌نویسیم: $A \neq B$

زیر مجموعه

اگر در مثال بخش قبل مجموعه دانش‌آموزان کلاس نهم «ب» را با B و دانش‌آموزان گروه تئاتر را با T نشان دهیم، می‌توانیم نمودار ون این دو مجموعه را به صورت مقابل نشان دهیم.



با توجه به نمودار مقابل هر عضو T (گروه تئاتر) عضوی از B (کلاس نهم ب) است. پس می‌توان گفت که مجموعه T زیرمجموعه مجموعه B است.

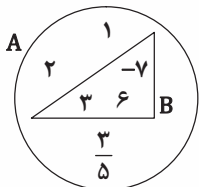
تعریف: اگر A و B دو مجموعه باشند و همه اعضای مجموعه A عضو مجموعه B باشند، در این صورت A زیرمجموعه B است و می‌نویسیم: $A \subseteq B$

مثال ۱: $\{ \text{دانش‌آموزان مدرسه شما} \} \subseteq \{ \text{دانش‌آموزان کلاس شما} \}$ (الف)

$\{ \text{چهارضلعی‌ها} \} \subseteq \{ \text{مربع‌ها} \}$ (ب)

$\{ \text{اعداد اول} \} \subseteq \mathbb{N}$ (مجموعه اعداد طبیعی است) (پ)

مثال ۲: با توجه به نمودار مقابل مجموعه‌های A و B را با اعضا مشخص کنید و تحقیق کنید که

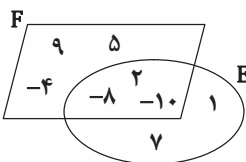


آیا $B \subseteq A$ برقرار است یا خیر؟

پاسخ: $B = \{3, 4, 5\}$ و $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

می‌توان مشاهده کرد که تمام عضوهای مجموعه B در مجموعه A است. پس خواهیم داشت: $B \subseteq A$

مثال ۳: با توجه به نمودار زیر مجموعه‌های F و E را با اعضا مشخص کنید و تحقیق کنید که آیا $E \subseteq F$ برقرار است یا خیر؟



پاسخ: $F = \{9, 5, -4, -8, 2, -1, 1\}$ و $E = \{1, 7, -8, -10\}$

می‌توان مشاهده کرد که اعداد 1 و 7 عضو E هستند ولی عضو F نیستند. یعنی مجموعه E زیرمجموعه F نیست.

در این صورت می‌نویسیم: $E \not\subseteq F$

اگر A و B دو مجموعه باشند و عضوی در مجموعه A باشد که در مجموعه B نباشد، پس مجموعه A زیرمجموعه مجموعه B نیست و

می‌نویسیم: $A \not\subseteq B$

هر مجموعه، زیرمجموعه خودش است: $A \subseteq A$

مثال: اگر $A = \{ -1, 3, \frac{4}{8} \}$ باشد، تحقیق کنید آیا $A \subseteq A$ است؟

پاسخ: بله، زیرا هر عضو A در خود مجموعه A قرار دارد.

مجموعه تهی زیرمجموعه هر مجموعه دلخواهی است: $\emptyset \subseteq A$

مثال ۱: درستی یا نادرستی رابطه‌های زیر را مشخص کرده و دلیل آن را بنویسید.

(الف) حروف الفبای انگلیسی $\subseteq \{a \text{ و } o \text{ و } i \text{ و } e \text{ و } u\}$: درست است، همه حروف مجموعه سمت چپ در بین حروف الفبای انگلیسی هستند.

(ب) $\{5 \text{ و } 4 \text{ و } 3 \text{ و } 2 \text{ و } 1 \text{ و } 0\} \not\subseteq \{5 \text{ و } 3 \text{ و } 0\}$: نادرست است، زیرا هر عضو مجموعه سمت چپ عضو از مجموعه سمت راست است و باید علامت \subseteq قرار گیرد.

(پ) $\{2 \text{ و } 1 \text{ و } a \text{ و } c\} \subseteq \{a \text{ و } 2 \text{ و } b\}$: نادرست است، زیرا b در مجموعه سمت چپ است که در مجموعه سمت راست نیست.

(ت) $\{15 \text{ و } \dots \text{ و } 2 \text{ و } 1\} \subseteq \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4\}$: درست است، زیرا هر عضو مجموعه سمت چپ عضو از مجموعه سمت راست است.

مثال ۲: با توجه به مجموعه‌های A ، B و C درستی یا نادرستی عبارت‌ها را مشخص کنید.

$$A = \{-4 \text{ و } -3 \text{ و } -2 \text{ و } \dots \text{ و } 3 \text{ و } 4\} \text{ و } B = \{2 \text{ و } 3 \text{ و } 4\} \text{ و } C = \{0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } 5\}$$

درست $\rightarrow B \subseteq B$ (ث) درست $\rightarrow \emptyset \subseteq C$ (ت) نادرست $\rightarrow B \not\subseteq C$ (پ) نادرست $\rightarrow C \subseteq A$ (ب) درست $\rightarrow B \subseteq A$ (الف)

مثال ۳: همه زیرمجموعه‌های $B = \{10 \text{ و } 11 \text{ و } 12\}$ را بنویسید.

پاسخ: برای نوشتن زیرمجموعه‌های یک مجموعه ابتدا زیرمجموعه‌های تک عضوی، سپس دو عضوی و ... را می‌نویسیم. سپس با توجه به نکته‌های قبل \emptyset و خود مجموعه را نیز به عنوان زیرمجموعه می‌نویسیم.

بنابراین زیرمجموعه‌های B عبارت‌اند از: $\{10 \text{ و } 11 \text{ و } 12\}$ ، $\{10 \text{ و } 11\}$ ، $\{10 \text{ و } 12\}$ ، $\{11 \text{ و } 12\}$ ، $\{10\}$ ، $\{11\}$ ، $\{12\}$ ، \emptyset ، مجموعه B ، A زیرمجموعه دارد.

مثال ۴: اگر مجموعه‌های $A = \{0 \text{ و } -1\}$ و $B = \{0 \text{ و } -1 \text{ و } 7\}$ و $C = \{0 \text{ و } 7 \text{ و } -1 \text{ و } 14\}$ باشند:

(الف) آیا $A \subseteq B$ است؟ چرا؟ (ب) آیا $B \subseteq C$ است؟ چرا؟

(پ) آیا با توجه به قسمت‌های (الف) و (ب) می‌توان نتیجه گرفت که $A \subseteq C$ است؟ چرا؟

پاسخ: (الف) بله، زیرا هر عضو A در B است. (ب) بله، زیرا هر عضو B در C است.

(پ) بله، زیرا هر عضو A در B و هر عضو B در C است. پس می‌توان نتیجه گرفت که هر عضو A در C قرار دارد.

مثال ۵: اگر A ، B و C سه مجموعه باشند و داشته باشیم $\begin{cases} A \subseteq B \\ B \subseteq C \end{cases}$ آنگاه می‌توان نتیجه گرفت که $A \subseteq C$ است.

تعداد زیرمجموعه‌ها

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه از رابطه 2^n به دست می‌آید که n تعداد اعضای مجموعه است.

$$n = 4 \Rightarrow 2^4 = 16$$

مثال ۱: مجموعه $A = \{c \text{ و } d \text{ و } e \text{ و } f\}$ چند زیرمجموعه دارد؟

پاسخ: مجموعه A ، ۱۶ زیرمجموعه دارد که عبارت‌اند از:

$$\emptyset, \{e\}, \{f\}, \{c\}, \{d\}, \{e \text{ و } f\}, \{e \text{ و } c\}, \{e \text{ و } d\}, \{f \text{ و } c\}, \{f \text{ و } d\}, \{c \text{ و } d\}, \{e \text{ و } f \text{ و } c\}, \{e \text{ و } f \text{ و } d\}, \{f \text{ و } c \text{ و } d\}, \{e \text{ و } c \text{ و } d\}, \{e \text{ و } f \text{ و } c \text{ و } d\}$$

مثال ۲: مجموعه G دارای ۳۲ زیرمجموعه است. این مجموعه چند عضو دارد؟

$$2^n = 32 = 2^5 \Rightarrow n = 5$$

پاسخ: مجموعه G دارای ۵ عضو است.

نمایش مجموعه

هر مجموعه را می‌توان به چهار شیوه نوشت:

۱- به زبان فارسی ۲- با اعضا ۳- با نمودار ون ۴- به زبان ریاضی (با نمادهای ریاضی)

۱- به زبان فارسی: ویژگی مشترک اعضای یک مجموعه با عبارت‌های فارسی بیان می‌شود.

مثال: مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۷

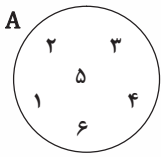
۲- با اعضا: نمایش تک‌تک اعضا که بین دو آکولاد قرار گرفته‌اند.

$$A = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } 5 \text{ و } 6\}$$

مثال:

۳- با نمودار ون: اعضای یک مجموعه در داخل یک خط بسته قرار می‌گیرد.

مثال:



۴- به زبان ریاضی (با نمادهای ریاضی): برای نشان دادن یک مجموعه با نمادهای ریاضی باید یک متغیر را به عنوان نماینده اعضای مجموعه مشخص کنیم و ویژگی مشترکی که بین همه اعضای مجموعه قرار دارد را به زبان ریاضی به آن متغیر نسبت دهیم.

مثال: مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۷ را به زبان ریاضی بنویسید.

الف) ابتدا یک حرف کوچک انگلیسی مانند x یا هر حرف کوچک دیگر را به عنوان نماینده تمام اعضا در داخل مجموعه می‌نویسیم: $\{x\}$

ب) مجموعه بزرگی که اعضای موردنظر زیرمجموعه‌ای از آن می‌باشد را معرفی می‌کنیم: $\{x \in \mathbb{N}\}$

پ) علامت « $|$ » را قرار می‌دهیم: $\{x \in \mathbb{N} | \dots\}$

ت) با استفاده از علامت‌های ($>$ و $<$) یا (\geq و \leq) یا نمادهای دیگر ریاضی محدوده اعداد موردنظر در آن مجموعه بزرگ را مشخص می‌نماییم.

$$\{x \in \mathbb{N} | x < 7\} \text{ یا } \{x \in \mathbb{N} | x \leq 6\}$$

نوشتن مجموعه به زبان ریاضی برای مجموعه‌هایی که تعداد اعضای مجموعه زیاد باشد، مفید است.

مثال: برای نوشتن مجموعه ضرب‌های طبیعی عدد 5 با نمادهای ریاضی، $5k$ را به عنوان نماینده اعضا در نظر می‌گیریم که در آن $k \in \mathbb{N}$ است و می‌نویسیم $\{5k | k \in \mathbb{N}\}$ که خوانده می‌شود مجموعه اعدادی که به شکل $5k$ هستند، به طوری که k متعلق به مجموعه اعداد طبیعی است.

در نوشتن یک مجموعه به زبان ریاضی علامت « $|$ » خوانده می‌شود «به طوری که» یا «به شرطی که» یا «به قسمی که».

در زیر چند مجموعه را به زبان فارسی یا با نوشتن اعضا و یا به زبان ریاضی نشان می‌دهیم.

الف) مجموعه اعداد طبیعی زوج $\rightarrow \{2k | k \in \mathbb{N}\} = \{2 \text{ و } 4 \text{ و } 6 \text{ و } 8 \text{ و } \dots\}$

ب) مجموعه اعداد طبیعی فرد $\rightarrow \{2k-1 | k \in \mathbb{N}\} = \{1 \text{ و } 3 \text{ و } 5 \text{ و } 7 \text{ و } 9 \text{ و } \dots\}$

پ) مجموعه اعداد صحیح یک‌رقمی $\rightarrow \{x \in \mathbb{Z} | -9 \leq x \leq 9\} = \{-9 \text{ و } -8 \text{ و } -7 \text{ و } \dots \text{ و } 8 \text{ و } 9\}$

ت) مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد 20 $\rightarrow \{x \in \mathbb{N} | \frac{20}{x} \in \mathbb{N}\} = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 4 \text{ و } 5 \text{ و } 10 \text{ و } 20\}$

ث) مجموعه اعداد طبیعی بین 11 و 17 $\rightarrow \{x \in \mathbb{N} | 11 < x < 17\} = \{12 \text{ و } 13 \text{ و } 14 \text{ و } 15 \text{ و } 16\}$ یا $\{x \in \mathbb{N} | 12 \leq x \leq 16\}$

مثال: مجموعه $A = \{2k-3 | k \in \mathbb{N}\}$ را با اعضا مشخص کنید. برای نوشتن اعضای مجموعه A از جدول زیر استفاده می‌کنیم.

k	۱	۲	۳	۴	۵	...
$2k-3$	$(2 \times 1) - 3 = -1$	$(2 \times 2) - 3 = 1$	$(2 \times 3) - 3 = 3$	$(2 \times 4) - 3 = 5$	$(2 \times 5) - 3 = 7$...

پس می‌نویسیم: $A = \{-1 \text{ و } 1 \text{ و } 3 \text{ و } 5 \text{ و } 7 \text{ و } \dots\}$

مجموعه‌های بزرگ اعداد را می‌توان به صورت زیر به زبان فارسی یا با نوشتن اعضا و یا به زبان ریاضی نوشت:

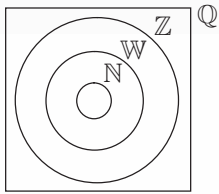
$\mathbb{N} = \{0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } \dots\} = \{k-1 | k \in \mathbb{N}\}$: مجموعه اعداد حسابی \mathbb{W} و $\{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } \dots\}$: مجموعه اعداد طبیعی \mathbb{N}

$\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} | a \text{ و } b \in \mathbb{Z} \text{ و } b \neq 0\}$: مجموعه اعداد گویا و $\{0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } \dots\}$ و $\{-3 \text{ و } -2 \text{ و } -1 \text{ و } 0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } \dots\}$: مجموعه اعداد صحیح \mathbb{Z}

مجموعه اعداد گویا را نمی‌توان با اعضا نشان داد، زیرا اولین عدد بزرگ‌تر یا کوچک‌تر از هر عدد گویا مشخص نیست.

مجموعه اعداد طبیعی زوج را با E و مجموعه اعداد طبیعی فرد را با O نشان می‌دهیم.

وضعیت مجموعه‌های \mathbb{N} ، \mathbb{W} ، \mathbb{Z} و \mathbb{Q} را نسبت به هم می‌توان به کمک نمودار ون صفحه بعد نشان داد.

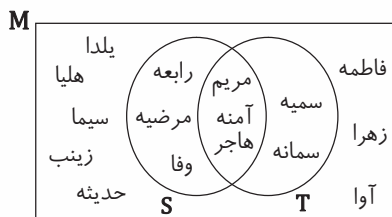


مطابق نمودار مقابل: هر عضو مجموعه اعداد طبیعی عضوی از مجموعه‌های W ، Z و Q ، هر عضو مجموعه اعداد حسابی عضوی از مجموعه‌های Z و Q و هر عضو مجموعه اعداد صحیح عضوی از مجموعه Q است. زیرا هر عدد صحیح a را می‌توان به صورت $\frac{a}{1}$ نوشت. به زبان ریاضی می‌توان نوشت: $N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q$

درس سوم: اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها

اجتماع و اشتراک مجموعه‌ها

مربی پرورشی از بین دانش‌آموزان کلاس نهم (ب) (که در بخش‌های قبلی معرفی شدند) گروهی را برای اجرای سرود مدرسه انتخاب کرد که اسامی آنها عبارت‌اند از: {وفا و مرضیه و رابعه و هاجر و آمنه و مریم} = S ، گروه تئاتر را با T ، گروه سرود را با S و کلاس نهم (ب) را با M نام‌گذاری می‌کنیم و این گروه‌بندی را با نمودار ون زیر نشان می‌دهیم.



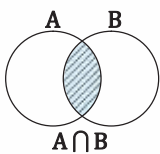
در نمودار مقابل، مریم، آمنه و هاجر عضو هر دو گروه هستند. سمیه و سمانه فقط عضو گروه تئاتر و رابعه، مرضیه و وفا فقط عضو گروه سرود هستند.

مجموعه‌های زیر را با اعضایشان به صورت زیر می‌توان تشکیل داد.

{هاجر و آمنه و مریم} = مجموعه دانش‌آموزانی که در هر دو گروه عضو هستند.

{وفا و مرضیه و رابعه و سمیه و سمانه و هاجر و آمنه و مریم} = مجموعه دانش‌آموزانی که حداقل در یکی از این دو گروه عضو هستند.

تعریف: اگر A و B دو مجموعه باشند، مجموعه‌ای که اعضای آن هم عضو A و هم عضو B باشند را اشتراک دو مجموعه A و B می‌نامیم و با

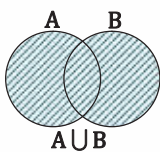


نماد $A \cap B$ نشان می‌دهیم که خوانده می‌شود اشتراک A

اشتراک دو مجموعه A و B به زبان ریاضی عبارت است از: $A \cap B = \{x | x \in A \text{ و } x \in B\}$ در نمودار مقابل قسمت هاشورخورده، اشتراک دو مجموعه A و B را نشان می‌دهد.

تعریف: اگر A و B دو مجموعه باشند، مجموعه‌ای که اعضای آن شامل همه اعضای دو مجموعه A و B است را اجتماع دو مجموعه A و B می‌نامیم و با نماد $A \cup B$ نشان می‌دهیم که خوانده می‌شود اجتماع A

تعریف دیگر: اجتماع دو مجموعه A و B شامل عضوهایی است که یا در A باشند یا در B



تعریف دیگر: اجتماع دو مجموعه A و B شامل عضوهایی است که حداقل در یکی از دو مجموعه A یا B باشند.

اجتماع دو مجموعه A و B به زبان ریاضی عبارت است از: $A \cup B = \{x | x \in A \text{ یا } x \in B\}$ ، در نمودار مقابل قسمت هاشورخورده، اجتماع دو مجموعه A و B را نشان می‌دهد.

در مثال بالا: {هاجر و آمنه و مریم} = $T \cap S$ = مجموعه دانش‌آموزانی که در هر دو گروه عضو هستند

{وفا و مرضیه و رابعه و سمیه و سمانه و هاجر و آمنه و مریم} = $T \cup S$ = مجموعه دانش‌آموزانی که حداقل در یکی از این دو گروه عضو هستند



مثال ۱: با توجه به نمودار مقابل مجموعه‌های A ، B و سپس $A \cap B$ و $A \cup B$ را با اعضایشان تشکیل دهید.

$A = \{0, -1, 5, 4, -7\}$ و $B = \{0, 2, 3, 4, -7, 11, -19\}$

پاسخ:

$A \cap B = \{0, 4, -7\}$ و $A \cup B = \{0, -1, 2, 3, 4, 5, -7, 11, -19\}$

مثال ۲: اگر $D = \{a, b, c, d, e, f\}$ و $C = \{a, e, i, o, u\}$ باشند، مجموعه $C \cap D$ و $C \cup D$ را با اعضایشان تشکیل دهید.

$C \cap D = \{a, e\}$ و $C \cup D = \{a, b, c, d, e, f, i, o, u\}$

پاسخ:

سوال‌های امتحانی

با پاسخ

درس اول: معرفی مجموعه

۱- جمله‌های درست را با «✓» و جمله‌های نادرست را با «x» مشخص کنید.

- الف) $\{\emptyset\} = \emptyset$ ب) عبارت $a \in B$ یعنی a عضو B است.
- پ) مجموعه $\{0\}$ با مجموعه $\{\}$ برابر است. ت) عبارت «نویسندگان معروف» یک مجموعه را بیان می‌کند.
- ث) مجموعه‌های شماره‌های اول عدد یک، یک مجموعه تک عضوی است. ج) مجموعه $\{-5, 3, 4, -5\}$ یک مجموعه چهار عضوی است.
- چ) مجموعه «مجذوره‌های کامل بین 5^0 و 6^0 » یک مجموعه تهی را مشخص می‌کند.
- ح) مجموعه $\{b, -1, \frac{1}{p}\}$ با مجموعه $\{\frac{3}{6}, \frac{1}{p}, b, -1\}$ برابر است.
- خ) واژه مجموعه در ریاضی برای بیان و نمایش دسته‌ای از اشیاء مشخص و متمایز به کار می‌رود.
- ۲- هر یک از جمله‌های زیر را با یک عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

- الف) مجموعه بدون عضو را می‌گویند.
ب) مجموعه $\{8, 2^3, 1\}$ دارای عضو است.
- پ) کوچک‌ترین عضو مجموعه اعداد طبیعی است.
ت) مجموعه تهی، مجموعه‌ای است که هیچ ندارد.
- ث) مجموعه $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ دارای عضو است.
ج) مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از یک، مجموعه می‌باشد.
- چ) مجموعه‌ای که فقط یک عضو داشته باشد، مجموعه می‌نامند.
ح) اگر در مجموعه‌ای عضو وجود نداشته باشد، آن را مجموعه می‌نامیم.
- خ) مجموعه اعداد اول زوج دارای عضو است و آن را مجموعه می‌نامند.
- د) عبارت «عدد ۱۴ عضو مجموعه A است» را با نماد ریاضی به صورت نمایش می‌دهیم.
- ذ) به دلیل تکراری بودن عضو m در مجموعه $\{m, -1, 2, p, m\}$ ، آن را به صورت می‌نویسیم.
- ر) عبارت «اسامی دانش‌آموزان مدرسه شما» یک مجموعه را نشان زیرا عضوهای مجموعه مشخص می‌باشد.

۳- مجموعه $\{\frac{3^2 + 5 \times 2 - 1}{\sqrt{36}}, -\sqrt{25-16}, 3 \times (-1)^2\}$ چند عضوی است؟

- الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴

۴- برای کدام یک از گزینه‌ها می‌توان یک مجموعه تشکیل داد؟

- الف) پنج گل قرمز رنگ ب) انسان‌های برگزیده
- ج) دانش‌آموزان باهوش د) اسامی روزهای هفته

۵- کدام یک از مجموعه‌های زیر یک مجموعه تهی نیست؟

- الف) اعداد طبیعی بین -5 و $+2$
- ب) مضرب‌های اول عدد ۴
- ج) اعداد اول بین 2 و -2
- د) اعداد طبیعی بین 17 و 25 که مجذور کامل هستند.

۶- با توجه به نمودار ون مشخص شده کدام گزینه صحیح است؟

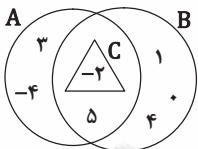
- الف) $5 \notin B$ ب) $5 \in C$
- ج) $5 \in A$ د) $-4 \in B$

۷- مجموعه اعداد صحیح و منفی بزرگتر از -7 عبارت است از:

- الف) $\{\dots, -4, -5, -6\}$ ب) $\{-1, -2, -3, \dots\}$
- ج) $\{\dots, -9, -8, -7\}$ د) $\{-8, -9, -10, \dots\}$

۸- مجموعه $\{0, -1, -2, -3\}$ متناظر با کدام عبارت است؟

- الف) اعداد صحیح بین صفر و -3 ب) قرینه اعداد حسابی کوچک‌تر از ۴
- ج) قرینه اعداد اول کوچک‌تر از ۴ د) شمارنده‌های عدد ۶



۹- هریک از مجموعه‌های زیر چند عضو دارد؟

$$A = \emptyset$$

$$B = \{\dots, -1, 2, -3, 4, \dots\}$$

$$C = \left\{ \frac{1}{10}, \frac{1}{13}, \frac{1}{14}, \dots, \frac{1}{100} \right\}$$

$$D = \{99, \dots, 54, 45, 36, 27\}$$

$$E = \{\dots, (-1)^5, -1^4, (-1)^3, -1^2, (-1), 0, 1^2, (-1), 1^3, (-1), 1^4, \dots\}$$

$$F = \{2 \times 3^2 \div 3, \sqrt{16} \times \sqrt{25-9}, (-6)^2 - 2 \times 5\}$$

۱۰- مجموعه حروف کلمه «books» دارای چند عضو است؟

۱۱- اگر مجموعه اعداد حسابی کوچکتر از ۱- را G بنامیم، این مجموعه چند عضو دارد؟

۱۲- مجموعه اعداد صحیح و منفی بزرگتر از ۴- را با اعضا بنویسید. این مجموعه چند عضو دارد و بزرگترین عضو این مجموعه را مشخص کنید.

$$S = \{-1, \frac{15}{3}, \sqrt{\frac{25 \times 64}{100}}, 3, 5, -4\}$$

۱۳- الف) مجموعه S چند عضو دارد؟

ب) جاهای خالی را با علامت مناسب کامل کنید. (€ یا ∉)

۱) $-5 \in S$

۲) $3 \in S$

۳) $1 \in S$

۴) $-(-4) \in S$

۵) $8-9 \in S$

۱۴- مجموعه حروف کلمه «محمد مهدی» دارای چند عضو است؟

$$A = \{ \} \quad B = \{0\} \quad C = \emptyset \quad D = \{\emptyset\}$$

۱۵- از مجموعه‌های مقابل کدام یک با هم مساوی‌اند؟

۱۶- بزرگترین و کوچکترین عضو هر مجموعه را مشخص کنید.

$$A = \{0, \dots, 6, 7, 8\}$$

$$B = \{\dots, \frac{3}{1}, \frac{3}{9}, \frac{2}{8}, \frac{2}{9}\}$$

$$C = \{-\frac{1}{10}, \dots, -\frac{1}{7}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{5}\}$$

$$D = \{\dots, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, 0, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \dots\}$$

۱۷- در داخل نماد € یا ∉ قرار دهید.

الف) $\{ \text{شمارنده‌های اول عدد } 435 \} \in 23$

ب) $\{ \dots, 68, 51, 34, 17 \} \in 204$

پ) $\{ \dots, -4/5, 3/4, -2/3, 1/2 \} \in -7/8$

ت) $\{ \dots, \frac{4}{3}, \frac{3}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3} \} \in 2$

۱۸- برای هریک از عبارتهای زیر در صورت امکان يك مجموعه تشکیل دهید.

ب) حروف الفبای فارسی که سه نقطه دارند.

الف) اسامی دانش‌آموزان کلاس شما

ت) سه رنگ زیبا

پ) اسامی هفت دختر

ج) اسامی دریاهاى مجاور ایران

ث) دو کتاب معروف زبان فارسی

۱۹- جدول مقابل را کامل کنید.

عبارت فارسی	عبارت ریاضی
۹ عضو A است.
.....	$-3 \notin A$
$\frac{1}{3}$ عضو A نیست.
.....	$0 \in A$

۲۰- الف) مجموعه اعداد زوج بین ۱۰۰ و ۵۰ که مضرب ۵ هستند را نوشته و B بنامید.

ب) درستی یا نادرستی رابطه‌های زیر را مشخص کنید.

۱) $66 \in B$

۲) $75 \notin B$

۳) $90 \in B$

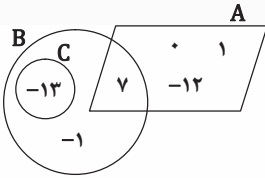
۴) $100 \notin B$

پ) برای کدام يك از عبارتهای زیر می‌توان يك مجموعه تشکیل داد؟

۲) اعداد زوج سه‌رقمی

۱) دو عدد مرکب کوچکتر از ۲۰

۲۱- با توجه به نمودار و ن، درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.



الف) $7 \in A$

ب) $-13 \notin B$

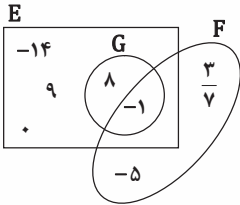
پ) $7 \notin C$

ت) $-1 \in A$

ث) $1 \in C$

ج) $7 \in B$

۲۲- با توجه به نمودار و ن، درستی یا نادرستی عبارتها را مشخص کنید.



الف) $-1 \notin G$

ب) $\frac{3}{7} \notin E$

پ) $-5 \in F$

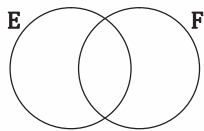
ت) $8 \in E$

ث) $0 \in F$

ج) $-14 \notin G$

۲۳- اگر $A = \{-3, 1, 3, 4, 6, 14\}$ و $B = \{1, 3, 14\}$ باشد، مجموعه‌های A و B را با عضوهایشان با یک نمودار «ون» نمایش دهید.

۲۴- با توجه به اطلاعات زیر در مورد دو مجموعه E و F نمودار زیر را کامل کنید.



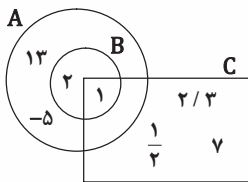
الف) عدد -7 فقط عضو E است.

ب) عدد $+4$ فقط عضو F است.

پ) عدد 19 هم عضو E و هم عضو F است.

ت) عدد صفر عضو E است ولی عضو F نیست.

۲۵- با توجه به نمودار و ن، هر مجموعه را با اعضایش مشخص کنید.

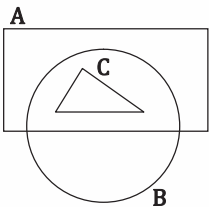


A = {.....}

B = {.....}

C = {.....}

۲۶- با توجه به مجموعه‌های A، B و C نمودار روبه‌رو را کامل کنید.



A = $\{-5, -1, 0, 3, 11, 19\}$

B = $\{-1, 0, 1, 3, 15, 19\}$

C = $\{-1, 19\}$

۲۷- با توجه به رابطه‌های زیر، اعضای مجموعه‌های A، B و C را در نمودار و ن مقابل بنویسید.

این مسئله چند پاسخ دارد؟

$$-3 \in A \text{ و } -3 \notin B \text{ و } 0 \in B \text{ و } 7 \notin A \text{ و } 0 \notin C$$

$$-12 \in B \text{ و } 13 \in A \text{ و } 13 \notin C \text{ و } 7 \in C \text{ و } -12 \in C$$

۲۸- دو مجموعه $\{1, -6, -4, 0, 2\}$ و $C = \{-16, 1, 0, 4, -5\}$ را در نظر بگیرید.

دو مجموعه را با یک نمودار و ن نمایش دهید. کدام اعضا هم در منحنی بسته مربوط به C و هم در منحنی بسته D وجود دارند؟

۲۹- کدام یک از عبارتهای زیر مشخص‌کننده یک مجموعه است؟ با نمودار و ن نشان دهید.

ب) شماره‌های اول عدد ۲۷

الف) عددهای صحیح منفی بزرگتر از -12

ت) عددهای مثبت کوچکتر از صفر

پ) جواب معادله $3x - 1 = -5$

ج) دو شماره‌ی مرکب عدد 100

ث) جواب معادله $12 = 4 - x$

۳۰- با توجه به شرط‌های زیر، مجموعه‌های A ، B و C را مشخص کنید. (راهنمایی: از نمودار ون استفاده کنید)

(الف) عدد -۸ ، عضو دو مجموعه A و B است ولی عضو مجموعه C نیست.

(ب) عدد ۳ عضو هر سه مجموعه است.

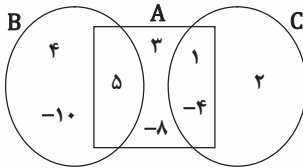
(پ) اعداد ۹ و -۶ عضو دو مجموعه B و C هستند.

(ت) عدد ۱۴ فقط عضو مجموعه B است و حاصل جمع عضوهای مجموعه B برابر ۱۲ است.

(ث) مجموعه A دارای ۴ عضو است و عدد ۵ فقط عضو مجموعه A است.

(ج) حاصل جمع عضوهای مجموعه A برابر -۶ است.

(چ) حاصل جمع عضوهای مجموعه C برابر ۷ است. (مجموعه C دارای ۴ عضو است)



۳۱- با توجه به نمودار ون، درستی یا نادرستی رابطه‌های زیر را مشخص کنید.

(الف) $۵ \in A$ (ب) $-۸ \notin C$ (پ) $۴ \in A$ (ت) $-۱۰ \notin B$

(ث) $۱ \in C$ (ج) $۳ \in B$ (چ) $۲ \in C$ (ح) $-۴ \notin A$

۳۲- هر مجموعه در قسمت A را به مجموعه مناسب آن در قسمت B وصل کنید.

B	A
$\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$	مجموعه اعداد فرد اول
$\{3, 5, 7\}$	$\{19\}$
شمارنده‌های عدد ۳^0	$\{0\}$
$\{3, 5, 7, 11, \dots\}$	$\{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$
اعداد صحیح بین 0 و -۱	مجموعه اعداد فرد
مضارب اول عدد ۱۹	$\{ \}$
مجموعه اعداد حسابی کوچک‌تر از یک	مجموعه سه عدد فرد متوالی با میانگین ۵

۳۳- مقدار a را چنان تعیین کنید که مجموعه $F = \{a, -5\}$ دارای یک عضو باشد.

۳۴- مقدارهای x و y را چنان تعیین کنید که مجموعه $E = \{x, y, 3-2y\}$ دارای یک عضو باشد.

۳۵- آیا مجموعه اعداد اول بین ۵۳ و ۵۹ یک مجموعه تهی است؟ چرا؟

۳۶- مقدارهای a و b را چنان تعیین کنید که مجموعه $F = \{3a-2, 5a+4, 2a-b\}$ یک عضو باشد.

۳۷- الف) یک عبارت بنویسید که نشان‌دهنده مجموعه تهی باشد.

ب) یک عبارت بنویسید که نشان‌دهنده مجموعه تک عضوی باشد.

۳۸- مجموعه‌های زیر را با اعضایشان مشخص کنید.

الف) مجموعه اعداد حسابی کوچک‌تر از ۵

ب) مجموعه شمارنده‌های اول عدد ۵۶

پ) مجموعه اعداد طبیعی زوج کوچک‌تر از ۱۰۰

ت) مجموعه چهار عدد اول متوالی با شروع از ۱۳

۳۹- در صورت امکان متناظر با هر عبارت یک مجموعه و متناظر با هر مجموعه یک عبارت بنویسید و تعداد اعضای هر مجموعه را تعیین کنید.

A : اعداد طبیعی کوچک‌تر از -۸

B : ۱۲ و ۱۸ مشترک

$C = \{9, 8, 7, \dots, -7, -8, -9\}$

$D = \{\dots, 5, 3, 1, -1, -3, -5, \dots\}$

درس دوم: مجموعه‌های برابر و نمایش مجموعه‌ها

ع- جمله‌های درست را با «✓» و جمله‌های نادرست را با «x» مشخص کنید.

- الف) مجموعه‌ای که عضو ندارد، زیرمجموعه نیز ندارد.
- ب) فقط مجموعه تهی است که یک زیرمجموعه دارد.
- پ) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 1\}$ هیچ عضوی ندارد.
- ت) هر مجموعه دلخواه حداقل دو زیرمجموعه دارد.
- ث) بزرگ‌ترین عضو مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq -3\}$ عدد -3 می‌باشد.
- ج) کوچک‌ترین عضو مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > -1\}$ عدد -1 می‌باشد.
- چ) مجموعه $A = \{a \text{ و } b\}$ با مجموعه $\{a \text{ و } b \text{ و } a \text{ و } b\}$ برابر است.

ع۱- هریک از جمله‌های زیر را با عدد، کلمه یا عبارت مناسب کامل کنید.

- الف) هر مجموعه زیرمجموعه است.
- ب) مجموعه تهی همه مجموعه‌هاست.
- پ) در مجموعه $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq -4\}$ بزرگ‌ترین عضو عدد می‌باشد.
- ت) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x < 3\}$ دارای عضو می‌باشد.
- ث) عبارت «مجموعه A زیرمجموعه B می‌باشد» را با نماد ریاضی به صورت نمایش می‌دهیم.
- ج) در مجموعه $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < \square\}$ اگر به جای \square عدد قرار دهیم، مجموعه دارای ۳ عضو می‌شود.
- چ) در مجموعه $F = \{x \in \mathbb{N} \mid -3 \leq x < \square\}$ اگر به جای \square عدد قرار دهیم با مجموعه $E = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 9\}$ برابر می‌شود.

ع۲- یک مجموعه شش‌عضوی چند زیرمجموعه دارد؟

- الف) ۳۱
- ب) ۶۳
- ج) ۶۴
- د) ۱۲

ع۳- مجموعه شماره‌های اول عدد ۴۲، چند زیرمجموعه دارد؟

- الف) ۲
- ب) ۳
- ج) ۴
- د) ۸

ع۴- کدام عبارت نادرست است؟

- الف) $0 \in \mathbb{Z}$
- ب) $-\frac{7}{3} \in \mathbb{Q}$
- ج) $\frac{3}{5} \in \mathbb{N}$
- د) $\frac{25}{5} \in \mathbb{W}$

ع۵- مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x < 1\}$ با کدام گزینه برابر است؟

- الف) $\{1 \text{ و } 0 \text{ و } -1\}$
- ب) $\{0 \text{ و } -1 \text{ و } -2\}$
- ج) $\{0 \text{ و } -1\}$
- د) $\{-2 \text{ و } 1\}$

ع۶- زیرمجموعه‌ای از مجموعه $\{0 \text{ و } -1 \text{ و } -100\}$ که عضوهای آن بزرگتر از صفر باشد، کدام است؟

- الف) $\{-100\}$
- ب) $\{-100 \text{ و } -1\}$
- ج) $\{\}$
- د) $\{\emptyset\}$

ع۷- بزرگ‌ترین زیرمجموعه از مجموعه $\{2 \text{ و } 1 \text{ و } 0 \text{ و } -1 \text{ و } -2\}$ که عضوهای آن مجذور کامل باشد؟

- الف) $\{1 \text{ و } 2\}$
- ب) $\{1 \text{ و } -1\}$
- ج) $\{1\}$
- د) $\{0 \text{ و } 1\}$

ع۸- نمایش اعضای مجموعه مقابل کدام است؟

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 16\}$$

- الف) $\{4 \text{ و } 5\}$
- ب) $\{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4\}$
- ج) $\{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3\}$
- د) $\{\}$

ع۹- الف) مجموعه اعداد صحیح بین -3 و 3 را بنویسید و آن را A بنامید.

ب) مجموعه پنج عدد صحیح متوالی که حاصل جمع آنها برابر با صفر باشد را بنویسید و آن را B بنامید.

پ) هریک از مجموعه‌های A و B چند عضو دارد؟

ت) آیا هر عضو A در مجموعه B است؟

ث) آیا هر عضو B در مجموعه A است؟

ج) چه رابطه‌ای بین مجموعه‌های A و B وجود دارد؟

۵۰- مجموعه A شامل اعداد صحیح بین $-E$ و $+E$ است. ابتدا مجموعه A را با اعضا بنویسید، سپس مجموعه برابر با A را در زیر مشخص کنید. (الف) مجموعه اعداد حسابی کوچکتر از E و قرینه آنها (ب) مجموعه اعداد طبیعی که مجذور آنها کوچکتر از ۱۶ است.

۵۱- جاهای خالی را در مجموعه‌های زیر طوری کامل کنید که مجموعه‌ها برابر باشند.

(الف) $\left\{ \frac{3}{63} \text{ و } \dots \text{ و } \frac{-1}{E} \text{ و } \sqrt{\frac{9}{25}} \right\} = \left\{ \frac{3}{8} \text{ و } -E \text{ و } \dots \text{ و } -\frac{25}{8} \right\}$

(ب) $\left\{ \dots \text{ و } \frac{8}{0} \text{ و } -E/9 \text{ و } \sqrt{\frac{144}{E}} \right\} = \left\{ \frac{121}{22} \text{ و } \dots \text{ و } (6 \text{ و } 36) \text{ و } \frac{72}{9} \right\}$

۵۲- الف) برای مجموعه $F = \{2, 1, 0, -1, -2\}$ نمودار ون را رسم کنید. (ب) در نمودار بالا عضوهایی که مضرب صحیح ۲ هستند را با یک خط بسته مشخص کنید و آن را E بنامید. (پ) مجموعه E را بنویسید. آیا هر عضو E، عضوی از F است؟ (ت) چه رابطه‌ای بین مجموعه E و F وجود دارد؟ (به زبان ریاضی بنویسید)

۵۳- جدول مقابل را کامل کنید.

مفهوم	به زبان فارسی	به زبان ریاضی
		$E \subseteq F$
		$E \not\subseteq F$

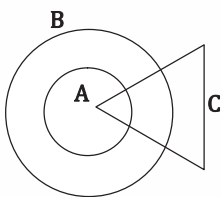
۵۴- دلیل درستی یا نادرستی رابطه‌های زیر را مشخص کنید.

(الف) $\left\{ \frac{3}{8} \text{ و } 0 \text{ و } -7 \right\} \subseteq \left\{ \frac{-28}{E} \text{ و } 0 \text{ و } -1 \text{ و } \frac{3}{8} \right\}$ (ب) $\{a, b, d \text{ و } e \text{ و } i\} \not\subseteq \{a, o \text{ و } e \text{ و } i\}$

۵۵- مجموعه‌های A، B و C را در نظر بگیرید، سپس درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

$A = \{-5, -4, -3, \dots \text{ و } 5\}$ و $B = \{10, 11, 0 \text{ و } -\frac{5}{8}\}$ و $C = \{-1, E \text{ و } -3, 0\}$

- (الف) $C \subseteq A$ (ب) $C \subseteq B$ (پ) $B \not\subseteq A$
- (ت) $\emptyset \subseteq B$ (ث) $B \subseteq C$ (ج) $\{0 \text{ و } -1\} \subseteq B$
- (ح) $\{-3 \text{ و } -4\} \not\subseteq C$ (د) $2 \notin A$ (خ) $10 \in A$



۵۶- با توجه به نمودار، دلیل درستی یا نادرستی عبارتها را مشخص کنید.

- (الف) $A \subseteq B$ (ب) $A \not\subseteq C$ (پ) $\emptyset \subseteq A$
- (ت) $C \subseteq B$ (ث) $B \not\subseteq B$ (ج) $B \not\subseteq C$

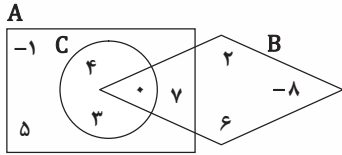
۵۷- تمام زیرمجموعه‌های مجموعه $\{-19, -18, -17\}$ را بنویسید.

۵۸- الف) اگر $M = \{10, 11, 12, 13\}$ باشد، تعداد زیرمجموعه‌های M چقدر است؟ (ب) تمام زیرمجموعه‌های یک‌عضوی مجموعه M را بنویسید. (پ) تمام زیرمجموعه‌های دو‌عضوی مجموعه M را بنویسید. (ت) تمام زیرمجموعه‌های سه‌عضوی مجموعه M را بنویسید. (ث) زیرمجموعه چهارعضوی مجموعه M را بنویسید.

۵۹- مجموعه‌ای ۵ عضو دارد. این مجموعه چند زیرمجموعه دارد؟

۶۰- یک مجموعه ۱۲۸ زیرمجموعه دارد. تعداد عضوهای این مجموعه را به دست آورید.

۶۱- با توجه به نمودار روبه‌رو:



الف) هر یک از مجموعه‌ها را با اعضایش مشخص کنید.

ب) در داخل مربع نماد مناسب (\in ، \notin ، \subseteq ، $\not\subseteq$) قرار دهید.

۱) $-8 \in A$ ۲) $A \subseteq B$ ۳) $\{2 \text{ و } 6\} \subseteq B$ ۴) $\emptyset \subseteq A$

۵) $0 \in C$ ۶) $7 \in A$ ۷) $-1 \in C$ ۸) $C \subseteq A$

۶۲- الف) مجموعه اعداد صحیح بین ۵- و ۴+ را بنویسید و آن را E بنامید.

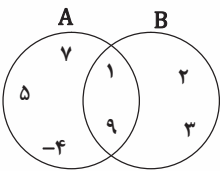
ب) بزرگترین زیرمجموعه‌ای از E را بنویسید که عضوهای آن عدد اول باشند.

پ) بزرگترین عضو مجموعه E کدام است؟

۶۳- دو مجموعه A و B را در نظر بگیرید.

الف) بزرگترین زیرمجموعه‌ای از B بنویسید که عضوهای آن بر ۳ بخش‌پذیر باشد.

ب) مجموعه A چند عضو دارد؟ چند زیرمجموعه دارد؟



۶۴- با توجه به مجموعه $F = \{-6 \text{ و } -8 \text{ و } 0 \text{ و } 1 \text{ و } 3\}$ بزرگترین زیرمجموعه‌ای از F بنویسید که:

الف) اعضای آن عدد اول باشد.

ب) اعضای آن بزرگتر از صفر باشد.

۶۵- با توجه به نمودار روبه‌رو:

الف) عضوهای مجموعه A را بنویسید.

ب) بزرگترین زیرمجموعه‌ای از B بنویسید که عضوهای آن عدد اول باشند.

پ) با توجه به نمودار درستی یا نادرستی رابطه‌های زیر را مشخص کنید.

۱) $C \not\subseteq B$ ۲) $A \subseteq B$ ۳) $5 \in A$ ۴) $-4 \notin C$

۶۶- اگر $A = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 5 \text{ و } 7 \text{ و } 8\}$ و $B = \{2 \text{ و } 7\}$ باشد.

الف) تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه A را بنویسید.

ب) درستی یا نادرستی عبارتها را مشخص کنید.

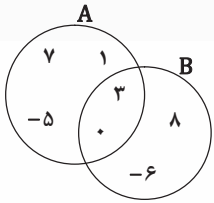
۱) $4 \notin A$ ۲) $3 \in A$ ۳) $B \subseteq A$ ۴) $\emptyset \not\subseteq A$ ۵) $\{7\} \in B$

۶۷- الف) مجموعه اعداد طبیعی زوج را بنویسید و آن را A بنامید.

ب) کدامیک از عبارتهای زیر درست و کدامیک نادرست است؟

۱) $A \subseteq A$ ۲) $12 \in A$ ۳) $\{6 \text{ و } 8\} \subseteq A$

۴) $100 \subseteq A$ ۵) $\{2 \text{ و } 200\} \in A$ ۶) $(25 \text{ و } 20) \in A$



۱) $B \subseteq A$

۲) $\{3 \text{ و } 8\} \subseteq B$

۳) $0 \in A$

۴) $1 \notin A$

۵) $\{-5, 7\} \not\subseteq B$

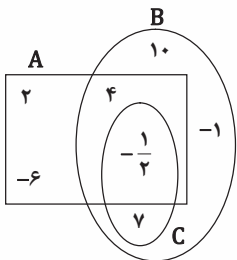
۶) $0 \notin B$

$A = \{-6 \text{ و } -5 \text{ و } -4 \text{ و } -3 \text{ و } -2 \text{ و } -1\}$

۶۸- با توجه به مجموعه A بزرگترین زیرمجموعه‌ای از A بنویسید که:

(الف) اعضای آن اعداد صحیح منفی کوچکتر از ۲ باشند.

(ب) اعضای آن اعداد اول باشند.



۱) $C \subseteq F$

۲) $10 \in E$

۳) $\frac{-1}{2} \notin F$

۴) $F = C$

۷۱- در داخل نماد \subseteq و یا $\not\subseteq$ قرار دهید.

(الف) $\emptyset \subseteq \{... \text{ و } 4 \text{ و } 2 \text{ و } 0 \text{ و } -2 \text{ و } -4\}$

(ب) $\{\frac{2}{7}\} \subseteq \{\frac{1}{5} \text{ و } \frac{1}{6} \text{ و } \frac{1}{7}\}$

(پ) $\{-5 \text{ و } -4 \text{ و } ... \text{ و } 4 \text{ و } 5\} \subseteq \{-3 \text{ و } -2\}$

(ت) $\{72 \text{ و } 96\} \subseteq \{8 \text{ و } 16 \text{ و } 24 \text{ و } ...\}$

(ث) $\{0\} \subseteq \emptyset$

(ج) $\{2 \text{ و } 3 \text{ و } 7\} \subseteq \{8 \text{ عددهای مرکب}\}$

۷۲- الف) درچه صورتی $A = B$ است؟

(ب) درچه صورتی $A \neq B$ است؟

۷۳- الف) جای خالی را کامل کنید.

$\left. \begin{matrix} A \subseteq B \\ B \subseteq A \end{matrix} \right\} \Rightarrow \dots\dots\dots$

(ب) برای درستی عبارت بالا يك مثال بنویسید.

۷۴- صورتهای مختلف نمایش يك مجموعه را نام ببرید و يك مثال بنویسید.

۷۵- الف) مجموعه اعداد صحیح منفی بزرگتر از ۵- را به زبان ریاضی بنویسید.

(ب) مجموعه اعداد صحیح بین ۲- و ۵+ را با علائم ریاضی بنویسید.

۷۶- جدول مقابل را کامل کنید.

با اعضا	به زبان فارسی	به زبان ریاضی
$\{... \text{ و } 6 \text{ و } 4 \text{ و } 2\}$	مجموعه اعداد طبیعی زوج	
		$O = \{2k - 1 \mid k \in \mathbb{N}\}$

۷۷- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

الف) $\{x \in \mathbb{Z} \mid -6 < x \leq 1\}$

مجموعه اعداد طبیعی یک‌رقمی (ب)

مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۳ (پ)

ت) $\{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{4} \leq x < 3^2\}$

ث) $\{x \in \mathbb{N} \mid x \geq -4\}$

مجموعه اعداد صحیح و مثبت دو رقمی (ج)

۷۸- جدول مقابل را کامل کنید.

با اعضا	به زبان فارسی	نمایش حروف
		\mathbb{N}
	اعداد حسابی	
$\{... \text{ و } 2 \text{ و } 1 \text{ و } 0 \text{ و } -1 \text{ و } -2 \text{ و } ...\}$		

۷۹- الف) مجموعه اعداد گویا را با چه حرفی نمایش می‌دهند؟

ب) آن را به زبان ریاضی بنویسید.

پ) آیا می‌توان اعداد گویا را با اعضا مشخص کرد؟ چرا؟

۸۰- مجموعه $\{2 \text{ و } 1 \text{ و } 0 \text{ و } -1 \text{ و } -2 \text{ و } -3\}$ را F در نظر بگیرید. مشخص کنید کدامیک از مجموعه‌های زیر باهم برابر و کدامیک نابرابرند؟

$A = \{x \in F \mid x^2 < 5\}$

$B = \{x \in F \mid -3 < x < 3\}$

$C = \{x \in F \mid -13 < 3x - 7 < 0\}$

$A \subseteq B$
 $B \subseteq C$ } \Rightarrow

۸۱- الف) جای خالی را کامل کنید.

ب) برای عبارت بالا یک مثال بنویسید.

۸۲- تمام زیرمجموعه‌های هر یک از مجموعه‌های زیر را بنویسید.

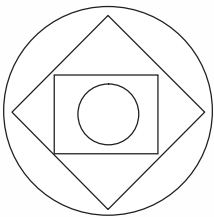
$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 3x + 1 = -4x - 6\}$

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid -1 < x \leq 4\}$

$C = \{2^x \mid x = 0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3\}$

$D = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 5k - 6 \text{ و } k \in \mathbb{N} \text{ و } k < 5\}$

۸۳- در نمودار ون مقابل مجموعه‌های \mathbb{N} ، \mathbb{W} ، \mathbb{Z} و \mathbb{Q} را با توجه به وضعیت آنها نسبت به هم مشخص کنید.



۸۴- هر کدام از عبارتهای زیر را به زبان ریاضی بنویسید و با ذکر دلیل، درستی یا نادرستی آن را مشخص کنید.

الف) هر عدد طبیعی یک عدد حسابی است.

ب) هر عدد طبیعی یک عدد صحیح است.

ت) هر عدد گویا یک عدد صحیح است.

پ) هر عدد طبیعی یک عدد گویا است.

ث) هر عدد صحیح یک عدد گویا است.

ج) هر عدد صحیح یک عدد حسابی است.

ح) هر عدد حسابی یک عدد صحیح است.

چ) هر عدد صحیح یک عدد حسابی است.

د) هر عدد گویا یک عدد طبیعی است.

خ) هر عدد حسابی یک عدد گویا است.

ر) هر عدد حسابی یک عدد طبیعی است.

ذ) هر عدد صحیح یک عدد طبیعی است.

۸۵- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x < 5\}$

$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < -3\}$

$C = \{x \in \mathbb{N} \mid -1 < x < 3\}$

$D = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 3\}$

$E = \{x \in \mathbb{N} \mid -4 < x < +4\}$

$F = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x < 2\}$

۸۶- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < -4\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 1\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{W} \mid -6 < x < -3\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 \leq x\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{W} \mid -2 < x < 5\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 4\}$$

۸۷- صورت دیگر هر یک از مجموعه‌های زیر را با علائم و نماد ریاضی بنویسید. (راهنمایی: هر کدام از مجموعه‌ها را به چندین حالت می‌توان نوشت)

$$A = \{\dots, 4, 5, 6\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$C = \{\dots, -9, -8, -7\}$$

$$D = \{6, 7, 8, \dots, 53\}$$

$$E = \{\dots, -2, -3, -4\}$$

$$F = \{0, \dots, -3, -4, -5\}$$

۸۸- صورت دیگر هر یک از مجموعه‌های زیر را با علائم و نماد ریاضی بنویسید.

$$A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$B = \{10, 11, 12, 13\}$$

$$C = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$D = \{\dots, 6, 7, 8\}$$

$$E = \{-9, -8, -7, -6\}$$

$$F = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \square < x < +3\} = \{-2, -1, 0, 1, \square\}$$

۸۹- در داخل مربع عددی یا علامت مناسب قرار دهید.

۹۰- هر یک از مجموعه‌های زیر را با اعضا بنویسید.

الف) مجموعه اعداد طبیعی بزرگتر از ۴

پ) مجموعه اعداد صحیح بین ۳+ و ۲-

ب) مجموعه اعداد صحیح کوچکتر از ۴ و بزرگتر از ۴-

ت) مجموعه اعداد حسابی کوچکتر از ۷

۹۱- هر یک از مجموعه‌های زیر را با علائم ریاضی بنویسید.

الف) مجموعه اعداد صحیح و مثبت کوچکتر از ۸

پ) مجموعه اعداد صحیح بزرگتر از ۳-

ب) مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از ۸

ت) مجموعه اعداد طبیعی بزرگتر از ۱۰

۹۲- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq \sqrt{16}\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < \frac{11}{3}\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid -\frac{5}{3} < x < \sqrt{16}\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid -\frac{3}{2} < x < \frac{3}{2}\}$$

۹۳- مجموعه‌های زیر را به زبان ریاضی بنویسید.

$$A = \{0\}$$

$$B = \{-7\}$$

۹۴- مجموعه‌های زیر را با اعضا مشخص کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x \leq \sqrt{9}\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 30\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid \sqrt{25} \leq x < \sqrt{36} + 1\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 30\}$$

۹۵- x را چنان تعیین کنید که دو مجموعه $\{0, -11, -5, x\}$ و $\{0, -11, -2x+7, -11, 0\}$ با یکدیگر برابر باشند.

۹۶- مقدار a را چنان تعیین کنید که دو مجموعه $F = \{-x+1, x-3\}$ و $E = \{a\}$ با یکدیگر برابر باشند.

۹۷- اگر $\{7\} = \{a-1, -2a+b\}$ باشد، مقادیر a و b چقدر است؟

۹۸- اگر $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -8 \leq 3x+1 < 1\}$ باشد:

الف) مجموعه B را با اعضایش نمایش دهید.

ب) بزرگترین زیرمجموعه‌ای از B بنویسید که عضوهای آن کوچکتر از ۱- باشد.

پ) بزرگترین زیرمجموعه‌ای از B بنویسید که قرینه عضوهای آن عضو مجموعه اعداد طبیعی باشد.

۹۹- اگر $A = \{x \in \mathbb{W} \mid \sqrt{x} \leq 2\}$ و $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\}$ باشد، کدامیک از این دو مجموعه، زیرمجموعه دیگری است؟

۱۰۰- آیا هر عدد صحیح يك عدد گویا است؟ چرا؟

۱۰۱- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

ت) $\mathbb{W} \not\subseteq \mathbb{Z}$

پ) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}$

ب) $\mathbb{W} \not\subseteq \mathbb{N}$

الف) $\{2, 3, 2, -2\} \subseteq \mathbb{N}$

ح) $\mathbb{N} \not\subseteq \{0, 1\}$

چ) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$

ج) $\mathbb{Q} \not\subseteq \mathbb{Z}$

ث) $\mathbb{Q} \not\subseteq \mathbb{W}$

۱۰۲- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 2\}$ فقط يك عضو دارد.

ب) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x < 1\}$ دو عضو دارد.

پ) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > -3\}$ بزرگترین عضو ندارد.

ت) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 1\}$ بی‌شمار عضو دارد.

۱۰۳- ابتدا مجموعه A را با اعضا مشخص کنید، سپس جمله داده شده را کامل نمایید.
 $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -4 < x < -1\} = \{ \quad \quad \quad \}$
 در مجموعه A کوچکترین عضو عدد و بزرگترین عضو عدد می‌باشد.

۱۰۴- مجموعه‌های زیر را به زبان فارسی بیان کنید. (راهنمایی: هر کدام را به حالت‌های دیگری نیز می‌توان نوشت)

$A = \{2, 3, 4\}$

$B = \{... -2, -3, -4\}$

$C = \{... 6, 7, 8\}$

۱۰۵- دانش‌آموزی يك عضو از اعضای مجموعه $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 4\}$ را به‌صورت زیر نوشته است. بقیه عضوهای مجموعه A را بنویسید.

$A = \{3 \text{ و } \quad \}$

$\{x \in \mathbb{N} \mid 2x + 1 = 5\}$

۱۰۶- مجموعه روبه‌رو را با نوشتن اعضا و به زبان فارسی بنویسید.

۱۰۷- کوچکترین عضو و بزرگترین عضو هر يك از مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

$A = \{-6, -5, -4, -3, -2\}$

$B = \{... -3, -2, -1\}$

$C = \{+5, +6, +7, +8, ...\}$

$D = \{-8, -7, -6, ... -1\}$

۱۰۸- الف) مجموعه اعداد صحیح بین -2 و $+3$ را بنویسید و آن را A بنامید.

ب) زیرمجموعه‌ای از A بنویسید که اعضای آن اول باشد.

پ) در داخل یکی از علامت‌های \in و \notin را قرار دهید.

$-3 \in A$

۱۰۹- الف) مجموعه اعداد طبیعی فرد کوچکتر از 6 را بنویسید.

ب) تمام زیر مجموعه‌های این مجموعه را بنویسید.

$A = \{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98, 105\}$

۱۱۰- مجموعه A را در نظر بگیرید:

الف) بزرگترین زیرمجموعه‌ای از A بنویسید که عضوهای آن عدد اول باشند.

ب) بزرگترین زیرمجموعه‌ای از A بنویسید که اعضای آن مجذور کامل باشند.

پ) درستی یا نادرستی هر يك از عبارتهای زیر را مشخص کنید.

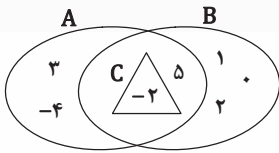
۱) $-7 \in A$

۲) $\{5, 4, 0\} \subseteq A$

۱۱۱- الف) اعضای مجموعه اعداد طبیعی زوج چه خاصیت مشترکی دارند؟

ب) هر عدد زوج طبیعی را به چه صورتی می‌توان نشان داد؟

پ) مجموعه اعداد طبیعی زوج را با استفاده از نمادهای ریاضی بنویسید.



۱۱۲- با توجه به نمودار مقابل:

الف) عضوهای مجموعه C را بنویسید.

ب) بزرگترین زیرمجموعه‌ای از مجموعه B بنویسید که عضوهای آن اعداد اول باشند.

پ) با توجه به شکل، کدامیک از عبارتهای زیر درست و کدامیک نادرست است؟

۱) $A \subseteq B$

۲) $C \not\subseteq B$

۳) $5 \in A$

۱۱۳- مجموعه‌های زیر را با نمادهای ریاضی بنویسید.

الف) بزرگترین زیرمجموعه‌ای از \mathbb{N} که اعضای آن همگی بر ۵ بخش پذیرند.

ب) مجموعه اعداد حسابی

پ) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

درس سوم: اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها

۱۱۴- جمله‌های درست را با «✓» و جمله‌های نادرست را با «x» مشخص کنید.

$E - F \subseteq E$ ، ب)

الف) $N - W = \emptyset$

ت) اگر $A \subseteq B$ باشد، آنگاه $A \cap B = B$

پ) $A \cap B = \{x | x \in A \text{ و } x \in B\}$

ج) اجتماع هر مجموعه با خودش برابر است با همان مجموعه

ث) اگر $A = \{0, -1, -2\}$ باشد، آنگاه $n(A) = 2$

چ) اشتراک دو مجموعه E و F زیرمجموعه هریک از دو مجموعه E و F است.

ح) اجتماع دو مجموعه A و B شامل همه اعضای است که هم عضو A و هم عضو B باشند.

۱۱۵- هریک از جمله‌های زیر را با یک عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

ب) $A \cap (A \cup B) = \dots\dots\dots$

الف) $Q \cap Z = \dots\dots\dots$

ت) اگر $E \subseteq F$ باشد، آنگاه $E \cup F = \dots\dots\dots$

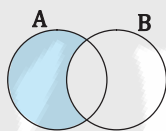
پ) $\{x | x \in A \text{ یا } x \in B\} = \dots\dots\dots$

ث) اشتراک هر مجموعه با مجموعه تهی برابر است با $\dots\dots\dots$

ج) هریک از دو مجموعه $\dots\dots\dots$ و $\dots\dots\dots$ زیرمجموعه $A \cup B$ می‌باشند.

چ) در هر دو مجموعه دلخواه و متفاوت A و B همواره مجموعه $A - B$ با مجموعه $B - A$ برابر $\dots\dots\dots$

ح) مجموعه‌ای که همه اعضای آن هم عضو A و هم عضو B باشند، $\dots\dots\dots$ دو مجموعه A و B است.



۱۱۶- قسمت رنگی با کدام گزینه زیر نشان داده می‌شود؟

الف) $A \cup B$

ب) $A \cap B$

ج) $A - B$

د) $B - A$

۱۱۷- مجموعه $W - N$ همواره برابر است با:

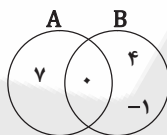
الف) N

ب) W

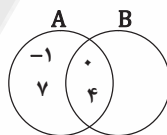
ج) \emptyset

د) $\{0\}$

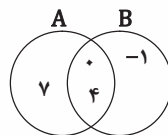
۱۱۸- دو مجموعه $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ و $A \cap B = \{0, 4, 8\}$ را در نظر بگیرید. کدام گزینه مجموعه‌های A و B را به درستی نمایش نمی‌دهد؟



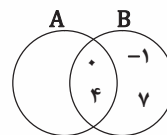
الف)



ب)



ج)



د)

۱۱۹- اگر $F = \{5, 1, -8, -\frac{3}{4}\}$ و $E = \{15, a, -6, 1, 5\}$ باشند، کدام گزینه زیر، مجموعه $\{a \text{ و } -6\}$ را نشان می‌دهد؟

الف) $F \cup E$

ب) $F \cap E$

ج) $E - F$

د) $F - E$

۱۲۰- اگر $A = \{2, \{2\}\}$ و $B = \{\{2\}, 2\}$ باشد، حاصل $B - A$ کدام است؟

الف) \emptyset

ب) A

ج) B

د) $\{2\}$

پاسخ سوال‌ها

فصل اول: مجموعه‌ها

- ۱- الف) \emptyset مجموعه تهی است ولی $\{\emptyset\}$ دارای یک عضو \emptyset است. (ب) ✓ (پ) \times { } دارای یک عضو صفر است ولی { } مجموعه تهی است.
 ت) \times زیرا اعضای آن مشخص نیست. (ث) \times عدد ۱ شمارنده اول ندارد پس مجموعه شمارنده‌های اول عدد ۱، مجموعه تهی است.
 ج) \times چون عضو ۵- دو بار تکرار شده و یک عضو محسوب می‌شود. (چ) ✓ زیرا بین ۵ و ۶ هیچ مجذور کاملی قرار ندارد.

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{پس } \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \text{و } \frac{1}{2} \text{ و } b \text{ و } -1 \text{ در } E = F \text{ است.} \quad \checkmark \text{ (خ)}$$

الف) مجموعه تهی	ب) دو	پ) عدد یک	ت) عضوی	ث) بی‌شمار	ج) تهی
چ) تک‌عضوی یا یک‌عضوی	ح) تهی	خ) یک، تک‌عضوی	د) $14 \in A$	ذ) $\{-1 \text{ و } 2 \text{ و } p \text{ و } m\} = A$	ر) می‌دهد، است

$$3 \times (-1)^2 = 3 \times 1 = 3 \quad \text{و} \quad -\sqrt{25-16} = -\sqrt{9} = -3 \quad \frac{3^2 + 5 \times 2 - 1}{\sqrt{36}} = \frac{9+10-1}{6} = \frac{18}{6} = 3 \quad \text{ب } \{-3 \text{ و } 3\}$$

- ۴- (د) عضوهای مجموعه‌های الف، ب و ج مشخص نیستند. ۵- الف $\{+1\} =$ اعداد طبیعی بین ۵- و ۲+ ۶- ج ۷- ب ۸- ب

۹- A: عضوی ندارد. و B: بی‌شمار عضو دارد. و C: ۴۶ عضو دارد. زیرا: مخرج کسرها عبارت‌اند از: ۱۰۰ و ۱۰۰ و ۱۴ و ۱۲ و ۱۰ پس:

$$46 = \frac{100-10}{2} + 1 = \frac{90}{2} + 1 = 46$$
 کوچک‌ترین عدد - بزرگ‌ترین عدد = تعداد اعضا
 فاصله بین اعداد

D: ۹ عضو دارد. مجموعه D، مضارب عدد ۹، از سومین مضرب تا یازدهمین مضرب است. پس: $\frac{11-3}{1} + 1 = 9$

E: یک عضو دارد. $E = \{-1\} = \{-1 \text{ و } -1 \text{ و } -1 \text{ و } -1 \text{ و } \dots\} = \{-1, (-1)^2, (-1)^3, (-1)^4, (-1)^5, \dots\}$

F: ۳ عضو دارد. $3 \times 3^2 \div 3 = 2 \times 9 \div 3 = 18 \div 3 = 6$ و $\sqrt{16} \times \sqrt{25-9} = 4 \times \sqrt{16} = 4 \times 4 = 16$ و $(-6)^2 - 2 \times 5 = 36 - 2 \times 5 = 36 - 10 = 26$

۱۰- دارای چهار عضو است. $\{b \text{ و } 0 \text{ و } k \text{ و } s\}$ ۱۱- این مجموعه هیچ عضوی ندارد، زیرا: $\{0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } \dots\} =$ مجموعه اعداد حسابی

۱۲- این مجموعه سه عضو دارد و بزرگ‌ترین عضو آن -۱ است. $\{-1 \text{ و } -2 \text{ و } -3\} =$ اعداد صحیح و منفی بزرگ‌تر از -۴

۱۳- الف) مجموعه S، پنج عضو دارد. $S = \{-1 \text{ و } 5 \text{ و } 4 \text{ و } 3 \text{ و } -4\}$ و $\frac{15}{3} = 5$ و $\sqrt{\frac{25 \times 64}{100}} = \frac{\sqrt{25} \times \sqrt{64}}{\sqrt{100}} = \frac{5 \times 8}{10} = \frac{40}{10} = 4$

ب) ۱) $-5 \notin S$ ۲) $3 \in S$ ۳) $1 \notin S$ ۴) $\frac{-4}{-4} \in S$ ۵) $\frac{-1}{9} \in S$

۱۴- پنج عضو دارد. $\{y \text{ و } h \text{ و } d \text{ و } c \text{ و } m\} =$ مجموعه حروف کلمه «محمد مهدی» ۱۵- $A = C = \emptyset = \{ \}$ ، C و A

۱۶- A ← بزرگ‌ترین عضو: ۸ و کوچک‌ترین عضو: ۰ B ← بزرگ‌ترین عضو: مشخص نیست. و کوچک‌ترین عضو: ۲/۸

C ← بزرگ‌ترین عضو: $-\frac{1}{10}$ و کوچک‌ترین عضو: $-\frac{1}{8}$ D ← بزرگ‌ترین عضو: مشخص نیست. و کوچک‌ترین عضو: مشخص نیست.

۱۷- {مضرب‌های عدد ۱۷} = $\{17 \text{ و } 34 \text{ و } 51 \text{ و } 68 \text{ و } \dots\} = 20 \times 4 \in$ (ب) $\{3 \text{ و } 5 \text{ و } 29\} =$ شمارنده‌های اول ۳۵ (الف) $23 \notin$

$\left(\frac{6}{3} = 2\right)$ $\left\{\frac{1}{3} \text{ و } \frac{2}{3} \text{ و } \frac{3}{3} \text{ و } \frac{4}{3} \text{ و } \frac{5}{3} \text{ و } \frac{6}{3} \text{ و } \dots\right\}$ (ت) $2 \in$ $\{1/2 \text{ و } 2/3 \text{ و } 3/4 \text{ و } 4/5 \text{ و } 5/6 \text{ و } 6/7 \text{ و } 7/8 \text{ و } \dots\}$ (پ) $-7/8 \notin$

۱۸- الف) می‌توان مجموعه تشکیل داد. (ب) {ش و ژ و چ و ت و پ} = حروف الفبای فارسی که سه نقطه دارند.

پ) نمی‌توان مجموعه تشکیل داد، زیرا اعضای آن مشخص نیست. (ت) نمی‌توان مجموعه تشکیل داد، زیرا اعضای آن مشخص نیست.

ث) نمی‌توان مجموعه تشکیل داد. (ج) {دریای عمان و خلیج فارس و دریای خزر} = دریاهای مجاور ایران

۲۰- الف) اعداد زوج مضرب ۵ یعنی اعدادی که بر ۱۰ بخش پذیرند. $B = \{۶۰ و ۷۰ و ۸۰ و ۹۰\}$

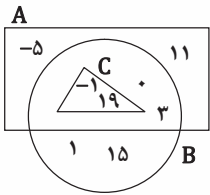
عبارت فارسی	عبارت ریاضی
.....	$۹ \in A$
(-۳) عضو A نیست.
.....	$\frac{1}{۲} \notin A$
صفر عضو A است.

ب) ۱) \times ۲) \checkmark ۳) \checkmark ۴) \checkmark

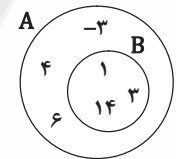
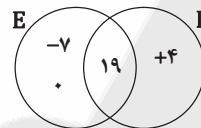
پ) ۱) نمی‌توان مجموعه تشکیل داد.

۲) می‌توان مجموعه تشکیل داد: $\{۹۹۶ و ۹۹۸ و \dots و ۱۰۶ و ۱۰۴ و ۱۰۲ و ۱۰۰\}$

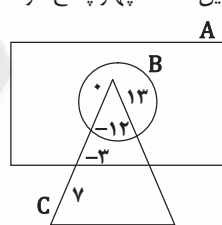
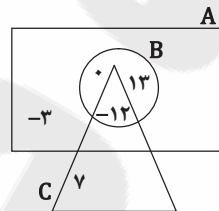
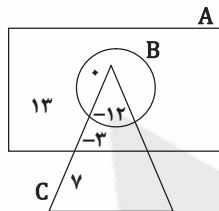
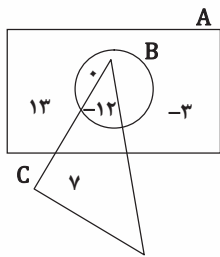
۲۱- الف) \checkmark	ب) \times	پ) \checkmark	ت) \times	ث) \times	ج) \checkmark
۲۲- الف) \times	ب) \checkmark	پ) \checkmark	ت) \checkmark	ث) \times	ج) \checkmark



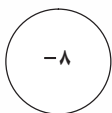
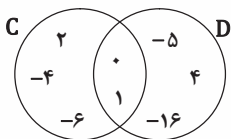
۲۴- $A = \{-۵ و ۱۳ و ۱ و ۲\}$
 $B = \{۱ و ۲\}$
 $C = \{۱ و ۲/۳ و ۱/۲ و ۷\}$



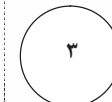
۲۷- این مسئله چهار پاسخ دارد.



۲۸- اعداد صفر و یک



مجموعه تهی



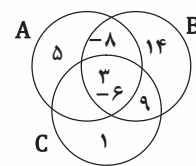
-۱	-۲	-۷
-۴	-۳	-۸
-۵	-۶	-۱۱
-۹	-۱۰	

ج) نمی‌توان مجموعه مشخص کرد.

۳۱- الف) \checkmark ب) \checkmark پ) \times $A = \{۳ و -۶ و -۸ و ۵\}$

ج) \times ث) \checkmark ت) \times $B = \{۹ و -۶ و ۳ و -۸ و ۱۴\}$

ج) \times ج) \checkmark $C = \{۳ و -۶ و ۹ و ۱\}$



B	A
$\{۱ و ۳ و ۵ و ۷ و ۹ و \dots\}$	مجموعه اعداد فرد اول
$\{۳ و ۵ و ۷\}$	$\{۱۹\}$
شمارنده‌های عدد ۳۰	$\{۰\}$
$\{۳ و ۵ و ۷ و ۱۱ و \dots\}$	$\{۱ و ۲ و ۳ و ۵ و ۶ و ۱۰ و ۱۵ و ۳۰\}$
اعداد صحیح بین ۰ و ۱-	مجموعه اعداد فرد
مضارب اول عدد ۱۹	$\{ \}$
مجموعه اعداد حسابی کوچک‌تر از یک	مجموعه سه عدد فرد متوالی با میانگین ۵

۳۳- برای اینکه مجموعه دارای یک عضو باشد باید $a = -5$ باشد.

۳۴- برای اینکه مجموعه دارای یک عضو باشد باید $x = 7$ و $2y - 3 = 7$ باشد، پس: $x = 7$ و $y = 5$

۳۵- بله، زیرا بین ۵۳ و ۵۹ همه اعداد مرکب هستند و هیچ عدد اولی وجود ندارد.

۳۶- برای اینکه این مجموعه یک‌عضوی باشد باید همه اعضا با هم برابر باشند، پس:

$$3a - 2 = 5a + 4 \Rightarrow 3a - 5a = 4 + 2 \Rightarrow -2a = 6 \Rightarrow a = \frac{6}{-2} = -3$$

و همچنین $2a - b = 3a - 2$ و چون $a = -3$ است، پس:

$$2 \times (-3) - b = 3 \times (-3) - 2 \Rightarrow -6 - b = -9 - 2 \Rightarrow -6 - b = -11 \Rightarrow -b = -11 + 6 = -5 \Rightarrow b = \frac{-5}{-1} = +5$$

بنابراین $a = -3$ و $b = +5$ است.

۳۷- الف) مجموعه اعداد اول کوچک‌تر از یک

ب) مجموعه اعداد بین ۲۰ تا ۳۰ که جذر کامل دارند. $\{25\}$

۳۸- الف) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ ب) $\{2, 7\}$

پ) $\{2, 4, 6, 8, \dots, 96, 98\}$ ت) $\{13, 17, 19, 23\}$

۳۹- چهار عضو دارد $B = \{1, 2, 3, 6\}$

هیچ عضوی ندارد $A = \{ \}$

بی‌شمار عضو دارد، اعداد صحیح فرد D:

۱۹ عضو دارد، اعداد صحیح بین ۱۰ و ۱۰۰ C:

۴۰- الف) مجموعه‌ای که عضو ندارد، مجموعه تهی است و مجموعه تهی زیرمجموعه خودش است.

ب) هر مجموعه غیر از مجموعه تهی حداقل دو زیرمجموعه دارد: مجموعه تهی و خود مجموعه

ت) زیرا مجموعه تهی فقط یک زیرمجموعه دارد. $\{ \}$ (ث) $A = \{-3, -4, -5, \dots\}$ (ج) $A = \{0, 1, 2, \dots\}$ (چ) $A = \{0, 1, 2, \dots\}$

۴۱- الف) خودش ب) زیرمجموعه $E = \{1, 2\}$ (پ) -4 ت) پنج $A = \{0, 1, -1, -2\}$ (ث) $A \subseteq B$ (ج) 4 (چ) 3 زیرا $\{1, 2\}$ زیر $E = \{1, 2\}$

۴۲- ج $2^6 = 64 \Rightarrow (n \text{ تعداد اعضا}) = 2^n = 64$ و تعداد زیرمجموعه‌ها

۴۳- د $2^n = 2^3 = 8 \Rightarrow$ مجموعه شماره‌های اول 42 ج $2^3 = 8$ زیرا $\frac{3}{5} \notin \mathbb{N}$ و $\frac{25}{5} = 5 \in \mathbb{W}$ ج 45

۴۶- ج زیرا هیچ کدام از عضوهای مجموعه $\{0, -1, 100\}$ بزرگ‌تر از صفر نیستند.

۴۷- د

۴۸- ج

۴۹- الف) $A = \{0, 1, -1, -2\}$ ب) $B = \{0, 1, -1, -2\}$ (پ) مجموعه $A \leftarrow 5$ عضو، مجموعه $B \leftarrow 5$ عضو

ت) بله (ث) بله (ج) $A = B$ مجموعه A و B با هم مساوی هستند.

۵۰- $A = \{0, 1, -1, -2, -3\}$ و $B = \{0, 1, -1, -2, -3\}$ (ب) مجموعه (ب) و $A = \{0, 1, -1, -2, -3\}$ (الف) مجموعه (الف)

بنابراین مجموعه A با مجموعه (الف) برابر است.

۵۱-

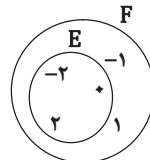
$$\left\{ \frac{3}{63}, -4, -\frac{1}{4}, \sqrt{\frac{9}{25}} \right\} = \left\{ \frac{3}{5}, -4, -\frac{1}{4}, \frac{3}{5} \right\}$$

الف) $\left\{ \frac{3}{63}, -4, -\frac{1}{4}, \sqrt{\frac{9}{25}} \right\}$ و $\left\{ \frac{3}{5}, -4, -\frac{1}{4}, \frac{3}{5} \right\}$

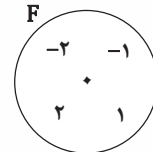
$$\left\{ \frac{121}{22}, 0/8, -4/9, \sqrt{\frac{144}{4}} \right\} = \left\{ \frac{121}{22}, 0/8, -4/9, 6 \right\}$$

ب) $\left\{ \frac{121}{22}, 0/8, -4/9, \sqrt{\frac{144}{4}} \right\}$ و $\left\{ \frac{121}{22}, 0/8, -4/9, 6 \right\}$

۵۲- الف) (پ) $E = \{0, -2, 2\}$ ، بله هر عضو E ، عضوی از F است.



(ب) (الف) F



ت) $E \subseteq F$ مجموعه E زیرمجموعه، مجموعه F است.

۵۳-

مفهوم	به زبان فارسی	به زبان ریاضی
هر عضو E ، عضوی از F است.	E زیرمجموعه F است.	$E \subseteq F$
در E حداقل یک عضو وجود دارد که عضو F نیست.	E زیرمجموعه F نیست.	$E \not\subseteq F$

۵۴- الف) \checkmark زیرا هر عضو مجموعه سمت چپ عضوی از مجموعه سمت راست است. $(\frac{-28}{\varepsilon} = -7)$

ب) \checkmark زیرا عضو 0 در مجموعه سمت چپ، عضو مجموعه سمت راست نیست.

۵۵- الف) \checkmark (ب) زیرا ۳- و ۴ در مجموعه C، عضو مجموعه B نیستند. (پ) زیرا ۱۰ و ۱۱ عضو مجموعه B در مجموعه A نیستند.

ت) \checkmark (ث) زیرا ۱۰ و ۱۱ در مجموعه B عضو مجموعه C نیستند.

ج) \checkmark زیرا $-\frac{5}{5} = -1$ (ج) زیرا -۴ عضو مجموعه C نیست. (ح) زیرا ۲ عضو A است. (خ) زیرا ۱۰ عضو A نیست.

۵۶- الف) \checkmark زیرا تمام مجموعه A درون مجموعه B قرار دارد. (ب) زیرا برخی از عضوهای مجموعه A درون مجموعه C قرار ندارد.

(پ) مجموعه تهی زیرمجموعه هر مجموعه‌ای است. (ت) زیرا همه مجموعه C درون مجموعه B قرار ندارد.

(ث) زیرا هر مجموعه زیرمجموعه خودش است. (ج) زیرا همه مجموعه B درون مجموعه C قرار ندارد.

۵۷- $\{ -19, -18, -17 \}, \{ -19, -18 \}, \{ -19, -17 \}, \{ -18, -17 \}, \{ -19 \}, \{ -18 \}, \{ -17 \}, \emptyset$

۵۸- الف) تعداد زیرمجموعه‌های M، ۱۶ تا مجموعه است. $2^4 = 16 \Rightarrow 2^n = 16$ تعداد زیرمجموعه‌ها

(ب) $\{13\}, \{12\}, \{11\}, \{10\}$ (پ) $\{13, 12\}, \{13, 11\}, \{13, 10\}, \{12, 11\}, \{12, 10\}, \{11, 10\}, \{10\}$

(ت) $\{13, 12, 11\}, \{13, 12, 10\}, \{13, 11, 10\}, \{12, 11, 10\}, \{13, 11\}, \{12, 10\}, \{11, 10\}, \{10\}$

(ث) $\{10, 11, 12, 13\}$ (مجموعه تهی هم زیرمجموعه M است که هیچ عضوی ندارد)

۵۹- ۳۲ زیرمجموعه دارد. $2^5 = 32 \Rightarrow n = 5$ این مجموعه ۵ عضو دارد. $2^n = 128 = 2^7 \Rightarrow n = 7$

۶۱- الف) $C = \{0, 3, 4\}$ و $B = \{0, 2, 6, 7, 8\}$ و $A = \{0, 3, 4, 5, 7\}$

(ب) ۱) $8 \notin A$ ۲) $A \not\subseteq B$ ۳) $\{2, 6\} \subseteq B$ ۴) $\emptyset \subseteq A$ ۵) $0 \in C$ ۶) $7 \in A$ ۷) $1 \notin C$ ۸) $C \subseteq A$

۶۲- عدد ۳ پ) $\{2, 3\}$ ب) $E = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ الف)

۶۳- الف) $\{3, 9\}$ (ب) ۵ عضو و ۳۲ زیرمجموعه دارد. $2^5 = 32 \Rightarrow n = 5$

۶۴- $\{1, 3\}$ ب) $\{3\}$ الف)

۶۵- ۴) \checkmark ۳) \checkmark ۲) \times ۱) \times ب) $\{5, 41\}$ الف) $A = \{5, -3, -4, 13\}$

۶۶- الف) مجموعه A، ۳۲ زیرمجموعه دارد. $2^5 = 32 \Rightarrow n = 5$

(ب) ۱) \times زیرا ۴ عضو است و A مجموعه است و بین آنها باید علامت عضویت (E) قرار بگیرد نه علامت زیرمجموعه (C) پس $4 \notin A$

۲) \times (۳) \checkmark زیرا هر عضو B در مجموعه A قرار دارد.

۴) \times (۵) \times زیرا یک مجموعه و B نیز یک مجموعه است و باید علامت عضویت بین آنها قرار گیرد، پس: $\{7\} \subseteq B$

۶۷- الف) $A = \{10, 8, 6, 4, 2, \dots\}$ (ب) ۱) \checkmark ۲) \checkmark ۳) \checkmark

۴) \times زیرا $100 \in A$ صحیح است. (۵) \times زیرا $\{2, 200\} \subseteq A$ صحیح است. (۶) \times زیرا $5 = (200, 205)$ و $5 \notin A$

۶۸- ۶) \times ۵) \checkmark ۴) \times ۳) \checkmark ۲) \checkmark ۱) \times ب) $\{3, 0, -6\}$ الف) $\{3, 7\}$

۶۹- الف) $\{-3, -4, -5, -6\}$ (ب) $\{ \}$ یا \emptyset عدد اول عدد طبیعی است. \boxtimes

۷۰- ۴) \times ۳) \times ۲) \checkmark ۱) \times ب) $C = \{7, -\frac{1}{7}\}$ پ) $E = \{10, -1\}$ الف) $F = \{4, -\frac{1}{4}\}$

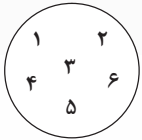
۷۱- $\{-5, -4, \dots, 4, 5\} \subseteq \{-2, -3\}$ ب) $\{\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}\} \not\subseteq \{\frac{2}{7}\}$ الف) $\emptyset \subseteq \{-4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$

{شمارنده‌های مرکب عدد ۸۴} $\not\subseteq \{2, 3, 7\}$ ج) $\{ \} \not\subseteq \emptyset$ ت) $\{ \} \subseteq \{8, 16, 24, \dots\}$ الف) $\{72, 96\}$

۷۲- الف) در صورتی که هر عضو مجموعه A عضوی از مجموعه B و هر عضو مجموعه B عضوی از مجموعه A باشد، به عبارتی دیگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$

(ب) در صورتی که حداقل یک عضو مجموعه A عضو مجموعه B نباشد یا حداقل یک عضو مجموعه B عضو مجموعه A نباشد.

۷۳- الف) $A = B$ (ب) اگر $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$ و $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots\}$ داریم: $A \subseteq B$ و $B \subseteq A \Rightarrow A = B = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$



(۳) نمودار ون

(۲) با نمایش اعضا: {۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶}

۷۴- (۱) به زبان فارسی: اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۷

(۴) به زبان ریاضی: $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 7\}$

الف) $\{-4, -3, -2, -1\} = \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 < x < 0\}$

ب) $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4\} = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x < 5\}$

۷۵-

با اعضا	به زبان ریاضی	به زبان فارسی
{۲ و ۴ و ۶ و ...}	$E = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\}$	مجموعه اعداد طبیعی زوج
{۱ و ۳ و ۵ و ۷ و ...}	$O = \{2k-1 \mid k \in \mathbb{N}\}$	مجموعه اعداد طبیعی فرد

۷۶-

الف) $\{1, 0, -1, -2, -3, -4, -5\}$

ب) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

پ) $\{1, 2\}$

۷۷-

ت) $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

ث) $\{1, 2, 3, \dots\} = \mathbb{N}$

ج) $\{10, 11, 12, \dots, 98, 99\}$

۷۹- الف) \mathbb{Q}

ب) $\left\{ \frac{a}{b} \mid a \text{ و } b \in \mathbb{Z} \text{ و } b \neq 0 \right\}$

پ) خیر، زیرا بین دو عدد گویا بی‌شمار عدد گویا وجود دارد.

نمایش حروف	به زبان فارسی	با اعضا
\mathbb{N}	مجموعه اعداد طبیعی	{۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ...}
\mathbb{W}	اعداد حسابی	{۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ...}
\mathbb{Z}	مجموعه اعداد صحیح	{... و ۲ و -۱ و ۰ و ۱ و ۲ و ...}

۷۸-

$A = \{x \in F \mid x^2 < 5\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$B = \{x \in F \mid -3 < x < 3\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

۸۰-

$C = \{x \in F \mid -13 < 3x - 7 < 0\} = \{-1, 0, 1, 2\}$

بنابراین: $A = B$ است و مجموعه C با مجموعه‌های A یا B برابر نیست.

☒ برای نوشتن اعضای مجموعه C عضوهای F را یکی یکی به جای x در معادله $3x - 7$ قرار می‌دهیم، اگر حاصل بین 0 و -13 قرار داشته باشد پس آن عضو F را داخل مجموعه C می‌نویسیم. مثال:

$x = -3 \Rightarrow 3x - 7 = 3 \times (-3) - 7 = -16 \rightarrow$ بین صفر و -13 قرار ندارد.

$x = -1 \Rightarrow 3x - 7 = 3 \times (-1) - 7 = -10 \Rightarrow -13 < -10 < 0$

پس $x = -1$ را داخل مجموعه C می‌نویسیم.

۸۱- الف) $A \subseteq C$ (ب) اگر $A = \{0, -1\}$ و $B = \{-1, 0, 7, 13\}$ و $C = \{-1, 0, 7, 14\}$ باشد، داریم:

$A \subseteq B \Rightarrow \{0, -1\} \subseteq \{-1, 0, 7, 13\}$

$B \subseteq C \Rightarrow \{-1, 0, 7, 13\} \subseteq \{-1, 0, 7, 14\}$ یا $A \subseteq C$

۸۲- زیرمجموعه‌های A عبارت‌اند از: $\{0, -1\}, \emptyset, \{-1\}$

$B = \{1, 2, 3, 4\}$

زیرمجموعه‌های B عبارت‌اند از: $\{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 3\}, \{1, 2\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \emptyset$

$C = \{2^0, 2^1, 2^2, 2^3\} = \{1, 2, 4, 8\}$

$\{1, 2, 4, 8\}, \{1, 2, 8\}, \{1, 4, 8\}, \{2, 4, 8\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{1, 8\}, \{2, 8\}, \{4, 8\}, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{8\}, \emptyset$

زیرمجموعه‌های C عبارت‌اند از:

$\{2, 8\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{1, 8\}, \{2, 4\}, \{2, 8\}, \{4, 8\}, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{8\}, \emptyset$

☒ برای نوشتن اعضای مجموعه D ، چون $k < 5$ است اعداد کوچک‌تر از 5 را به جای k در معادله $x = 5k - 6$ قرار می‌دهیم، اگر حاصل هر کدام یعنی x عدد طبیعی باشد، x را در مجموعه D می‌نویسیم.

$k = 4 \Rightarrow x = 5 \times 4 - 6 = 14 \Rightarrow x = 14$

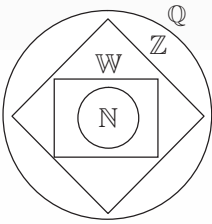
$k = 3 \Rightarrow x = 5 \times 3 - 6 = 9 \Rightarrow x = 9$

$k = 2 \Rightarrow x = 5 \times 2 - 6 = 4 \Rightarrow x = 4$

$k = 1 \Rightarrow x = 5 \times 1 - 6 = -1 \Rightarrow x = -1$

$\Rightarrow D = \{14, 9, 4\}$

زیرمجموعه‌های D عبارت‌اند از: $\{14, 9, 4\}, \{9, 14\}, \{4, 14\}, \{4, 9\}, \{14\}, \{9\}, \{4\}, \emptyset$



۸۴- الف) $N \subseteq W$ صحیح است. زیرا $\{0, 1, 2, 3, \dots\} \subseteq \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

ب) $N \subseteq Z$ صحیح است. زیرا $\{0, 1, 2, 3, \dots\} \subseteq \{0, 1, 2, 3, \dots, -1, -2, \dots\}$

پ) $N \subseteq Q$ صحیح است. زیرا اگر به هر عدد طبیعی یک مخرج یک بدهیم، یک عدد گویا می‌شود.

$-\frac{2}{3} \in Q$ و $-\frac{2}{3} \notin Z$

ت) $Q \subseteq Z$ نادرست است. زیرا کسرهایی که ساده نشدنی هستند در مجموعه Z قرار ندارند، مثال:

$-\frac{2}{3} \in Q$ ولی $-\frac{2}{3} \notin W$

ث) $Q \subseteq W$ نادرست است. زیرا اعداد منفی کسری در Q هستند ولی در W نیستند، مثال:

ج) $Z \subseteq Q$ صحیح است. زیرا اگر به هر عدد صحیح یک مخرج یک بدهیم، یک عدد گویا می‌شود.

$-3 \in Z$ ولی $-3 \notin W$

چ) $Z \subseteq W$ نادرست است. زیرا اعداد منفی در Z هستند ولی در W نیستند. مثال:

ح) $W \subseteq Z$ صحیح است. زیرا $\{0, 1, 2, 3, \dots\} \subseteq \{0, 1, 2, 3, \dots, -1, -2, \dots\}$

خ) $W \subseteq Q$ صحیح است. زیرا اگر به هر عدد حسابی یک مخرج یک بدهیم، یک عدد گویا می‌شود.

$\frac{2}{3} \in Q$ ولی $\frac{2}{3} \notin N$

ذ) $Q \subseteq N$ نادرست است. زیرا کسرهای ساده نشدنی در مجموعه N قرار ندارد مثال:

ر) $W \subseteq N$ نادرست است. زیرا $0 \notin N$ ولی $0 \in W$

۸۵- $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ، $B = \{-4, -5, -6, \dots\}$ ، $C = \{1, 2\}$ ، $D = \{1, 2\}$ ، $E = \{1, 2, 3\}$ ، $F = \{-1, 0, 1\}$

۸۶- $A = \{-5, -6, -7, \dots\}$ ، $B = \{1\}$ ، $C = \{\}$ یا \emptyset

$D = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ ، $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ، $F = \{5, 6, 7, \dots\}$

۸۷- $A = \{x \in Z | x \leq 6\}$ یا $\{x \in Z | x < 7\}$ ، $B = \{x \in N | x < 5\}$ یا $B = \{x \in N | x \leq 4\}$

$C = \{x \in Z | x < -6\}$ یا $\{x \in Z | x \leq -7\}$ ، $D = \{x \in N | 5 < x < 54\}$ یا $D = \{x \in N | 6 \leq x \leq 53\}$

$E = \{x \in Z | -4 \leq x \leq 2\}$ یا $E = \{x \in Z | -5 < x < 3\}$ ، $F = \{x \in Z | -5 \leq x \leq 0\}$ یا $F = \{x \in Z | -6 < x < 1\}$

۸۸- $A = \{x \in Z | -2 < x < 4\}$ ، $B = \{x \in N | 10 \leq x \leq 13\}$ ، $C = \{x \in N | 1 < x < 6\}$ ، $D = \{x \in Z | x < 9\}$

$E = \{x \in Z | -10 < x \leq -6\}$ ، $F = \{x \in Z | -4 < x < 5\}$

۸۹- $A = \{x \in Z | -3 < x < 3\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

۹۰- الف) $\{1, 2, 3, \dots\}$ ب) $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ پ) $\{-1, 0, 1, 2\}$ ت) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

۹۱- الف) $\{x \in Z | 0 < x < 8\}$ ب) $\{x \in N | x < 8\}$ پ) $\{x \in Z | x > -3\}$ ت) $\{x \in N | x > 10\}$

۹۲- $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ، $B = \{5, 4, 3, 2, \dots\}$ ، $C = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ ، $D = \{-1, 0, 1\}$

۹۳- $A = \{x \in W | x < 1\}$ یا $\{x \in Z | -1 < x < 1\}$ ، $B = \{x \in Z | -8 < x < -6\}$

۹۴- $A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ، $B = \{-5, -4, -3, \dots, 4, 5\}$

$C = \{x \in N | \sqrt{25} \leq x < \sqrt{36} + 1\} = \{x \in N | 5 \leq x < 7\} = \{5, 6\}$ ، $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

۹۵- $A = B \Rightarrow \{x - 5, -11, 0\} = \{0, -11, -2x + 7\} \Rightarrow x - 5 = -2x + 7 \Rightarrow x + 2x = 7 + 5 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{3} = 4$

اگر $x = 4$ باشد، $A = B$ می‌شود.

۹۶- $E = F \Rightarrow \{a\} = \{-x + 1, x - 3\} \Rightarrow -x + 1 = a$ ، $x - 3 = a$

$-x + 1 = x - 3 \Rightarrow -x - x = -3 - 1 \Rightarrow -2x = -4 \Rightarrow x = \frac{-4}{-2} = 2$ چون $x - 3 = a$ و $x = 2 \Rightarrow 2 - 3 = a \Rightarrow a = -1$

۹۷- $\{ \epsilon a - 1 \text{ و } -2a + b \} = \{ 7 \} \Rightarrow \epsilon a - 1 = 7 \text{ و } -2a + b = 7 \text{ و } \epsilon a - 1 = 7 \Rightarrow \epsilon a = 1 + 7 = 8 \Rightarrow a = \frac{8}{\epsilon} = 2 \Rightarrow a = 2$

پس: $a = 2$ و $b = 11$ $-2a + b = 7 \text{ و } a = 2 \Rightarrow -2 \times 2 + b = 7 \Rightarrow -4 + b = 7 \Rightarrow b = 7 + 4 = 11$

۹۸-
$$\left. \begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow 3x + 1 = 4 \\ x = 0 \Rightarrow 3x + 1 = 1 \\ \text{الف) } x = -1 \Rightarrow 3x + 1 = -2 \\ x = -2 \Rightarrow 3x + 1 = -5 \\ x = -3 \Rightarrow 3x + 1 = -8 \\ x = -4 \Rightarrow 3x + 1 = -11 \end{array} \right\} \xrightarrow{-8 \leq 3x + 1 < 1} B = \{-1 \text{ و } -2 \text{ و } -3\}$$

ب) $\{-2 \text{ و } -3\}$ پ) $\{-1 \text{ و } -2 \text{ و } -3\}$

۹۹- $A = \{0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4\}$ ، $B = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4\}$ $\{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4\} \subseteq \{0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4\} \Rightarrow B \subseteq A$

۱۰۰- بله - زیرا اگر به هریک از اعضای مجموعه \mathbb{Z} منفرجه یک داده شود یک کسر گویا می‌شود.

۱۰۱- الف) \times (ب) \checkmark (پ) \checkmark (ت) \times (ث) \checkmark (ج) \checkmark (ح) \checkmark

۱۰۲- الف) \times زیرا $\{1 \text{ و } 2\}$ (ب) \checkmark $A = \{0 \text{ و } -1\}$ (پ) \checkmark $A = \{0 \text{ و } 1 \text{ و } -1 \text{ و } -2 \dots\}$ (ت) \checkmark $A = \{0 \text{ و } -1 \text{ و } -2 \dots\}$

۱۰۳- $A = \{-2 \text{ و } -3\}$ در مجموعه A کوچک‌ترین عضو عدد -3 و بزرگ‌ترین عضو عدد -2 می‌باشد.

۱۰۴- A : مجموعه اعداد طبیعی بین ۱ و ۵ B : مجموعه اعداد صحیح بزرگ‌تر از -5 C : مجموعه اعداد صحیح کوچک‌تر از ۹

۱۰۵- $A = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3\}$ ۱۰۶- مجموعه اعداد طبیعی که جواب معادله $2x + 1 = 5$ است. $\rightarrow \{x \in \mathbb{N} \mid 2x + 1 = 5\} = \{2\}$

۱۰۷- A : کوچک‌ترین عضو $-6 \leftarrow$ بزرگ‌ترین عضو $-2 \leftarrow$

B : کوچک‌ترین عضو \leftarrow مشخص نیست بزرگ‌ترین عضو $\leftarrow -1$

C : کوچک‌ترین عضو $\leftarrow +5$ بزرگ‌ترین عضو \leftarrow مشخص نیست

D : کوچک‌ترین عضو $\leftarrow -8$ بزرگ‌ترین عضو $\leftarrow -1$

۱۰۸- الف) $A = \{-1 \text{ و } 0 \text{ و } 1 \text{ و } 2\}$ (ب) $\{2\}$ (پ) $-3 \notin A$

۱۰۹- الف) $\{5 \text{ و } 3 \text{ و } 1\}$ (ب) \emptyset ، $\{1\}$ ، $\{3\}$ ، $\{5\}$ ، $\{3 \text{ و } 1\}$ ، $\{5 \text{ و } 1\}$ ، $\{5 \text{ و } 3\}$ ، $\{5 \text{ و } 3 \text{ و } 1\}$

۱۱۰- الف) $\{7 \text{ و } 5\}$ (ب) $\{1 \text{ و } 9 \text{ و } 49\}$ (پ) \times ۱) \times ۲) \times

۱۱۱- الف) همه اعضاها بر ۲ بخش پذیر هستند یا مضرب ۲ هستند. (ب) $2k \in \mathbb{N}$ و $k \in \mathbb{N}$ (پ) $E = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\}$

۱۱۲- الف) $C = \{-2\}$ (ب) $\{2 \text{ و } 5\}$ (پ) \times ۱) \times ۲) \times ۳) \checkmark

۱۱۳- الف) $\{5k \mid k \in \mathbb{N}\}$ (ب) $W = \{k - 1 \mid k \in \mathbb{N}\}$ یا $\{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x\}$ (پ) $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 6\}$

۱۱۴- الف) \checkmark (ب) \checkmark (پ) \checkmark (ت) \times اگر $A \subseteq B$ باشد، آنگاه $A \cap B = A$ (ث) $n(A) = 3$ \times

(ج) \checkmark $A \cup A = A$ (چ) \checkmark $E \cap F \subseteq E$ و $E \cap F \subseteq F$ (ح) \times

۱۱۵- الف) \mathbb{Z} (ب) A (پ) $A \cup B$ (ت) F (ث) مجموعه تهی (ج) B و A (ح) اشتراک

۱۱۶- ج زیرا $A - B = \{x \in A \mid x \notin B\}$ ۱۱۷- د $W - N = \{0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \dots\} - \{1 \text{ و } 2 \dots\} = \{0\}$

۱۱۸- د زیرا عدد ۴ هم عضو A است و هم عضو B ۱۱۹- ج $E - F = \{15 \text{ و } a \text{ و } -6\} - \{5 \text{ و } 1 \text{ و } -8 \text{ و } 5\} = \{15 \text{ و } a \text{ و } -6\}$

۱۲۰- ج $B - A = \{\{2\} \text{ و } \{2\}\} - \{2 \text{ و } \{2\}\} = \{\{2\} \text{ و } \{2\}\} = B$

۱۲۱- ب اشتراک دو مجموعه همواره زیرمجموعه اجتماع دو مجموعه است.

