

دهم
ریاضی و آمار

میزان

(علوم انسانی)

از مجموعه مرشد

درس نامه کامل ▲

پرسش‌های چهارگزینه‌ای (تألیفی و کنکور) ▲

پاسخ نامه تشریحی با نکته‌های کلیدی ▲

سؤال‌های کنکور ورودی ۹۶-۹۵ (مرتبط با دهم) ▲

برای داوطلبان رشته‌های برتر دانشگاه‌های مشهور ▲

رضا عابدی



دانش‌آموزان گرامی

ورود شما را به دوره دوم متوسطه تبریک می‌گوییم. این دوره، شما را برای زندگی و کار در جامعه و تحصیل در دوره‌های بالاتر آماده می‌کند. اگر بگوییم آینده شغلی شما بستگی به موفقیت تحصیلی شما در این دوره سه‌ساله دارد، اغراق نکرده‌ایم. شما برای موفقیت در این دوره باید تلاش کنید و از مشاوران و معلمان و کتاب‌های مناسب برخوردار شوید. ما در انتشارات مبتکران، بسیار خرسندیم که کتاب‌های ریاضی میزان را در اختیار شما قرار می‌دهیم. این کتاب‌ها که از مجموعه کتاب‌های «مرشد» به حساب می‌آیند، موفقیت تحصیلی شما را تضمین می‌کنند. این مجموعه، برای دانش‌آموزانی به رشته تحریر درآمده است که مایلند در بهترین رشته‌های گروه آزمایشی علوم انسانی دانشگاه‌های به‌نام کشور یا خارج از ایران تحصیل کنند. کتاب «ریاضی و آمار دهم میزان» شما را برای شرکت در امتحانات و آزمون‌های ورودی دانشگاه‌ها آماده می‌کند.

مؤلفان مجموعه میزان پس از ارائه درسنامه جامع، بانک سؤال کاملی را در اختیار شما قرار می‌دهند که شامل پرسش‌های چهارگزینه‌ای کنکور گروه آزمایشی علوم انسانی از سال ۱۳۹۰ به بعد و پرسش‌های تألیفی است. این پرسش‌ها براساس فصل‌ها و بخش‌های کتاب درسی طبقه‌بندی شده‌اند.

مطالعه پاسخ‌نامه تشریحی همراه با نکته‌های کلیدی و آموزنده، موفقیت شما را تسهیل خواهد کرد. در پایان، وظیفه خود می‌دانیم از مؤلف محترم این کتاب، آقای رضا عابدی، دبیر محترم مجموعه، آقای مهندس هادی عزیززاده و آقایان علی‌رضا شیروازن، محمد امین حبیبی و محمد عابدی که بنا به گزارش مؤلف، با ایشان همکاری داشته‌اند، تشکر کنیم.

همچنین از خانم محبوبه شریفی که زحمت حروفچینی و صفحه‌آرایی کتاب را برعهده داشته است و خانم‌ها مریم رسولی (رسام) و بهاره خدابی (گرافیسیت) بسیار ممنونیم و برای همه این عزیزان آرزوی موفقیت می‌کنیم.

انتشارات مبتکران

فهرست

فصل اول عبارت‌های جبری ۷

فصل دوم معادله درجه دوم ۳۷

فصل سوم تابع ۸۵

فصل چهارم کار با داده‌های آماری ۱۴۷

فصل پنجم نمایش داده‌ها ۱۸۵

عبارت‌های جبری

۱

فصل

برخی از اتحادهای مهم جبری:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

۱. مربع مجموع دو جمله‌ای:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

۲. مربع تفاضل دو جمله‌ای:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

۳. مکعب مجموع دو جمله‌ای:

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

۴. مکعب تفاضل دو جمله‌ای:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

۵. مزدوج:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

۶. جمله مشترک:

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

۷. مجموع مکعب دو جمله‌ای (چاق و لاغر):

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

۸. تفاضل مکعب دو جمله‌ای (چاق و لاغر):

نمونه ۱: حاصل عبارت‌های زیر را به کمک اتحادها به دست آورید.



الف) $(2\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}a)^2$ ب) $(a-1)(a^2+a+1)(a^3+3)$ پ) $(a+b-c)(a-b+c)$ ج) $(2a - \frac{1}{4}b)^3$

الف) $(2\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}a)^2 = (2\sqrt{3})^2 + 2(2\sqrt{3})(\frac{1}{\sqrt{3}}a) + (\frac{1}{\sqrt{3}}a)^2 = 12 + 4a + \frac{1}{3}a^2$

پاسخ

ب) $(a-1)(a^2+a+1)(a^3+3) = (a^3-1^3)(a^3+3) = \underbrace{(a^3-1^3)}_{\text{جمله مشترک}}(a^3+3) = (a^3)^2 + (-1+3)a^3 + (-1)(3) = a^6 + 2a^3 - 3$

تفاضل مکعب دو جمله‌ای

جمله مشترک

پ) $(a+b-c)(a-b+c) = (a+(b-c))(a-(b-c)) = a^2 - (b-c)^2 = a^2 - (b^2 - 2bc + c^2) = a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

مزدوج

ج) $(2a - \frac{1}{4}b)^3 = (2a)^3 - 3(2a)^2(\frac{1}{4}b) + 3(2a)(\frac{1}{4}b)^2 - (\frac{1}{4}b)^3 = 8a^3 - 6a^2b + \frac{3}{4}ab^2 - \frac{1}{8}b^3$

کاربرد اتحادها در محاسبات عددی:

برخی از محاسبات عددی را می‌توان به کمک اتحادها به راحتی انجام داد.

نمونه ۲: حاصل عبارت‌های زیر را به کمک اتحادها به دست آورید.



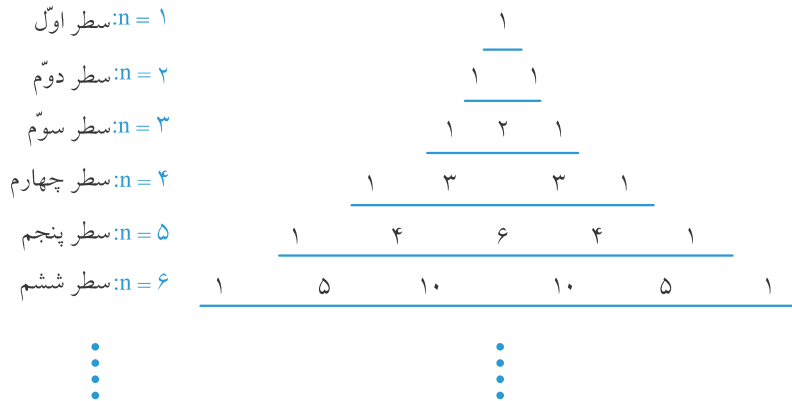
الف) $(999)^2$ ب) 598×602

الف) $(999)^2 = (1000-1)^2 = (1000)^2 - 2(1000)(1) + (1)^2 = 1000000 - 2000 + 1 = 998001$

پاسخ

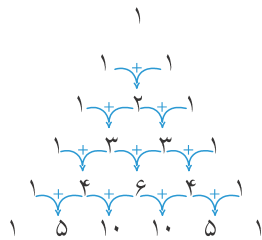
ب) $598 \times 602 = (600-2) \times (600+2) = (600)^2 - (2)^2 = 360000 - 4 = 359996$

مثلث خیام:



نکات مثلث خیام:

۱- هر عدد، مجموع دو عدد سطر بالایی خود (دو عدد بالای سر خود) می‌باشد.



۲- مجموع اعداد سطر n ام مثلث، 2^{n-1} می‌باشد.

۱- سطر اول: $n = 1 \rightarrow 1 = 2^{1-1} = 2^0$

۲- سطر دوم: $n = 2 \rightarrow 1 + 1 = 2^{2-1} = 2^1$

۳- سطر سوم: $n = 3 \rightarrow 1 + 2 + 1 = 4 = 2^{3-1} = 2^2$

۳- اگر اعداد سطر n ام مثلث (به ازاء $1 \leq n \leq 5$)، به ترتیب در کنار یکدیگر قرار بگیرند، عدد 11^{n-1} را می‌سازند.

| | | |
|---|-----------------------|---|
| ۱- سطر اول: $n = 1 \rightarrow n - 1 = 0$ | 1 | اعداد در کنار یکدیگر $\rightarrow 1 = 11^0$ |
| ۲- سطر دوم: $n = 2 \rightarrow n - 1 = 1$ | 1 1 | اعداد در کنار یکدیگر $\rightarrow 11 = 11^1$ |
| ۳- سطر سوم: $n = 3 \rightarrow n - 1 = 2$ | 1 2 1 | اعداد در کنار یکدیگر $\rightarrow 121 = 11^2$ |
| ۴- سطر چهارم: $n = 4 \rightarrow n - 1 = 3$ | 1 3 3 1 | اعداد در کنار یکدیگر $\rightarrow 1331 = 11^3$ |
| ۵- سطر پنجم: $n = 5 \rightarrow n - 1 = 4$ | 1 4 6 4 1 | اعداد در کنار یکدیگر $\rightarrow 14641 = 11^4$ |

توجه

نکته فوق فقط برای سطرهای اول تا پنجم برقرار است.

$(a + b)^n$ و مثلث خیام:

| | |
|---|---|
| ۱- سطر اول: $n = 1 \rightarrow n - 1 = 0$ | $(a+b)^0 = 1$ |
| ۲- سطر دوم: $n = 2 \rightarrow n - 1 = 1$ | $(a+b)^1 = 1a + 1b$ |
| ۳- سطر سوم: $n = 3 \rightarrow n - 1 = 2$ | $(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$ |
| ۴- سطر چهارم: $n = 4 \rightarrow n - 1 = 3$ | $(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$ |
| ۵- سطر پنجم: $n = 5 \rightarrow n - 1 = 4$ | $(a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$ |

بنابراین اعداد سطر n ام مثلث خیام، به ترتیب ضرایب جملات موجود در بسط $(a + b)^{n-1}$ می‌باشند.

نکته ۱:

بسط $(a + b)^n$ با جمله a^n شروع شده و در جملات بعدی، از توان a^n یکی یکی کاسته شده و به توان b یکی یکی افزوده می‌شود. یعنی:

$$(a + b)^n = \boxed{} a^n + \boxed{} a^{n-1} b^1 + \boxed{} a^{n-2} b^2 + \boxed{} a^{n-3} b^3 + \dots + \boxed{} a^2 b^{n-2} + \boxed{} a^1 b^{n-1} + \boxed{} b^n$$

↑ جمله اول
↑ جمله دوم
↑ جمله (n + 1) ام

نکته ۲:

بسط حاصل از $(a + b)^n$ دارای $n + 1$ جمله می‌باشد.

نکته ۳:

مجموع توان‌های a و b در هر جمله، عدد n می‌باشد.

نکته ۴:

توان‌های a و b در جمله k ام به صورت $a^{n-k+1} b^{k-1}$ می‌باشد.

$(a - b)^n$:

برای نوشتن بسط $(a - b)^n$ کافیهست که در بسط $(a + b)^n$ به جای b ، $(-b)$ قرار دهیم. یعنی:

$$(a - b)^n = (a + (-b))^n = \boxed{} a^n + \boxed{} a^{n-1}(-b)^1 + \boxed{} a^{n-2}(-b)^2 + \boxed{} a^{n-3}(-b)^3 + \dots$$

$$= \boxed{} a^n - \boxed{} a^{n-1} b^1 + \boxed{} a^{n-2} b^2 - \boxed{} a^{n-3} b^3 + \dots$$

بنابراین جملات بسط، یکی در میان مثبت و منفی خواهند بود.

نمونه ۳: حاصل $(a + b)^4$ و $(a - b)^4$ را به دست آورید.

پاسخ

$$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a - b)^4 = (a + (-b))^4 = a^4 + 4(a^3)(-b)^1 + 6(a^2)(-b)^2 + 4(a)(-b)^3 + (-b)^4 = a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$$

نمونه ۴: عبارتهای زیر را تجزیه کنید.

الف) $t^6 - \frac{1}{8}$

ب) $xz + yz + xw + yw$

پ) $(2x + 1)^2 - (x + 1)^2$

ج) $x^2 + 7x + 12$

پاسخ

الف) $t^6 - \frac{1}{8} = (t^2)^3 - (\frac{1}{2})^3$ عکس تفاضل
مکعب دو جمله ای $(t^2 - \frac{1}{2})((t^2)^2 + (t^2)(\frac{1}{2}) + (\frac{1}{2})^2) = (t^2 - \frac{1}{2})(t^4 + \frac{t^2}{2} + \frac{1}{4})$

ب) $xz + yz + xw + yw = \underbrace{xz + xw}_{فاکتورگیری از x} + \underbrace{yz + yw}_{فاکتورگیری از y} = x(z+w) + y(z+w) = (z+w)(x+y)$

پ) $(2x+1)^2 - (x+1)^2$ عکس اتحاد مزدوج
 $((2x+1) + (x+1))((2x+1) - (x+1)) = (2x+1+x+1)(2x+1-x-1) = (3x+2)(x) = x(3x+2)$

ج) $x^2 + 7x + 12$ عکس اتحاد جمله مشترک
 $(x+3)(x+4)$

نکته ۵:

اگر عبارت $P(x)$ در تجزیه خود، دارای عامل $(x-a)$ باشد، آنگاه $P(a) = 0$ خواهد بود.

نمونه ۵: در تجزیه عبارت $P(x) = x^5 - 6x^3 + 2x^2 + x + 2$ ، کدام عامل وجود دارد؟

- (۱) $(x-1)$ (۲) $(x+1)$ (۳) $(x-2)$ (۴) $(x+2)$

پاسخ گزینه «۱»

$P(x) = x^5 - 6x^3 + 2x^2 + x + 2$

طبق نکته ارائه شده، گزینه‌ها را بررسی می‌نماییم:

گزینه (۱): $x-1 = x-a \xrightarrow{a=1} P(a) = P(1) = (1)^5 - 6(1)^3 + 2(1)^2 + (1) + 2 = 0$

بنابراین $P(x)$ ، عامل $(x-1)$ دارد.

گزینه (۲): $x+1 = x-a \xrightarrow{a=-1} P(a) = P(-1) = (-1)^5 - 6(-1)^3 + 2(-1)^2 + (-1) + 2 = 8 \neq 0$

بنابراین $P(x)$ ، عامل $(x+1)$ ندارد.

گزینه (۳): $x-2 = x-a \xrightarrow{a=2} P(a) = P(2) = (2)^5 - 6(2)^3 + 2(2)^2 + (2) + 2 = -4 \neq 0$

بنابراین $P(x)$ ، عامل $(x-2)$ ندارد.

گزینه (۴): $x+2 = x-a \xrightarrow{a=-2} P(a) = P(-2) = (-2)^5 - 6(-2)^3 + 2(-2)^2 + (-2) + 2 = 24 \neq 0$

بنابراین $P(x)$ ، عامل $(x+2)$ ندارد.

عبارت‌های گویا:

کسرهایی به صورت $\frac{P(x)}{Q(x)}$ را در صورتی که $P(x)$ و $Q(x)$ ، چندجمله‌ای باشند، عبارت‌های گویا می‌نامند.

نکته ۶:

مقدار یک عبارت گویا وقتی با معنی است که مخرجش $(Q(x))$ ، مخالف صفر باشد. مثلاً عبارت گویای $\frac{x+3}{x-6}$

به‌ازای $x=6$ تعریف نشده و بی‌معناست، زیرا $x=6$ مخرج کسر را صفر می‌کند.

ساده کردن عبارتهای گویا:

برای ساده کردن یک عبارت گویا، ابتدا صورت و مخرج آن را تا حد امکان تجزیه می‌کنیم. سپس عوامل مشترک صورت و مخرج را به شرط آن که مخالف صفر باشند، حذف (ساده) می‌نماییم. یعنی:

$$\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b} \quad (\text{به شرط } b \neq 0 \text{ و } k)$$

نمونه ۶: عبارت $\frac{x^3 + x^2 - 12x}{x^3 - 27}$ را ساده نمایید.

پاسخ

$$\frac{x^3 + x^2 - 12x}{x^3 - 27} = \frac{x(x^2 + x - 12)}{x^3 - (3)^3} = \frac{x(x+4)(x-3)}{(x-3)(x^2 + 3x + 9)} = \frac{x(x+4)}{x^2 + 3x + 9}$$

عبارت نهایی به دست آمده به شرط $x - 3 \neq 0$ یعنی $x \neq 3$ قابل قبول است.

نمونه ۷: حاصل عبارت $\frac{x^4 - x}{x^2 + x - 2}$ به ازای $x = 1$ ، کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) تعریف نشده است

پاسخ گزینه «۴»

به ازای $x = 1$ ، مخرج کسر صفر می‌شود و عبارت داده شده، تعریف نشده است.

$$x^2 + x - 2 = (1)^2 + (1) - 2 = 0$$

توجه برخی از دانش‌آموزان، بدون توجه به صفر شدن مخرج کسر، روش نادرست زیر را انجام می‌دهند:

$$\frac{x^4 - x}{x^2 + x - 2} = \frac{x(x^3 - 1)}{(x+2)(x-1)} = \frac{x(x-1)(x^2 + x + 1)}{(x+2)(x-1)} = \frac{x(x^2 + x + 1)}{x+2}$$

عبارت به دست آمده به ازای $x - 1 \neq 0$ یعنی $x \neq 1$ قابل قبول است ولی برخی از دانش‌آموزان به این موضوع توجه نکرده و $x = 1$ را در عبارت به دست آمده قرار می‌دهند و به اشتباه، گزینه (۱) را انتخاب می‌کنند:

$$\frac{x(x^2 + x + 1)}{x+2} = \frac{(1)((1)^2 + (1) + 1)}{(1) + 2} = \frac{3}{3} = 1 \longrightarrow \text{این پاسخ نادرست است}$$

کوچکترین مضرب مشترک چند جمله‌ای‌ها (ک.م.م.):

برای بدست آوردن کوچکترین مضرب مشترک چند جمله‌ای‌ها، ابتدا آنها را تا حد ممکن تجزیه کرده و سپس به روش زیر، کوچکترین مضرب مشترک آنها را می‌یابیم:

(عوامل غیر مشترک چند جمله‌ای‌ها با توان بیشتر) \times (عوامل مشترک چند جمله‌ای‌ها با توان بیشتر) = کوچکترین مضرب مشترک چند جمله‌ای‌ها

نمونه ۸: کوچکترین مضرب مشترک $P(x) = x^3 - 2x^2 + x$ و $Q(x) = x^2 + 4x - 5$ را بیابید.

پاسخ

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + x = x(x^2 - 2x + 1) = x(x-1)^2$$

$$Q(x) = x^2 + 4x - 5 = (x+5)(x-1)$$


$$\left. \begin{array}{l} \text{عامل مشترک با توان بیشتر} \\ = (x-1)^2 \end{array} \right\} \longrightarrow \text{کوچکترین مضرب مشترک} = (x-1)^2 x(x+5)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{عوامل غیرمشترک} \\ = x \text{ و } (x+5) \end{array} \right\}$$

جمع و تفریق عبارت‌های گویا:

برای به‌دست آوردن $\frac{A(x)}{P(x)} \pm \frac{B(x)}{Q(x)}$ ، ابتدا کوچکترین مضرب مشترک دو عبارت $P(x)$ و $Q(x)$ را می‌یابیم و آن را مخرج مشترک این دو

کسر می‌نامیم. سپس مخرج دو کسر $\frac{A(x)}{P(x)}$ و $\frac{B(x)}{Q(x)}$ را با مخرج مشترک دو کسر مقایسه کرده و در صورت نیاز، صورت و مخرج دو کسر را در عوامل ضرب می‌کنیم تا مخرج هر دو کسر با مخرج مشترک، یکسان شده و در نهایت دو کسر را با هم جمع یا تفریق می‌نماییم.

نمونه ۹: حاصل عبارت $\frac{x-1}{x^3+x^2-6x} - \frac{x+1}{x^2-4x+4}$ را به‌دست آورید. 

پاسخ

$$\left. \begin{array}{l} x^3 + x^2 - 6x = x(x^2 + x - 6) = x(x-2)(x+3) \\ x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2 \end{array} \right\} \longrightarrow \text{کوچکترین مضرب مشترک} = x(x-2)^2(x+3)$$

مخرج دو کسر را شبیه مخرج مشترک بدست آمده می‌نماییم:

$$\frac{x-1}{x^3+x^2-6x} = \frac{x-1}{x(x-2)(x+3)} = \frac{(x-1)(x-2)}{x(x-2)(x+3)(x-2)} = \frac{x^2-3x+2}{x(x-2)^2(x+3)} \quad (1)$$

$$\frac{x+1}{x^2-4x+4} = \frac{x+1}{(x-2)^2} = \frac{(x+1)(x)(x+3)}{(x-2)^2(x)(x+3)} = \frac{x^3+4x^2+3x}{x(x-2)^2(x+3)} \quad (2)$$

حال که مخرج دو کسر یکسان شد، صورت آنها را تفریق می‌نماییم.

$$\frac{x-1}{x^3+x^2-6x} - \frac{x+1}{x^2-4x+4} \stackrel{(1), (2)}{=} \frac{x^2-3x+2}{x(x-2)^2(x+3)} - \frac{x^3+4x^2+3x}{x(x-2)^2(x+3)} = \frac{x^2-3x+2 - (x^3+4x^2+3x)}{x(x-2)^2(x+3)} = \frac{-x^3-3x^2-6x+2}{x(x-2)^2(x+3)}$$



عبارت‌های جبری

سوالات

اتحادها:

۱. بسط حاصل از عبارت $(2\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{2x}})^3$ ، کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad & 8x\sqrt{x} + \frac{3\sqrt{x}}{x^2} - \frac{1}{2\sqrt{2}x^3} - 6\sqrt{2} \\ (2) \quad & 8x\sqrt{x} - \frac{3\sqrt{x}}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{2}x^3} - 6\sqrt{2} \\ (3) \quad & 8x\sqrt{x} + \frac{3\sqrt{x}}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{2}x^3} + 6\sqrt{2} \\ (4) \quad & 8x\sqrt{x} - \frac{3\sqrt{x}}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{2}x^3} + 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

۲. ساده شده عبارت $3(x-2)^2 + 4(x-1)(x-3) - 7(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$ ، کدام است؟

$$(1) \quad 28x + 38 \quad (2) \quad 28x - 38 \quad (3) \quad -28x + 38 \quad (4) \quad -28x - 38$$

۳. حاصل عبارت $(3m-1)(3m-2)(9m^2+9m-2)$ برابر است با:

$$\begin{aligned} (1) \quad & 81m^4 - 18m^2 + 36m - 4 \\ (2) \quad & 81m^4 - 81m^2 + 36m - 4 \\ (3) \quad & 18m^4 - 81m^2 + 36m - 4 \\ (4) \quad & 18m^4 - 18m^2 + 36m - 4 \end{aligned}$$

۴. نسبت ضریب a^3 در عبارت حاصل از $(a-1)(a^2+a+1)(a^3+3)$ به ضریب a^2 در عبارت حاصل از $(a-1)^3(a+1)^3$ ، کدام است؟

$$(1) \quad \frac{3}{2} \quad (2) \quad \frac{2}{3} \quad (3) \quad -\frac{3}{2} \quad (4) \quad -\frac{2}{3}$$

۵. از مربعی به ضلع $3x+2$ ، مستطیلی به ابعاد $2x+1$ و $2x+2$ را حذف نموده‌ایم. مساحت شکل باقی مانده کدام است؟

$$(1) \quad 5x^2 + 9x + 2 \quad (2) \quad 5x^2 - 9x + 2 \quad (3) \quad 5x^2 - 6x + 2 \quad (4) \quad 5x^2 + 6x + 2$$

۶. حاصل عبارت $(x-y+z)(x+y-z)$ به ازای $x = \sqrt{2}$ ، $y = \sqrt{12}$ ، $z = \sqrt{3}$ ، کدام است؟

$$(1) \quad \sqrt{2} \quad (2) \quad -\sqrt{2} \quad (3) \quad 1 \quad (4) \quad -1$$

۷. حاصل عبارت $x^3 + 3x^2 + 3x$ ، به ازای $x = \sqrt{3} - 1$ برابر است با:

$$(1) \quad 3\sqrt{3} - 1 \quad (2) \quad 1 - 3\sqrt{3} \quad (3) \quad 3\sqrt{3} \quad (4) \quad -3\sqrt{3}$$

۸. اگر $x+y=8$ و $xy=20$ باشد، حاصل عبارت $x^3y + xy^3$ کدام است؟

$$(1) \quad 460 \quad (2) \quad 480 \quad (3) \quad 500 \quad (4) \quad 520$$

۹. حاصل عبارت $\sqrt{1850^2 - 1750^2}$ برابر است با:

$$(1) \quad 200 \quad (2) \quad 400 \quad (3) \quad 600 \quad (4) \quad 800$$

۱۰. مقدار عبارت $351^2 - 346^2 - 5^2$ ، برابر است با:

$$(1) \quad 3420 \quad (2) \quad 3440 \quad (3) \quad 3460 \quad (4) \quad 3480$$

مثلث خیام:

۱۱. شکل مقابل مربوط به مثلث خیام می‌باشد. حاصل عبارت $xt + yz$ کدام است؟

| | |
|---|---|
| $ \begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & & 1 & & 1 & & \\ & & & 1 & 2 & 1 & & & \\ & & 1 & 3 & 3 & 1 & & & \\ & 1 & 4 & x & 4 & 1 & & & \\ 1 & 5 & y & y & 5 & 1 & & & \\ 1 & 6 & z & t & z & 6 & 1 & & \end{array} $ | <p>۲۵۵ (۱)</p> <p>۲۶۰ (۲)</p> <p>۲۶۵ (۳)</p> <p>۲۷۰ (۴)</p> |
|---|---|

۱۲. مجموع اعداد سطر هفتم مثلث خیام کدام است؟

| | | | |
|---------|---------|--------|--------|
| ۲۵۶ (۴) | ۱۲۸ (۳) | ۶۴ (۲) | ۳۲ (۱) |
|---------|---------|--------|--------|

۱۳. مجموع اعداد سطر دهم مثلث خیام، 2^x می‌باشد. حاصل عبارت \sqrt{x} ، کدام است؟

| | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ۱ (۴) | ۲ (۳) | ۳ (۲) | ۴ (۱) |
|-------|-------|-------|-------|

۱۴. اگر اعداد سطر چهارم مثلث خیام، به ترتیب در کنار هم قرار بگیرند، عدد 11^a را می‌سازند. مقدار a برابر است با:

| | | | |
|-------|-------|-------|-----------|
| ۳ (۱) | ۲ (۲) | ۱ (۳) | ۴ (۴) صفر |
|-------|-------|-------|-----------|

$(a \pm b)^n$:

۱۵. بسط $(x+1)^5$ کدام است؟

| | |
|---|---|
| $x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$ (۲) | $x^5 + 6x^4 + 20x^3 + 15x^2 + 6x + 1$ (۱) |
|---|---|

| | |
|---|---|
| $x^5 + 5x^4 + 15x^3 + 15x^2 + 5x + 1$ (۴) | $x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$ (۳) |
|---|---|

۱۶. جمله ثابت بسط $(2a-3)^7$ کدام است؟

| | | | |
|---------------------|-----------|--------------------|------------|
| -2×3^7 (۲) | 3^7 (۳) | 2×3^7 (۱) | -3^7 (۴) |
|---------------------|-----------|--------------------|------------|

۱۷. جمله چندم بسط $(x + \frac{1}{3x^2})^9$ مستقل از x خواهد بود؟

| | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ۱ (۴) | ۲ (۳) | ۳ (۲) | ۴ (۱) |
|-------|-------|-------|-------|

۱۸. در جمله چندم بسط $(2x^3 + y)^{12}$ ، توان‌های x و y برابرند؟

| | | | |
|--------|--------|-------|-------|
| ۱۲ (۴) | ۱۰ (۳) | ۸ (۲) | ۶ (۱) |
|--------|--------|-------|-------|

تجزیه:

۱۹. تجزیه عبارت $(x^6 - 1)$ ، برابر است با:

| | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| $(x-1)(x+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$ (۲) | $(x+1)(x-1)(x^2+x-1)(x^2-x+1)$ (۱) |
|------------------------------------|------------------------------------|

| | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| $(x-1)(x+1)(x^2+x+1)(x^2+x-1)$ (۴) | $(x+1)(x-1)(x^2+x+1)(x^2-x-1)$ (۳) |
|------------------------------------|------------------------------------|

۲۰. تجزیه عبارت $56 - (a - 3b) - (a - 3b)^2$ ، کدام است؟

- (۱) $(a - 3b - 8)(a - 3b + 7)$ (۲) $(a - 3b + 8)(a - 3b - 7)$
 (۳) $(a - 3b - 8)(a - 3b - 7)$ (۴) $(a - 3b + 8)(a - 3b + 7)$

۲۱. تجزیه عبارت $x^2 - 4y^2 - 4y - 1$ ، برابر است با:

- (۱) $(x - 2y - 1)(x + 2y - 1)$ (۲) $(x - 2y + 1)(x + 2y + 1)$
 (۳) $(x - 2y - 1)(x - 2y + 1)$ (۴) $(x - 2y - 1)(x + 2y + 1)$

۲۲. تجزیه عبارت $x^3 - 3x + 2$ ، برابر است با:

- (۱) $(x + 1)^2(x - 2)$ (۲) $(x - 1)^2(x - 2)$ (۳) $(x - 1)^2(x + 2)$ (۴) $(x + 1)^2(x + 2)$

۲۳. در تجزیه عبارت $x^5 + 2x^4 - 3x^2 + 5x + 7$ ، کدام عامل وجود دارد؟

- (۱) $(x - 1)$ (۲) $(x + 1)$ (۳) $(x - 2)$ (۴) $(x + 2)$

۲۴. عوامل موجود در کدام گزینه، در تجزیه عبارت $x^6 + x^5 - 7x^4 - 5x^3 - 26x^2 - 36x + 72$ وجود دارند؟

- (۱) $(x + 1)(x + 2)$ (۲) $(x + 1)(x - 2)$ (۳) $(x - 1)(x - 2)$ (۴) $(x - 1)(x + 2)$

۲۵. کدام گزینه در تجزیه عبارت $x^4 - x^3y - 12x^2y^2$ وجود ندارد؟

- (۱) $(x + 4y)$ (۲) $(x - 4y)$ (۳) $(x + 3y)$ (۴) x^2

۲۶. در تجزیه عبارت $a^3 + 1 + (a + 1)(b - 3)$ ، کدام عامل وجود دارد؟

- (۱) $(a^2 - a + b - 2)$ (۲) $(a^2 + a - b - 2)$ (۳) $(a^2 - a - b - 2)$ (۴) $(a^2 + a + b + 2)$

۲۷. در تجزیه عبارت $x^3 - 6x^2 + 12x - 9$ ، کدام عامل وجود دارد؟

- (۱) $(x^2 - 3x - 3)$ (۲) $(x^2 - 3x + 3)$ (۳) $(x^2 + 3x - 3)$ (۴) $(x^2 + 3x + 3)$

۲۸. اگر مساحت مستطیلی $9a^2 + 15a + 4$ و یک ضلع آن $3a + 1$ باشد، محیط مستطیل کدام است؟

- (۱) $10a + 10$ (۲) $12a + 12$ (۳) $12a + 10$ (۴) $10a + 12$

عبارت‌های گویا:

۲۹. کوچکترین مضرب مشترک دو عبارت $A = (x^2 - 4)(x^2 + 2x + 1)$ و $B = (x^2 - 2x - 3)(x + 2)^2$ ، کدام است؟

- (۱) $(x + 1)(x + 2)(x - 2)(x - 3)$ (۲) $(x + 1)^2(x + 2)(x - 2)(x - 3)$
 (۳) $(x + 2)^2(x + 1)(x - 2)(x - 3)$ (۴) $(x + 1)^2(x + 2)^2(x - 2)(x - 3)$

۳۰. کوچکترین مضرب مشترک عبارت‌های $A = x^2 - x - 2$ و $B = 4x^2 - 16x + 16$ و $C = 2(x - 2)(x + 1)^2$ ، کدام است؟

- (۱) $2^2(x - 2)^2(x + 1)^2$ (۲) $2(x - 2)^2(x + 1)^2$ (۳) $2(x - 2)^2(x + 1)$ (۴) $2(x - 2)(x + 1)$

۳۱. حاصل عبارت $A = \frac{x^2 - 3x + 2}{x+1} \times \frac{x+3}{x^2 - 4x + 4} \times \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + 2x - 3}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{x-2}$ (۲) $\frac{x+1}{x-2}$ (۳) $\frac{x+3}{x-2}$ (۴) ۱

۳۲. حاصل تقسیم $\frac{x^2 + 7x - 8}{x^2 - 1} \div \frac{x+7}{x^2 + x + 1}$ برابر است با:

(۱) $-\frac{x+8}{x+7}$ (۲) $-\frac{x+7}{x+8}$ (۳) $\frac{x+8}{x+7}$ (۴) $\frac{x+7}{x+8}$

۳۳. ساده شده عبارت $\frac{x^2 - x}{x^2 - 1} \times \frac{x+1}{3x^2} \div \frac{x+2}{x}$ ، برابر است با:

(۱) $\frac{3}{x+2}$ (۲) $\frac{1}{3(x+2)}$ (۳) $\frac{1}{3x(x+2)}$ (۴) $\frac{3}{x(x+2)}$

۳۴. در ساده شده عبارت $\frac{20m^3n^3 - 25m^2n^3 + 15m^3n^4}{10m^3n^3}$ ، مجموع ضرایب جملات m و n کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۴ (۴) -۴

۳۵. ساده شده عبارت $(\frac{x^3 - 2x^2}{x^3 - 6x^2 + 12x - 8})^{-1} \div \frac{x-2}{x}$ ، کدام است؟

(۱) $1 - \frac{2}{x}$ (۲) $1 + \frac{2}{x}$ (۳) $2 - \frac{1}{x}$ (۴) $2 + \frac{1}{x}$

۳۶. حاصل عبارت $\frac{x-4}{x^2 - 16} + \frac{x+3}{x^2 + 7x + 12}$ ، برابر است با:

(۱) $\frac{1}{x+4}$ (۲) $\frac{2}{x+4}$ (۳) $\frac{3}{x+4}$ (۴) $\frac{4}{x+4}$

۳۷. حاصل $(\frac{x}{x^2 + 2x + 1})^{-1} \div (1 + \frac{1}{x})$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{x-1}{x}$ (۲) $\frac{x+1}{x}$ (۳) $x-1$ (۴) $x+1$

۳۸. حاصل عبارت $(x^3 - 3x^2 + 3x - 1)(\frac{x}{x^2 - 2x + 1} - \frac{1}{x-1})$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{x-1}$ (۲) $\frac{1}{x+1}$ (۳) $x-1$ (۴) $x+1$

۳۹. حاصل عبارت $(x + \frac{2}{x-3})(1 - \frac{1}{x-2})$ برابر است با:

(۱) $\frac{1}{x-1}$ (۲) $\frac{1}{x+1}$ (۳) $x-1$ (۴) $x+1$

۴۰. حاصل $1 + \frac{2x^2 + 5x + 2}{2x^2 - 5x + 2} \div \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4}$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{4x}{2x-1}$ (۲) $\frac{2}{2x-1}$ (۳) $\frac{2x-1}{4x}$ (۴) $\frac{2x-1}{2}$

۴۱. حاصل عبارت $\frac{x+1}{x^2-3x+2} + \frac{x^2+4x-12}{x^2+2x-3} + \frac{5}{x^2+x-6}$ برابر است با:

(۱) $\frac{2x^2+2x+1}{(x-1)(x+3)}$ (۲) $\frac{2x^2+2x+1}{(x-2)(x-1)}$ (۳) $\frac{2x^2+2x+1}{(x-2)(x+3)}$ (۴) $\frac{x^3+3x^2-11x+22}{(x-1)(x-2)(x+3)}$

۴۲. اگر حاصل جمع عبارت گویای $\frac{mx+n}{x+3}$ با عدد ۴ برابر $\frac{5x+1}{x+3}$ باشد، $m \cdot n$ کدام است؟

(۱) ۱۱ (۲) -۱۱ (۳) ۱۰ (۴) -۱۰

۴۳. ساده شده عبارت $(\frac{x+2+\frac{1}{x}}{\frac{1}{x+1}+1})(\frac{x^2-3}{-x+2}+2)^{-1}$ کدام است؟

(۱) x (۲) -x (۳) $\frac{1}{x}$ (۴) $-\frac{1}{x}$

۴۴. حاصل عبارت $\frac{x^3-6x^2+12x-8}{x^2+2x+1} \times \frac{x+1}{(x-2)^2}$ به ازای $x=2$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) قابل تعیین نیست

۴۵. حاصل عبارت $\frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x^2-5x+6}$ کدام است؟

(۱) $\frac{x+1}{(x-1)(x-3)}$ (۲) $\frac{1}{(x-1)(x-3)}$ (۳) $\frac{x+1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$ (۴) $\frac{x+1}{(x-2)(x-3)}$

۴۶. حاصل عبارت $(\frac{2a^2-b^2}{ab} \div (2 + \frac{2a^2-2b^2}{ab}))^{-1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{ab}{6a+6b}$ (۲) $\frac{2a-b}{6a+6b}$ (۳) $\frac{2a+b}{6a+6b}$ (۴) $\frac{2b+a}{6a+6b}$

۴۷. حاصل عبارت $(\frac{x^2-3x+2}{x+1} \div (\frac{x+1}{x^2-4x+3}))^{-1}$ برابر است با:

(۱) $\frac{x+1}{x-2}$ (۲) $\frac{x-2}{x+1}$ (۳) $\frac{x-3}{x-2}$ (۴) $\frac{x-2}{x-3}$

۴۸. اگر $\frac{2x+2}{x^2+2x-3} = \frac{A}{x-1} + \frac{1}{x+3}$ باشد، آنگاه مقدار $(-A)$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) هیچ مقداری برای A وجود ندارد.

۴۹. اگر $x = 5 + 2\sqrt{6}$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x + \frac{1}{x}}$ کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) $\sqrt{10}$ (۳) ۱۱ (۴) $\sqrt{11}$

۵۰. حاصل عبارت $\sqrt{\frac{3x}{16} + \frac{3}{x}}$ به ازای $x = 6 - 2\sqrt{5}$ برابر است با:

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{4}{9}$

کنکور:

(سراسری انسانی ۹۴ داخل کشور)

۵۱. حاصل عبارت $(\frac{x}{x^2-4x+4} - \frac{1}{x-2})(x^3-6x^2+12x-8)$ ، کدام است؟

- (۴) $2x$ (۳) $2x-1$ (۲) $2x-2$ (۱) $2x-4$

(سراسری انسانی ۹۴ داخل کشور)

۵۲. اگر $x = 7 - 2\sqrt{6}$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{\frac{x+2}{25}} + \frac{1}{x}$ ، کدام است؟

- (۴) $1/4$ (۳) $1/2$ (۲) $0/8$ (۱) $0/6$

(سراسری انسانی ۹۴ خارج کشور)

۵۳. حاصل عبارت $\frac{2}{x^2} - (1 + \frac{2}{x^2-1})(1 - \frac{2}{x^2+x^2})$ ، برابر کدام است؟

- (۴) صفر (۳) $1 + \frac{1}{x^2}$ (۲) 1 (۱) $\frac{1}{x^2}$

(سراسری انسانی ۹۴ خارج کشور)

۵۴. اگر $x = 5 + \sqrt{17}$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{\frac{x-1}{16}} + \frac{1}{2x}$ ، کدام است؟

- (۴) $1/5$ (۳) $1/25$ (۲) $0/75$ (۱) $0/5$

(سراسری انسانی ۹۳ داخل کشور)

۵۵. در تجزیه عبارت $x^4 - 3x^3 + 8x - 24$ ، کدام عامل ضرب وجود دارد؟

- (۴) $x+3$ (۳) $x+2$ (۲) $x-2$ (۱) $x-4$

(سراسری انسانی ۹۳ داخل کشور)

۵۶. حاصل عبارت $(2x+1 - \frac{3}{x}) \div (2 + \frac{1}{x+1})$ ، کدام است؟

- (۴) $x - \frac{1}{x}$ (۳) $x + \frac{1}{x}$ (۲) $2 + \frac{1}{x}$ (۱) $2 - \frac{2}{x}$

(سراسری انسانی ۹۳ خارج کشور)

۵۷. در تجزیه عبارت $4x^3 - 6x^2 + 2x$ ، کدام عامل ضرب وجود دارد؟

- (۴) $x+2$ (۳) $x+1$ (۲) $2x-1$ (۱) $2x+1$

(سراسری انسانی ۹۳ خارج کشور)

۵۸. حاصل عبارت $(1 + \frac{3x}{x^2-4}) \times (1 - \frac{1}{x-1})$ ، کدام است؟

- (۴) $\frac{x+4}{x-2}$ (۳) $\frac{x-4}{x+2}$ (۲) $\frac{x-4}{x-2}$ (۱) $\frac{x+4}{x+2}$

(سراسری انسانی ۹۲ داخل کشور)

۵۹. حاصل $(2 + \frac{x^2}{x-4}) \div (1 + \frac{1}{x-4})$ ، کدام است؟

- (۴) $x+2$ (۳) $x+1$ (۲) $x-2$ (۱) $2x-2$

(سراسری انسانی ۹۲ خارج کشور)

۶۰. حاصل $(x + \frac{2}{x-3}) \times (1 - \frac{1}{x-2})$ ، کدام است؟

- (۴) $2x+1$ (۳) $x+2$ (۲) $x+1$ (۱) $x-1$

(سراسری انسانی ۹۱ خارج کشور)

۶۱. حاصل عبارت $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{4x-2}{x^2-1}$ برابر کدام است؟

- (۴) 2 (۳) 1 (۲) -1 (۱) -2

(سراسری انسانی ۹۰ داخل کشور)

۶۲. در تجزیه عبارت $a(a-3)(a-4) - 12a + 36$ ، کدام عامل ضرب وجود ندارد؟

(۴) $a+2$

(۳) $a-2$

(۲) $a-3$

(۱) $a-6$

(سراسری انسانی ۹۰ داخل کشور)

۶۳. خلاصه شده عبارت $(1 - \frac{6}{x+2})(\frac{5x-2}{x-4} + x)$ کدام است؟

(۴) $x+2$

(۳) $x+1$

(۲) $x-1$

(۱) $x-2$

(سراسری انسانی ۹۰ خارج کشور)

۶۴. در تجزیه عبارت $(x^2 - 6x - 4)^2 - 144$ ، کدام عامل ضرب وجود ندارد؟

(۴) $x+4$

(۳) $x+2$

(۲) $x-4$

(۱) $x-8$

(سراسری انسانی ۹۰ خارج کشور)

۶۵. خلاصه شده عبارت $(x - \frac{x+6}{x-4})(\frac{x^2+9}{x+1} - 5)$ کدام است؟

(۴) $x^2 - 7x + 6$

(۳) $x^2 + 5x + 6$

(۲) $x^2 - 3x + 4$

(۱) $x^2 + 3x - 45$