

جمع و تفریق عددهای صحیح

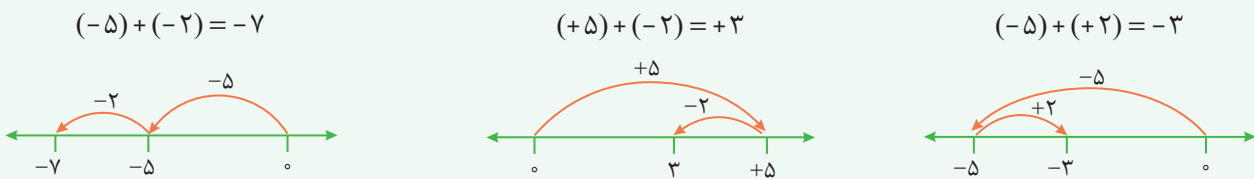
جمع: در جمع دو عدد صحیح، اگر علامت عددهای صحیح مثل هم باشد، عددها را با هم جمع می‌کنیم و یکی از علامت‌ها را برای آن می‌نویسیم و اگر علامت‌ها مثل هم نباشد، عددها را از هم کم می‌کنیم و برای حاصل، علامت مقدار بزرگ‌تر (بزرگ‌تر بدون در نظر گرفتن علامت) را قرار می‌دهیم. به نمونه‌های زیر توجه کنید:

$$(-5) + (+2) = -(\underbrace{5-2}_{\text{علامت عدد بزرگ‌تر}}) = -3$$

$$(+5) + (-2) = +(\underbrace{5-2}_{\text{علامت عدد بزرگ‌تر}}) = +3$$

$$(-5) + (-2) = -(\underbrace{5+2}_{\text{علامت یکی}}) = -7$$

نمایش جمع اعداد صحیح به کمک محور: برای نمایش جمع اعداد صحیح روی محور ابتدا از نقطهٔ صفر شروع کرده و به اندازهٔ عدد اول حرکت می‌کنیم (اگر عدد منفی باشد، به سمت منفی‌ها (سمت چپ) و اگر عدد مثبت باشد، به سمت مثبت‌ها (سمت راست) حرکت می‌کنیم). سپس از نقطه‌ای که به آن رسیده‌ایم، به اندازهٔ عدد دوم حرکت می‌کنیم، نقطهٔ پایانی پاسخ جمع خواهد بود. به نمونه‌های زیر توجه کنید:



تفریق: برای تفریق عددهای صحیح، با قرینه کردن عدد دوم، عبارت را به جمع عددهای صحیح تبدیل می‌کنیم، یعنی عدد دوم را قرینه و علامت تفریق را به جمع تبدیل می‌کنیم و سپس حاصل را به مانند عمل جمع به دست می‌آوریم. به نمونه‌های زیر توجه کنید:

$$(-5) - (-2) = (-5) + (+2) = -(\underbrace{5-2}_{\text{قرینه}}) = -3$$

$$(+5) - (-2) = (+5) + (+2) = +(\underbrace{5+2}_{\text{قرینه}}) = +7$$

در تفریق اعداد صحیح می‌توانیم پس از تبدیل تفریق به جمع، حاصل را از طریق محور به دست آوریم. به نمونه‌های زیر توجه کنید:



مثال: حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $(+6) + (+8) = +(6+8) = +14$

ب) $(-12) + (+40) = +(40-12) = +28$

پ) $(-60) - (+20) = (-60) + (-20) = -(60+20) = -80$

نکته

$4 + (-4) = 0$

جمع هر عدد با قرینه‌اش برابر با صفر است، مانند:

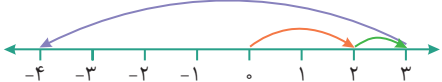
۷ حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به دست آورید.

الف) $(-24) + (-18) = \dots$

ب) $(-11) - (+35) + (-6) = \dots$

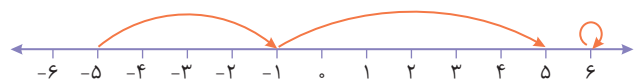
پ) $-17 + 30 - 14 = \dots$

۸ برای حرکت‌های روی محور زیر یک جمع بنویسید.



تمرین‌های زیر را حل و پاسخ خود را با پاسخ صفحه ۲۱۸ مقایسه کنید.

۵ برای هر حرکت روی محور، یک عدد بنویسید.



۶ حاصل $-6 - (-2)$ را با استفاده از محور به دست آورید.



مرور درس ۱

۱۲ • درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- درست نادرست
 درست نادرست
 درست نادرست
 درست نادرست
 درست نادرست

- الف) بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی، عدد ۹۹- است.
 ب) عدد صفر نه مثبت است، نه منفی.
 پ) عدد $8\frac{7}{7}$ - یک عدد صحیح است.
 ت) حاصل ضرب هر عدد صحیح منفی در هر عدد صحیح مثبت، عددی مثبت است.
 ث) اگر یک عدد منفی را ده بار قرینه کنیم، حاصل یک عدد مثبت می‌شود.

۱۳ • هر یک از جمله‌های زیر را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

- الف) کوچک‌ترین عدد صحیح سه‌رقمی، عدد است.
 ب) اگر عدد صحیحی را از صفر کم کنیم، آن عدد به دست می‌آید.
 پ) قرینه هر عدد صحیح مثبت، از خود آن عدد است.
 ت) عدد صفر از همه اعداد صحیح کوچک‌تر است.
 ث) میانگین سه عدد ۲۳-، ۲۰+ و ۱۲- برابر است با

۱۴ • به هر یک از قسمت‌های زیر، پاسخ مناسب دهید.

- الف) عددهای صحیح نامنفی بزرگ‌تر از ۳- را بنویسید.
 ب) عددهای صحیح بین ۳- و ۴+ را بنویسید.
 پ) عددهای صحیح منفی بزرگ‌تر از ۱۲- را بنویسید.
 ت) مضرب‌های صحیح عدد ۴ را بنویسید.
 ث) عددهای صحیحی را که قرینه آنها کوچک‌تر از ۳- است، بنویسید.

۱۵ • جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید.

عدد	$(12, 20) = 4$	+۸	-۵	$(-5)^2$	$(-5)^3$	$\sqrt{36}$	$-\sqrt{36}$	$-(-1/5)$	$\frac{-24}{3}$	$\frac{7}{5}$	$-(-1)^5$
طبیعی	✓										
صحیح	✓										

۱۶ • حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

- الف) $(-15) + (-20) - (-20) =$
 پ) $(-45) - (-40) + (+45) =$
 ث) $-18 - 35 - 41 - 60 =$

- ب) $-18 + 25 - 7 =$
 ت) $(-17) + (-17) - (+17) =$
 ج) $-20 + 20 - 30 + 30 =$

۱۸۴ درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

- درست نادرست
 درست نادرست
 درست نادرست
 درست نادرست
 درست نادرست
 درست نادرست

الف) عدد ۱۱۹ عددی مرکب است.

ب) هر عدد طبیعی بزرگتر از یک حداقل دو شمارنده دارد.

پ) هر عدد طبیعی که اول نباشد، مرکب است.

ت) ب.م.م دو عدد متوالی برابر یک است.

ث) مجموع دو عدد اول همیشه عدد اول است.

ج) دو عدد ۴۸ و ۴۹ نسبت به هم اول اند.

۱۸۵ جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید.

الف) اگر عدد a اول باشد، تمام مضربهایش جز خود a عددی است.

ب) برای تعیین اعداد اول بین ۱ تا ۱۰۰ به روش غربال، آخرین عددی که خط می خورد است.

پ) اگر دو عدد نسبت به هم اول باشد، ک.م.م آنها است.

ت) کوچکترین عدد اول دورقمی عدد و بزرگترین عدد دورقمی مرکب است.

۱۸۶ بین ۸۰ و ۹۰ چند عدد اول وجود دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۸۷ کدام دسته از اعداد زیر اول هستند؟

- ۱, ۳, ۱۱۱, ۱۷ (۴) ۱, ۲, ۹۱, ۷ (۳) ۷, ۲۹, ۹, ۱۵ (۲) ۲, ۷, ۲۹, ۳۱ (۱)

۱۸۸ کدام عدد زیر مرکب نیست؟

- ۱۶۹ (۴) ۱۰۰۱ (۳) ۱۷۳ (۲) ۱۴۳ (۱)

۱۸۹ در روش غربال برای پیدا کردن اعداد اول بین ۱ تا ۵۰، بعد از خط زدن عدد ۲۵، کدام عدد خط می خورد؟

- ۴۵ (۴) ۴۹ (۳) ۲۶ (۲) ۳۵ (۱)

۱۹۰ در روش غربال ۱ تا ۱۰۰ کدام عدد از بقیه دیرتر خط می خورد؟

- ۵۷ (۴) ۷۷ (۳) ۸۶ (۲) ۹۹ (۱)

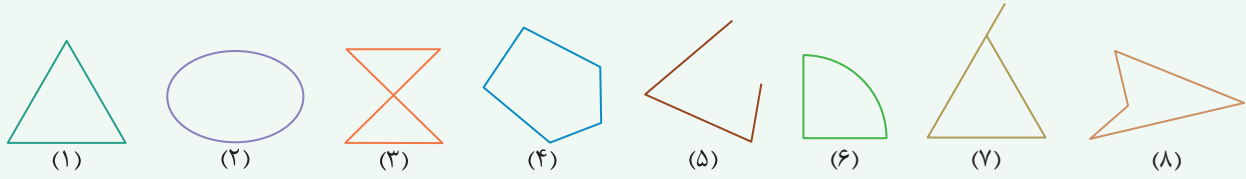
۱۹۱ مجموع دو عدد اول ۴۰ شده است. آن دو عدد را نام ببرید.

۱۹۲ دو عدد بنویسید که نسبت به ۷۵ اول باشند.

درس اول: چندضلعی‌ها و تقارن

چندضلعی‌ها

به یک شکل چندضلعی می‌گویند به شرط اینکه: ۱- خط شکسته باشد. ۲- بسته باشد. ۳- ضلع‌ها فقط در رأس‌ها همدیگر را قطع کنند (رأس نقطه‌ای است که در آن دو ضلع به هم می‌رسند). در شکل‌های زیر:



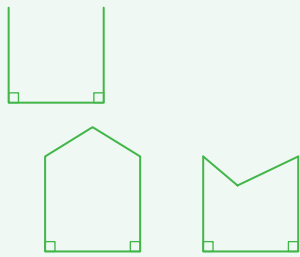
شکل‌های ۱، ۴ و ۸ چندضلعی هستند.

شکل‌های ۲ و ۶ چندضلعی نیستند، زیرا خط شکسته نیستند.

شکل‌های ۳ و ۷ چندضلعی نیستند، زیرا اضلاع به جز رأس‌ها در نقطه‌ای دیگر نیز همدیگر را قطع کرده‌اند.

شکل ۵ چندضلعی نیست، چون خط شکسته بسته نیست.

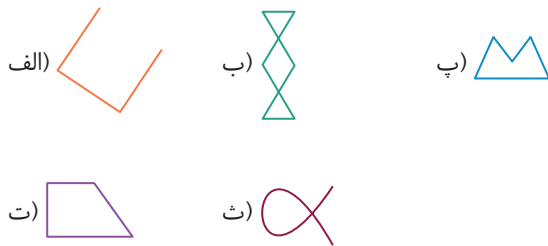
مثال: یک پنج‌ضلعی با دو زاویه قائمه رسم کنید.



پاسخ: ۱- ابتدا دو زاویه قائمه را روی یک ضلع رسم می‌کنیم.

۲- می‌بینیم سه ضلع از پنج ضلع رسم شده است، حال دو ضلع دیگر را به دلخواه رسم می‌کنیم تا پنج‌ضلعی به دست آید.

۲۰۲ کدام شکل‌ها چندضلعی نیستند؟ چرا؟



تمرین‌های زیر را حل، و پاسخ خود را با پاسخ صفحه ۲۳۶ مقایسه کنید.

۲۰۰ کدام یک از شکل‌های زیر چندضلعی است؟



۲۰۱ الف) آیا «هر چندضلعی حداقل سه زاویه دارد.» درست است؟

ب) یک هفت‌ضلعی رسم کنید که همه زاویه‌های آن کمتر از 180° باشد.

۲۰۳ آیا می‌توان یک شش‌ضلعی با دو زاویه قائمه رسم کرد؟

پ) یک شش‌ضلعی رسم کنید که دو زاویه بزرگ‌تر از 180° داشته باشد.

مرور درس ۱

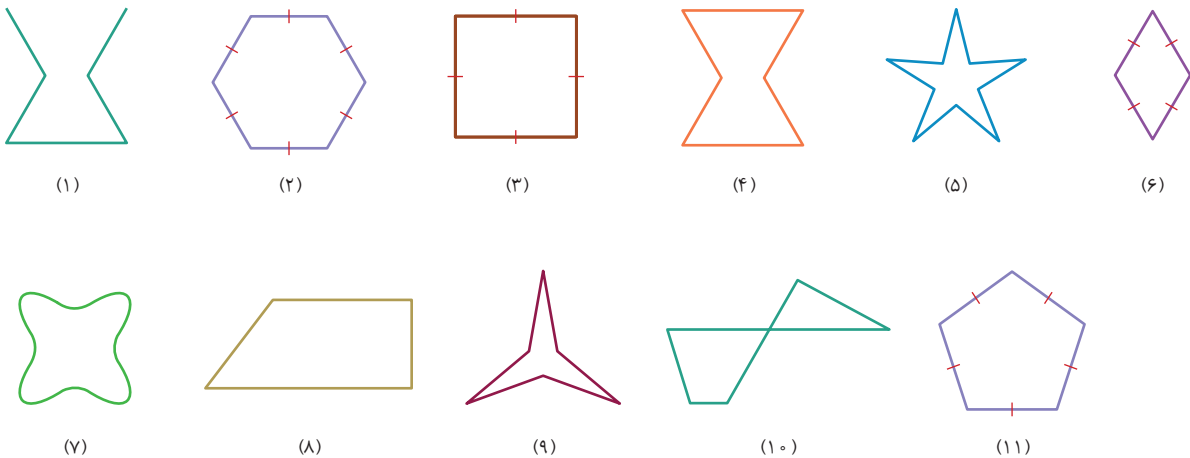
۲۱۷ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- الف) دوزنقه مرکز تقارن ندارد. درست نادرست
- ب) در مثلث‌ها فقط مثلث متساوی‌الاضلاع مرکز تقارن دارد. درست نادرست
- پ) نیم‌دایره مرکز تقارن ندارد. درست نادرست
- ت) پنج‌ضلعی مقعر وجود ندارد. درست نادرست
- ث) هشت‌ضلعی منتظم ۸ محور تقارن دارد. درست نادرست

۲۱۸ هر یک از جمله‌های زیر را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

- الف) در هر متوازی‌الاضلاع، محل برخورد، مرکز تقارن است.
- ب) فقط چندضلعی‌های منتظمی که تعداد ضلع‌های آنها باشد، مرکز تقارن دارند.
- پ) پانزده‌ضلعی منتظم محور تقارن دارد.
- ت) مثلث متساوی‌الساقین مرکز تقارن

۲۱۹ با توجه به شکل‌های زیر به سؤال‌ها پاسخ دهید.



الف) کدام شکل‌ها چندضلعی نیستند؟ چرا؟

ب) چندضلعی‌های محدب و مقعر رسم‌شده را بنویسید.

پ) دو تفاوت و دو شباهت بین شکل‌های (۲) و (۹) بنویسید.

ت) از میان شکل‌های بالا، کدام شکل‌ها چندضلعی منتظم‌اند؟

۳۹۹ درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

- درست نادرست
 درست نادرست
 درست نادرست
 درست نادرست
 درست نادرست

الف) لوزی یک چهارضلعی منتظم است.

ب) نه‌ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد.

پ) متوازی‌الاضلاعی که چهار ضلع برابر داشته باشد، مربع است.

ت) مجموع زاویه‌های داخلی یک هشت‌ضلعی 1440° است.

ث) دو خط عمود بر یک خط، با هم موازی‌اند.

۳۰۰ در جاهای خالی عدد یا کلمه مناسب قرار دهید.

الف) هر چندضلعی که حداقل یک زاویه بزرگ‌تر از 180° داشته باشد را می‌نامند.

ب) اندازه هر زاویه خارجی یک ده‌ضلعی منتظم درجه است.

پ) هشت‌ضلعی منتظم محور تقارن دارد و دارای مرکز تقارن است.

ت) اگر $a \perp c$, $b \parallel a$ باشد، آنگاه است.

ث) در هر مثلث اندازه هر زاویه خارجی برابر است با مجموع دو زاویه داخلی آن.

ج) اگر وسط ضلع‌های یک مستطیل را به طور متوالی به هم وصل کنیم، شکل حاصل است.

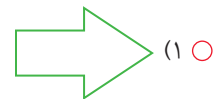
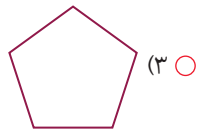
۳۰۱ کدام شکل مرکز تقارن ندارد؟

- (۱) متوازی‌الاضلاع
 (۲) ده‌ضلعی منتظم
 (۳) مثلث متساوی‌الاضلاع
 (۴) لوزی

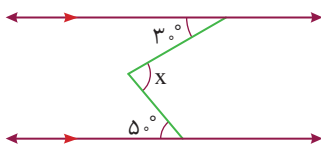
۳۰۲ اگر a , b و c سه خط باشند و $a \perp b$ و $a \perp c$ آنگاه است.

- (۱) $a \parallel c$
 (۲) $b \parallel c$
 (۳) $b \parallel c$
 (۴) $a \parallel b$

۳۰۳ کدام شکل چندضلعی محدب است؟



۳۰۴ در شکل مقابل اندازه زاویه x چند درجه است؟



- (۱) 70°
 (۲) 90°
 (۳) 80°
 (۴) 20°

۳۰۵ کدام جمله درست است؟

- (۱) لوزی نوعی مربع است.
 (۲) مستطیل نوعی مربع است.
 (۳) لوزی نوعی متوازی‌الاضلاع است.
 (۴) دوزنقه نوعی متوازی‌الاضلاع است.

فصل اول

درس اول: یادآوری عددهای صحیح

۱ عدد هارا تا حد امکان ساده می‌کنیم، سپس اعداد صحیح را مشخص می‌کنیم.

عدد صحیح است: $-\frac{45}{9} = -5$

عدد صحیح است: $-2^5 = -(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) = -32$

عدد صحیح است: $-\sqrt{9} = -3$

ساده‌تر نمی‌شود و عدد صحیح نیست: $4\frac{5}{7}$

عدد صحیح نیست: $\sqrt{11}$

عدد صحیح نیست: $0/8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

۲ اعداد صحیح بین ۵ و ۱۴:

$-13, -12, \dots, -1, 0, 1, 2, 3, 4$
عددهای صحیح منفی

عددهای صحیح نامنفی یعنی عددهای صحیح مثبت و عدد صفر. پس پنج عدد ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ پاسخ سؤال هستند.

۳ اعداد صحیح بزرگ‌تر از ۶ برابر است با اعدادی که سمت راست

۶ قرار دارند. یعنی: $-5, -4, -3, \dots, 1, 2, \dots$

ولی چون فقط اعداد منفی را می‌خواهیم، پاسخ برابر است با:

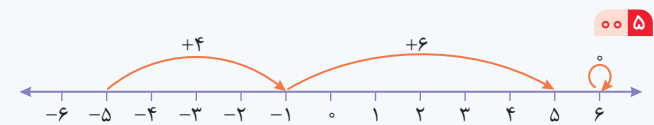
$-5, -4, -3, -2, -1$

۴ ابتدا عبارتهای داده شده را تعیین علامت و سپس آنها را قرینه

می‌کنیم:

الف) $185 \xrightarrow{\text{قرینه}} -185 \xrightarrow{\text{علامت منفی}} -(-185)$

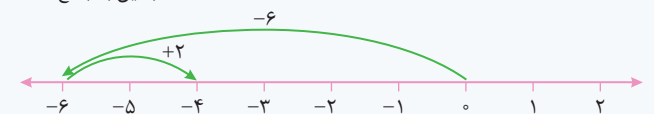
ب) $-15 \xrightarrow{\text{قرینه}} +15 \xrightarrow{\text{علامت منفی}} -(+15)$



۶ ابتدا تفریق را به جمع تبدیل کرده و سپس از محور استفاده

می‌کنیم:

قرینه می‌شود
 $-6 - (-2) = -6 + (+2) = -4$
تبدیل به جمع



الف) $-24 - 18 = -(24 + 18) = -42$

ب) $(-11) + (-35) + (-6) = -11 - 35 - 6 = -(11 + 35 + 6) = -52$

پ) $-17 + 30 - 14 = (-17 + 30) - 14 = (13) - 14 = -1$

۸ حرکت اول حرکتی است که از صفر آغاز شده است، بنابراین خواهیم

داشت:

$(+2) + (+1) + (-7) = (-4)$
۲ واحد به سمت راست ←
۷ واحد به سمت چپ →
۱ واحد به سمت راست ←

۹

علامت صورت: $- \times - = +$
علامت مخرج: $- \div - = +$
 $\frac{(-5) \times (-3) \times (-2)}{(-12) \div (-4)} \div 10 = \frac{(-5 \times 3 \times 2)}{+(12 \div 4)} \div 10 = \frac{-30}{3} \div 10 = -10 \div 10 = -1$

۱۰

الف) $-12 - 8 \times 3 = -12 - 24 = -(12 + 24) = -36$

ب) $7 - 7 \times 4 \div 2 + 1 = 7 - 28 \div 2 + 1 = 7 - 14 + 1 = -7 + 1 = -6$

پ) $(-6)^2 - 4^3 \div (-8) = ((-6) \times (-6)) - (4 \times 4 \times 4) \div (-8)$
 $= \frac{+36}{36} - \frac{64}{-8} = 36 - 64 \div (-8) = 36 + 8 = 44$

نکته: عدد منفی به توان زوج همواره مثبت است. $(-6)^2 = (-6 \times -6) = +36$

اگر عدد منفی داخل پرانتز و توان بیرون از پرانتز باشد، کل عدد همراه با علامت به توان می‌رسد، در غیر این صورت توان تأثیری در علامت ندارد.

$-6^2 = -(6 \times 6) = -36 \neq (-6)^2$

ت) $8 - (18 \div (7 - 4)) \div 6 = 8 - (18 \div 3) \div 6 = 8 - 6 \div 6 = 8 - 1 = 7$

۱۱ با استفاده از دسته بندی، حاصل عبارتهای را به دست می‌آوریم.

الف) عددهای داده شده را به $150 = (15 \times 10)$ دسته که حاصل هر دسته

۳۰۱ است، تقسیم می‌کنیم، بنابراین:

$1 + 2 + 3 + \dots + 298 + 299 + 300 = 301 \text{ تا } 301 = 150 \times 301 = 45150$

ب) $-5 + 20 - 25 + 40 - 45 + 60 - 65 + 80 - 85 + 100 = 15 \text{ تا } 15$

$= 5 \times 15 = 75$

پ) $-10 + 30 - 5 - 11 + 6 = -(10 + 5 + 11) + (30 + 6) = -26 + 36 = 10$

۱۲ الف) نادرست؛ بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی، عدد ۱- است.

ب) درست؛ عدد صفر علامت ندارد.

پ) درست؛ زیرا $-9 = -\frac{9}{1} = -8 \frac{1}{1}$ که یک عدد صحیح است.

ت) نادرست؛ $- \times + = -$

ث) نادرست؛ زیرا اگر یک عدد منفی ۱۰ بار قرینه شود، یعنی ۱۱ منفی در هم

ضرب شده‌اند که حاصل عددی منفی است.

نکته: اگر به تعداد فردتا علامت منفی در یکدیگر ضرب شوند، حاصل منفی

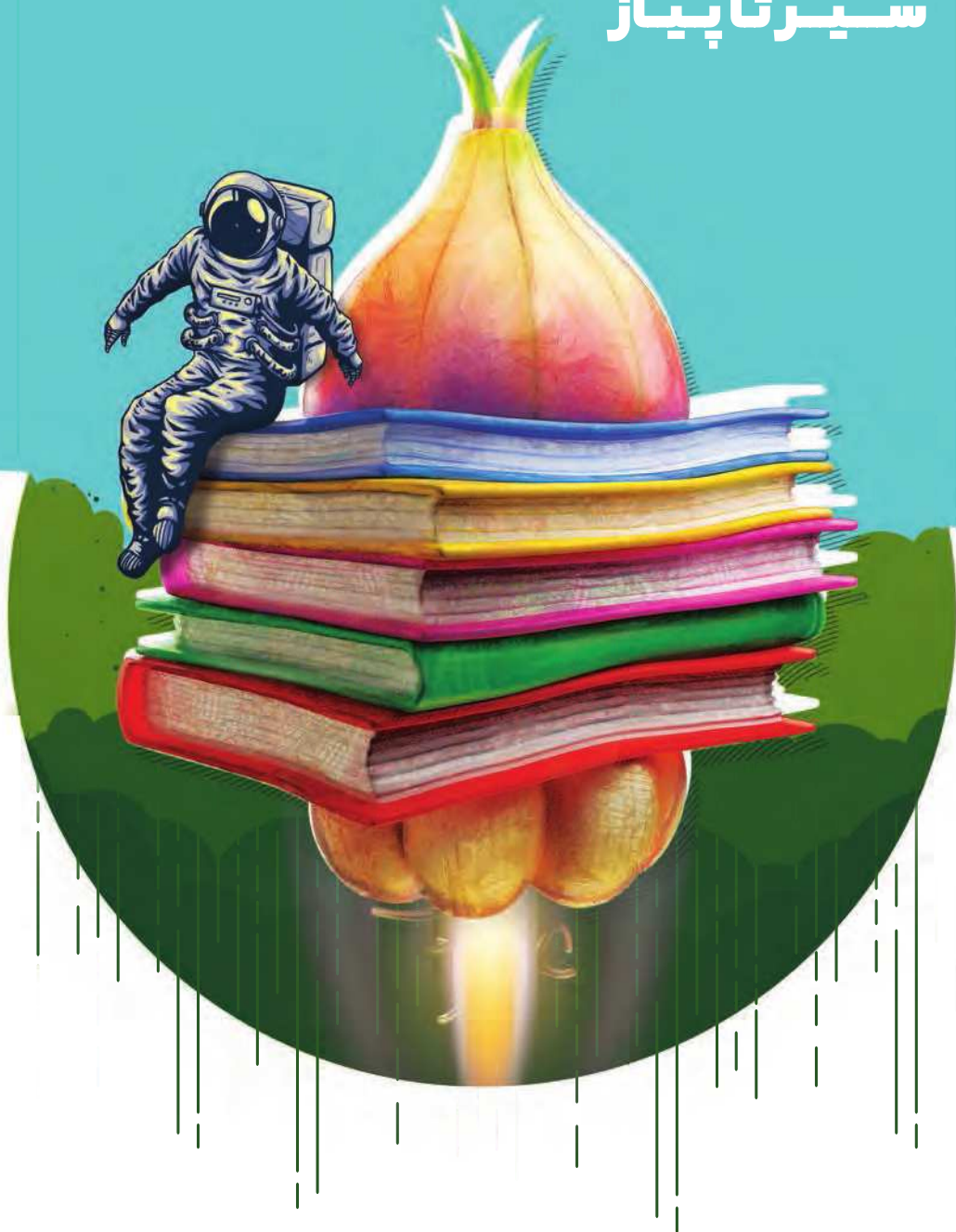
می‌شود و اگر به تعداد زوجتا عدد منفی در یکدیگر ضرب شوند، حاصل

مثبت می‌شود.



... آزمون ...

مجموعه کتابهای
سیرت‌آپ‌پاز



ریاضی	آزمون نوبت اول	زمان آزمون : ۷۵ دقیقه
آزمون شماره ۱	پایه هشتم	نمره
۱	<p>درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) عدد $-\frac{۵۲}{۹}$ بین دو عدد صحیح -۵ و -۶ قرار دارد.</p> <p>ب) عدد $۷^۲$ عددی مرکب است.</p> <p>پ) لوزی نوعی مربع است.</p> <p>ت) بردارهای AB و BA قرینه یکدیگر هستند.</p> <p>ث) مقدار عددی عبارت $۳ - x^۲$ به ازای $x = ۲$ برابر ۷ است.</p>	<p>۱/۲۵</p> <p>درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/></p> <p>درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/></p> <p>درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/></p> <p>درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/></p> <p>درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/></p>
۲	<p>جمله‌های زیر را با عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) معکوس عدد $۲\frac{۳}{۷}$ مساوی عدد است.</p> <p>ب) کوچک‌ترین عدد اول سه‌رقمی است.</p> <p>پ) اگر $a \perp b$ و $a \perp c$ باشد، آنگاه است.</p> <p>ت) بردار $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۰ \end{bmatrix}$ بر حسب واحد مختصات برابر است.</p> <p>ث) عددهای ۷ و -۷ جواب‌های معادله $x^۲ =$ است.</p>	<p>۱/۲۵</p>
۳	<p>گزینه درست را انتخاب کنید.</p> <p>الف) حاصل عبارت $۱۰ - ۹ + ۸ - ۷ - ۶ + ۵ - ۴ + ۳ - ۲ + ۱$ برابر است با:</p> <p> <input type="radio"/> (۱) ۵ - <input type="radio"/> (۲) ۵ - <input type="radio"/> (۳) ۱۰ + <input type="radio"/> (۴) ۱۰ - </p> <p>ب) برای تعیین عددهای اول از ۱ تا ۱۰۰ روش غربال را به کار برده‌ایم. کدام عدد زیر، دیرتر خط می‌خورد؟</p> <p> <input type="radio"/> (۱) ۹۹ <input type="radio"/> (۲) ۷۵ <input type="radio"/> (۳) ۹۱ <input type="radio"/> (۴) ۵۷ </p> <p>پ) کدام جمله درباره چندضلعی‌های منتظم درست است؟</p> <p> <input type="radio"/> (۱) همه آنها مرکز تقارن دارند. <input type="radio"/> (۲) مجموع زوایای خارجی آنها ۳۶° است. <input type="radio"/> (۳) تعداد قطرهایشان با تعداد اضلاعشان مساوی است. <input type="radio"/> (۴) تعداد محورهای تقارنشان، دو برابر تعداد اضلاع آنهاست. </p> <p>ت) در معادله $\begin{bmatrix} -۷ \\ ۲ \end{bmatrix} + ۳\vec{x} = \begin{bmatrix} -۷ \\ ۲ \end{bmatrix}$ مختصات بردار x کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> (۱) $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۳ \end{bmatrix}$ <input type="radio"/> (۲) $\begin{bmatrix} ۳ \\ -۳ \end{bmatrix}$ <input type="radio"/> (۳) $\begin{bmatrix} -۳ \\ ۳ \end{bmatrix}$ <input type="radio"/> (۴) $\begin{bmatrix} -۳ \\ -۳ \end{bmatrix}$ </p> <p>ث) ضریب xy در ساده‌شده عبارت $(۲x - ۳y)^۲$ کدام است؟</p> <p> <input type="radio"/> (۱) -۱ <input type="radio"/> (۲) -۶ <input type="radio"/> (۳) -۱۲ <input type="radio"/> (۴) -۵ </p>	<p>۲/۵</p>



نکته و تست

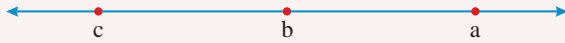
مجموعه کتابهای
سیرت‌آپ‌پاز



فصل اول: عددهای صحیح و گویا

قرینه یک عدد نسبت به عددی دیگر

برای به دست آوردن قرینه نقطه a نسبت به نقطه‌ای مانند b ، باید ابتدا فاصله a تا b را به دست آوریم، سپس به همان اندازه در سمت دیگر b حرکت کنیم تا نقطه‌ای مانند c به دست آید.



پس نقاط a و c نسبت به نقطه b قرینه همدیگرند.

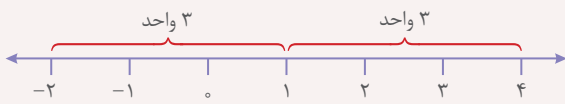
با توجه به شکل می‌بینیم که b وسط دو عدد a و c قرار دارد، یعنی: $b = \frac{a+c}{2}$ و می‌توانیم با طرفین - وسطین کردن آن، رابطه جدیدی برای به دست آوردن c بنویسیم:

$$b = \frac{a+c}{2} \Rightarrow a+c = 2b \Rightarrow c = 2b - a$$

بنابراین برای به دست آوردن c (قرینه a نسبت به b) کافی است از دو برابر b مقدار a را کم کنیم.

مثال: قرینه عدد ۴ نسبت به ۱ چه عددی است؟

پاسخ: روش اول: با توجه به محور عددهای صحیح، مشاهده می‌کنید که عدد ۴



از عدد ۱، سه واحد فاصله دارد و اگر از عدد ۱، سه واحد در جهت چپ حرکت کنیم، به عدد ۲- می‌رسیم، پس قرینه ۴ نسبت به ۱ برابر است با ۲-.

روش دوم: با استفاده از رابطه $c = 2b - a$ ، اگر قرینه ۴ نسبت به ۱ را c بنامیم، می‌توانیم بنویسیم: $c = 2 \times 1 - (4) = 2 - 4 = -2$

مثال ۳ عدد a قرینه ۵- نسبت به ۹- است. اگر a را ۴۹ بار قرینه کنیم،

کدام عدد به دست می‌آید؟

$$+1(1) \quad -1(2) \quad +13(3) \quad -13(4)$$

پاسخ:

$$a = 2 \times (-9) - (-5) = -18 + 5 = -13$$

اگر عددی به دفعات زوج قرینه شود، حاصل همان عدد می‌شود.

اگر عددی به دفعات فرد قرینه شود، حاصل قرینه همان عدد می‌شود.

بنابراین عدد ۱۳- را ۴۹ بار قرینه کنیم، حاصل می‌شود ۱۳+.

پاسخ گزینه «۳» است.

مثال ۴ بین عدد ۳+ و قرینه‌اش نسبت به ۲- چند عدد صحیح وجود

دارد؟

$$9(1) \quad 10(2) \quad 8(3) \quad 6(4)$$

پاسخ:

$$-7 = 3 - 2 \times (-2) = 3 + 4 = 7$$

بین عدد ۳+ و ۷-، نه عدد صحیح وجود دارد که عبارت‌اند از:

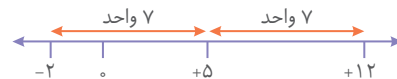
$$+2, +1, 0, -1, -2, -3, -4, -5, -6$$

پاسخ گزینه «۱» است.

مثال ۱ قرینه ۲- نسبت به ۵+ برابر است با:

$$+3(1) \quad +8(2) \quad -9(3) \quad +12(4)$$

پاسخ:



از ۲- تا ۵+ فاصله ۷ واحد است، پس اگر از ۵+ به اندازه ۷ واحد به سمت راست برویم به ۱۲+ می‌رسیم.

پاسخ گزینه «۴» است.

مثال ۲ قرینه عددی نسبت به ۱- برابر با ۴- شده است. آن عدد کدام

است؟

$$-7(1) \quad +2(2) \quad +3(3) \quad +7(4)$$

پاسخ:

روش اول: باید قرینه ۴- نسبت به ۱- را حساب کنیم تا عدد موردنظر به دست آید. فاصله ۴- تا ۱- سه واحد است. پس از ۱- سه واحد به سمت

راست می‌رویم، به عدد ۲+ می‌رسیم.

روش دوم: با توجه به رابطه گفته‌شده، اگر عدد مورد نظر را c بنامیم، داریم:

$$c = 2 \times (-1) - (-4) = -2 + 4 = 2$$

پاسخ گزینه «۲» است.

۹ • حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$3 - 5 \left[-2 - 4(-1 - 2)^2 \div 2 \right] - 2 \times 3^2$$

۸۰ (۱) ۸۵ (۲) ۶۷ (۳) ۹۵ (۴)

۱۰ • حاصل عبارت زیر کدام گزینه است؟

$$(-4 \div 2) - (-6 \div 3) - (-8 \div 4) - (-10 \div 5) - \dots - (-100 \div 50)$$

۱۰۰ (۱) ۹۶ (۲) ۹۸ (۳) ۹۴ (۴)

۱۱ • حاصل عبارت زیر برابر است با:

$$(-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + \dots + (-1)^{199}$$

۱ (۱) -۱ (۲) ۱۹۹ (۳) ۴ (۴) صفر

۱۲ • مجموع ۱۰۱ عدد صحیح متوالی صفر شده است. بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد به ترتیب کدام است؟

۱۰ و ۰ (۱) ۱۰ و ۱ (۲) ۵ و ۰ (۳) ۵ و ۱ (۴)

۱۳ • قرینهٔ -۷ نسبت به حاصل عبارت $[-(-4-1)-7]$ -۳ کدام است؟

۱۹ (۱) ۵ (۲) ۳۱ (۳) ۲۳ (۴)

۱۴ • قرینهٔ عددی نسبت به -۲، عدد ۶ است. قرینهٔ آن عدد نسبت به ۱۲ چند است؟

۳۴ (۱) ۹ (۲) ۴۴ (۳) ۱۰ (۴)

۱۵ • a، b و c سه عدد صحیح هستند. دو عدد a و b نسبت به c قرینهٔ یکدیگرند. فاصلهٔ بین دو عدد a و b کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

۴۲ (۱) ۲ (۲) ۱۷ (۳) ۸ (۴)

۱۶ • حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$(11 + 13 + 15 + \dots + 101) - (12 + 14 + 16 + \dots + 100)$$

۵۶ (۱) -۴۶ (۲) -۴۵ (۳) -۱۴۶ (۴)

۱۷ • میانگین چهار عدد -۸ شده است. چه عددی به آنها اضافه کنیم تا میانگین ۱۰ واحد بیشتر شود؟

۲۲ (۱) ۴۰ (۲) ۴۲ (۳) ۸۲ (۴)

۱ • حاصل عبارت $((8-8(6-6(4-4))) - 10 - 10)$ کدام است؟

۴۱۰ (۱) ۳۹۰ (۲) صفر (۳) ۵۷۰ (۴)

۲ • قرینهٔ عدد (-۹) - چند واحد از حاصل عبارت $[-(-11) - (+7)]$ کوچک‌تر است؟

۹ (۱) ۱۸ (۲) ۲۷ (۳) ۱۳ (۴)

۳ • در عبارت $7 - 5 \square - 6 \square 5 \square - 5$ اگر داخل مربع‌ها علامت + یا - قرار دهیم، بیشترین حاصل چقدر می‌تواند باشد؟

۱۳ (۱) ۱۸ (۲) ۲۳ (۳) ۱۳ (۴)

۴ • اگر $\frac{\square}{4}$ عددی صحیح و $4 < \frac{\square}{4} + 8 < -8$ باشد، درون \square کدام دسته از اعداد زیر می‌تواند قرار بگیرد؟

۶ (۱) ۶، -۲، -۴، -۶ (۲) ۸، -۲۰، -۲۲، -۲۴ (۳) ۶، -۱۸، -۲۰، -۲۲ (۴) ۷، -۱۰، -۱۱، -۱۲ (۵)

۵ • حاصل جمع دو عدد صحیح -۹ است. بیشترین حاصل ضرب این دو عدد کدام است؟

۸۱ (۱) ۲۰ (۲) صفر (۳) ۴ قابل محاسبه نیست (۴)

۶ • کوچک‌ترین عدد صحیح که به جای x می‌توان نوشت تا مقدار $\frac{18}{x-2}$ یک عدد صحیح شود، کدام است؟

۳۴ (۱) -۱۶ (۲) -۱ (۳) -۷ (۴)

۷ • به جای a چند عدد صحیح می‌توان قرار داد تا حاصل $\frac{294+a^2}{a}$ یک عدد صحیح شود؟ ($a \neq 0$)

۲۴ (۱) ۱۲ (۲) ۸ (۳) ۴ بی‌شمار (۴)

۸ • حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$-4^2 - (-2)^2 \div (-9+1) - (-5) - 2$$

۲۸ (۱) -۸ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴)

۷ گزینه «۱»: ابتدا عبارت $\frac{294+a^2}{a}$ را به صورت ساده‌تری بنویسیم:

$$\frac{294+a^2}{a} = \frac{294}{a} + \frac{a^2}{a} = \frac{294}{a} + a$$

برای اینکه حاصل این عبارت صحیح شود، کافی است عدد a شمارنده ۲۹۴ باشد تا حاصل کسر عدد صحیح شود؛ پس تعداد شمارنده‌های صحیح ۲۹۴ را به دست می‌آوریم:

شمارنده‌های ۲۹۴: ۱, ۲, ۳, ۶, ۷, ۱۴, ۲۱, ۴۲, ۴۹, ۹۸, ۱۴۷, ۲۹۴

⇒ تعداد شمارنده‌های مثبت = ۱۲

۲۹۴ بر ۱۲ عدد صحیح مثبت و بر ۱۲ عدد صحیح منفی بخش پذیر است. پس کلاً ۲۴ عدد صحیح را می‌توان به جای a قرار داد.

۸ گزینه «۳»

$$-2(-5) - (-9+1) \div (-2)^2 - 4^2 = 10 - (-8) \div 4 - 16 \\ = 10 + 8 \div 4 - 16 = 10 + 2 - 16 = -4$$

۹ گزینه «۲»

$$3-5[-2-4(-1-2)^2 \div 2] - 2 \times 3^2 = 3-5[-2-4(-3)^2 \div 2] - 2 \times 9 \\ = 3-5[-2-4 \times 9 \div 2] - 18 = 3-5[-2-36 \div 2] - 18 \\ = 3-5[-2-18] - 18 = 3-5(-20) - 18 = 3+100-18 = 85$$

۱۰ گزینه «۴»

$$(-4 \div 2) - (-6 \div 3) - (-8 \div 4) - \dots - (-100 \div 50) \\ = -2 - (-2) - (-2) - (-2) - \dots - (-2) \\ \text{تا } 48 \\ = -2 + 2 + 2 + 2 + \dots + 2 = -2 + 96 = 94 \\ \text{تا } 48$$

۱۱ گزینه «۲»

$$(-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + \dots + (-1)^{99} = -1 + 1 - 1 + 1 + \dots - 1 \\ = 100 \times (-1) + 99 \times (+1) = -100 + 99 = -1$$

در توان‌های زوج حاصل ۱+ و در توان‌های فرد حاصل ۱- شده است. از ۱ تا ۱۹۹، ۱۰۰ عدد فرد و ۹۹ عدد زوج داریم.

۱۲ گزینه «۴»

$$(-50) + (-49) + (-48) + \dots + (+49) + (+50) = 0$$

در این جمع، اعداد +۱ تا +۵۰ و -۱ تا -۵۰ قرینه همدیگر هستند، پس حاصل جمع آنها صفر می‌شود. همچنین تعداد آنها ۱۰۱ عدد است (۵۰ تا عدد مثبت، ۵۰ تا عدد منفی و عدد صفر).

۱۳ گزینه «۱»

$$-3[-(-4-1)-7] = -3[-(-5)-7] = -3[+5-7] = -3 \times (-2) = +6 \\ +6 = 2 \times (+6) - (-7) = 12 + 7 = 19$$

عددهای صحیح و گویا

فصل اول

۱ گزینه «۴»: برای انجام محاسبات، باید از داخلی‌ترین پرانتز شروع کنیم.

$$10-10(8-8(6-6(4-4))) = 10-10(8-8 \times 6) = 10-10(-40) \\ = 10+400 = 410$$

۲ گزینه «۳»

$$\left. \begin{aligned} -(-9) &= -[-(-9)] = -9 \\ -[-11-(+7)] &= -[-18] = 18 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 18 - (-9) = 18 + 9 = 27 \\ \Rightarrow 27 = \text{اختلاف } 18 \text{ و } -9$$

۳ گزینه «۴»: چون می‌خواهیم حاصل عبارت بیشترین مقدار ممکن باشد، باید تا جایی که ممکن است عددهای منفی را به مثبت تبدیل کنیم:

$$-5 \square - 6 \square + 5 \square - 7 = -5 + 6 + 5 + 7 = 13$$

۴ گزینه «۳»: باید به جای \square اعداد صحیح زوج قرار گیرند تا وقتی تقسیم بر ۲ می‌شوند، حاصل عددی صحیح باشد. با آزمایش کردن اعداد گزینه‌ها می‌توان به جواب رسید. همچنین:

$$-8 < \frac{\square}{2} + 4 < 8 \xrightarrow{\text{جمع طرفین با } -4} -8-4 < \frac{\square}{2} < 8-4 \\ \Rightarrow -12 < \frac{\square}{2} < 4 \xrightarrow{\text{ضرب طرفین در } 2} -12 \times 2 < \square < 4 \times 2 \\ \Rightarrow -24 < \square < 8$$

پس \square می‌تواند اعداد صحیح زوج بین ۸ و -۲۴ باشد؛ یعنی عددهای ۶, -۱۸, -۲۰, -۲۲ جواب هستند.

۵ گزینه «۲»: برای اینکه حاصل ضرب دو عدد بیشترین مقدار باشد، باید آن دو عدد یا با هم مساوی باشند، یا کمترین اختلاف را داشته باشند.

همچنین اگر یکی از آن دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد، حاصل ضرب آنها منفی می‌شود و نمی‌تواند بیشترین مقدار باشد. با توجه به این نکات، دو عدد مورد نظر ۴- و ۵- هستند که حاصل ضرب آنها برابر ۲۰ است.

۶ گزینه «۲»: هر یک از گزینه‌ها را به جای x قرار می‌دهیم و مقدار کسرها را به دست می‌آوریم.

بررسی گزینه‌ها:

$$1) \frac{18}{-34-2} = \frac{18}{-36} = -\frac{1}{2} \quad 2) \frac{18}{-16-2} = \frac{18}{-18} = -1$$

$$3) \frac{18}{-1-2} = \frac{18}{-3} = -6 \quad 4) \frac{18}{-7-2} = \frac{18}{-9} = -2$$

بنابراین هر یک از عددهای ۱۶-، ۱- و ۷- را می‌توان به جای x قرار داد تا مقدار $\frac{18}{x-2}$ عددی صحیح شود. در بین این عددها ۱۶- کوچک‌ترین است.