

## آموزش و تمرین ۹

در این بخش، مطالب کتاب درسی به طور قدم به قدم تدریس شده است. هدف این قسمت صرفاً آموزش در حد کتاب درسی و آزمون‌های تشریحی مدارس است، لذا در این بخش از بیان مطالبی که خارج از این چارچوب هستند پرهیز شده است و دانش‌آموزان علاقه‌مند می‌توانند مطالب بیشتر را در بخش سوم این کتاب (بخش نکته و تست) مطالعه کنند.

در این بخش مطالب به صورت صفحه به صفحه آموزش داده می‌شود. در هر صفحه مطالبی آموزش داده می‌شود و مثال‌هایی را حل می‌کند و سپس چند نمونه تمرین از مطالب گفته شده ارائه می‌کند. از دانش‌آموز خواسته شده بعد از پاسخ دادن به آن تمرین‌ها پاسخ خود را با پاسخ کتاب مقایسه کند. بعد از آموزش هر درس، تمرینات مروری آن درس را می‌بینید که شامل نمونه سؤالات متنوع امتحانی است و دانش‌آموز را با قالب‌های مختلف سؤالات امتحانی آشنا می‌کند و انجام دادن آنها برای تعمیق و تثبیت آموزش لازم و ضروری است. در پایان هر فصل آزمون‌های جمع‌بندی مطالب آن فصل طراحی شده است. پاسخنامه تشریحی تمامی سؤال‌ها و تمرین‌ها در انتهای این بخش قرار دارد.

### ۲۳۲ پاسخنامه

## آزمون ۳۳۳

چند نمونه آزمون نوبت اول و دوم با بودجه‌بندی و بارم‌بندی استاندارد آموزش و پرورش در این بخش آمده است. خواندن این بخش را برای ایام نزدیک به امتحانات یا به قول معروف «شب امتحان» توصیه می‌کنیم. پاسخنامه آزمون همراه با ریز بارم در انتهای این بخش قرار دارد.

### ۳۵۴ پاسخنامه

## نکته و تست ۳۶۷

در این بخش نکات و مطالب تکمیلی کتاب درسی بیان شده است، که یادگیری آنها برای دانش‌آموزان سخت‌کوش و علاقه‌مند بسیار مفید و لذت‌بخش است، همچنین نمونه تست‌های متنوع در سطح‌های دشواری متفاوت به همراه پاسخ تشریحی آنها در این بخش ارائه شده است. دانش‌آموزانی که مطالب بخش آموزش و تمرین را خوب آموخته‌اند و در انجام تمرین‌های تشریحی آن مشکلی ندارند، بدون تردید با مطالعه و حل تست‌های این بخش لذت یادگیری ریاضی در سطح فراتر از کلاس و کتاب درسی را به خوبی تجربه خواهند کرد. البته این دانش بیشتر و کسب مهارت تست‌زنی در سال‌های آتی و آزمون‌های خاص بسیار کمک‌حال آنها خواهد بود. پاسخنامه تشریحی بخش نکته و تست در انتهای این بخش قرار دارد.

### ۴۴۷ پاسخنامه

## فیلم‌های آموزشی

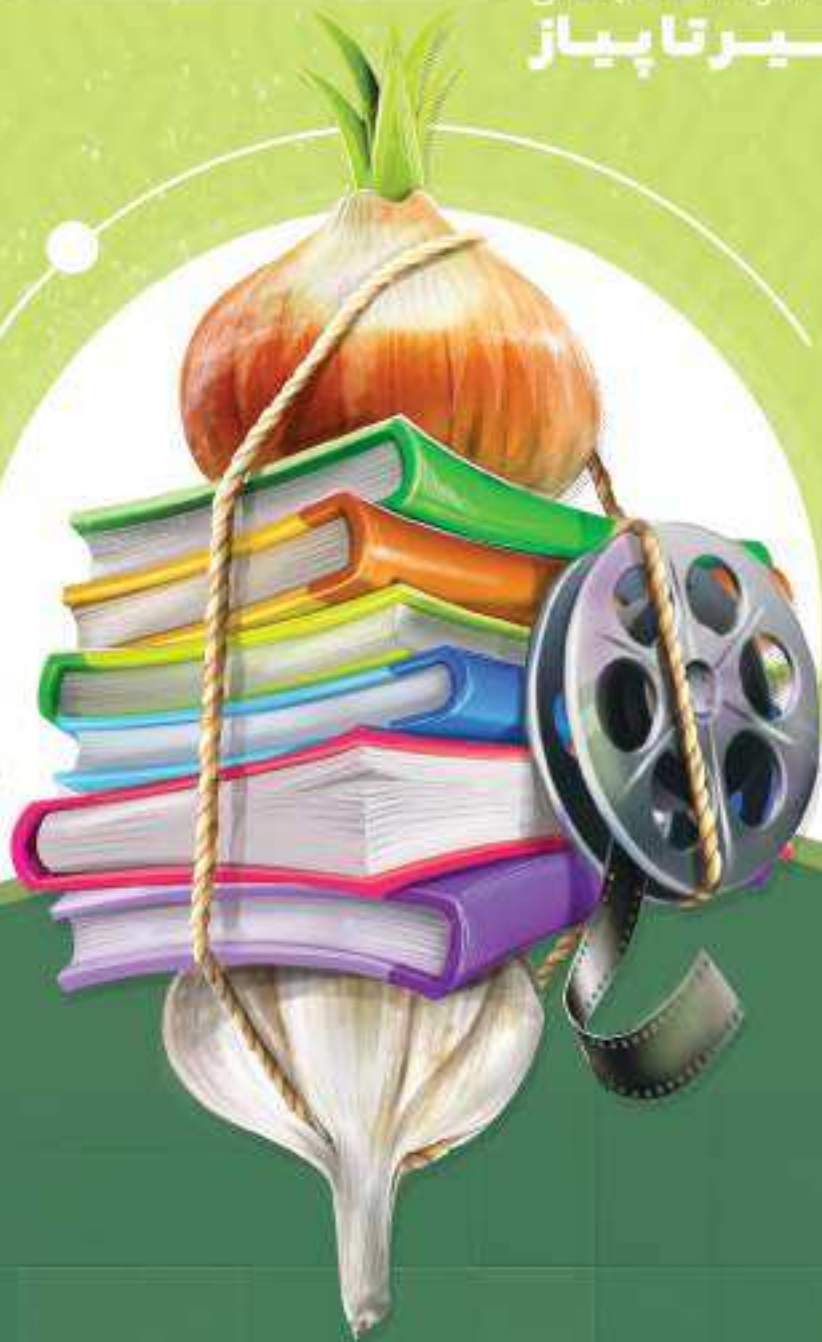
این کتاب شامل ۲۶ ساعت فیلم آموزشی است که در این فیلم‌ها مطالب کتاب درسی به صورت کامل آموزش داده شده و تمامی تمرین‌ها و سؤال‌های کتاب درسی حل و تشریح شده است. برای مشاهده این فیلم‌ها کافی است کدهای QR را که در صفحه ورودی هر فصل قرار دارد، اسکن کنید.

جلسه ۰: یادآوری پایه ششم	جلسه ۱۵: عدد اول	فصل ۵	جلسه ۰: یادآوری پایه ششم	جلسه ۱: چگونگی حل مسئله	فصل ۱
جلسه ۱: چگونگی حل مسئله	جلسه ۱۶: ادامه شمارنده اول	۳۴: ۰۴: ۳	جلسه ۲: راهبرد رسم شکل	جلسه ۲: راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب	۴۴: ۴۳: ۲
جلسه ۲: راهبرد رسم شکل	جلسه ۱۷: ادامه بزرگ‌ترین شمارنده مشترک	فصل ۶	جلسه ۳: راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب	جلسه ۳: راهبرد گویابی	
جلسه ۳: راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب	جلسه ۱۸: کوچک‌ترین مضرب مشترک	۱۱: ۵۵: ۳	جلسه ۴: راهبرد حدس و آزمایش	جلسه ۳: راهبرد حل مسئله ساده‌تر	
جلسه ۴: راهبرد حدس و آزمایش	جلسه ۱۹: حجم‌های هندسی	فصل ۷	جلسه ۵: جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)	جلسه ۳: راهبرد روش‌های نمادین	
جلسه ۵: جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)	جلسه ۲۰: محاسبه حجم‌های منشوری	۰۳: ۱۲: ۴	جلسه ۶: جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)	جلسه ۴: مرور راهبردها	
جلسه ۶: جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)	جلسه ۲۱: ادامه محاسبه حجم‌های منشوری	فصل ۸	جلسه ۷: معرف عددهای علامت‌دار	جلسه ۵: معرف عددهای علامت‌دار	فصل ۲
جلسه ۷: معرف عددهای علامت‌دار	جلسه ۲۲: مساحت جانبی و کل	۳۹: ۱۹: ۲	جلسه ۸: جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)	جلسه ۶: جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)	۱۱: ۱۲: ۲
جلسه ۸: جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)	جلسه ۲۳: مساحت جانبی و کل	فصل ۹	جلسه ۹: ادامه جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)	جلسه ۷: ضرب و تقسیم عددهای صحیح	
جلسه ۹: ادامه جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)	جلسه ۲۴: حجم و سطح	۵۳: ۰۳: ۴	جلسه ۱۰: ضرب و تقسیم عددهای صحیح	جلسه ۷: الگوهای عددی	فصل ۳
جلسه ۱۰: ضرب و تقسیم عددهای صحیح	جلسه ۲۵: تعریف توان	۳۹: ۱۹: ۲	جلسه ۱۱: عبارتهای جبری	جلسه ۸: عبارتهای جبری	۵۱: ۵۸: ۱
جلسه ۱۱: عبارتهای جبری	جلسه ۲۶: محاسبه عبارت توان‌دار	فصل ۱۰	جلسه ۱۲: ادامه عبارتهای جبری	جلسه ۹: مقدار عددی یک عبارت جبری	
جلسه ۱۲: ادامه عبارتهای جبری	جلسه ۲۷: ادامه محاسبه عبارت توان‌دار	۳۹: ۱۹: ۲	جلسه ۱۳: مقدار عددی یک عبارت جبری	جلسه ۱۰: ادامه مقدار عددی یک عبارت جبری	
جلسه ۱۳: مقدار عددی یک عبارت جبری	جلسه ۲۸: ساده کردن عبارتهای توان‌دار	فصل ۱۱	جلسه ۱۴: معادله	جلسه ۱۱: معادله	فصل ۴
جلسه ۱۴: معادله	جلسه ۲۹: جذر و ریشه	۵۳: ۰۳: ۴	جلسه ۱۵: روابط بین پاره‌خط‌ها	جلسه ۱۲: روابط بین پاره‌خط‌ها	۳۳: ۴۱: ۲
جلسه ۱۵: روابط بین پاره‌خط‌ها	جلسه ۳۰: پاره‌خط جهت‌دار	۳۹: ۱۹: ۲	جلسه ۱۶: روابط بین زاویه‌ها	جلسه ۱۳: روابط بین زاویه‌ها	
جلسه ۱۶: روابط بین زاویه‌ها	جلسه ۳۱: بردارهای مساوی و قرینه	فصل ۱۲	جلسه ۱۷: تبدیلات هندسی (انتقال، تقارن، دوران)	جلسه ۱۴: تبدیلات هندسی	
جلسه ۱۷: تبدیلات هندسی (انتقال، تقارن، دوران)	جلسه ۳۲: مختصات	۵۳: ۰۳: ۴	جلسه ۱۸: روابط بین پاره‌خط‌ها	جلسه ۱۵: شکل‌های مساوی (هم‌نهشت)	
جلسه ۱۸: روابط بین پاره‌خط‌ها	جلسه ۳۳: بردار انتقال	۳۹: ۱۹: ۲	جلسه ۱۹: روابط بین زاویه‌ها		
جلسه ۱۹: روابط بین زاویه‌ها	جلسه ۳۴: ادامه بردار انتقال	فصل ۱۳	جلسه ۲۰: تبدیلات هندسی (انتقال، تقارن، دوران)		
جلسه ۲۰: تبدیلات هندسی (انتقال، تقارن، دوران)	جلسه ۳۵: احتمال یا اندازه‌گیری شانس	۵۳: ۰۳: ۴	جلسه ۲۱: احتمال یا اندازه‌گیری شانس		
جلسه ۲۱: احتمال یا اندازه‌گیری شانس	جلسه ۳۶: احتمال و تجربه	۳۹: ۱۹: ۲	جلسه ۲۲: احتمال و تجربه		
جلسه ۲۲: احتمال و تجربه					



# ... آموزش و تمرین ...

مجموعه کتاب‌های  
سیر تا پیاز





جلسه صفر: یادآوری پایه ششم



جلسه اول: چگونگی حل مسئله، راهبرد رسم شکل، راهبرد الگوسازی



جلسه دوم: راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب، راهبرد الگویابی، راهبرد حدس و آزمایش، راهبرد زیرمسئله



جلسه سوم: راهبرد حل مسئله ساده‌تر، راهبرد روش‌های نمادین، مرور راهبردها

# فصل ۱: راهبردهای حل مسئله

راهبرد رسم شکل ..... صفحه ۱۰

راهبرد الگوسازی یا تفکر نظام‌دار ..... صفحه ۱۱

راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب ..... صفحه ۱۲

مرور درس ..... صفحه ۱۳

راهبرد الگویابی (عددی) ..... صفحه ۱۵

راهبرد الگویابی (هندسی) ..... صفحه ۱۶

راهبرد حدس و آزمایش ..... صفحه ۱۷

مرور درس ..... صفحه ۱۸

راهبرد زیرمسئله ..... صفحه ۲۰

راهبرد حل مسئله ساده‌تر ..... صفحه ۲۱

راهبرد روش‌های نمادین ..... صفحه ۲۲

مرور درس ..... صفحه ۲۳

■ آزمون فصل اول ..... صفحه ۲۵

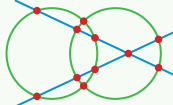
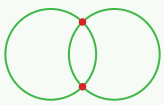
■ پاسخنامه ..... صفحه ۲۳۲

این فصل شامل ۹ درسنامه و ۹۶ نمونه سؤال تشریحی و ۱۶۳ دقیقه فیلم آموزشی است.

## راهبرد رسم شکل

بسیاری از مسئله‌ها را با رسم یک شکل می‌توان حل کرد. رسم یک شکل مناسب، یا به طور مستقیم باعث حل مسئله می‌شود، یا باعث درک بهتر مسئله شده و به حل آن کمک می‌کند؛ به طوری که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد گاهی ممکن است شکل را فقط تصور کنید و آن را رسم نکنید. منظور از رسم شکل، نقاشی نیست؛ بلکه می‌توانید برای این کار شکل‌های ساده بکشید.

**مثال:** دو خط راست و دو دایره حداکثر چند نقطه تقاطع دارند؟

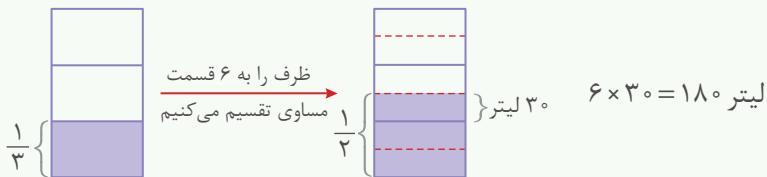


**پاسخ:** ابتدا دو دایره که همدیگر را حداکثر در دو نقطه قطع می‌کنند، رسم کرده و سپس دو خط را طوری رسم می‌کنیم که این دایره‌ها را در بیشترین نقطه قطع کنند. پس بیشترین نقطه برخورد ۱۱ نقطه می‌باشد.

**مثال:**  $\frac{1}{3}$  ظرفی پراز آب است. اگر ۳۰ لیتر آب داخل ظرف بریزیم، تا نیمه پر می‌شود. گنجایش ظرف چند لیتر است؟

**پاسخ:** با توجه به شکل، مقدار آبی که داخل ظرف می‌ریزیم  $\frac{1}{6}$  از گنجایش ظرف است که برابر ۳۰ لیتر است، پس کل گنجایش ظرف برابر

است با:



۳۰۰ در یک مسیر ۱۰ ایستگاه اتوبوس با فاصله یکسان قرار دارند.

فاصله بین ایستگاه اول تا ایستگاه سوم ۶۰۰ متر است. فاصله بین ایستگاه

اول تا دهم چقدر است؟

تمرین‌های زیر را حل، و پاسخ خود را با پاسخ صفحه ۲۳۲ مقایسه کنید.

۱۰۰ از  $\frac{2}{3}$  از  $\frac{1}{4}$  راهی ۲۰ کیلومتر است. کل راه چند کیلومتر است؟

۴۰۰ در یک مزرعه ۱۲ مرغ و اسب وجود دارد. اگر تعداد پاهای آنها

روی هم ۳۲ باشد، در این مزرعه چند مرغ و چند اسب وجود دارد؟

۲۰۰ باغبانی می‌خواهد ۵ ردیف گل و در هر ردیف، ۴ شاخه گل داشته

باشد. او حداقل به چند شاخه گل نیاز دارد؟

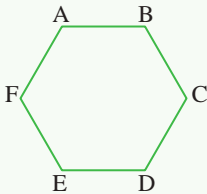
**راهبرد الگوسازی یا تفکر نظام دار**

برای رسیدن به پاسخ بعضی مسائل نیاز است که همه حالت‌های ممکن را بنویسیم. در این صورت باید با **نظمی** منطقی و بر اساس الگویی مناسب، همه حالت‌های ممکن را طوری بنویسیم که هیچ حالتی از قلم نیفتد و هیچ حالتی تکراری نباشد. بنابراین در مسئله‌هایی که لازم است همه جواب‌ها و پاسخ‌های ممکن را بنویسید، می‌توانید از این راهبرد استفاده کنید.

**مثال:** چند مستطیل مختلف وجود دارد که مساحت هر کدام ۳۰ واحد مربع باشد؟ (طول و عرض مستطیل اعداد طبیعی هستند.)

عرض	طول	مساحت
۱	۳۰	$1 \times 30 = 30$
۲	۱۵	$2 \times 15 = 30$
۳	۱۰	$3 \times 10 = 30$
۵	۶	$5 \times 6 = 30$

**پاسخ:** باید طول و عرض مستطیل را طوری انتخاب کنیم که حاصل ضرب آنها ۳۰ باشد. چون کوچک‌ترین عدد طبیعی ۱ است، برای نوشتن همه حالت‌ها از ۱ شروع می‌کنیم. با توجه به جدول، چهار مستطیل مختلف می‌توان رسم کرد که مساحت هر یک از آنها ۳۰ واحد مربع باشد. توجه داشته باشید که طول و عرض‌ها را نمی‌توانیم اعشاری انتخاب کنیم.



**مثال:** در شش ضلعی مقابل تعداد قطر‌ها را با نوشتن نام آنها به دست آورید.

**پاسخ:** برای اینکه قطری از قلم نیفتد یا قطری را بیش از یک بار بشماریم، با استفاده از یک جدول و راهبرد الگوسازی همه قطر‌ها را می‌نویسیم و می‌شماریم. برای این کار ابتدا قطر‌هایی را که از رأس A، سپس رأس B و الی آخر کشیده می‌شود، می‌نویسیم.

از رأس A	از رأس B	از رأس C	از رأس D
AC - AD - AE	BD - BE - BF	CE - CF	DF

بنابراین شش ضلعی ۹ قطر دارد.

۷ • با اسکناس‌های ۵۰۰، ۱۰۰۰ و ۲۰۰۰ تومانی به چند حالت

می‌توان ۵۰۰۰ تومان پول پرداخت کرد؟

.....

.....

.....

.....

۸ • دو عدد طبیعی بنویسید که حاصل ضرب آنها ۳۶ و حاصل جمع آنها

کمترین مقدار ممکن باشد.

.....

.....

.....

.....

تمرین‌های زیر را حل، و پاسخ خود را با پاسخ صفحه ۲۳۲ مقایسه کنید.

۵ • تمام عددهای سه‌رقمی را که با سه رقم ۲، ۶ و ۹ می‌توان ساخت

بنویسید. (بدون تکرار ارقام)

.....

.....

.....

۶ • به چند حالت می‌توان با انگشتان یک دست عدد ۳ را نشان داد؟

.....

.....

.....

### راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

برای حل برخی مسئله‌ها که حالت‌های مختلفی برای پاسخ دارند، ممکن است نتوانیم در گام اول به طور مستقیم به پاسخ مسئله (حالت مطلوب) برسیم؛ بنابراین ابتدا به کمک راهبرد الگوسازی همه حالت‌های ممکن را برای پاسخ آن مسئله می‌نویسیم، سپس با توجه به شرایط مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف می‌کنیم تا به حالت مطلوب (پاسخ) برسیم.

**مثال:** اندازه طول و عرض مستطیلی عددهای طبیعی و مساحت آن ۳۶ سانتی‌متر مربع است. کمترین مقدار برای محیط این مستطیل چند سانتی‌متر است؟

عرض	طول	محیط
۱	۳۶	$(1+36) \times 2 = 74$
۲	۱۸	$(2+18) \times 2 = 40$
۳	۱۲	$(3+12) \times 2 = 30$
۴	۹	$(4+9) \times 2 = 26$
۶	۶	$(6+6) \times 2 = 24 \checkmark$

پاسخ: ابتدا طول و عرض همه مستطیل‌هایی را که مساحت آنها ۳۶ سانتی‌متر مربع می‌شود می‌نویسیم، سپس محیط آنها را حساب می‌کنیم. مستطیلی که محیط آن کمترین مقدار باشد، مطلوب مسئله است. در اینجا، ۵ حالت وجود دارد که مساحت مستطیل ۳۶ سانتی‌متر مربع است که ۴ حالت آن نامطلوب است و کمترین مقدار برای محیط این است که طول و عرض هر دو برابر ۶ سانتی‌متر باشد:

**مثال:** پایتخت کشور سوئیس کدام گزینه است؟

○ (۴) آلپ

○ (۳) برن

○ (۲) بوتان

○ (۱) قاهره

پاسخ: گزینه «۳»

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) نمی‌تواند جواب درست باشد، چون یک شهر آفریقایی است و سوئیس یک کشور اروپایی است.

(۲) نمی‌تواند جواب باشد زیرا بوتان یک کشور آسیایی است.

(۴) نام رشته کوهی در قاره اروپاست.

**۱۱** در یک مسابقه تیراندازی امتیازهای روی صفحه هدف، ۲، ۴، ۶ و ۱۰

می‌باشند، پارسا در این مسابقه ۳ تیر را به هدف زده است. کدام یک از اعداد

می‌تواند مجموع امتیازهای پارسا باشند؟ ۱۵، ۲۲، ۸، ۲۱، ۳۴

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**۱۲** اگر دو ضلع از مثلثی ۵ و ۹ باشند، اندازه ضلع سوم کدام یک از اعداد

۳، ۴، ۸، ۱۳ و ۱۵ می‌تواند باشد؟

.....

.....

.....

.....

.....

تمرین‌های زیر را حل، و پاسخ خود را با پاسخ صفحه ۲۳۲ مقایسه کنید.

**۹** مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آنها ۳۶ است.

اختلاف سن بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین نفر چند سال است؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**۱۰** کدام یک از اعداد زیر می‌تواند مجموع زاویه‌های داخلی یک

چندضلعی منتظم باشد؟  $198^\circ$ ،  $226^\circ$ ،  $120^\circ$ ،  $88^\circ$

## مرور درس

۱۳. هواپیمایی در ارتفاع ۴۵۰۰ متری از سطح زمین و هواپیمای دیگری در ارتفاع ۲۳۰۰ متر پایین تر از هواپیمای اول در حال پرواز است. ارتفاع هواپیمای دوم از سطح زمین چقدر است؟

۱۴. رضا در یک کیسه تعدادی مهره دارد. نصف مهره‌ها را به علی و یک سوم باقیمانده مهره‌ها را به جواد می‌دهد و ۶ مهره اضافه می‌آورد. او در این کیسه چند مهره داشته است؟

۱۵. امیر در ساختمانی که ۱۰ طبقه روی همکف دارد، مشغول به کار است. او کار خود را از طبقه دوم شروع کرد، سپس ۳ طبقه بالا و بعد از آن ۳ طبقه دیگر بالا رفت. در آخر از آنجا ۸ طبقه پایین آمد و کارش تمام شد. کار امیر در کدام طبقه تمام شده است؟

۱۶. مشهدی تقی سیب‌هایی را که از یک درخت چیده بود، در دسته‌های دوتایی قرار داد و یک سیب اضافه آمد. او سیب‌ها را در دسته‌های پنج‌تایی قرار داد و ۴ سیب اضافه آمد. ولی وقتی او سیب‌ها را در دسته‌های هفت‌تایی قرار داد، سیبی اضافه نیامد. حساب کنید مشهدی تقی حداقل چند سیب چیده بود؟

۱۷.  $\frac{1}{3}$  بچه‌های مدرسه‌ای به اردو رفتند.  $\frac{5}{6}$  بچه‌هایی که در مدرسه مانده‌اند، در حیاط مشغول بازی هستند و فقط ۶ نفر در کلاس‌های درس مانده‌اند. این مدرسه چند دانش‌آموز دارد؟

۱۸. کرمی از پایین یک دیوار ۹ متری، هر ساعت ۳ متر بالا می‌رود و ۱ متر به پایین سر می‌خورد. چند ساعت طول می‌کشد تا کرم به بالای دیوار برسد؟

۱۹. علی، مجید، اصغر، رضا و احمد در یک مسابقه دوی ۵۰۰ متر شرکت کردند. در پایان، اصغر ۳ ثانیه زودتر از مجید و ۳ ثانیه دیرتر از علی، رضا و ۷ ثانیه زودتر از احمد و اصغر ۱ ثانیه دیرتر از احمد به خط پایان رسیدند.

الف) آنها با چه ترتیبی مسابقه را تمام کردند؟

ب) اختلاف زمان اولین نفر و آخرین نفر را حساب کنید.

۲۰. لایلا مقداری پول در قلک خود دارد و می‌داند که فقط اسکناس‌های ۱۰۰۰، ۵۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ تومانی داخل آن است. همه حالت‌هایی را که ممکن است مجموع پول‌های او ۲۵۰۰۰ تومان شود، بنویسید.



۲۱. مجموع دو عدد طبیعی  $10^0$  و حاصل ضرب آنها بیشترین مقدار ممکن است. آن دو عدد را بیابید.

۲۲. با رقم‌های ۴، ۵ و ۷:

الف) چند عدد سه رقمی بدون تکرار می‌توان نوشت؟

ب) چند عدد سه رقمی بزرگ‌تر از ۵۴۷ می‌توان نوشت؟

۲۳. اگر با چهار کارت که روی هر یک از آنها یکی از اعداد  $0$ ،  $3$ ،  $7$  و  $8$  نوشته شده است، همهٔ اعداد سه‌رقمی بخش‌پذیر بر  $5$  را بسازیم، چند عدد به دست می‌آید؟ همهٔ آنها را بنویسید.

۲۴. با انگشتان یک دست به پنج صورت می‌توان عدد  $1$  را نشان داد. به چند صورت می‌توان عدد چهار را نشان داد؟

۲۵. در بین عددهای مقابل، چند عدد وجود دارد که شامل رقم  $7$  نیست؟  
۲۹۹، ۲۹۸، ۰۰۰، ۲۰۲، ۲۰۱، ۲۰۰

۲۶. مجموع سن سه نفر  $36$  سال و حاصل ضرب سن آنها  $66$  سال است. سن بزرگ‌ترین نفر چقدر است؟

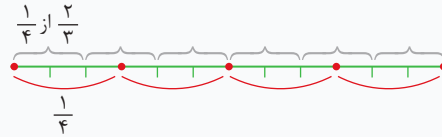
۲۷. در یک مسابقهٔ تیراندازی امتیازهای روی صفحهٔ هدف  $4$ ،  $10$ ،  $12$  و  $16$  است. پارسا در این مسابقه  $3$  تیر را به هدف زده است. کدام یک از اعداد روبه‌رو می‌تواند مجموع امتیازهای پارسا باشد؟  
 $34$ ،  $50$ ،  $44$ ،  $27$ ،  $42$ ،  $38$

۲۸. نازنین یک عدد حسابی کوچک‌تر از  $50$  را در نظر گرفت. مریم باید با طرح حداکثر  $6$  سؤال، عدد مورد نظر او را پیدا کند. البته او می‌داند که نازنین فقط می‌تواند به سؤال‌ها پاسخ «بله» یا «خیر» بدهد. به مریم کمک کنید روشی برای طرح سؤال‌ها پیدا کند که با نظم و ترتیبی مشخص، عدد مورد نظر نازنین را به دست آورد.

فصل اول

راهبردهای حل مسئله

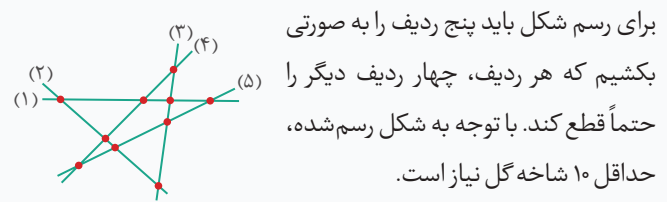
۱۰۰۱ ابتدا کل مسیر را با یک پاره خط نشان می‌دهیم سپس آن را به چهار قسمت مساوی تقسیم کرده و هر یک از این قسمت‌ها را نیز به سه قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم:



طبق شکل  $\frac{2}{3}$  از  $\frac{1}{4}$  مسیر،  $\frac{1}{6}$  کل مسیر است که برابر ۲۰ کیلومتر است پس ۶ قسمت ۲۰ کیلومتری داریم، بنابراین:

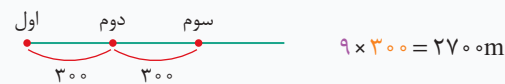
کیلومتر =  $6 \times 20 = 120$

۱۰۰۲ در اینجا با رسم یک شکل، به پاسخ می‌رسیم. برای اینکه در این پنج ردیف، حداقل شاخه گل به کار ببریم باید بیشترین نقطه برخورد را داشته باشد.



برای رسم شکل باید پنج ردیف را به صورتی بکشیم که هر ردیف، چهار ردیف دیگر را حتماً قطع کند. با توجه به شکل رسم شده، حداقل ۱۰ شاخه گل نیاز است.

۱۰۰۳ با توجه به شکل از ایستگاه اول تا ایستگاه سوم، ۲ فاصله ۳۰۰ متری وجود دارد، پس از ایستگاه اول تا دهم ۹ فاصله ۳۰۰ متری وجود دارد.



۱۰۰۴ ابتدا همه حیوانات مزرعه را مرغ در نظر می‌گیریم و هر مرغ که دو پا دارد را به صورت نشان می‌دهیم که در این حالت تعداد پاها  $24 = 2 \times 12$ ، اما تعداد پاها باید ۳۲ شود، چون هر اسب ۴ پا دارد، پس به هر شکل ۲ پا اضافه می‌کنیم تا تعداد پاها ۳۲ شود. به این ترتیب ۸ مرغ و ۴ اسب خواهیم داشت.



۱۰۰۵ ابتدا عددهای سه رقمی با صدگان ۹، سپس با صدگان ۶ و سپس با صدگان ۲ را می‌نویسیم. شش عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت.

صدگان	دهگان	یکان
۹	۶	۲
۹	۲	۶
۶	۹	۲
۶	۲	۹
۲	۹	۶
۲	۶	۹



۱۰۰۶ انگشتان یک دست را از ۱ تا ۵ شماره‌گذاری می‌کنیم و با نظم، از انگشت شماره ۱ شروع می‌کنیم و همه حالت‌هایی که عدد ۳ را می‌توان نشان داد، می‌نویسیم (تکراری‌ها حذف می‌شود).

اولین انگشت	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۲	۲	۲	۳
دومین انگشت	۲	۲	۲	۳	۳	۴	۳	۳	۴	۴
سومین انگشت	۳	۴	۵	۴	۵	۵	۴	۵	۵	۵

به ۱۰ حالت مختلف می‌توان نشان داد.

۱۰۰۷ همه حالت‌های ممکن را با نظم می‌نویسیم. ابتدا از حداکثر تعداد اسکناس‌های ۲۰۰۰ تومانی که می‌توان استفاده کرد شروع می‌کنیم. سپس در مراحل بعد به جای هر اسکناس ۱۰۰۰ تومانی دو تا اسکناس ۵۰۰ تومانی قرار می‌دهیم.

سکه ۲۰۰۰ تومانی	۲	۲	۱	۱	۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰
سکه ۱۰۰۰ تومانی	۱	۰	۳	۲	۱	۰	۵	۴	۳	۲	۱
سکه ۵۰۰ تومانی	۰	۲	۰	۲	۴	۶	۰	۲	۴	۶	۸

بنابراین ۱۲ حالت وجود دارد.

۱۰۰۸ تمام حالت‌هایی که ضرب دو عدد طبیعی ۳۶ می‌شود را نوشته و کمترین حاصل جمع را انتخاب می‌کنیم.

عدد اول	۱	۲	۳	۴	۶
عدد دوم	۳۶	۱۸	۱۲	۹	۶
جمع	۳۷	۲۰	۱۵	۱۳	۱۲

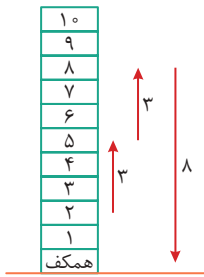
بنابراین دو عدد طبیعی مورد نظر ۶ و ۶ است.

۱۰۰۹ همه حالت‌هایی را که ضرب سه عدد طبیعی، ۳۶ می‌شود می‌نویسیم، سپس در هر حالت مجموع هر سه تایی را حساب می‌کنیم:

مجموع	نفر سوم	نفر دوم	نفر اول
۳۸	۳۶	۱	۱
۲۱	۱۸	۲	۱
۱۶	۱۲	۳	۱
۱۴	۹	۴	۱
۱۳	۶	۶	۱
۱۳	۹	۲	۲
۱۱	۶	۳	۲
۱۰	۴	۳	۳

با توجه به جدول، حالت مطلوب ۴، ۹ و ۱ است.

$8 = 9 - 1 =$  اختلاف سن بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین نفر



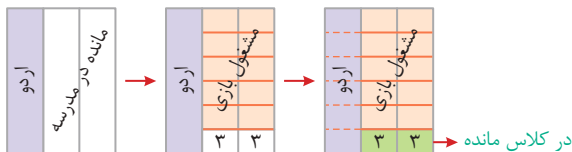
۱۵ • از راهبرد رسم شکل استفاده می‌کنیم. کار او در طبقه همکف تمام می‌شود.

۱۶ • چون با قرار دادن سیب‌ها در دسته‌هایی هفت‌تایی هیچ سیبی اضافه نمی‌آید، تعداد سیب‌ها بر ۷ بخش پذیر است. پس عددهایی را که بر ۷ بخش پذیر است، در نظر گرفته و سپس با توجه به شرایط مسئله حالت مطلوب را انتخاب می‌کنیم:

تعداد سیب‌ها	۷	۱۴	۲۱	۲۸	۳۵	۴۲	۴۹
باقیمانده بر ۲	۱	۰	۱	۰	۱	۰	۱
باقیمانده بر ۵	۲	۴	۱	۳	۰	۲	۴

کوچک‌ترین عدد برای تعداد سیب‌ها ۴۹ است.

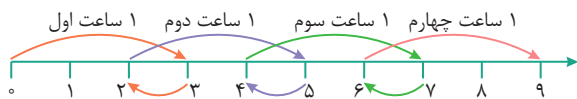
۱۷ • با استفاده از رسم شکل ابتدا شکل را به سه قسمت تقسیم کرده و  $\frac{1}{3}$  آن را رنگ می‌کنیم، سپس باقیمانده را ۶ قسمت کرده و  $\frac{5}{6}$  آن را رنگ می‌کنیم. قسمت رنگ نشده همان ۶ نفری هستند که در کلاس مانده‌اند.



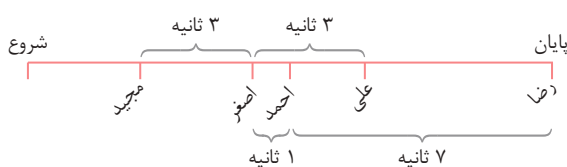
پس طبق شکل کل کلاس به ۱۸ قسمت سه نفره تقسیم می‌شود، پس:

$$۱۸ \times ۳ = ۵۴ = \text{تعداد دانش‌آموزان}$$

۱۸ • طبق راهبرد رسم شکل در ۴ ساعت کرم به بالای دیوار می‌رسد.



۱۹ • الف) با استفاده از راهبرد رسم شکل داریم:



ب) نفر اول رضا و نفر آخر مجید بوده است که طبق شکل ۱۱ ثانیه اختلاف زمان داشته‌اند.

۱۰ • با توجه به اینکه مجموع زاویه‌های داخلی یک چندضلعی مضربی

از  $۱۸۰^\circ$  است، پس عدد مورد نظر باید بر  $۱۸۰^\circ$  بخش پذیر باشد که سه عدد  $۸۸^\circ$  و  $۱۲۰^\circ$  و  $۲۲۶^\circ$  بر  $۱۸۰^\circ$  بخش پذیر نیستند، ولی  $۱۹۸^\circ$  بر  $۱۸۰^\circ$  بخش پذیر است، پس پاسخ  $۱۹۸^\circ$  است.

۱۱ • عددهای ۱۵ و ۲۱ نمی‌توانند جمع امتیازها باشند؛ چون امتیاز هر

پرتاب زوج است، مجموع آنها باید زوج باشند، عدد ۳۴ هم نمی‌تواند جمع امتیازها باشد چون اگر پارسا هر سه هدف را ۱۰ امتیاز زده باشد امتیازش بیشتر از ۳۰ خواهد بود، بنابراین:

$$۲۲ = ۱۰ + ۱۰ + ۲ \text{ (امتیازی و یکی ۲ امتیازی)}$$

$$۲۲ = ۱۰ + ۶ + ۶ \text{ (امتیازی و یکی ۱۰ امتیازی)}$$

$$۸ = ۲ + ۲ + ۴ \text{ (امتیازی و یکی ۴ امتیازی)}$$

۱۲ • می‌دانیم در هر مثلث باید مجموع هر دو ضلع از ضلع سوم بزرگ‌تر

باشد، پس تمام سه‌تایی‌هایی را که با ۵ و ۹ و یکی از اعداد داده شده می‌توان نوشت را می‌نویسیم و شرط بالا را در هر حالت بررسی می‌کنیم:

$$۵, ۹, ۳ : ۵ + ۳ > ۹ \times$$

$$۵, ۹, ۴ : ۵ + ۴ > ۹ \times$$

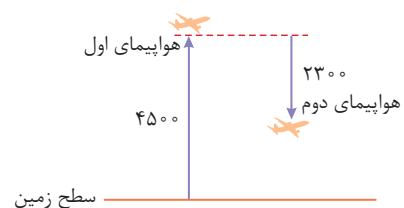
$$۵, ۹, ۸ : ۵ + ۸ > ۹, ۹ + ۸ > ۵, ۵ + ۹ > ۸ \checkmark$$

$$۵, ۹, ۱۳ : ۵ + ۹ > ۱۳, ۵ + ۱۳ > ۹, ۱۳ + ۹ > ۵ \checkmark$$

$$۵, ۹, ۱۵ : ۵ + ۹ > ۱۵ \times$$

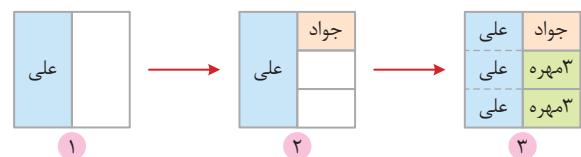
پس دو حالت (۵, ۹, ۸) و (۵, ۹, ۱۳) می‌توانند اضلاع مثلث باشند.

۱۳ • از راهبرد رسم شکل استفاده می‌کنیم:



$$\text{متر } ۲۲۰۰ = ۴۵۰۰ - ۲۳۰۰ = \text{ارتفاع هواپیمای دوم از سطح زمین}$$

۱۴ • از راهبرد رسم شکل به ترتیب زیر استفاده می‌کنیم:



$$۱۸ = ۳ \times ۶ = \text{تعداد مهره‌ها}$$



# ... آزمون ...


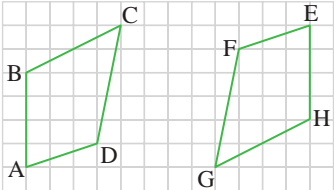
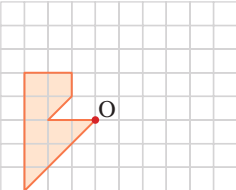
مجموعه کتاب‌های  
سیرت‌آپراز



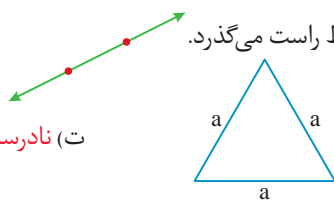
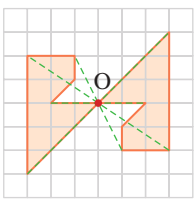
# آزمون

سؤال	پاسخ		
۳۳۵	۳۵۴	نوبت اول (۱)	آزمون ۱
۳۳۸	۳۵۶	نوبت اول (۲)	آزمون ۲
۳۴۱	۳۵۸	نوبت دوم (۱)	آزمون ۳
۳۴۴	۳۶۱	نوبت دوم (۲)	آزمون ۴
۳۴۸	۳۶۳	نوبت دوم (۳)	آزمون ۵
۳۵۱	۳۶۵	نوبت دوم (۴)	آزمون ۶

ریاضی	آزمون نوبت اول	زمان آزمون : ۷۵ دقیقه
آزمون شماره ۱	پایه هفتم	نمره
۱	<p>درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اعداد صحیح منفی از صفر بزرگ‌ترند.</p> <p>ب) از دو نقطه بی‌شمار خط راست می‌گذرد.</p> <p>پ) اگر طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاعی <math>a</math> باشد، عبارت جبری محیط آن <math>3a</math> می‌باشد.</p> <p>ت) تمام اعداد اول، فرد هستند.</p>	<p>درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/></p> <p>درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/></p> <p>درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/></p> <p>درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/></p>
۲	<p>جمله‌های زیر را کامل کنید.</p> <p>الف) اگر ضرب دو عدد صحیح صفر شود، حداقل یکی از آنها ..... است.</p> <p>ب) مقدار عددی عبارت <math>\frac{1-4a}{2a+1}</math> به ازای <math>a = -1</math> برابر است با .....</p> <p>پ) متمم زاویه <math>37^\circ</math> برابر است با .....</p> <p>ت) عدد <math>a = 2 \times 9 \times 15</math> دارای ..... شمارنده اول است.</p>	<p>۱</p>
۳	<p>گزینه درست را انتخاب کنید.</p> <p>الف) حاصل عبارت <math>[-(-14) + 17 - 5]</math> برابر است با:</p> <p>۲۶ (۱) <input type="radio"/>      ۲ (۲) <input type="radio"/>      -۲۶ (۳) <input type="radio"/>      ۲ (۴) <input type="radio"/></p> <p>ب) کدام جمله با <math>3ab</math> متشابه است؟</p> <p>۳a (۱) <input type="radio"/>      ۳b (۲) <input type="radio"/>      ۴ab (۳) <input type="radio"/>      ۳abc (۴) <input type="radio"/></p> <p>پ) اگر <math>\bullet</math> نشان دهنده <math>+1</math> و <math>\bullet</math> نشان دهنده <math>-1</math> باشد، حاصل جمع <math>\bullet + \bullet + \bullet + \bullet</math> کدام است؟</p> <p>۵ (۱) <input type="radio"/>      -۵ (۲) <input type="radio"/>      -۱ (۳) <input type="radio"/>      +۱ (۴) <input type="radio"/></p> <p>ت) در دوران ..... درجه لازم است جهت دوران را مشخص کنیم.</p> <p>۹۰ (۱) <input type="radio"/>      ۱۸۰ (۲) <input type="radio"/>      ۳۶۰ (۳) <input type="radio"/>      ۴۰ (۴) <input type="radio"/></p> <p>ث) شماره‌های اول عدد ۱۴ کدام است؟</p> <p>۲, ۷ (۱) <input type="radio"/>      ۱, ۲, ۷, ۱۴ (۲) <input type="radio"/>      ۲, ۷, ۱۴ (۳) <input type="radio"/>      ۱, ۲, ۷ (۴) <input type="radio"/></p>	<p>۱/۲۵</p>
۴	<p>هر یک از جملات سمت راست را به پاسخ درست سمت چپ وصل کنید.</p> <p>الف) از قرینه شکل نسبت به یک خط، تصویری به دست می‌آید مساوی و ..... شکل اولیه.</p> <p>ب) حاصل <math>\frac{[3, 10] \div 6}{(5, 10)}</math> برابر است با .....</p>	<p>هم‌جهت <input type="radio"/></p> <p>۱ <input type="radio"/></p> <p>خلاف جهت <input type="radio"/></p> <p>۰/۵ <input type="radio"/></p>

۱/۵	۵	حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. الف) $[16 - (-20)] \div (-5 + 1) =$ ب) $[(-72) \div (-9)] + (-14 + 7 - 25) =$
۱ ۰/۵	۶	الف) عبارت جبری مقابل را ساده کنید. ب) در نمودار جبری زیر به جای $x$ مقدار $-2$ را قرار داده و نمودار را کامل کنید. 
۰/۵	۷	دو شکل مقابل هم‌نهشت می‌باشند. تساوی اجزای متناظر خواسته‌شده را کامل کنید.  $\hat{A} = \dots\dots\dots$ $\overline{BC} = \dots\dots\dots$
۰/۵	۸	شکل مقابل را $180^\circ$ درجه حول نقطه $O$ دوران داده و رسم نمایید. 
۰/۵	۹	ابتدا جمله پنجم و ششم و سپس جمله $n$ ام الگوی زیر را بنویسید. $1, 3, 5, \dots\dots\dots$
۱/۲۵	۱۰	احمد یک زمین کشاورزی دارد. او $\frac{1}{4}$ آن را پیاز و $\frac{1}{4}$ آن را سبزی و $\frac{1}{8}$ آن را سیب‌زمینی کاشته است. در چه کسری از این زمین هیچ چیزی کاشته نشده است؟
۱/۵	۱۱	۱۸ دستگاه اتومبیل و موتورسیکلت در یک نمایشگاه قرار دارند. اگر تعداد کل چرخ‌های آنها ۵۸ عدد باشد، چند عدد موتورسیکلت و چند عدد اتومبیل در نمایشگاه وجود دارد؟
۱/۲۵	۱۲	حداقل دمای هوای اردبیل در یک روز پاییزی به $8^\circ$ درجه زیر صفر و حداکثر به $+6^\circ$ درجه می‌رسد. میانگین دما در آن روز چند درجه است؟
۱	۱۳	الف) معادله مقابل را حل کنید. $3x + 5 = 14x - 17$ ب) نازنین برای خرید ۷ مداد و یک دفتر ۲۳۰۰ تومانی ۱۰۰۰۰ تومان به فروشنده داد. قیمت هر مداد چقدر است؟

ریاضی	آزمون نوبت اول	زمان آزمون : ۷۵ دقیقه
آزمون شماره ۱	پایه هفتم	

۱	<p>الف) نادرست (۰/۲۵)؛ اعداد منفی از صفر کوچک ترند.</p> <p>ب) نادرست (۰/۲۵)؛ از دو نقطه، فقط یک خط راست می‌گذرد.</p> <p>پ) درست (۰/۲۵)؛ <math>P = 3a = 3 \times \text{ضلع} \times 3 = 3a</math></p> <p>ت) نادرست (۰/۲۵)؛ تنها عدد اول زوج است.</p> 
۲	<p>الف) صفر (۰/۲۵)</p> $\frac{1-4a}{2a+1} \stackrel{a=-1}{=} \frac{1-4(-1)}{2(-1)+1} = \frac{5}{-1} = -5 \quad (۰/۲۵)$ <p>ب) سه (۰/۲۵)؛ <math>a = 2 \times 9 \times 15 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5</math></p> <p>پ) <math>53^\circ</math> (۰/۲۵)؛ <math>90^\circ - 37^\circ = 53^\circ</math></p>
۳	<p>الف) گزینه «۲» (۰/۲۵)</p> <p>ب) گزینه «۳» (۰/۲۵)؛ چون قسمت حرفی آنها مثل هم است.</p> <p>پ) گزینه «۴» (۰/۲۵)</p> <p>ت) گزینه «۱» (۰/۲۵)؛ زیرا در دوران <math>90^\circ</math> ساعتگرد وضعیت شکل با دوران <math>90^\circ</math> پادساعتگرد متفاوت است.</p> <p>ث) گزینه «۱» (۰/۲۵)؛ <math>14 = 2 \times 7</math></p>
۴	<p>الف) از قرینه شکل نسبت به یک خط، تصویری به دست می‌آید مساوی و ..... شکل اولیه <math>\leftrightarrow</math> خلاف جهت (۰/۲۵)</p> <p>ب) حاصل <math>\frac{[3, 1^\circ] \div 6}{(5, 1^\circ)}</math> برابر است با ..... <math>\leftrightarrow</math> ۱ (۰/۲۵)</p> $\frac{[3, 1^\circ] \div 6}{(5, 1^\circ)} = \frac{5}{5} = 1 \quad (۰/۲۵)$
۵	<p>الف) <math>[16 - (-20)] \div (-5 + 1) = (+36) \div (-4) = -9</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>[(-72) \div (-9)] + (-14 + 7 - 25) = (+8) + (-32) = -24</math> (۰/۲۵)</p>
۶	<p>الف) <math>-4(2x+2) + 3x + 8 = -8x - 8 + 3x + 8 = -5x</math> (۱)</p> <p>ب) <math>-2 \xrightarrow{\times 3} -6 \xrightarrow{+(-5)} -11</math> (۰/۵)</p>
۷	<p><math>\widehat{A} = \widehat{E}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>\overline{BC} = \overline{HG}</math> (۰/۲۵)</p>
۸	<p>می‌توانیم هر رأس را به نقطه O وصل کرده و به همان اندازه در همان راستا حرکت کنیم و نقاط به دست آمده را مانند شکل اصلی به هم وصل کنیم.</p> 
۹	<p>گزینه «۱» (۰/۲۵)؛ <math>2n - 1 = 1 \Rightarrow n = 1</math>؛ شماره عدد <math>2 \times 1 = 2</math>؛ الگو</p> <p>گزینه «۲» (۰/۲۵)؛ <math>1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots</math></p>
۱۰	<p>گزینه «۱» (۱/۲۵)؛ چیزی کاشته نشده</p> <p>گزینه «۲» (۱/۲۵)؛ زمین زیرکشت <math>\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{4+2+1}{8} = \frac{7}{8}</math></p>

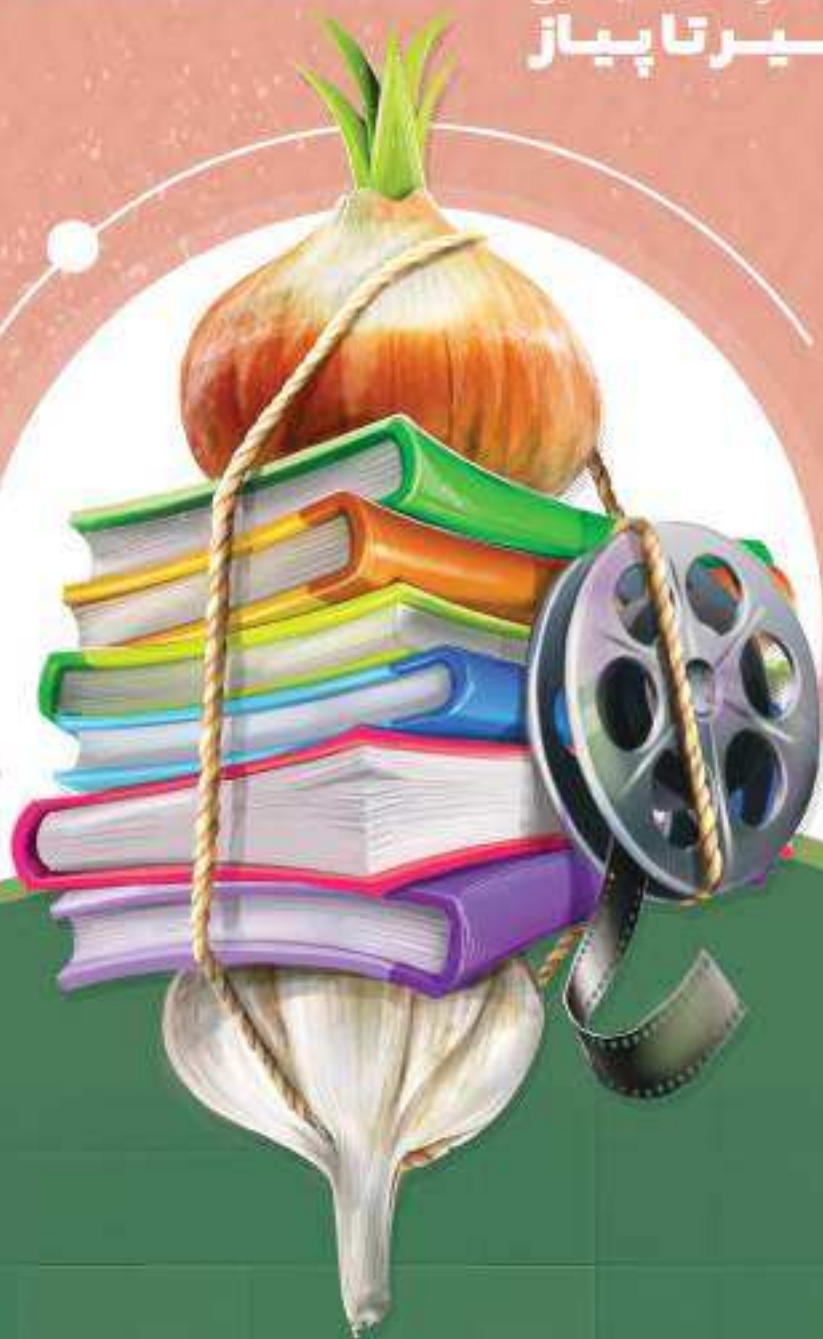


<p>از راهبرد حدس و آزمایش استفاده کرده و ابتدا تعداد دو چرخه‌ها و سه چرخه‌ها را ۹ تا حدس می‌زنیم.</p> <table border="1" data-bbox="178 257 657 515"> <thead> <tr> <th>موتورسیکلت</th> <th>اتومبیل</th> <th>مجموع چرخ‌ها</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۹</td> <td>۹</td> <td><math>9 \times 2 + 9 \times 4 = 54</math></td> </tr> <tr> <td>۸</td> <td>۱۰</td> <td><math>8 \times 2 + 10 \times 4 = 56</math></td> </tr> <tr> <td>۷</td> <td>۱۱</td> <td><math>7 \times 2 + 11 \times 4 = 58</math></td> </tr> </tbody> </table>	موتورسیکلت	اتومبیل	مجموع چرخ‌ها	۹	۹	$9 \times 2 + 9 \times 4 = 54$	۸	۱۰	$8 \times 2 + 10 \times 4 = 56$	۷	۱۱	$7 \times 2 + 11 \times 4 = 58$	<p>۱۱ پس در این نمایشگاه ۷ موتورسیکلت و ۱۱ اتومبیل وجود دارد. (۱/۵)</p>
موتورسیکلت	اتومبیل	مجموع چرخ‌ها											
۹	۹	$9 \times 2 + 9 \times 4 = 54$											
۸	۱۰	$8 \times 2 + 10 \times 4 = 56$											
۷	۱۱	$7 \times 2 + 11 \times 4 = 58$											
<p>میانگین <math>= \frac{(-8) + (+6)}{2} = \frac{-2}{2} = -1</math> درجه (۱/۲۵)</p>	<p>۱۲</p>												
<p>الف) <math>3x + 5 = 14x - 17 \Rightarrow 3x - 14x = -5 - 17 \Rightarrow -11x = -22 \Rightarrow x = \frac{-22}{-11} = 2</math> (۱)</p> <p>ب) <math>x = 7x + 23000 = 100000 \Rightarrow 7x = 100000 - 23000 \Rightarrow 7x = 77000 \Rightarrow x = \frac{77000}{7} = 11000</math> (۱)</p>	<p>۱۳</p>												
<p><math>\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{EF} \\ \overline{CD} &gt; \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{CD} &gt; \overline{AB}</math> (۰/۵)</p>	<p>۱۴</p>												
<p>الف) <math>\widehat{yOt} = 40^\circ \quad \widehat{zOy} = \widehat{zOt} - \widehat{yOt} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ</math></p> <p>ب) <math>x = 125^\circ</math> (۰/۵) و زاویه <math>125^\circ</math> درجه متقابل به رأس هستند.</p>	<p>۱۵ <math>\widehat{xOz} = \widehat{xOy} - \widehat{zOy} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ</math> (۰/۵)</p> <p><math>y = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ</math> (۰/۵) و <math>x</math> و <math>y</math> مکمل هستند.</p>												
<p>الف) ابتدا دو عدد را به ضرب شمارنده‌های اول تجزیه می‌کنیم، پس داریم:</p> <p><math>210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7</math></p> <p><math>135 = 5 \times 3 \times 3 \times 3</math></p> <p><math>[210, 135] = 3 \times 5 = 15</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) سومین <math>36 \div 12 = 3</math>؛ (۰/۲۵)</p> <p>پ) شمارنده‌های مشترک ۴۲ و ۲۸ را مشخص می‌کنیم.</p> <p>شمارنده‌های ۴۲: ۱, ۲, ۳, ۶, ۷, ۱۴, ۲۱, ۴۲</p> <p>شمارنده‌های ۲۸: ۱, ۲, ۴, ۷, ۱۴, ۲۸</p> <p>پس ضلع این کاشی مربعی می‌تواند ۱, ۲, ۷, ۱۴ سانتی‌متر باشد. (۰/۲۵)</p> <p>بزرگ‌ترین ضلع مربع، ب.م.م دو عدد ۴۲ و ۲۸ است، بنابراین:</p> <p>ت) شمارنده‌های اول ۲ و ۵ را به تعداد دلخواه در هم ضرب می‌کنیم تا حاصل از ۴۰ بیشتر شود.</p> <p><math>2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 80</math> (۰/۲۵)      <math>2 \times 2 \times 5 \times 5 = 100</math> (۰/۲۵)      <math>2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 200</math> (۰/۲۵)</p>	<p>۱۶</p>												
<p>پ) انتقال (۰/۲۵)</p>	<p>۱۷ الف) دوران (دوران <math>90^\circ</math> پادساعتگرد) (۰/۲۵)      ب) تقارن یا انتقال (۰/۲۵)      پ) انتقال (۰/۲۵)</p>												



# ... نکته و تست ...

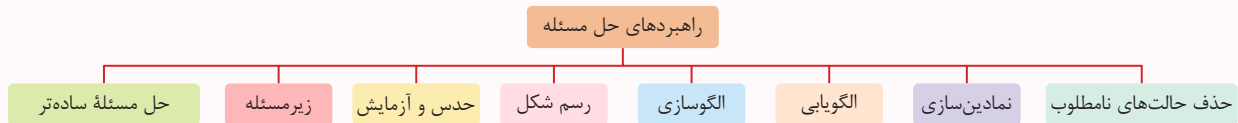
مجموعه کتاب‌های  
سیرت‌آپراز



فصل اول: راهبردهای حل مسئله

مراحل حل مسئله - روش های حل مسئله

حل مسئله یکی از مهارت های اساسی در ریاضی است، می توان این مهارت را با رعایت نکاتی افزایش داد. در فصل اول این کتاب با مراحل حل مسئله و راهبردهای (روش های) حل مسئله آشنا شدید. یاد گرفتید که برای حل کردن هر مسئله باید چهار مرحله ۱- فهمیدن مسئله ۲- انتخاب روش مناسب برای حل مسئله ۳- حل مسئله ۴- بازگشت به عقب و بررسی مجدد را طی کرد. همچنین یاد گرفتید که برای حل کردن یک مسئله باید از راهبرد مناسب استفاده کرد. (این راهبردها در نمودار زیر آورده شده اند).



در این فصل مسئله های داده شده به صورت چهارگزینه ای هستند و برای حل کردن این مسئله ها شما باید همان نکات را رعایت کنید. یعنی مسئله را به خوبی بفهمید و با انتخاب راهبرد مناسب به حل آن بپردازید.

**توجه:** بعضی از مسئله ها را می توان با چند راهبرد حل کرد. مثلاً ممکن است مسئله هایی هم با راهبرد رسم شکل، هم با راهبرد حدس و آزمایش و هم با راهبرد نمادین سازی حل شوند.

نکته

معمولاً در حل کردن سوالات تستی راهبردهایی مانند «حذف حالت های نامطلوب» و «حدس و آزمایش» از جمله راهبردهایی هستند که بیشتر مورد استفاده قرار می گیرند. در بعضی از تست ها می توان با حذف گزینه های نامطلوب (نادرست) به گزینه مطلوب که همان پاسخ مسئله است، برسیم. همچنین بعضی مسئله ها را می توان با روش «حدس و آزمایش» حل کرد، یعنی گزینه های داده شده را به عنوان حدس، مورد بررسی و آزمایش قرار داد تا حدس درست که همان پاسخ مسئله است به دست آید.

**مثال ۲** کدام گزینه می تواند اندازه سه زاویه یک مثلث قائم الزاویه

متساوی الساقین باشد؟

۱)  $100^\circ, 50^\circ, 50^\circ$  (۱)  $20^\circ, 40^\circ, 90^\circ$  (۲)

۳)  $30^\circ, 90^\circ, 60^\circ$  (۳)  $45^\circ, 90^\circ, 45^\circ$  (۴)

**پاسخ:** گزینه هایی که نامطلوب هستند را حذف می کنیم تا به پاسخ درست (مطلوب) برسیم. برای حل این مسئله باید به این نکات توجه کنیم: ۱- مثلث قائم الزاویه یک زاویه قائمه دارد. ۲- مثلث متساوی الساقین دو زاویه مساوی دارد. ۳- مجموع زاویه های هر مثلث  $180^\circ$  است.

بررسی گزینه ها:

۱) زاویه قائمه نداریم و مجموع زاویه ها  $200^\circ$  است، پس نادرست است.

۲) مجموع زاویه ها  $170^\circ$  است، پس نادرست است.

۳) زاویه قائمه داریم، اما دو تا زاویه مساوی نداریم، پس نادرست است.

۴) دو تا از زاویه ها مساوی و یکی از آنها قائمه است. همچنین مجموع

زاویه ها  $180^\circ$  است، پس این گزینه پاسخ درست است.

پاسخ گزینه «۴» است.

**مثال ۱** ثلث عددی را با همان عدد جمع کرده ایم، حاصل  $180$  شده است.

آن عدد کدام است؟

۱)  $90$  (۱)  $120$  (۲)  $135$  (۳)  $150$  (۴)

**پاسخ:** ابتدا مسئله را با استفاده از روش نمادین سازی می نویسیم:

$$\frac{1}{3} \times \bigcirc + \bigcirc = 180$$

حالا با استفاده از روش حدس و آزمایش، هر یک از گزینه ها را مورد بررسی قرار می دهیم:

۱)  $\frac{1}{3} \times 90 + 90 = 30 + 90 = 120$

۲)  $\frac{1}{3} \times 120 + 120 = 40 + 120 = 160$

۳)  $\frac{1}{3} \times 135 + 135 = 45 + 135 = 180$

۴)  $\frac{1}{3} \times 150 + 150 = 50 + 150 = 200$

نتیجه اینکه آن عدد،  $135$  بوده است.

پاسخ گزینه «۳» است.

۸ ○ سگی به گوشه یک باغچه مربع شکل به ضلع ۱۰ متر، با یک طناب ۲۰ متری بسته شده است. اگر سگ و طناب نتواند وارد باغچه شود، مساحت ناحیه‌ای که می‌تواند در آن حرکت کند، تقریباً چند متر مربع است؟

- ۳۰۰π (۱○)    ۱۷۵π (۲○)    ۳۷۵π (۳○)    ۳۵۰π (۴○)

۹ ○ چند عدد طبیعی مختلف وجود دارد که حاصل ضرب دو عدد فرد یک‌رقمی هستند؟

- ۲۵ (۱○)    ۱۵ (۲○)    ۱۴ (۳○)    ۱۳ (۴○)

۱۰ ○ با رقم‌های ۶، ۰ و ۵ چند عدد سه‌رقمی زوج می‌توان نوشت؟

- ۱۰ (۱○)    ۱۲ (۲○)    ۱۸ (۳○)    ۹ (۴○)

۱۱ ○ با ۴۸ مکعب کوچک، چند مکعب مستطیل مختلف می‌توان ساخت؟

- ۸ (۱○)    ۹ (۲○)    ۱۰ (۳○)    ۷ (۴○)

۱۲ ○ یک ترازوی دو کفه و به تعداد کافی وزنه‌های ۳ و ۴ کیلوگرمی در اختیار داریم. به چند طریق می‌توان جسمی به جرم ۶۰ کیلوگرم را با این وزنه‌ها توزین کرد با این شرط که وزنه‌ها فقط در یک کفه ترازو قرار گیرند؟

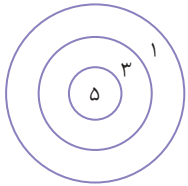
- ۶ (۱○)    ۴ (۲○)    ۸ (۳○)    ۵ (۴○)

۱۳ ○ عدد ۴۰۰۴ بر ۱۲ بخش‌پذیر و مجموع رقم‌های آن ۶ است. کلاً

چند عدد چهار رقمی وجود دارد که این دو ویژگی را داشته باشند؟

- ۱۲ (۱○)    ۱۳ (۲○)    ۱۴ (۳○)    ۱۸ (۴○)

۱۴ ○ یک صفحه هدف به شکل زیر وجود دارد که امتیاز هر ناحیه روی آن نوشته شده است. آرش سه تیر به سمت این صفحه پرتاب می‌کند. اگر هر سه تیر به هدف خورده باشد، مجموع امتیازهای آرش چند عدد مختلف می‌تواند باشد؟



- ۷ (۱○)    ۸ (۲○)

- ۹ (۳○)    ۱۰ (۴○)

۱۵ ○ چند مثلث متساوی‌الساقین مختلف با طول ضلع طبیعی می‌توان رسم کرد که محیط آن ۱۷ سانتی‌متر باشد؟

- ۶ (۱○)    ۴ (۲○)    ۵ (۳○)    ۷ (۴○)

۱۶ ○ چند عدد سه‌رقمی متقارن داریم؟ (عدد متقارن یعنی عددی که از هر دو طرف یکسان خوانده شود، مانند ۲۳۲ یا ۴۴۴)

- ۷۲ (۱○)    ۸۱ (۲○)    ۹۰ (۳○)    ۹۹ (۴○)

۱ ○ تویی از ارتفاع ۳۶ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از هر بار به زمین خوردن، ثلث ارتفاع قبلی خود بالا می‌رود. این توپ تا زمانی که ۶۵ متر طی کند، چند بار به زمین برخورد خواهد کرد؟

- ۱ (۱○)    ۲ (۲○)    ۳ (۳○)    ۴ (۴○)

۲ ○ بهزاد روز اول نصف پولش را خرج می‌کند. او روز دوم ثلث باقی‌مانده و روز سوم ربع باقی‌مانده پولش از روز قبل را خرج می‌کند. او روز چهارم،  $\frac{5}{6}$  از بقیه پولش را خرج می‌کند و ۵۰۰ تومان برایش باقی می‌ماند. کل پول او چقدر بوده است؟

- ۹۰۰۰ (۱○)    ۱۰۰۰۰ (۲○)    ۱۲۰۰۰ (۳○)    ۱۴۰۰۰ (۴○)

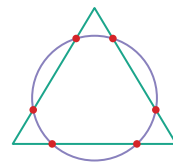
۳ ○ اگر به هر ضلع مربعی ۴ متر اضافه کنیم، به مساحت آن ۸۸ متر مربع اضافه می‌شود. محیط مربع اولیه چند متر بوده است؟

- ۳۲ (۱○)    ۳۶ (۲○)    ۲۸ (۳○)    ۴۰ (۴○)

۴ ○ احمد در سفر به شیراز، وقتی اتوبوس نصف مسیر را طی کرده بود، به خواب رفت. وقتی که بیدار شد، مسافت باقی‌مانده نصف مسافتی بود که در طی آن او خوابیده بود. در مدتی که احمد خواب بوده، اتوبوس چه کسری از مسیر خود را طی کرده است؟

- $\frac{1}{4}$  (۱○)     $\frac{1}{3}$  (۲○)     $\frac{3}{4}$  (۳○)     $\frac{2}{3}$  (۴○)

۵ ○ مطابق شکل زیر یک مثلث و یک دایره می‌توانند حداکثر ۶ نقطه تقاطع داشته باشند. یک چهارضلعی و یک مثلث می‌توانند حداکثر چند نقطه تقاطع داشته باشند؟



- ۴ (۱○)    ۵ (۲○)

- ۶ (۳○)    ۸ (۴○)

۶ ○ کشاورزی همیشه در باغچه خود خیار و گوجه می‌کارد. او امسال یکی از ضلع‌های باغچه مستطیلی کشت گوجه را سه متر جلوتر برد و آن را به مربع تبدیل کرد و در نتیجه باغچه خیار، ۱۵ متر مربع کم شد. مساحت باغچه گوجه قبل از تغییر چند متر مربع بوده است؟

- ۱۵ (۱○)    ۱۰ (۲○)    ۹ (۳○)    ۵ (۴○)

۷ ○ جرم یک لیوان پر از آب ۳۰۰ گرم است. اگر  $\frac{5}{y}$  آب لیوان را خالی کنیم، جرم لیوان و باقی‌مانده آب ۱۸۰ گرم می‌شود. جرم لیوان خالی چند گرم است؟

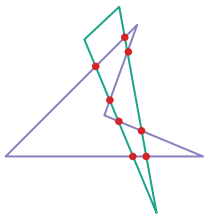
- ۱۲۰ (۱○)    ۱۶۰ (۲○)    ۱۶۸ (۳○)    ۱۳۲ (۴○)

گزینه ۴ «۲»

کل مسیر اتوبوس را با یک خط راست نشان می‌دهیم. قبل از خوابیدن احمد، اتوبوس نصف مسیر را طی کرده است. با توجه به شکل بعد از اینکه احمد بیدار می‌شود،  $\frac{1}{3}$  از نصف مسیر یعنی  $\frac{1}{6}$  مسیر باقی مانده است، پس در مدتی که احمد خواب بوده، اتوبوس  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$  از مسیر را طی کرده است.



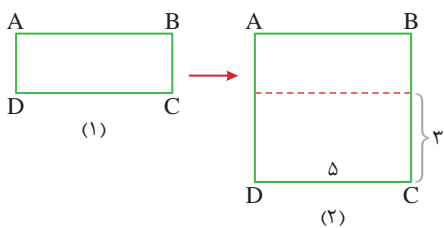
گزینه ۵ «۴»



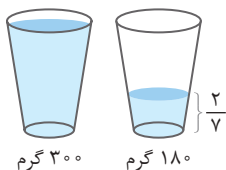
حداکثر نقاط تقاطع وقتی به دست می‌آید که چهارضلعی به صورت مقابل باشد و همچنین مثلث طوری این چهارضلعی را قطع کند که بیشترین نقاط تقاطع به دست آید. بنابراین می‌توانند ۸ نقطه تقاطع داشته باشند.

گزینه ۶ «۲»

قسمت کشت گوجه مستطیلی بوده که طول و عرض آن مشخص نیست (مانند شکل (۱)) برای اینکه این مستطیل تبدیل به مربع شود، سه متر به عرض آن اضافه شده است (شکل (۲)) قسمت اضافه شده به شکل یک مستطیل و مساحت آن ۱۵ متر مربع است. پس طول آن یعنی ضلع DC برابر با ۵ متر است. از طرفی DC ضلع مربع جدید است. پس هر ضلع باغچه مربع شکل جدید ۵ متر و مساحت آن  $5 \times 5 = 25$  متر مربع است. در نتیجه مساحت باغچه گوجه قبل از تغییر  $10 = 15 - 5$  متر مربع بوده است.



گزینه ۷ «۴»



گرم ۳۰۰ جرم لیوان و آب      گرم  $\frac{5}{7} = 300 - 180 = 120$  جرم آب

$$\frac{5}{7} = \frac{120}{\square} \Rightarrow \square = 7 \times 24 = 168 \Rightarrow \text{جرم کل آب} = 168 \text{ گرم}$$

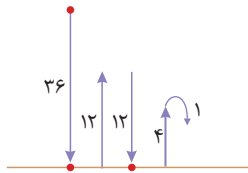
گرم  $300 - 168 = 132$  جرم لیوان

راهبردهای حل مسئله

فصل اول

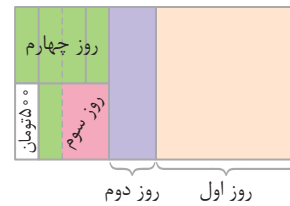
گزینه ۱ «۲»

متر  $36 + 12 + 12 + 4 + 1 = 65$   
فقط ۲ بار به زمین برخورد کرده است.



گزینه ۲ «۳»

**روش اول:** کل پول بهزاد را یک واحد (یک مستطیل) در نظر می‌گیریم. با توجه به شکل زیر، کل پول بهزاد برابر است با: تومان  $24 \times 500 = 12000$



**روش دوم:** در حل این‌گونه مسئله‌ها که هر بار قسمتی از باقیمانده خرج می‌شود، می‌توان با ضرب باقیمانده‌های هر مرحله، باقیمانده نهایی (از کل) را به دست آورد.

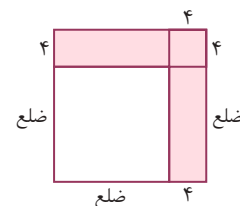
$\frac{1}{34}$  پول بهزاد برابر با ۵۰۰ تومان باقی مانده است.

$$\frac{1}{34} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{24}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{24} = \frac{500}{\square} \Rightarrow \square = \frac{24 \times 500}{1} = 12000 \Rightarrow \text{تومان کل پول} = 12000$$

گزینه ۳ «۲»

مساحت قسمت رنگی شکل، ۸۸ مترمربع است که از دو مستطیل و یک مربع کوچک تشکیل شده که به مربع اولیه اضافه شده است.



مساحت مربع کوچک - ۸۸ = مجموع مساحت دو مستطیل

$$= 88 - (4 \times 4) = 88 - 16 = 72$$

$$\Rightarrow \text{مساحت یک مستطیل} = \frac{72}{3} = 36$$

با توجه به شکل اندازه ضلع مربع اولیه (مربع سفید) با طول مستطیل رنگی برابر است.

$$36 = \text{طول} \times 4 = 4 \times 9$$

$$\Rightarrow \text{طول مستطیل رنگی} = \text{ضلع مربع اولیه} = \frac{36}{4} = 9$$

$$\text{متر} 36 = 4 \times 9 = \text{ضلع} \times 4 = \text{محیط مربع اولیه}$$

۱۵ • گزینه «۲»

**نکته:** شرط تشکیل یک مثلث با سه پاره خط این است که مجموع هر دو پاره خط از پاره خط سوم بیشتر باشد.  
دقت کنید که مقدار ضلع‌ها باید عددی طبیعی باشد، کمترین مقدار قاعده می‌تواند ۱ باشد. همچنین مجموع سه ضلع باید مساوی ۱۷ و دو ضلع باید مساوی باشند.

ساق	ساق	قاعده
۸	۸	۱
۷	۷	۳
۶	۶	۵
۵	۵	۷
۴	۴	۹

مثلث تشکیل نمی‌دهند ⇒

پس ۴ مثلث متساوی‌الساقین مختلف می‌توان رسم کرد.

۱۶ • گزینه «۳»

**روش اول:** می‌توانیم از کوچک‌ترین عدد متقارن سه رقمی یعنی ۱۰۱ شروع کنیم و از کوچک به بزرگ عددهای متقارن را بنویسیم. برای اینکه به یک الگو برسیم ابتدا عددهای متقارن بین ۱۰۰ تا ۲۰۰، سپس عددهای متقارن بین ۲۰۰ تا ۳۰۰ را نوشته و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم:

ده تا عدد ⇒ ۱۰۱, ۱۱۱, ۱۲۱, ..., ۱۹۱

ده تا عدد ⇒ ۲۰۲, ۲۱۲, ۲۲۲, ..., ۲۹۲

ده تا عدد ⇒ ۳۰۳, ۳۱۳, ۳۲۳, ..., ۳۹۳

⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮

ده تا عدد ⇒ ۹۰۹, ۹۱۹, ۹۲۹, ..., ۹۹۹

می‌بینیم که در هر فاصله صدتایی، ده تا عدد متقارن وجود دارد، بنابراین تعداد کل عددهای سه رقمی متقارن برابر است با:  $9 \times 10 = 90$

**روش دوم:** در عدد متقارن سه رقمی، هر رقمی که در صدگان است باید در یکان هم باشد؛ بنابراین برای صدگان، ۹ انتخاب داریم (رقم صفر نمی‌تواند در صدگان قرار بگیرد) و چون یکان مرتبط با صدگان است، برای یکان یک انتخاب و برای دهگان ۱۰ انتخاب داریم، پس تعداد عددهای سه رقمی متقارن برابر است با:

$$\overset{ص}{9} \times \overset{د}{10} \times \overset{ی}{1} = 90$$

حالا تمام عددها را با توجه به دو رقم سمت راست و اینکه مجموع رقم‌ها باید ۶ باشد، در جدول زیر می‌نویسیم:

دو رقم سمت راست ۰۰ باشد.	۶۰۰۰, ۵۱۰۰, ۴۲۰۰, ۳۳۰۰, ۲۴۰۰, ۱۵۰۰
دو رقم سمت راست ۰۴ باشد.	۱۱۰۴, ۲۰۰۴
دو رقم سمت راست ۱۲ باشد.	۳۰۱۲, ۲۱۱۲, ۱۲۱۲
دو رقم سمت راست ۲۰ باشد.	۴۰۲۰, ۳۱۲۰, ۲۲۲۰, ۱۳۲۰
دو رقم سمت راست ۳۲ باشد.	۱۰۳۲
دو رقم سمت راست ۴۰ باشد.	۲۰۴۰, ۱۱۴۰

بنابراین ۱۸ عدد چهار رقمی وجود دارد که بر ۱۲ بخش پذیر و مجموع رقم‌هایشان ۶ است.

۱۴ • گزینه «۱»

این سه تیر به ۱۰ صورت مختلف می‌توانند به هدف بخورند که ۱۰ عدد به عنوان مجموع امتیازها به دست می‌آید. سه تا از این مجموع امتیازها تکراری هستند؛ بنابراین مجموع امتیازهای آرش می‌تواند  $10 - 3 = 7$  مقدار مختلف داشته باشد.

مجموع امتیازها	امتیاز سومین پرتاب	امتیاز دومین پرتاب	امتیاز اولین پرتاب
۳	۱	۱	۱
۵	۳	۱	۱
۷	۵	۱	۱
۷	۳	۳	۱
۹	۵	۳	۱
۹	۳	۳	۳
۱۱	۵	۵	۱
۱۱	۳	۳	۳
۱۳	۵	۵	۳
۱۵	۵	۵	۵

تکراری →

تکراری →

تکراری →