

بارم	
۱/۵	<p>۱. در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید.</p> <p>(الف) اگر روی هر ضلع مستطیل ۲ نقطه وجود داشته باشد، تعداد ..... مثلث می توان با این نقاط رسم کرد.</p> <p>(ب) در پرتاب یک تاس پیشامد ..... یک پیشامد غیرممکن و پیشامد ..... یک پیشامد حتمی است.</p> <p>(پ) هرگاه داده دورافتاده داشته باشیم بهتر است از معیار گرایش به مرکز ..... و معیار پراکندگی ..... استفاده کنیم.</p> <p>(ت) در تابع نمایی <math>y = \frac{1}{2^x}</math> با افزایش <math>x</math> مقدار <math>y</math> ..... می شود.</p>
۰/۷۵	<p>۲. به چند طریق از بین ۳ دانش آموز پایه دهم، ۴ دانش آموز پایه یازدهم و ۲ دانش آموز پایه دوازدهم می توان ۲ نفر را انتخاب کرد به طوری که از پایه های مختلف باشند.</p>
۰/۷۵	<p>۳. با استفاده از حروف کلمه «number» چند کلمه پنج حرفی بدون توجه به مفهوم آن می توان ساخت، به طوری که همواره حرف <math>m</math> در وسط قرار گیرد و حروف تکراری نباشند؟</p>
۱/۵	<p>۴. باتوجه به اطلاعات زیر به سوالات پاسخ دهید.</p> <p>۱- ۳۵ درصد دانش آموزان یک مدرسه پایه دوازدهم هستند.</p> <p>۲- ۵۵ درصد دانش آموزان مدرسه دارای گروه خونی A هستند.</p> <p>۳- ۷۵ درصد دانش آموزان مدرسه یا پایه دوازدهم هستند یا دارای گروه خونی A هستند.</p> <p>(الف) اگر از این مدرسه یک نفر را انتخاب کنیم، احتمال آن که این فرد پایه دوازدهم و دارای گروه خونی A باشد چقدر است؟</p> <p>(ب) اگر یک نفر از این مدرسه انتخاب کنیم، احتمال این که این فرد پایه دوازدهم نباشد چقدر است؟</p>
۱	<p>۵. در اداره های امتیازهای دو کارمند در روزهای مختلف مطابق نمودار جعبه ای زیر جمع آوری شده است. رئیس اداره قصد دارد یکی از این دو را نگه دارد و دیگری را اخراج کند. بهتر است کدام کارمند را نگه دارد؟ چرا؟ (هر دو کارمند مورد بررسی مرد هستند!)</p>
۱	<p>۶. اگر جمله عمومی یک دنباله برابر <math>\frac{\sqrt{2n+1}}{3n}</math> باشد، حاصل <math>\frac{a_{24}}{a_4}</math> کدام است؟</p>
۱	<p>۷. یک شرکت تولیدی تا پایان سال اول، ۸۰۰ واحد کالا تولید می کند و در نظر دارد که پس از گذشت هر سال، به طور مرتب ۹۰ واحد کالا به تولید سال قبل اضافه کند. پس از گذشت چهار سال، جمعاً چند واحد کالا می تواند تولید کند؟</p>
۱	<p>۸. مجموع <math>2 + 4 + 6 + \dots + 2000</math> چقدر است؟</p>
۱/۵	<p>۹. مجموع جملات یک دنباله عددی ۲۴ و جمله عمومی آن <math>\frac{n}{3} - \frac{1}{6}</math> است، تعداد جملات آن چقدر است؟</p>
۱	<p>۱۰. در دنباله هندسی ...، ۶، ۹، ۴ مجموع جملات ششم و پنجم چقدر است؟</p>
۲	<p>۱۱. بین اعداد ۱ و ۸۱ چه تعداد جمله قرار دهیم تا دنباله حاصل تشکیل دنباله هندسی بدهد و مجموع جمله های دنباله حاصل برابر ۱۲۱ شود؟</p>

از قسمت یک و دو داریم:

$$\left(\frac{a^{-2}b}{ab^{-2}}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{b^2 \times b}{a \times a^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{b^3}{a^3}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{b}{a}\right)^{3 \times \frac{1}{3}} = \frac{b}{a}$$

۱۴.

چون حجم نیم کره داده شده است خواهیم داشت:

$$\frac{V}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} \left(\frac{4}{3} \pi r^3\right) = \frac{16}{3} \pi$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} \pi r^3 = \frac{16}{3} \pi \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$$

حال باید نسبت شعاع به حجم را به دست آوریم:

$$\frac{r}{V} = \frac{2}{\frac{16\pi}{3}} = \frac{6}{16\pi} = \frac{3}{8\pi} \Rightarrow r = \frac{3}{8\pi} \times V$$

لذا شعاع  $\frac{3}{8\pi}$  برابر حجم نیم کره است.

۱۵.

از معادله رشد یعنی  $f(t) = x_1(1+r)^t$  استفاده می کنیم. در این رابطه طبق صورت سوال  $t = 3$  و  $f(t) = 8x_1$  خواهد بود و مجهول سوال مقدار رشد یا همان  $r$  است.

$$f(t) = x_1(1+r)^t \Rightarrow 8x_1 = x_1(1+r)^3$$

$$\Rightarrow 8 = (1+r)^3 \Rightarrow \sqrt[3]{8} = (1+r) \Rightarrow 2 = 1+r \Rightarrow r = 1$$

پس میزان رشد برابر ۱ واحد یا همان ۱۰۰ درصد خواهد بود.

۱۶.

در صورت سوال از ما خواسته تا نقطه تلاقی دو تابع داده شده را به دست آوریم، پس دو تابع را مساوی هم قرار می دهیم تا نقطه تلاقی آنها (هر دو نمودار از آن نقطه می گذرند) به دست آید.

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= 2^x \\ g(x) &= (\sqrt{2})^{x+1} + 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2^x = (\sqrt{2})^{x+1} + 4$$

سعی می کنیم پایه ها را یکی کنیم:

$$(2^x = (\sqrt{2}^2)^x = (\sqrt{2}^x)^2)$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2}^x)^2 - \sqrt{2}(\sqrt{2})^x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow \left[ \sqrt{2}^x \right]^2 - \sqrt{2} \left[ \sqrt{2}^x \right] - 4 = 0$$

برای ساده کردن فرض می کنیم  $(\sqrt{2})^x = A$  و مقدار  $A$  را به دست می آوریم.

$$\Rightarrow A^2 - \sqrt{2}A - 4 = 0$$

حال به روش دلتا معادله زیر را حل می کنیم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-\sqrt{2})^2 - 4(1 \times -4) = 2 + 16 = 18$$

$$A = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\sqrt{2} \pm \sqrt{18}}{2} = \frac{\sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{r \times r^{n-1} - 1}{r-1} = 121 \xrightarrow{\lambda = r^{n-1}} \frac{\lambda r - 1}{r-1} = 121$$

$$\Rightarrow \lambda r - 1 = 121r - 121$$

$$\Rightarrow \lambda r - 121r = -121 + 1 \Rightarrow -40r = -120$$

$$\Rightarrow r = 3$$

سپس با جای گذاری  $r = 3$  در یکی از قسمت های ۱ یا ۲،  $n$  را به دست می آوریم:

$$\lambda = 3^4 = r^{n-1} \xrightarrow{r=3} n-1 = 4 \Rightarrow n = 5$$

پس تعداد جملات دنباله ۵ است یعنی بین ۱ و ۸۱، ۳ جمله قرار دارد.

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$$

↓

$$1 \xrightarrow{\times 3} 3 \xrightarrow{\times 3} 9 \xrightarrow{\times 3} 27 \xrightarrow{\times 3} 81$$

۱۲.

با توجه به رابطه  $(a^m)^n = a^{mn}$  (هرگاه عددی توان دار به توان جدید برسد، توان ها در هم ضرب می شوند) داریم:

$$\left(-\frac{1}{2}xy^2\right)^3 \left(\frac{2}{x^2y^3}\right)^2 (-4x)$$

$$= \left(-\frac{x^3y^6}{2^3}\right) \left(\frac{2^2}{x^4y^6}\right) (-4x)$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{x}\right) (-4x) = \frac{4x}{2x} = 2$$

۱۳.

$$\begin{aligned} \sqrt[n]{a^n \sqrt{a^n}} &= \sqrt[n]{\sqrt{a^{2n}} \times a^n} \\ \text{الف)} &= \sqrt[n]{\sqrt{a^{2n}} \times a^n} = \sqrt[n]{(\sqrt{a^n})^2 \times a^n} = \sqrt[n]{a^n} \end{aligned}$$

$$\text{ب)} x\sqrt{-x} \times \sqrt[3]{x} = \sqrt{x^2(-x)} \times \sqrt[3]{x} =$$

$$\sqrt{-x^3} \times \sqrt[3]{x} \xrightarrow{\text{بین ریشه ها مخرج مشترک می گیریم}}$$

$$\sqrt[6]{-(x^3)^{6 \div 2}} \times \sqrt[6]{(x)^{6 \div 3}}$$

$$\sqrt[6]{-(x^3)^3} \times \sqrt[6]{(x)^2} = \sqrt[6]{-x^9} \times \sqrt[6]{x^2}$$

$$= \sqrt[6]{-(x)^{11}} \quad (x < 0)$$

$$\text{پ)} \left(\frac{a^{-2}b}{ab^{-2}}\right)^{\frac{1}{3}}$$

اگر  $a$  را از صورت به مخرج ببریم توان آن مثبت می شود. هم چنین با آوردن  $b$  از مخرج به صورت، توان آن مثبت می شود.