



انتشارات مشاوران آموزش

ناشر تخصصی عمومی و علوم انسانی

مجموعه سمالات امتحان

# ریاضی و آمار یازدهم

نظام جدید

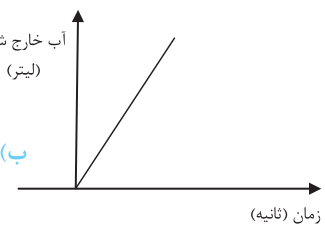
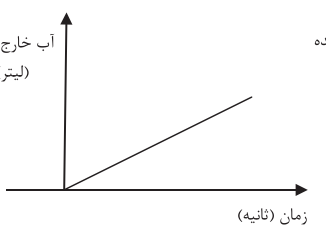
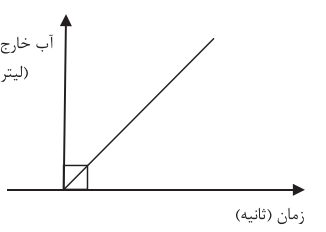
فاز امتحان

سرشناسه  
عنوان و نام پدیدآور : کرمان، اردشیر-۱۳۵۸ : فاز امتحانی ریاضی و آمار یازدهم  
مؤلف: اردشیر کرمان  
مشخصات نشر : تهران: مشاوران آموزش، ۱۳۹۷.  
شناسه افزوده : مصطفی علیزاده  
شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۲۱۸-۱۴۳-۵ : ۶۰۰۰۰ ریال  
وضعیت فهرست نویسی: فیبای مختصر



بارم	
۲	۱. ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید. الف) $\sqrt{169}$ عددی اول است و ۱۴۴ مربع کامل است. ب) $(\circ \in \mathbb{N}) \vee (-\sqrt{4} \in \mathbb{Q})$ ج) $n^2$ زوج نیست $\Rightarrow$ عدد صحیح $n$ زوج نباشد د) $n^2$ زوج است $\Leftrightarrow n$ زوج است.
۲	۲. در هر مورد نقیض گزاره را بیان کرده و سپس ارزش هر یک را مشخص کنید. الف) $\pi^2 < \pi$ ب) عدد $a^2$ مثبت است.
۲	۳. برای گزاره زیر، یک جدول ارزش‌گذاری رسم کنید: $(\sim p \wedge \sim q) \Leftrightarrow (q \vee \sim p)$
۱/۵	۴. جای خالی در استدلال زیر را تکمیل کنید. آیا روش به کار رفته در این استدلال درست است؟ چرا؟ ۱) مقدمه ۱: $\circ < a < 1 \Rightarrow a^2 < \circ$ ۲) مقدمه ۲: $\circ < \frac{1}{2} < 1$ ∴ .....
۱	۵. عبارتهای زیر را با نماد ریاضی بازنویسی کنید. الف) حاصل ضرب عددی در خودش به علاوه ۳ بزرگ‌تر نیست از خود آن عدد. ب) عددی به علاوه پنج، مساوی دو برابر آن عدد نیست.
۱	۶. دانش‌آموزی ادعا می‌کند معادله $X - X^2 = \circ$ تنها یک ریشه دارد. اشتباه استدلال او در زیر چیست و در کدام مرحله رخ داده است؟ ۱) $x - x^2 = \circ \xrightarrow[\text{فاکتورگیری}]{\text{مرحله ۱}} x(1-x) = \circ \xrightarrow[\text{تقسیم طرفین بر } x]{\text{مرحله ۲}} 1-x = \circ \xrightarrow[\text{جواب معادله}]{\text{مرحله ۳}} x = 1$
۱/۵	۷. اگر $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = x^2 - 1 \end{cases}$ یک تابع با $D_f = A = \{2, -1, -2\}$ باشد، برد تابع و نمایش نمودار پیکانی آن را به دست آورید.
۳	۸. نمودار توابع زیر را رسم کنید. در صورت امکان مقدار تابع همانی را در $x = \frac{1}{3}$ و مقدار تابع ثابت را در $x = \circ$ بیابید. الف) $\begin{cases} f: Z \rightarrow Z \\ f(x) = x \end{cases}$ ب) $\begin{cases} g: N \rightarrow Z \\ g(x) = 1 \end{cases}$ ج) $\begin{cases} h: R \rightarrow R \\ h(x) = - x  - 1 \end{cases}$
۱/۵	۹. تابع چند ضابطه‌ای زیر را به صورت یک تابع یک ضابطه‌ای بنویسید. $C(n) = \begin{cases} \circ & n = 6 \\ 500 & n = 7 \\ 1000 & n = 8 \\ 1500 & n = 9 \end{cases}$
۱	۱۰. اگر $n \in \mathbb{N}$ و نقطه $A(-2, n^2 - 4n + 2)$ روی نیم‌ساز ناحیه اول و سوم باشد، مقادیر $n$ را به دست آورید.
۱/۵	۱۱. اگر $\begin{cases} f: A \rightarrow \mathbb{N} \cup \{\circ\} \\ f(x) = [x] \end{cases}$ و $A = [\circ, +\infty)$ ، حاصل $f(\sqrt{2})$ و $f(-2)$ را در صورت امکان به دست آورید.



۱	۱۲. تابع علامت را رسم کرده و ضابطه، دامنه و برد آن را مشخص کنید.
۱	<p>۱۳. نمودارهای زیر آب خارج شده از سه چشمه را نشان می‌دهند. در کدام چشمه در مدت یک ثانیه آب بیش تری خارج می‌شود؟</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;">  <p>(الف)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(ب)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(ج)</p> </div> </div>





## پاسخنامه آزمون اول

### نوبت اول

#### آزمون اول

$\sim p \wedge \sim q$	$q \vee \sim p$	$(\sim p \wedge \sim q) \Leftrightarrow (q \vee \sim p)$
ن	د	ن
ن	ن	د
ن	د	ن
د	د	د

۴.

در جای خالی بنا به استدلال قیاس استثنایی باید  $< (\frac{1}{4})^2 >$  و یا معادل آن یعنی  $< \frac{1}{4} >$  را قرار داد. چون درستی مقدمات را به عنوان قضیه درست پذیرفته‌ایم، لذا روش به کار رفته در این استدلال درست است.

۵.

الف) اگر آن عدد را  $x$  بنامیم می‌توان نوشت:

$$x \times x + 3 \neq x \equiv x \times x + 3 \leq x \equiv x^2 + 3 \leq x$$

ب)

$$x + 5 \neq 2x \equiv x + 5 > 2x \text{ یا } x + 5 < 2x$$

۶.

اشتباه دانش‌آموز در مرحله ۲ رخ داده است. دو طرف معادله را نمی‌توان بر یک متغیر دلخواه تقسیم کرد؛ چون ممکن است آن متغیر دلخواه صفر باشد. به عبارت دیگر تساوی‌های زیر نادرست‌اند.  
 $\frac{0}{0} = 1$  ,  $\frac{0}{0} = 0$   
 به بیان دیگر هر کسری که مخرج آن صفر باشد تعریف نشده (بی‌معنی) است. در حل معادله می‌توان از این نکته استفاده کرد که «اگر حاصل ضرب دو عدد برابر صفر شود حداقل یکی از آن دو عدد برابر صفر است» لذا برای حل صحیح معادله داریم:

$$1 - x = 0 \text{ یا } x - x^2 = 0 \Rightarrow x(1 - x) = 0 \Rightarrow x = 0$$

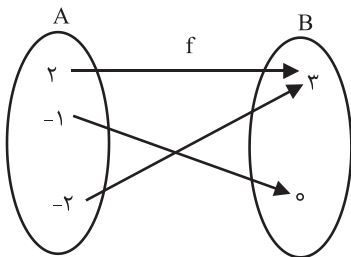
$$\Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = 1$$

۷.

$$y = x^2 - 1 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \rightarrow y = (2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3 \\ x=-1 \rightarrow y = (-1)^2 - 1 = 1 - 1 = 0 \\ x=-2 \rightarrow y = (-2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f \text{ تابع } f = \{0, 3\}$$

نمایش نمودار پیکانی به صورت زیر است:



۱. با توجه به جدول مربوط به ترکیب عطفی، فصلی، شرطی و دو شرطی گزاره‌ها داریم:

$$\sqrt{169} = 13 \text{ و } 144 = 12^2$$

الف) ۱۳ عددی اول است و ۱۲<sup>۲</sup> مربع کامل است.



$$\text{ب) } (0 \in \mathbb{N}) \vee (-2 \in \mathbb{Q})$$



ج) در صفحه ۱۶ کتاب درسی، درستی رابطه (ج) ثابت شده است.

د) در مثال ۳ صفحه ۱۶ کتاب درسی، ثابت شده است که:

$n$  زوج است  $\Rightarrow n^2$  زوج است

اما در مورد اثبات گزاره شرطی « $n^2$  زوج است  $\Rightarrow n$  زوج است»، داریم:

$$n \text{ زوج است} \Rightarrow n = 2k \Rightarrow n^2 = 4k^2 = 2(2k^2) = 2m$$

فرض می‌کنیم  $m = 2k^2$

تساوی  $n^2 = 2m$  نشان می‌دهد که  $n^2$  زوج است و لذا ارزش گزاره دو شرطی « $n^2$  زوج است  $\Leftrightarrow n$  زوج است»، درست است.

۲.

الف) گزاره  $\pi^2 < \pi$  گزاره نادرستی است.

زیرا:  $\pi > 1 \Rightarrow \pi \times \pi > \pi \times 1 \Rightarrow \pi^2 > \pi$  و نقیض آن درست است و اثبات آن به صورت زیر است:

$$\pi^2 \geq \pi \equiv \underbrace{\pi^2}_{\text{د}} > \underbrace{\pi}_{\text{ن}} \text{ یا } \underbrace{\pi^2}_{\text{د}} = \underbrace{\pi}_{\text{ن}}$$

ب) ارزش گزاره «عدد  $a^2$  مثبت است» وابسته به مقدار  $a$  است (اگر  $a = 0$  آنگاه  $a^2 = 0$ ) و نقیض آن به صورت زیر است که ارزش آن نیز به  $a$  وابسته است.

عدد  $a^2$  صفر است یا عدد  $a^2$  منفی است  $\equiv$  عدد  $a^2$  مثبت نیست. لذا نمی‌توان ارزش آن را تعیین کرد. اما ارزش گزاره «به‌زای هر عدد حقیقی  $a$  مقدار  $a^2$  مثبت است» نادرست است.

۳.

$p$	$q$	$\sim p$	$\sim q$
د	د	ن	ن
د	ن	ن	د
ن	د	د	ن
ن	ن	د	د

$$-2 = n^2 - 4n + 2 \Rightarrow n^2 - 4n + 4 = 0 \Rightarrow (n-2)^2 = 0 \Rightarrow n-2 = 0 \Rightarrow n = 2$$

۱۱.

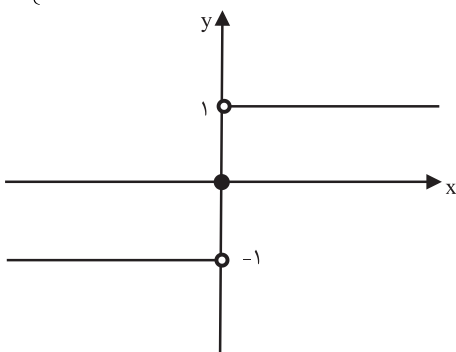
چون دامنه تابع  $f$  برابر  $A = [0, +\infty)$  است لذا تابع  $f$  در نقاط منفی تعریف نشده است. به عبارت دیگر  $f(-2)$  تعریف نشده است ولی

$$f(\sqrt{2}) = [\sqrt{2}] = [1/4] = 1$$

۱۲.

همان طور که در صفحه ۳۵ کتاب درسی دیده می شود تابع علامت یا  $y = \text{sign}(x)$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D_f = \mathbb{R} \\ R_f = \{1, 0, -1\} \end{cases}$$



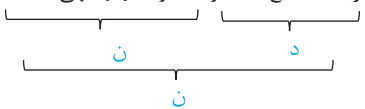
۱۳.

اگر روی محور زمان ( $x$ ) در هر کدام از نمودارها به اندازه یک واحد (یک ثانیه) جدا کنیم، می بینیم افزایش آب خارج شده (افزایش  $y$ ) در نمودار «الف» به ازای هر یک ثانیه نسبت به دو نمودار دیگر بیشتر است؛ می دانیم مقدار افزایش  $y$ ها به ازای یک واحد افزایش در محور  $x$ ها را شیب نمودار می نامند. به عبارت دیگر گزینه های که شیب بیشتری دارد جواب است.

## آزمون دوم

۱.

الف) رابطه  $f$  تابع است و مجموعه  $\{0\}$  تهی است.



ب) عدد زوجی وجود ندارد که اول باشد یا ۱ عدد اول است.



ج) دو حالت می توان برای مقدم در نظر گرفت: مقدم (اگر  $n$  عددی اول باشد) یا نادرست است یا درست است.

حالت اول: اگر مقدم نادرست باشد با توجه به جدول ارزش گزاره شرطی، ارزش این گزاره شرطی همواره به ازای هر  $n$  ای درست است.

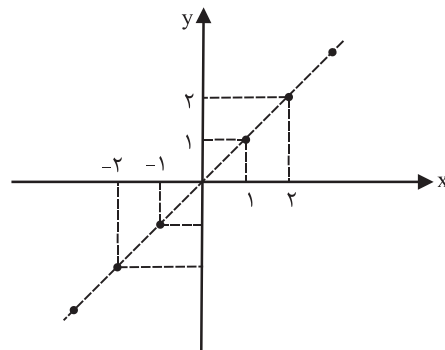
حالت دوم: اگر مقدم درست باشد یعنی  $n$  عددی اول باشد، در مورد ارزش تالی  $(n+2)$  عددی اول است نمی توان برای همه  $n$ ها نتیجه ای گرفت. اما چون به ازای  $n=2$  گزاره شرطی ارزش نادرست دارد لذا ارزش کل گزاره شرطی نادرست است.

۸.

الف) تابع  $f$  همانی است که دامنه و برد آن مجموعه اعداد صحیح است.

لذا  $f(\frac{1}{2})$  (مقدار تابع همانی در  $x = \frac{1}{2}$ )  $(Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\})$

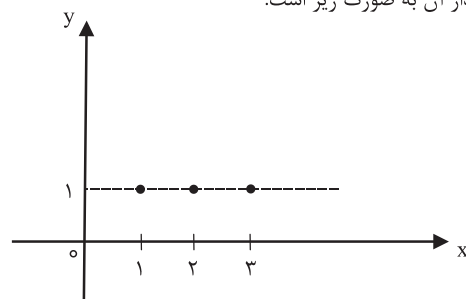
وجود ندارد و رسم نمودار آن به صورت زیر است:



ب) تابع  $g$  ثابت است و دامنه تابع ثابت  $g$  مجموعه اعداد طبیعی

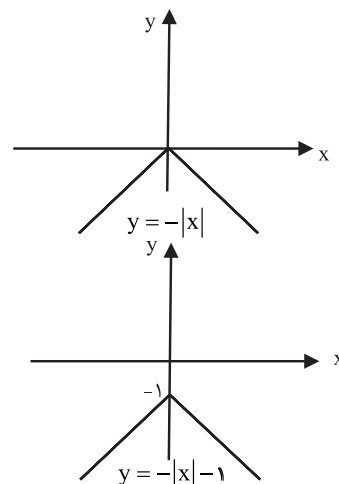
$(N = \{1, 2, 3, \dots\})$  است و لذا مقدار  $g(0)$  (مقدار تابع ثابت در  $x = 0$ )

وجود ندارد. نمودار آن به صورت زیر است.



ج) برای رسم تابع  $h$  از نمودار تابع  $y = -|x|$  کمک گرفته و به صورت زیر

عمل می کنیم.



۹.

تابع  $C$  را به صورت زیر می توان نوشت: (در هر مرحله نسبت به مرحله قبل مقدار تابع ۵۰۰ واحد زیاد شده است.)

$$C(n) = 500 \cdot (n-6) ; n = 6, 7, 8, 9$$

۱۰.

می دانیم هر نقطه روی نیمساز ناحیه اول و سوم، طول و عرض برابر دارد، لذا نقطه  $A$  نیز باید طول و عرض برابر داشته باشد.