

# فهرست مطالب

## فصل اول: راهبردهای حل مسئله

۱۸	راهبرد زیرمسئله	۶	۱۰	راهبرد رسم شکل	۱
۲۰	راهبرد حل مسئله ساده‌تر	۷	۱۲	راهبرد الگوسازی (تفکر نظام‌دار)	۲
۲۲	راهبرد روش‌های نمادین	۸	۱۳	راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب	۳
۲۳	آزمون جمع‌بندی فصل	*	۱۵	راهبرد الگویابی	۴
۱۷۸	پاسخ‌های تشریحی فصل اول	✓	۱۷	راهبرد حدس و آزمایش	۵

## فصل دوم: عددهای صحیح

۳۵	ضرب و تقسیم عددهای صحیح	۴	۲۵	معرفی عددهای علامت‌دار	۱
۳۹	آزمون جمع‌بندی فصل	*	۳۰	جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)	۲
۱۹۰	پاسخ‌های تشریحی فصل دوم	✓	۳۴	جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)	۳

## فصل سوم: جبر و معادله

۵۰	معادله	۴	۴۱	الگوهای عددی	۱
۵۳	آزمون جمع‌بندی فصل	*	۴۵	عبارت‌های جبری	۲
۱۹۷	پاسخ‌های تشریحی فصل سوم	✓	۴۸	مقدار عددی یک عبارت جبری	۳

## فصل چهارم: هندسه و استدلال

۶۸	شکل‌های مساوی (هم‌نهشت)	۴	۵۵	روابط بین پاره‌خط‌ها	۱
۷۲	آزمون جمع‌بندی فصل	*	۶۰	روابط بین زاویه‌ها	۲
۲۰۴	پاسخ‌های تشریحی فصل چهارم	✓	۶۴	تبدیلات هندسی (انتقال، تقارن، دوران)	۳

## فصل پنجم: شمارنده‌ها و اعداد اول

۸۷	کوچک‌ترین مضرب مشترک	۴	۷۴	عددهای اول	۱
۹۲	آزمون جمع‌بندی فصل	*	۷۷	شمارنده‌های اول	۲
۲۱۲	پاسخ‌های تشریحی فصل پنجم	✓	۸۳	بزرگ‌ترین شمارنده مشترک	۳

آزمون پایان نوبت اول (۲) ۹۶ \*

آزمون پایان نوبت اول (۱) ۹۴ \*

پاسخ‌های تشریحی آزمون‌های پایان نوبت اول ۲۲۰

## فصل ششم: سطح و حجم

۴ حجم و سطح ۱۱۰

۱ حجم‌های هندسی ۹۸

\* آزمون جمع‌بندی فصل ۱۱۵

۲ محاسبهٔ حجم‌های منشوری ۱۰۳

پاسخ‌های تشریحی فصل ششم ۲۲۲

۳ مساحت جانبی و مساحت کل ۱۰۶

## فصل هفتم: توان و جذر

۴ جذر و ریشه ۱۲۹

۱ تعریف توان ۱۱۷

\* آزمون جمع‌بندی فصل ۱۳۴

۲ محاسبهٔ عبارتهای توان‌دار ۱۲۱

پاسخ‌های تشریحی فصل هفتم ۲۲۹

۳ ساده کردن عبارتهای توان‌دار ۱۲۵

## فصل هشتم: بردار و مختصات

۴ بردار انتقال ۱۴۸

۱ پاره‌خط جهت‌دار ۱۳۶

\* آزمون جمع‌بندی فصل ۱۵۳

۲ بردارهای مساوی و قرینه ۱۳۹

پاسخ‌های تشریحی فصل هشتم ۲۳۷

۳ مختصات ۱۴۳

## فصل نهم: آمار و احتمال

۴ احتمال و تجربه ۱۶۶

۱ جمع‌آوری و نمایش داده‌ها ۱۵۵

\* آزمون جمع‌بندی فصل ۱۶۹

۲ نمودارها و تفسیر نتیجه‌ها ۱۵۹

پاسخ‌های تشریحی فصل هشتم ۲۴۳

۳ احتمال یا اندازه‌گیری شانس ۱۶۳

آزمون پایان نوبت دوم (۲) ۱۷۳ \*

آزمون پایان نوبت دوم (۱) ۱۷۱ \*

پاسخ‌های تشریحی آزمون‌های پایان نوبت دوم ۲۴۸

# درستنامه و پرسش‌ها

[www.gajmarket.com](http://www.gajmarket.com)

فصل سوم:  
جبر و معادله

۴۱

فصل دوم:  
عددهای صحیح

۲۵

فصل اول:  
راهبردهای حل مسئله

۱۰

فصل ششم:  
سطح و حجم

۹۸

فصل پنجم:  
شمارنده‌ها و اعداد اول

۷۴

فصل چهارم:  
هندسه و استدلال

۵۵

فصل نهم:  
آمار و احتمال

۱۵۵

فصل هشتم:  
بردار و مختصات

۱۳۶

فصل هفتم:  
توان و جذر

۱۱۷

## فصل اول

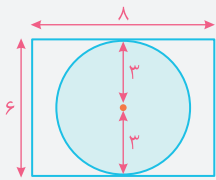
# راهبردهای حل مسئله

## درس اول: راهبرد رسم شکل



گاهی رسم یک شکل مناسب می‌تواند به حل مسئله کمک کند یا به‌طور کامل آن را حل کند؛ به‌طوری‌که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد. گاهی ممکن است شکل را فقط تصور کنید و آن را رسم نکنید. منظور از رسم شکل، نقاشی نیست؛ بلکه می‌توانید برای این کار شکل‌های ساده بکشید.

**مثال** درون یک باغچه مستطیل‌شکل به طول ۸ و عرض ۶ متر، یک حوض دایره‌ای می‌سازیم. بیشترین مساحت ممکن برای این حوض تقریباً چقدر است؟ (۳ ≈ عدد پی)



**پاسخ** شکل باغچه و حوض را به‌صورت مقابل رسم می‌کنیم:

باتوجه به شکل، مشاهده می‌شود برای اینکه مساحت حوض بیشترین مقدار ممکن شود، باید اندازه قطر دایره، برابر با عرض مستطیل باشد. پس:  
 مترمربع  $27 = 3 \times 3 \times 3 = (\text{شعاع}) \times (\text{شعاع}) \times (\text{عدد پی}) = \text{مساحت دایره} \Rightarrow 3 = \text{شعاع دایره} \Rightarrow 6 = \text{قطر دایره}$

گاهی صورت مسئله به‌طور مستقیم به هیچ شکلی اشاره ندارد، اما خودمان می‌توانیم برای حل مسئله، شرایط داده‌شده را با یک شکل مناسب شبیه‌سازی کنیم. به مثال زیر توجه کنید:

**مثال** ثلث یک مخزن، پر از آب است. ۱۵۰ لیتر آب به آن اضافه می‌کنیم و مخزن تا نیمه پر می‌شود. گنجایش مخزن چقدر است؟

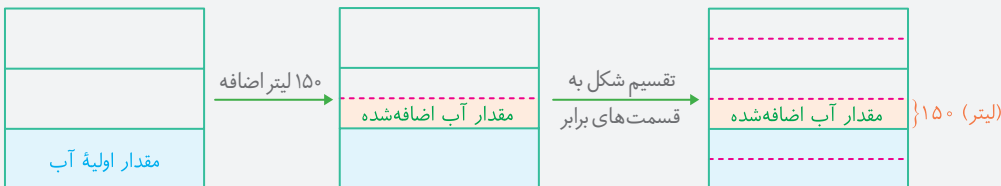
**روش اول:** (بدون استفاده از رسم شکل) ابتدا مشخص می‌کنیم اختلاف ثلث و نصف گنجایش مخزن، چه کسری از گنجایش است:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

حال با استفاده از تناسب، داریم:

$$\frac{1}{6} = \frac{150}{\square} \Rightarrow \square = 6 \times 150 = 900 \text{ لیتر}$$

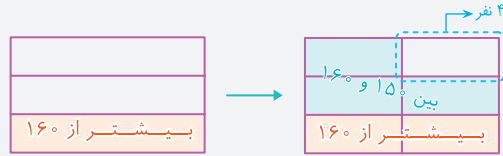
**روش دوم:** (با استفاده از رسم شکل)



$$\Rightarrow \text{لیتر } 900 = 6 \times 150 = \text{گنجایش کل}$$

مشاهده می‌شود، یک مسئله می‌تواند از روش‌های مختلف حل شود، اما در این‌جا با استفاده از راهبرد رسم شکل، مسئله راحت‌تر و ساده‌تر حل شده است.

**مثال**  $\frac{1}{4}$  دانش‌آموزان کلاسی بیشتر از ۱۶۰ سانتی‌متر و قد  $\frac{1}{4}$  دانش‌آموزان آن کلاس بین ۱۵۰ و ۱۶۰ سانتی‌متر است. اگر تعداد دانش‌آموزان با قد کمتر از ۱۵۰ سانتی‌متر ۴ نفر باشد، تعداد کل دانش‌آموزان این کلاس، چند نفر است؟



**پاسخ** باتوجه به شرایط مسئله، یک مستطیل به صورت مقابل در نظر می‌گیریم و تقسیم‌بندی‌های مورد نظر را به صورت مرحله به مرحله در آن انجام می‌دهیم:  
 $\Rightarrow$  تعداد کل دانش‌آموزان =  $6 \times 4 = 24$

## پرسش‌های درس اول



درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

- ۱ در راهبرد رسم شکل، باید یک شکل کاملاً دقیق همراه با جزئیات رسم شود.
- ۲ راهبرد رسم شکل، برای حل برخی مسئله‌ها، نه همه مسئله‌ها، نامناسب است.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

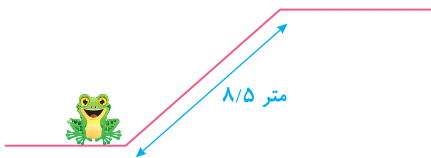
- ۳ گاهی ..... می‌تواند مسئله را به طور کامل حل کند و نیازی به نوشتن راه حل طولانی و پیچیده نباشد.
- ۴ در راهبرد رسم شکل، همیشه نیاز به رسم شکل روی کاغذ نیست و گاهی ممکن است فقط شکل را ..... کنیم.

گزینه درست را مشخص کنید.

- ۵ درون یک باغچه مربع شکل به ضلع ۵ متر، به فاصله ۱ متر از کناره‌ها، یک ردیف گل بنفشه می‌کاریم. محیط مربعی که اضلاع آن گل کاری شده، چند متر است؟  
 ۸  ۴      ۱۲  ۳      ۱۶  ۲      ۲۰  ۱
- ۶ اگر نصف یک مینع ۶۰۰ لیتری را به سه قسمت مساوی تقسیم کنیم، گنجایش هر قسمت چند سی سی است؟  
 ۲۰۰  ۴      ۱۰۰  ۳      ۲۰۰۰۰۰  ۲      ۱۰۰۰۰۰  ۱

به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

- ۷ یک باغچه مستطیل شکل به طول ۸ و عرض ۶ متر داریم. می‌خواهیم به فاصله  $\frac{1}{5}$  متر از اضلاع باغچه، دور تا دور آن را نرده بکشیم. برای این کار، به چند متر نرده نیاز داریم؟
- ۸ توپی از ارتفاع ۳۲ متری سطح زمین رها می‌شود و هر بار که به زمین می‌خورد، تا نصف ارتفاع قبلی بالا می‌رود. این توپ از لحظه رها شدن تا لحظه‌ای که برای سومین بار به زمین می‌خورد، چند متر حرکت می‌کند؟
- ۹ مطابق شکل، قورباغه‌ای می‌خواهد از یک سطح شیب‌دار به طول  $\frac{8}{5}$  متر بالا برود. او با هر بار جهش ۳ متر بالا می‌رود و سپس ۲ متر سر می‌خورد و به پایین می‌آید. این قورباغه، با چند جهش می‌تواند به بالای سطح شیب‌دار برسد؟



- ۱۰ آقای رستمی برای انجام یک کار اداری، به یک اداره رفت. ابتدا نگهبان اداره او را به طبقه پنجم فرستاد. کارمند طبقه پنجم او را برای دریافت یک امضا به دو طبقه پایین‌تر فرستاد. سپس او برای دریافت امضای دیگر به ۴ طبقه بالاتر رفت؛ اما کارمند مورد نظر به مرخصی رفته بود، بنابراین او به اتاق رئیس اداره، در یک طبقه بالاتر رفت. اگر اتاق رئیس در طبقه آخر این ساختمان بوده باشد، این ساختمان چند طبقه بالای همکف دارد؟
- ۱۱ شخصی در روز اول، ثلث، در روز دوم، نصف باقی مانده و در روز سوم، ربع باقی مانده باغش را آبیاری می‌کند. چه کسری از باغ او هنوز آبیاری نشده است؟
- ۱۲ علی با  $\frac{1}{4}$  پولش، یک دفتر و با  $\frac{1}{4}$  بقیه پولش، دو خودکار خرید و در نهایت ۱۸۰۰ تومان برایش باقی ماند. پول اولیه او چند تومان بوده است؟
- ۱۳ در یک مهمانی، ۶ نفر به طور همزمان وارد می‌شوند و با هم دست می‌دهند. اگر دو نفر، فقط یک بار با هم دست بدهند، عمل دست دادن چند بار انجام می‌شود؟

## درس دوم: راهبرد الگوسازی (تفکر نظام‌دار)



برای حل بعضی از مسئله‌ها باید همه حالت‌های ممکن را بنویسیم. برای اینکه هیچ حالتی از قلم نیفتد، لازم است آن‌ها را با نظم، الگو و ترتیبی مشخص بنویسیم. الگوسازی به ما کمک می‌کند تا مطمئن شویم همه حالت‌ها را نوشته‌ایم. بنابراین در مسئله‌هایی که لازم است همه جواب‌ها و پاسخ‌های ممکن را بنویسیم، می‌توانیم از این راهبرد استفاده کنیم. با توجه به نظم و ترتیبی که می‌سازیم، به این راهبرد، تفکر نظام‌دار نیز می‌گوییم.

**مثال** دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آن‌ها ۳۰ و حاصل جمع آن‌ها کمترین مقدار ممکن باشد.

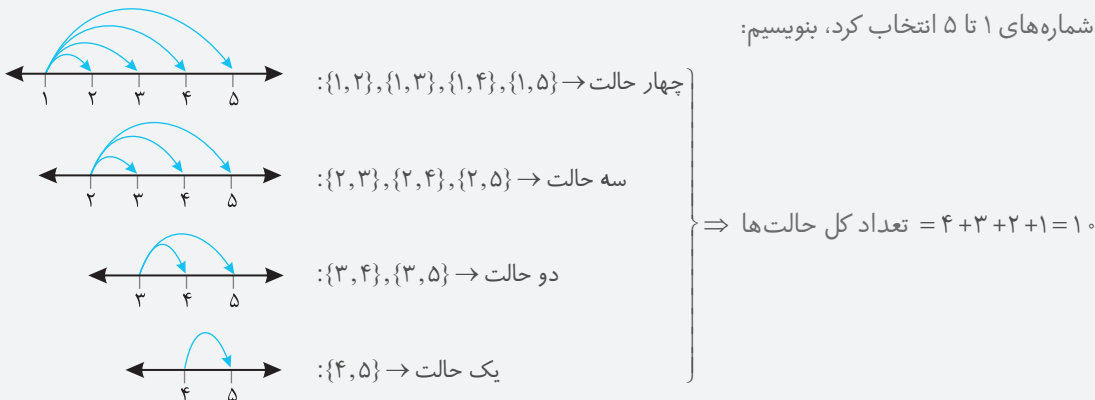
اولین عدد	دومین عدد	حاصل جمع
۱	۳۰	۳۱
۲	۱۵	۱۷
۳	۱۰	۱۳
۵	۶	۱۱

**پاسخ** برای حل این سؤال، یک جدول به شکل مقابل رسم می‌کنیم و به صورت کاملاً منظم (نظام‌دار) عددهایی که حاصل ضرب آن‌ها ۳۰ می‌شود را در آن می‌نویسیم و برای هر مورد، حاصل جمع دو عدد را می‌نویسیم و این کار را تا زمانی ادامه می‌دهیم که به حاصل جمع تکراری نرسیده باشیم. وقتی تمام حالت‌ها نوشته شد، دو عدد را پیدا می‌کنیم. با توجه به جدول، مشاهده می‌شود دو عدد مورد نظر ۵ و ۶ هستند.

← کمترین حاصل جمع

**مثال** به چند روش می‌توان یک گروه ۲ نفره، از میان ۵ نفر انتخاب کرد؟

**پاسخ** ۵ نفر اولیه را با شماره‌های ۱ تا ۵ نام‌گذاری می‌کنیم. حال کافی است به ترتیب و به صورت منظم (نظام‌دار) همه حالت‌هایی را که می‌توان دو شماره از بین شماره‌های ۱ تا ۵ انتخاب کرد، بنویسیم:



## پرسش‌های درس دوم



درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

- ۱۴ اگر تعداد حالت‌هایی که باید در نظر بگیریم، زیاد باشد، از راهبرد الگوسازی استفاده می‌کنیم.
- ۱۵ الگوسازی کمک می‌کند تا مطمئن شویم هیچ حالتی از قلم نیفتاده است.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

- ۱۶ به دلیل اینکه در راهبرد الگوسازی، با نظم و ترتیب خاصی به حل مسئله می‌پردازیم، به این راهبرد، راهبرد ..... نیز گفته می‌شود.
- ۱۷ در راهبرد الگوسازی باید الگویی برای نوشتن ..... به دست آوریم تا هیچ حالتی از قلم نیفتد.

گزینه درست را مشخص کنید.

۱۸ به چند حالت می‌توان از میان دو رنگ خودکار و سه نوع دفتر، یک خودکار و یک دفتر را انتخاب کرد؟

- ۴  ۱      ۵  ۲      ۶  ۳      ۱۲  ۴

۱۹ به چند حالت حاصل ضرب دو عدد طبیعی، برابر ۳۶ می‌شود؟

- ۶  ۱      ۵  ۲      ۴  ۳      ۳  ۴

به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

- ۲۰ با سه رقم ۳، ۵ و ۷ چند عدد سه رقمی می‌توان نوشت؟ (در نوشتن عددها می‌توان از رقم تکراری هم استفاده کرد).
- ۲۱ تعداد زیادی سکه ۱۰۰ و ۵۰۰ تومانی داریم. به چند حالت مختلف می‌توانیم با این سکه‌ها، کرایه ۳۷۰۰ تومانی یک تاکسی را پرداخت کنیم؟
- ۲۲ به چند طریق می‌توان دو پیراهن سبز و زرد را همراه با سه شلوار مشکی، سورمه‌ای و طوسی به تن کرد؟
- ۲۳ دو عدد طبیعی داریم که حاصل ضرب آن‌ها ۴۸ است. کمترین مقدار ممکن برای حاصل جمع آن‌ها چند است؟
- ۲۴ دو عدد طبیعی داریم که حاصل جمع آن‌ها ۱۵ است. بیشترین مقدار ممکن برای حاصل ضرب آن‌ها چند است؟

## درس سوم: راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب



در بعضی مسائل، برای پیدا کردن جواب، نیاز است همه حالت‌ها را بنویسیم و از میان آن‌ها، جواب‌های ممکن را به دست آوریم. در این موارد، بعد از اینکه همه حالت‌ها را با استفاده از راهبرد الگوسازی (یا به هر روش دیگر) نوشتیم، حالت‌های نامطلوب را حذف می‌کنیم تا فقط حالت (یا حالت‌های) مطلوب مورد نظر مسئله باقی بماند.

**مثال** مجموع سن سه نفر ۱۴ و حاصل ضرب سن آن‌ها ۷۰ است. بزرگ‌ترین فرد چند ساله است؟ (سن افراد، عددی طبیعی است.)

**پاسخ** ابتدا به صورت نظام‌دار، همه حالت‌هایی را که حاصل ضرب ۳ عدد برابر ۷۰ می‌شود، می‌نویسیم. سپس در ستون آخر، حالت‌های نامطلوب، یعنی حالت‌هایی را که مجموع سه عدد برابر ۱۴ نیست، حذف می‌کنیم تا فقط حالت (یا حالت‌های) مطلوب باقی بماند.

اولین عدد	دومین عدد	سومین عدد	حاصل جمع
۱	۱	۷۰	×
۱	۲	۳۵	×
۱	۵	۱۴	×
۱	۷	۱۰	×
۲	۵	۷	✓

با توجه به جدول مشاهده می‌شود که در حالت مطلوب، سن افراد ۲، ۵ و ۷ است که بیشترین آن‌ها ۷ است.

در این مثال، می‌توانستیم ابتدا همه حالت‌هایی را که جمع سه عدد برابر ۱۴ می‌شود، بنویسیم؛ سپس در ستون آخر، بررسی کنیم که حاصل ضرب آن‌ها برابر ۷۰ می‌شود یا خیر. اما این کار بسیار طولانی می‌شد! زیرا تعداد حالت‌هایی که جمع چند عدد، مقدار ثابتی شود، خیلی بیشتر از تعداد حالت‌هایی است که ضرب همان تعداد عدد، مقدار ثابتی شود!

**نکته** در بازی‌هایی مثل «بیست‌سؤالی»، که یک نفر باید با پرسیدن تعدادی سؤال که فقط جواب‌های «بله» یا «خیر» دارد، آنچه را که مدنظر فرد مقابل است تشخیص دهد، برای اینکه فرد سؤال‌کننده، با کمترین تعداد سؤال ممکن، مطمئن شود که به جواب می‌رسد، باید سؤالاتش را به گونه‌ای طرح کند که با هر سؤال، نصف (یا حدود نصف) حالت‌های ممکن (که همان حالت‌های نامطلوب هستند) را حذف کند.

**مثال** علی یک عدد از میان اعداد طبیعی ۱ تا ۱۰ در ذهن خود انتخاب می‌کند. حامد می‌خواهد با تعدادی سؤال از علی، عدد مورد نظر او را پیدا کند. اگر علی در پاسخ سؤالات، فقط جواب «بله» یا «خیر» بدهد، حامد با پرسیدن حداقل چند سؤال، مطمئناً عدد مورد نظر را پیدا خواهد کرد؟

**پاسخ** باتوجه به نکته فوق، سؤال‌کننده باید به گونه‌ای سؤالات خود را پرسد که با هر سؤال، نصف (یا حدود نصف) حالت‌ها (که حالت‌های نامطلوب هستند) حذف شوند. مثلاً سؤال و جواب‌ها در این مثال، می‌تواند به صورت زیر باشد:

۱ آیا عدد مورد نظر، زوج است؟ بله (پنج عدد ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ حذف می‌شوند).

۲ آیا عدد مورد نظر، کوچک‌تر از ۶ است؟ خیر (دو عدد ۲ و ۴ حذف و سه عدد ۶، ۸ و ۱۰ باقی می‌مانند).

۳ آیا عدد مورد نظر، مضرب ۳ است؟ خیر (عدد ۶ حذف و دو عدد ۸ و ۱۰ باقی می‌مانند).

۴ آیا عدد مورد نظر، ۱۰ است؟ خیر (به جواب رسیدیم! عدد مورد نظر ۸ است).

بنابراین حامد با پرسیدن حداقل چهار سؤال، مطمئناً به جواب خواهد رسید.

توجه کنید که ممکن است حامد یکی یکی همه اعداد را پرسد و در اولین سؤال به جواب برسد؛ ولی با اطمینان نمی‌توانیم بگوییم با چند سؤال به جواب می‌رسد. ممکن است جواب در نهمین سؤال مشخص شود!

**نکته** یکی از کاربردهای مهم راهبرد «حذف حالت‌های نامطلوب» در پاسخ دادن به سؤالات تستی است. در واقع در یک سؤال تستی، با چهار حالت مواجهیم که سه‌تای آن‌ها نامطلوب‌اند و می‌توانیم با حذف آن‌ها به جواب برسیم.

**مثال** سن پدر علی ۵ برابر سن علی است. اگر ۶ سال بعد، سن پدر علی سه برابر سن علی شود، در حال حاضر علی چند سال دارد؟

۷ **۴**

۶ **۳**

۵ **۲**

۴ **۱**

**پاسخ** چهار حالت داریم که با حذف سه‌تای آن‌ها (حذف حالت‌های نامطلوب) به جواب می‌رسیم. پس یکی یکی گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱  $\Rightarrow$  سن پدر = ۴  $\Rightarrow$  سن پدر = ۵  $\times$  ۴ = ۲۰  $\xrightarrow{6 \text{ سال بعد}}$   $\begin{cases} \text{سن علی} = ۴ + ۶ = ۱۰ \\ \text{سن پدر علی} = ۲۰ + ۶ = ۲۶ \end{cases} \xrightarrow{۲۶ \neq ۳ \times ۱۰} \times$

گزینه ۲  $\Rightarrow$  سن پدر = ۵  $\Rightarrow$  سن پدر = ۵  $\times$  ۵ = ۲۵  $\xrightarrow{6 \text{ سال بعد}}$   $\begin{cases} \text{سن علی} = ۵ + ۶ = ۱۱ \\ \text{سن پدر علی} = ۲۵ + ۶ = ۳۱ \end{cases} \xrightarrow{۳۱ \neq ۳ \times ۱۱} \times$

گزینه ۳  $\Rightarrow$  سن پدر = ۶  $\Rightarrow$  سن پدر = ۵  $\times$  ۶ = ۳۰  $\xrightarrow{6 \text{ سال بعد}}$   $\begin{cases} \text{سن علی} = ۶ + ۶ = ۱۲ \\ \text{سن پدر علی} = ۳۰ + ۶ = ۳۶ \end{cases} \xrightarrow{۳۶ = ۳ \times ۱۲} \checkmark$

حالت مطلوب، گزینه «۳» است. بررسی گزینه «۴» به عهده شما.

### پرسش‌های درس سوم



درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

- ۲۵ گاهی بعد از استفاده از راهبرد الگوسازی، از راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب استفاده می‌کنیم تا فقط حالت‌های مطلوب باقی بمانند.
- ۲۶ در بازی‌هایی مثل «بیست‌سؤالی» برای طرح هر سؤال، از راهبرد الگوسازی یا تفکر نظام‌دار استفاده می‌کنیم تا هرچه زودتر به جواب برسیم.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

- ۲۷ برای استفاده از راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب، ابتدا باید با استفاده از راهبرد ..... همه حالت‌ها را بنویسیم.
- ۲۸ یکی از کاربردهای راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب، پیدا کردن پاسخ برخی سؤالات ..... است که به روش ..... معروف است.

گزینه درست را مشخص کنید.

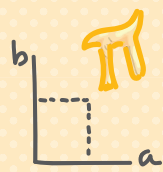
- ۲۹ حاصل ضرب سن دو نفر ۳۰ است. کمترین مقدار حاصل جمع سن آن‌ها کدام است؟ (سن افراد، عددی طبیعی است.)
- ۱۰ **۱**      ۱۱ **۲**      ۱۲ **۳**      ۱۳ **۴**

- ۳۰ اگر دو برابر عددی را با عدد پنج جمع کنیم، حاصل، سه تا کمتر از عدد ۲۰ می‌شود. آن عدد کدام است؟
- ۵ **۴**      ۶ **۳**      ۷ **۲**      ۸ **۱**

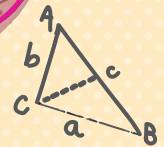
به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

- ۳۱ حاصل جمع دو عدد صحیح مثبت، برابر ۱۲ است. اگر یکی ۳ برابر دیگری باشد، آن دو عدد را پیدا کنید.
- ۳۲ حاصل ضرب سه عدد طبیعی ۶۰ است. اگر حاصل جمع آن‌ها ۱۷ باشد، بزرگ‌ترین عدد در بین آن‌ها چند است؟
- ۳۳ بزرگ‌ترین عدد چهار رقمی را که بر ۲، ۳ و ۵ بخش پذیر نباشد، بیابید.
- ۳۴ می‌خواهیم با پرسیدن سؤال‌هایی که فقط جواب «بله» یا «خیر» دارند، ماه تولد یک فرد را بیابیم. حداقل تعداد پرسش‌های لازم برای اینکه مطمئن باشیم به جواب می‌رسیم، چند تا است؟
- ۳۵ حداقل چند پرسش با جواب «بله» یا «خیر» باید از یک فرد پرسیده شود، تا مطمئن باشیم روز تولد او (که در فروردین ماه است) مشخص می‌شود؟
- ۳۶ پول امیر سه برابر پول رضا است. اگر امیر نصف پولش را به رضا بدهد، پول رضا از دو برابر پول امیر ۱۰ هزار تومان کمتر خواهد شد. پول رضا کدام یک از مقادیر ۱۰، ۲۰، ۳۰ یا ۴۰ هزار تومان است؟
- ۳۷ از میان عددهای طبیعی، علی یک عدد بزرگ‌تر از ۵ و کوچک‌تر از ۱۰ انتخاب می‌کند؛ به طوری که سه برابر این عدد، بزرگ‌تر از ۲۵ نیست. اگر نصف این عدد بزرگ‌تر از ۳/۵ باشد، این عدد چند است؟


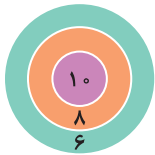
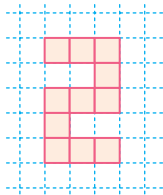




# آزمون جمع‌بندی ۱



بارم	مدت زمان: ۷۵ دقیقه	راهبردهای حل مسئله	آزمون فصل ۱	ردیف
۰/۵		درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.		۱
۰/۵		در راهبرد الگوسازی، سعی می‌کنیم با یک الگوی منظم، همه حالت‌ها را در نظر بگیریم تا هیچ حالتی از قلم نیفتد.		۱
۰/۵		در راهبرد الگویابی، به دنبال پیدا کردن نظم خاصی بین داده‌های مسئله هستیم.		۲
۰/۵		در راهبرد رسم شکل، می‌توانیم از شکل‌هایی برای تبدیل مسئله به یک معادله استفاده کنیم.		۳
۰/۵		جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.		۴
۰/۵		در راهبرد ..... نیز به دنبال پیدا کردن یک الگو هستیم؛ سپس این الگو را به مسئله اصلی مرتبط می‌کنیم و جواب را به دست می‌آوریم.		۴
۰/۵		در راهبرد ..... ابتدا به صورت نظام‌دار، همه حالت‌های ممکن را می‌نویسیم؛ سپس حالت‌های نامطلوب را حذف می‌کنیم تا فقط حالت (حالت‌های) مطلوب باقی بماند.		۵
۰/۵		در راهبرد ..... به صورت منظم و منطقی، یک جواب برای مسئله پیشنهاد می‌کنیم و بررسی می‌کنیم که آیا جوابمان درست است یا نیاز به اصلاح دارد.		۶
۱		گزینه درست را مشخص کنید.		۷
۱		در کدام گزینه، کسر کوچک‌تری از شکل، رنگی است؟		۷
۱		در یک صفحه شطرنج (شبکه مربعی ۸×۸)، چند مربع وجود دارد؟		۸
		۲۵۶ (۱)      ۶۴ (۲)      ۱۲۸ (۳)      ۲۰۴ (۴)		
۱		در یک پارکینگ، ۳۰ دوچرخه و سه‌چرخه وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ‌های آن‌ها ۴۳ تا بیشتر از تعداد زین‌های آن‌ها باشد، اختلاف تعداد دوچرخه‌ها و سه‌چرخه‌ها چندتا است؟ (زین، به صندلی دوچرخه یا سه‌چرخه گفته می‌شود.)		۹
		۳ (۱)      ۴ (۲)      ۵ (۳)      ۶ (۴)		
۱		یک خودرو از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند و در هر دقیقه، ۵۰۰ متر از دقیقه قبل بیشتر حرکت می‌کند. اگر این خودرو در هفت دقیقه اول حرکتش ۱۷۵۰۰ متر حرکت کرده باشد، در دقیقه دوم و سوم، مجموعاً چند متر حرکت کرده است؟		۱۰
		۱۵۰۰ (۱)      ۲۵۰۰ (۲)      ۳۵۰۰ (۳)      ۴۵۰۰ (۴)		

بارم	مدت زمان: ۷۵ دقیقه	راهبردهای حل مسئله	آزمون فصل ۱	ردیف
			<b>به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.</b>	
۱/۵			طول ضلع مربعی ۲۰۰ سانتی‌متر است. اگر اضلاع آن را $\frac{۱}{۵}$ برابر کنیم، به مساحتش چند متر مربع اضافه می‌شود؟ (راهبرد رسم شکل)	۱۱
۱			در یک کلاس، ۱۵ نفر عضو تیم فوتبال، ۱۲ نفر عضو تیم والیبال و ۳ نفر در هر دو تیم عضو باشند، چند نفر فقط عضو تیم فوتبال هستند؟ (راهبرد رسم شکل)	۱۲
۱/۵			پنج نفر به نام‌های رضا، بابک، علی، همایون و صدرا در یک مسابقه علمی شرکت کرده‌اند. علی در رتبه‌ای قرار گرفت که تعداد افراد بالاتر از او با تعداد افراد پایین‌تر از او برابر است. اگر بابک نفر آخر (پایین‌ترین رتبه) بوده باشد و همایون سه رتبه بالاتر از رضا بوده باشد، صدرا چندمین نفر است؟ (راهبرد رسم شکل)	۱۳
۱			یک قطعه زمین مستطیل‌شکل به مساحت ۱۴۴ متر مربع در کنار یک رودخانه قرار دارد. می‌خواهیم سه طرف این زمین را که در مجاورت رودخانه نیست، حصارکشی کنیم. اگر طول اضلاع زمین عددهای صحیح باشند، حداقل به چند متر حصار نیاز داریم؟ (راهبرد الگوسازی)	۱۴
۱/۵			شخصی ۵ تیر به طرف یک هدف به شکل مقابل شلیک می‌کند و هر پنج تیر به هدف برخورد می‌کند. امتیازهای مربوط به هر ناحیه، داخل آن ناحیه نوشته شده است. چه تعداد از عددهای ۵۲، ۴۷، ۴۲، ۳۸ و ۲۸ می‌تواند مجموع امتیازهای این شخص باشد؟ (راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب)	۱۵
۱/۵			مریم، مهسا، مینا و مهری می‌خواهند در یک ردیف در کنار هم بایستند. آن‌ها به چند حالت مختلف می‌توانند بایستند؟ (راهبرد الگوسازی)	۱۶
۱			اگر مساحت شکل مقابل ۹۹ باشد، محیط آن کدام است؟ (راهبرد زیرمسئله)	۱۷
۱/۵			در یک کارخانه ۷۹۸۳ لامپ در یک روز تولید شده است. اگر $\frac{۷}{۱۶}$ لامپ‌ها آفتابی و بقیه مهتابی باشند، و قیمت هر لامپ آفتابی و مهتابی به ترتیب ۱۰ و ۱۵ هزار تومان باشد، قیمت کل لامپ‌ها تقریباً چند میلیون تومان است؟ (راهبرد حل مسئله ساده‌تر و زیرمسئله)	۱۸
۱/۵			محسن به اندازه خرید ۲۴ خودکار یا ۱۶ روان‌نویس پول دارد. اگر او تصمیم به خرید ۱۹ خودکار بگیرد، حداکثر چند روان‌نویس می‌تواند بخرد؟ (راهبرد زیرمسئله)	۱۹
۱			اگر از سه برابر عددی ۷ واحد کم کنیم، حاصل، برابر با ثلث عدد ۹۶ خواهد بود. آن عدد چند است؟ (راهبرد روش‌های نمادین)	۲۰

# پاسخ نامه تشریحی

[www.gajmarket.com](http://www.gajmarket.com)

فصل سوم:  
جبر و معادله

۱۹۷

فصل دوم:  
عددهای صحیح

۱۹۰

فصل اول:  
راهبردهای حل مسئله

۱۷۸

فصل ششم:  
سطح و حجم

۲۲۲

فصل پنجم:  
شمارنده‌ها و اعداد اول

۲۱۲

فصل چهارم:  
هندسه و استدلال

۲۰۴

فصل نهم:  
آمار و احتمال

۲۴۳

فصل هشتم:  
بردار و مختصات

۲۳۷

فصل هفتم:  
توان و جذر

۲۲۹

درس اول: راهبرد رسم شکل

فصل اول



۱

در راهبرد رسم شکل، نیازی به رسم جزئیات نیست و شکل می تواند به صورت کلی رسم شود.

۲

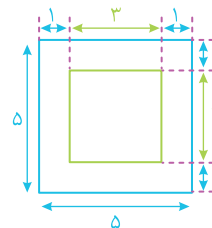
۳

رسم یک شکل مناسب

۴

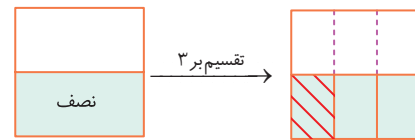
تصور

۵



متر  $12 = 4 \times 3 =$  محیط مربع داخلی  $\Rightarrow$

۶

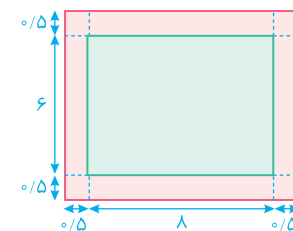


ناحیه مورد نظر  $\frac{1}{6}$  کل شکل است، پس:

سی سی  $1000000 =$  لیتر  $100 = 1000 \times \frac{1}{6} \times 6000$

۷

با استفاده از راهبرد رسم شکل داریم:



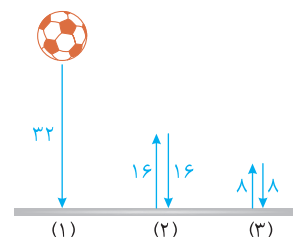
متر  $9 = 0.5 + 8 + 0.5 =$  طول  
متر  $7 = 0.5 + 6 + 0.5 =$  عرض  
 $\Rightarrow$  ناحیه زده کشی شده

حال به اندازه محیط ناحیه زده کشی شده، زده نیاز داریم که برابر است با:

متر  $32 = 7 + 9 + 7 + 9$

۸

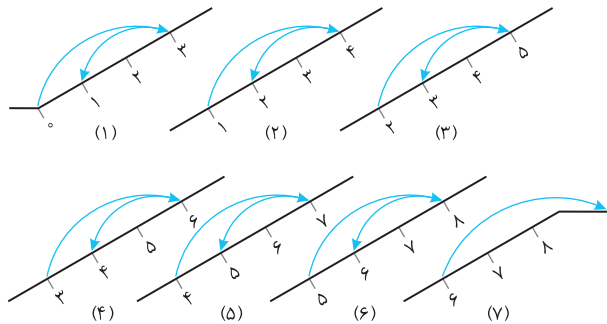
از راهبرد رسم شکل استفاده می کنیم:



متر  $8 = 8 + 8 + 16 + 16 + 32 =$  مقدار مسافت طی شده تا سومین برخورد به زمین

۹

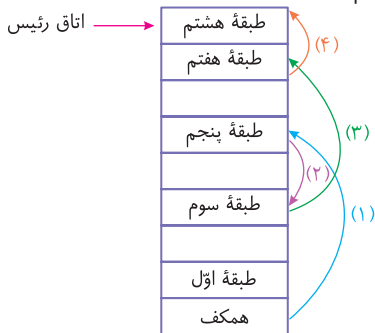
باتوجه به اینکه قورباغه در هر مرحله سه متر به بالا و سپس دو متر به پایین می رود، شکل را به صورت مرحله به مرحله رسم می کنیم.



بنابراین در مرحله هفتم، قورباغه به بالای سطح شیب دار می رسد.

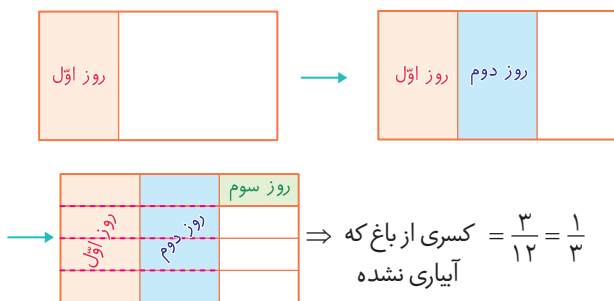
۱۰

با استفاده از راهبرد رسم شکل داریم:



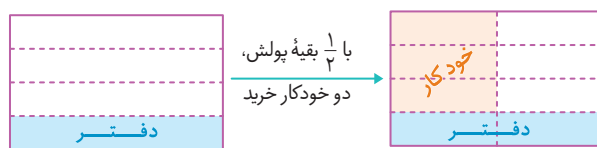
بنابراین این ساختمان ۸ طبقه بالای همکف دارد.

۱۱



۱۲

کل پول علی را با یک مستطیل نشان می دهیم. او با  $\frac{1}{3}$  پولش یک دفتر خرید، پس:



باتوجه به شکل، مشخص می شود که باقی مانده پول علی، ۳ قسمت از ۸ قسمت مساوی است، پس:

$600 = 1800 \div 3 =$  هر قسمت

$4800 = 8 \times 600 =$  کل پول علی  $\Rightarrow$

	رقم ۳	رقم ۵	رقم ۷
بدون رقم یکسان:	۳۵۷	۵۳۷	۷۳۵
(همه ارقام متفاوت)	۳۷۵	۵۷۳	۷۵۳

⇒ عدد ۶

بنابراین می توان  $۳ + ۱۸ + ۶ = ۲۷$  عدد ساخت.

۲۱

از راهبرد الگوسازی (تفکر نظام دار) استفاده می کنیم، توجه کنید که بیشترین تعداد ممکن برای ۵۰۰ تومانی، ۷ تا است و هر بار که یکی از ۵۰۰ تومانی ها کم می کنیم، باید ۵ تا به ۱۰۰ تومانی ها اضافه کنیم:

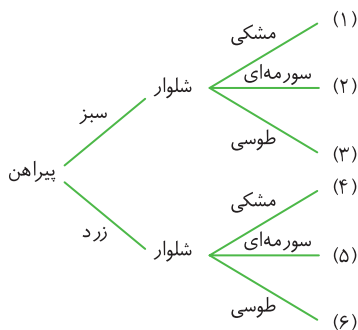
مجموع	تعداد ۱۰۰ تومانی	تعداد ۵۰۰ تومانی
$۷ \times ۵۰۰ + ۲ \times ۱۰۰ = ۳۵۰۰ + ۲۰۰ = ۳۷۰۰$	۲	۷
$۶ \times ۵۰۰ + ۷ \times ۱۰۰ = ۳۰۰۰ + ۷۰۰ = ۳۷۰۰$	۷	۶
$۵ \times ۵۰۰ + ۱۲ \times ۱۰۰ = ۲۵۰۰ + ۱۲۰۰ = ۳۷۰۰$	۱۲	۵
:	:	:
$۰ \times ۵۰۰ + ۳۷ \times ۱۰۰ = ۰ + ۳۷۰۰ = ۳۷۰۰$	۳۷	۰

۸ حالت

۲۲

پیراهن	سبز	زرد
شلوار	مشکی	سورمه ای
	طوسی	مشکی

تذکره: برای چنین سؤالاتی، می توان از نمودار درختی نیز استفاده کرد:



۲۳

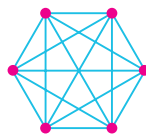
یک جدول نظام دار رسم می کنیم و به صورت منظم، یکی یکی، همه حالت هایی را که حاصل ضرب دو عدد طبیعی برابر ۴۸ می شود، در آن می نویسیم.

حاصل جمع	دومین عدد	اولین عدد
۴۹	۴۸	۱
۲۶	۲۴	۲
۱۹	۱۶	۳
۱۶	۱۲	۴
۱۴	۸	۶

کمترین مقدار حاصل جمع ←

۱۳

هر نفر را با یک دایره کوچک نشان می دهیم. سپس همه دایره ها را به هم وصل می کنیم. در این صورت هر پاره خط نشان دهنده یک عمل دست دادن خواهد بود.



۱۵ = تعداد «دست دادن ها» = تعداد پاره خط ها ⇒

فصل اول

درس دوم: راهبرد الگوسازی (تفکر نظام دار)

۱۵

۱۴

۱۶

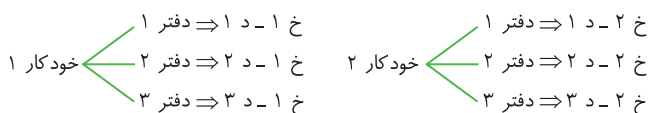
تفکر نظام دار

۱۷

همه حالت های ممکن

۱۸

ابتدا همه حالت ها را با نظم و ترتیب می نویسیم:



حال با شمردن همه حالت های ممکن، مشخص می شود که به ۶ حالت می توان این کار را انجام داد.

۱۹

یک جدول رسم می کنیم و به ترتیب، همه حالت هایی را که حاصل ضرب دو عدد طبیعی ۳۶ می شود، در آن درج می کنیم:

حالت اول	$۱ \times ۳۶ = ۳۶$
حالت دوم	$۲ \times ۱۸ = ۳۶$
حالت سوم	$۳ \times ۱۲ = ۳۶$
حالت چهارم	$۴ \times ۹ = ۳۶$
حالت پنجم	$۶ \times ۶ = ۳۶$

⇒ حالت ۵

۲۰

از راهبرد الگوسازی (تفکر نظام دار) استفاده می کنیم.

۳ عدد ⇒ ۷۷۷, ۵۵۵, ۳۳۳ هر سه رقم یکسان

	رقم ۳	رقم ۵	رقم ۷
	۳۳۵	۵۵۳	۷۷۳
	۳۵۳	۵۳۵	۷۳۷
دو رقم یکسان:	۵۳۳	۳۵۵	۳۷۷
	۳۳۷	۵۵۷	۷۷۵
	۳۷۳	۵۷۵	۷۵۷
	۷۳۳	۷۵۵	۵۷۷

⇒ عدد ۱۸

**۲۴**

یک جدول نظام دار رسم می‌کنیم و به صورت منظم، یکی یکی، همه حالت‌هایی را که حاصل جمع دو عدد طبیعی برابر ۱۵ می‌شود، در آن درج می‌کنیم.

اولین عدد	دومین عدد	حاصل ضرب
۱	۱۴	۱۴
۲	۱۳	۲۶
۳	۱۲	۳۶
۴	۱۱	۴۴
۵	۱۰	۵۰
۶	۹	۵۴
۷	۸	۵۶

بیشترین مقدار حاصل ضرب ←

**۳۱**

ابتدا به صورت نظام دار، همه حالت‌هایی را که حاصل جمع دو عدد طبیعی برابر ۱۲ می‌شود، می‌نویسیم. سپس در ستون آخر، حالت‌های نامطلوب (یعنی حالت‌هایی که یک عدد سه برابر دیگری نیست) را حذف می‌کنیم:

اولین عدد	دومین عدد	یکی سه برابر دیگری
۱	۱۱	x
۲	۱۰	x
۳	۹	✓
۴	۸	x
۵	۷	x
۶	۶	x

**۳۲**

یک جدول نظام دار رسم می‌کنیم و همه حالت‌هایی را که حاصل ضرب سه عدد طبیعی ۶۰ می‌شود، در آن می‌نویسیم. برای نظم دادن به عملیات، به ترتیب، ابتدا فرض می‌کنیم کوچک‌ترین عدد ۱ باشد، سپس فرض می‌کنیم ۲ باشد و ...

اولین عدد	دومین عدد	سومین عدد	حاصل جمع
۱	۱	۶۰	۶۲ x
۱	۲	۳۰	۳۳ x
۱	۳	۲۰	۲۴ x
۱	۴	۱۵	۲۰ x
۱	۵	۱۲	۱۸ x
۱	۶	۱۰	۱۷ ✓
۲	۲	۱۵	۱۹ x
۲	۳	۱۰	۱۵ x
۲	۵	۶	۱۳ x
۳	۴	۵	۱۲ x

حال با توجه به جدول، مشاهده می‌شود در حالتی که حاصل ضرب سه عدد طبیعی ۶۰ و حاصل جمع آن‌ها ۱۷ می‌شود، بزرگ‌ترین عدد ۱۰ است.

**۳۳**

بزرگ‌ترین عدد چهاررقمی ۹۹۹۹ است. از این عدد شروع می‌کنیم و یکی یکی پایین می‌آییم. عددهایی را که بر هر یک از عددهای ۲ یا ۳ یا ۵ بخش پذیر باشند حذف می‌کنیم. اولین عددی که باقی می‌ماند، همان حالت مطلوب ما است.

**فصل اول**


درس سوم: راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

 ۲۵

 ۲۶

در بازی‌هایی مثل «بیست‌سؤالی» برای طرح هر سؤال، هربار با پرسیدن یک سؤال، بخشی از حالت‌های نامطلوب را حذف می‌کنیم و این کار را ادامه می‌دهیم تا به جواب نهایی برسیم. پس عملاً برای هر سؤال، از راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب استفاده می‌کنیم.

**۲۷**

الگوسازی (تفکر نظام دار)

**۲۸**

تستی، رد گزینه

 ۲۹

ابتدا همه حالت‌هایی را که حاصل ضرب دو عدد ۳۰ می‌شود، می‌نویسیم:

اولین عدد	دومین عدد	حاصل ضرب	حاصل جمع
۱	۳۰	۳۰	۳۱ x
۲	۱۵	۳۰	۱۷ x
۳	۱۰	۳۰	۱۳ x
۵	۶	۳۰	۱۱ ✓

حالت‌های نامطلوب

حالت مطلوب

**۳۰**

یکی یکی عددها را بررسی می‌کنیم و عددهای نامطلوب را حذف می‌کنیم:

۱ گزینه ۱  $\Rightarrow 2 \times 8 + 5 = 16 + 5 = 21$  x

۲ گزینه ۲  $\Rightarrow 2 \times 7 + 5 = 14 + 5 = 19$  x

۳ گزینه ۳  $\Rightarrow 2 \times 6 + 5 = 12 + 5 = 17$  ✓ (سه تا کمتر از ۲۰ است)

۴ گزینه ۴  $\Rightarrow 2 \times 5 + 5 = 10 + 5 = 15$  x

بنابراین در تساوی بالا، به جای نماد  $\oplus$  باید ۵۰۰۰ را قرار دهیم:

$$\Rightarrow 2 \times \boxed{\phantom{0000}} = 100 \times 5,000 = 500,000$$

حدس و آزمایش  $\rightarrow$   $\boxed{\phantom{0000}} = 25,000$  متر مربع

بنابراین مساحت اولیه کل زمین آقای اسدی که شامل سه تا  $\boxed{\phantom{0000}}$  بوده برابر است با:

$$3 \times 25,000 = 75,000 \text{ متر مربع}$$

## آزمون جمع‌بندی فصل

## فصل اول

۳ ✘

۲ ✔

۱ ✔

۴

حل مسئله ساده‌تر

۵

حذف حالت‌های نامطلوب

۶

حدس و آزمایش

۷

## بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱  $\Rightarrow$  شکل رنگی است.  $\frac{1}{16}$

گزینه ۲  $\Rightarrow$  شکل رنگی است.  $\frac{1}{18}$

گزینه ۳  $\Rightarrow$  شکل رنگی است.  $\frac{1}{36}$  ✔

گزینه ۴  $\Rightarrow$  شکل رنگی است.  $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$

۸۵

حدس و آزمایش

۲ ۸۶

از نماد  $\square$  برای نشان دادن آن عدد استفاده می‌کنیم. در این صورت با توجه به شرایط مسئله داریم:

$$3 \times \square - 8 = 2 \times 23 - 3 \Rightarrow 3 \times \square - 8 = 43 \xrightarrow{\text{حدس و آزمایش}} \square = 17$$

۳ ۸۷

عدد مورد نظر را با نماد  $\bigcirc$  نشان می‌دهیم؛ در این صورت:

$$3 \times \bigcirc + 2 < 15 \xrightarrow{\text{حدس و آزمایش}} \bigcirc = 1, 2, 3, 4$$

۸۸

اگر عدد مورد نظر را با  $\square$  نشان دهیم، آنگاه:

$$7 \times \square = \square + 9 \xrightarrow{\text{حدس و آزمایش}} \square = 15$$

بنابراین عدد مورد نظر ۱۵ است و ثلث آن برابر است با:

$$15 \div 3 = 5$$

۸۹

اگر آن عدد را با  $\bigcirc$  نشان دهیم، آنگاه:

$$\frac{1}{2} \times \bigcirc = \bigcirc - 9 \xrightarrow{\text{حدس و آزمایش}} \bigcirc = 18$$

۹۰

اگر متوسط تعداد صفحات مطالعه شده توسط این فرد در هر ساعت را با نماد  $\square$  نشان دهیم، آنگاه با توجه به شرایط مسئله داریم:

$$7 \times \square + 15 = 155 \quad \text{حال با حدس و آزمایش مقدار } \square \text{ را پیدا می‌کنیم:}$$

حدس	آزمایش
$\square = 15$	$7 \times 15 + 15 = 120$ ✘
$\square = 18$	$7 \times 18 + 15 = 141$ ✘
$\square = 20$	$7 \times 20 + 15 = 155$ ✔

۹۱

اگر عدد مورد نظر را با نماد  $\triangle$  نشان دهیم، آنگاه:

$$5 \times \triangle = 3 \times 14 + 8 = 50 \xrightarrow{\text{حدس و آزمایش}} \triangle = 10$$

پس عدد مورد نظر ۱۰ بوده و نصف آن، برابر  $10 \div 2 = 5$  است.

۹۲

فرض می‌کنیم مستطیل زیر نشان دهنده زمین آقای اسدی باشد؛ در این صورت:

$$\boxed{\text{باقی‌مانده}} \quad \boxed{\text{فروخته}} \Rightarrow 2 \times \boxed{\phantom{0000}} = 10 \times \boxed{\oplus}$$

از طرفی: متر مربع  $= 50 \times 100 = 5000$  مساحت زمین فوتبال

۸ ۴

از راهبرد حل مسئله ساده‌تر استفاده می‌کنیم:

(۱) در یک شبکه  $1 \times 1$ ، فقط یک مربع  $1 \times 1$  وجود دارد.

(۲) در یک شبکه  $2 \times 2$ ، یک مربع  $2 \times 2$  و چهار مربع  $1 \times 1$  وجود دارد.

(۳) در یک شبکه  $3 \times 3$ ، یک مربع  $3 \times 3$ ، چهار مربع  $2 \times 2$  و نه مربع  $1 \times 1$  وجود دارد.

بنابراین الگوی تعداد کل مربع‌ها در یک شبکه مربعی به صورت زیر است:

شبکه				...
تعداد مربع‌ها	$1 \times 1$	$(1 \times 1) + (2 \times 2)$	$(1 \times 1) + (2 \times 2) + (3 \times 3)$	...

در نتیجه تعداد مربع‌ها در شبکه  $8 \times 8$  (صفحه شطرنج) برابر است با:

$$(1 \times 1) + (2 \times 2) + (3 \times 3) + (4 \times 4) + (5 \times 5) + (6 \times 6) + (7 \times 7) + (8 \times 8) = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 = 204$$

۹ ۲

می‌دانیم هر دو چرخه یا سه چرخه فقط یک زین دارد. پس تعداد زین‌ها  $30$  تا

است؛ در نتیجه:  $30 + 43 = 73$  = تعداد چرخ‌ها

پس تعداد کل چرخ‌ها باید  $73$  تا باشد. حال با استفاده از راهبرد حدس و

آزمایش، تعداد دوچرخه‌ها و سه چرخه‌ها را می‌یابیم:

حدس		بررسی و آزمایش (تعداد چرخ‌ها)
دوچرخه	سه چرخه	
۱۵	۱۵	$(15 \times 2) + (15 \times 3) = 30 + 45 = 75$ ✗
۱۶	۱۴	$(16 \times 2) + (14 \times 3) = 32 + 42 = 74$ ✗
۱۷	۱۳	$(17 \times 2) + (13 \times 3) = 34 + 39 = 73$ ✓

پس تعداد دوچرخه‌ها  $17$  و تعداد سه چرخه‌ها  $13$  تا است و اختلاف تعداد

آن‌ها  $4$  تا است.

۱۰ ۳

مسافتی را که خودرو در دقیقه اول طی می‌کند با  $\square$  نشان می‌دهیم:

دقیقه	اول	دوم	سوم	چهارم
مسافت	$\square$	$\square + 500$	$\square + 1000$	$\square + 1500$

دقیقه	پنجم	ششم	هفتم
مسافت	$\square + 2000$	$\square + 2500$	$\square + 3000$

مسافتی که خودرو در  $7$  دقیقه اول طی می‌کند، برابر است با:

$$(\square) + (\square + 500) + (\square + 1000) + (\square + 1500) + (\square + 2000) + (\square + 2500) + (\square + 3000) = 7 \times \square + 10500$$

بنابراین:  $\square = 1000$   $\xrightarrow{\text{حدس و آزمایش}}$   $7 \times \square + 10500 = 17500$

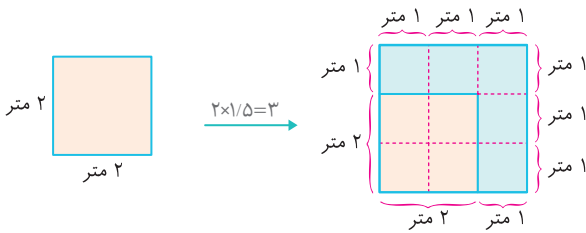
در نتیجه مسافتی که خودرو در دقیقه دوم و سوم طی می‌کند، برابر است با:

$$(\square + 500) + (\square + 1000)$$

$$= (1000 + 500) + (1000 + 1000) = 3500 \text{ متر}$$

۱۱

از راهبرد رسم شکل به صورت زیر استفاده می‌کنیم:



$$5 \times (1 \times 1) = 5 \text{ متر مربع}$$

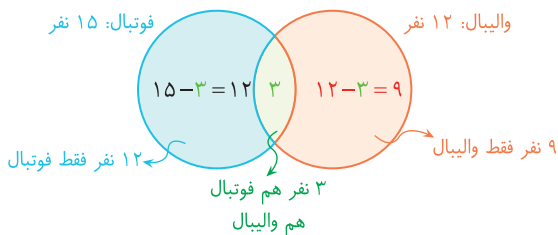
مساحت افزوده شده برابر است با:

۱۲

با رسم دو دایره مطابق شکل زیر، از راهبرد «رسم شکل» استفاده می‌کنیم.

$3$  نفر در قسمت مشترک دو دایره قرار می‌گیرند. در نتیجه بقیه افراد هر تیم

مشخص می‌شوند!



بنابراین  $12$  نفر فقط عضو تیم فوتبال هستند.

۱۳

باتوجه به شرایط مسئله علی در رتبه سوم و بابک در رتبه آخر قرار دارد،

پس شکل را به صورت مقابل در نظر می‌گیریم:



حالا سه خانه خالی داریم. تنها حالتی که همایون می‌تواند

$3$  رتبه بالاتر از رضا قرار بگیرد، حالتی است که همایون اول

و رضا چهارم باشد:

بنابراین صدرا فقط می‌تواند دوم باشد.



۱۷

**زیرمسئله ۱:** شکل از چند مربع کوچک یکسان تشکیل شده است؟  
با شمارش مربع‌ها، مشخص می‌شود که شکل از ۱۱ مربع یکسان تشکیل شده است.

**زیرمسئله ۲:** مساحت هر مربع کوچک چقدر است؟

$$99 \div 11 = 9 = \text{مساحت هر مربع کوچک}$$

**زیرمسئله ۳:** طول ضلع مربعی به مساحت ۹، چقدر است؟

$$9 = (\text{خودش}) \times (\text{طول ضلع}) = \text{مساحت مربع}$$

$$\xrightarrow{\text{حدس و آزمایش}} \text{طول ضلع} = 3$$

**زیرمسئله ۴:** محیط کل شکل، شامل چند پاره‌خط به طول ۳ است؟

با شمارش، مشخص می‌شود در اطراف شکل، مجموعاً ۲۴ پاره‌خط به طول ۳ وجود دارد.

**زیرمسئله ۵:** مجموع طول‌های ۲۴ پاره‌خط به طول ۳ (محیط کل شکل)

$$\text{چقدر است؟} \quad 24 \times 3 = 72 = \text{محیط کل شکل}$$

۱۸

تعداد لامپ‌ها را به صورت تقریبی، برابر ۸۰۰ عدد در نظر می‌گیریم. در این صورت:

$$3500 = \frac{7}{16} \times 8000 = \text{تعداد لامپ‌های آفتابی}$$

$$3500 \times 10,000 = \text{قیمت کل لامپ‌های آفتابی} \Rightarrow$$

$$= 35,000,000 \text{ تومان} = 35 \text{ میلیون تومان}$$

$$4500 = 8000 - 3500 = \text{تعداد لامپ‌های مهتابی}$$

$$\Rightarrow 4500 \times 15,000 = \text{قیمت کل لامپ‌های مهتابی}$$

$$= 67,500,000 \text{ تومان} = 67.5 \text{ میلیون تومان}$$

$$\Rightarrow 100 = 100 \times \frac{67.5}{35} = \text{میلیون تومان} = \text{قیمت کل لامپ‌ها}$$

۱۹

**زیرمسئله ۱:** قیمت هر خودکار، معادل قیمت چند روان‌نویس است؟

قیمت ۲۴ خودکار، معادل قیمت ۱۶ روان‌نویس است، پس:

$$\text{قیمت روان‌نویس} \times 16 = \text{قیمت خودکار} \times 24$$

$$\text{قیمت روان‌نویس} \times \frac{16}{3} = \frac{24}{24} \times \text{قیمت خودکار} \Rightarrow$$

$$\text{قیمت روان‌نویس} \times \frac{2}{3} = \text{قیمت خودکار} \Rightarrow$$

**زیرمسئله ۲:** اگر محسن ۱۹ خودکار بخرد، به اندازه خرید چند خودکار دیگر پول خواهد داشت؟

$$24 - 19 = 5$$

**زیرمسئله ۳:** پول خرید ۵ خودکار، معادل پول خرید چند روان‌نویس است؟

$$5 \times (\frac{2}{3}) = \text{قیمت روان‌نویس} \times 5 \Rightarrow$$

$$\text{قیمت روان‌نویس} \times \frac{1}{3} = 3 \times \frac{1}{3} = \text{قیمت روان‌نویس} \times \frac{1}{3} \Rightarrow$$

یعنی او با باقی‌مانده پولش می‌تواند حداکثر ۳ روان‌نویس بخرد. (و به اندازه  $\frac{1}{3}$ )

قیمت روان‌نویس، پول اضافه می‌آورد که حتی خودکار هم نمی‌شود با آن خرید.

۱۴

از راهبرد الگوسازی (تفکر نظام‌دار) استفاده می‌کنیم. باتوجه به اینکه مساحت مستطیل ۱۴۴ است، باید ببینیم در چه حالت‌هایی، حاصل ضرب دو عدد طبیعی ۱۴۴ می‌شود؛ سپس مشخص کنیم در هر حالت به چند متر حصار نیاز داریم:

عرض	طول	حداقل حصار مورد نیاز
۱	۱۴۴	$1 + 144 + 1 = 146$
۲	۷۲	$2 + 72 + 2 = 76$
۳	۴۸	$3 + 48 + 3 = 54$
۴	۳۶	$4 + 36 + 4 = 44$
۶	۲۴	$6 + 24 + 6 = 36$
۸	۱۸	$8 + 18 + 8 = 34$
۹	۱۶	$9 + 16 + 9 = 34$
۱۲	۱۲	$12 + 12 + 12 = 36$

حداقل به ۳۴ متر حصار نیاز داریم.

توجه کنید که طول حصار، نمی‌تواند صفر یا منفی باشد، پس فقط اعداد صحیح مثبت را بررسی کردیم که همان اعداد طبیعی هستند.

۱۵

ابتدا حالت‌های نامطلوبی را که به سادگی حذف می‌شوند، حذف می‌کنیم؛ سپس اگر عددی باقی ماند، آن را بررسی می‌کنیم.

اولاً حداکثر امتیازات با پنج تیر، می‌تواند  $5 \times 10 = 50$  باشد، پس ۵۲ حذف می‌شود. ثانیاً حداقل امتیازات (باتوجه به اینکه همه تیرها به هدف خوردند) می‌تواند  $5 \times 6 = 30$  باشد، پس ۲۸ نیز حذف می‌شود.

حالا تنها سه عدد ۴۲، ۴۷ و ۳۸ باقی می‌ماند. اما همه عددهای روی هدف، زوج هستند و مجموع آن‌ها نمی‌تواند فرد شود، پس ۴۷ نیز حذف می‌شود و فقط ۳۸ و ۴۲ می‌ماند. حال باید ببینیم آیا می‌توانیم این عددها را به صورت حاصل جمع ۵ عدد بنویسیم که هر کدامشان ۶، ۸ یا ۱۰ باشند، یا خیر:

$$38 = \underbrace{10 + 10}_{20} + \underbrace{6 + 6 + 6}_{18} \quad \checkmark \quad 42 = \underbrace{10 + 10}_{20} + \underbrace{8 + 8}_{18} + 6 \quad \checkmark$$

بنابراین تنها دو عدد ۳۸ و ۴۲ می‌توانند نشان‌دهنده مجموع امتیازهای این فرد باشند.

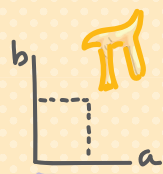
۱۶

از تفکر نظام‌دار به این صورت استفاده می‌کنیم که ابتدا فرض می‌کنیم مثلاً مریم نفر اول باشد:

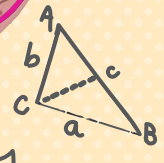
۶ حالت  $\Rightarrow$   $\left. \begin{array}{l} \text{مهری - مینا - مهسا - مریم} \\ \text{مینا - مهری - مهسا - مریم} \\ \text{مهری - مهسا - مینا - مریم} \\ \text{مهسا - مینا - مهری - مریم} \\ \text{مهسا - مینا - مهری - مریم} \\ \text{مینا - مهسا - مهری - مریم} \end{array} \right\} \text{نفر اول مریم باشد}$

به‌طور مشابه اگر مینا نفر اول باشد هم ۶ حالت داریم. همچنین اگر مهسا یا مهری نفر اول باشند نیز برای هر کدام ۶ حالت داریم. بنابراین:

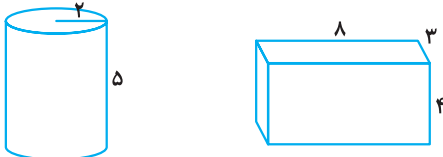
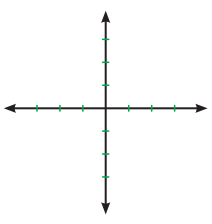
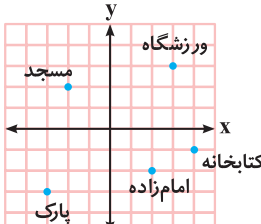
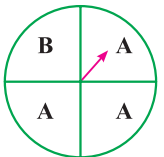
$$24 = 4 \times 6 = \text{تعداد کل حالت‌ها}$$



# آزمون پایان نوبت دوم ۱



بارم	مدت زمان: ۹۰ دقیقه	خرداد ماه (۱)	آزمون پایان نوبت دوم	ردیف
۱			<p>درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.</p> <p>الف) ک.م.م دو عدد متوالی برابر با حاصل ضرب آن دو عدد است. <input type="radio"/></p> <p>ب) اگر از بالا به یک استوانه نگاه کنیم یک دایره می بینیم. <input type="radio"/></p> <p>پ) حاصل عبارت <math>\sqrt{25-16}</math> برابر با یک است. <input type="radio"/></p> <p>ت) ب.م.م دو عدد اول برابر با عدد بزرگتر است. <input type="radio"/></p>	۱
۲			<p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که فقط دو شمارنده داشته باشد، عدد ..... نامیده می شود.</p> <p>ب) حاصل ضرب دو عدد منفی عددی با علامت ..... است.</p> <p>پ) از دوران مستطیل حول طول آن شکل ..... به وجود می آید.</p> <p>ت) مکمل زاویه ۱۵ درجه زاویه ..... است.</p>	۲
۲			<p>گزینه درست را مشخص کنید.</p> <p>الف) جمله <math>n</math>ام الگوی <math>1, 3, 5, 7, 9, \dots</math> کدام گزینه است؟</p> <p>۱) <math>2n</math>      ۲) <math>2n+1</math>      ۳) <math>2n-1</math>      ۴) گزینه های «۲» و «۳»</p> <p>ب) حاصل عبارت <math>4 - 4 \div 4 + 12 \div 3 - 2 \times 3 - 2</math> کدام است؟</p> <p>۱) صفر      ۲) ۵      ۳) -۵      ۴) ۱۵</p> <p>پ) کدام عدد، از بقیه بزرگتر است؟</p> <p>۱) -۶۵      ۲) -۶۶      ۳) -۶۷      ۴) -۶۸</p> <p>ت) تعداد رأس های یک منشور که تعداد ضلع های قاعده آن ۲۰ است، کدام است؟</p> <p>۱) ۲۰      ۲) ۴۰      ۳) ۶۰      ۴) ۸۰</p>	۳
۱/۵			<p>به پرسش های زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) مقدار عبارت <math>3x - 2</math> را به ازای <math>x = -4</math> به دست آورید.</p> <p>ب) معادله مقابل را حل کنید.</p> <p>پ) از سه برابر عددی دو واحد کم کرده ایم حاصل برابر هفت شده است. با تشکیل معادله، آن عدد را به دست آورید.</p> <p><math>3x - 2 = x + 8</math></p>	۴
۱/۵			<p>الف) جاهای خالی را پر کنید.</p> <p><math>\left. \begin{array}{l} \overline{AB} &lt; \overline{AC} \\ \overline{AC} &lt; \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \dots &lt; \dots</math></p> <p><math>\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{AC} \\ \overline{AC} &lt; \overline{DE} \end{array} \right\} \Rightarrow \dots &lt; \dots</math></p> <p>ب) اگر بر روی یک خط سه نقطه قرار دهیم، چند پاره خط ایجاد می شود؟</p>	۵
۰/۵			<p>با نوشتن شمارنده ها ب.م.م دو عدد مقابل را به دست آورید.</p> <p><math>(24, 18) = ?</math></p>	۶

بارم	مدت زمان: ۹۰ دقیقه	خرداد ماه (۱)	آزمون پایان نوبت دوم	ردیف									
۲/۵		<p>باتوجه به دو شکل زیر، حجم استوانه و مساحت جانبی مکعب مستطیل را به دست آورید. (نوشتن فرمول حجم و مساحت جانبی الزامی است.) (<math>\pi = 3</math>)</p> 	۷										
۱		<p>حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) <math>\sqrt{64} = ?</math>      ب) <math>\sqrt{\frac{9}{16}} = ?</math></p>	۸										
۱/۵		<p>حاصل عبارت‌های زیر را به صورت عدد توان دار بنویسید.</p> <p><math>7^3 \times 7^2 \times 9^5 = ?</math>      <math>7^8 \div 7^5 = ?</math></p>	۹										
۲		<p>در دستگاه مختصات مقابل:</p> <p>الف) نقطه <math>A = \begin{bmatrix} +3 \\ -2 \end{bmatrix}</math> را در دستگاه مشخص کنید.</p> <p>ب) این نقطه را با بردار <math>\vec{AB} = \begin{bmatrix} -6 \\ +4 \end{bmatrix}</math> به نقطه B انتقال دهید.</p> <p>پ) مختصات نقطه B را بنویسید.</p> 	۱۰										
۱/۵		<p>باتوجه به تصویر مقابل، به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:</p> <p>الف) مختصات چه بنایی <math>\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}</math> است؟</p> <p>ب) مختصات مسجد چیست؟</p> <p>پ) مدرسه در نقطه <math>\begin{bmatrix} -5 \\ 4 \end{bmatrix}</math> واقع است. جای آن را در دستگاه مختصات مشخص کنید.</p> <p>ت) پارک در کدام نقطه واقع است؟ (مختصات پارک)</p> 	۱۱										
۱/۵		<p>باتوجه به چرخنده مقابل، به سؤالات زیر پاسخ دهید:</p> <p>الف) احتمال قرار گرفتن عقربه روی A و احتمال قرار گرفتن عقربه روی B را به دست آورید.</p> <p>ب) اگر چرخنده را ۱۰۰ بار بچرخانیم انتظار دارید چند بار عقربه روی حرف A بایستد.</p> 	۱۲										
۱/۵		<p>اگر هر ● نشان دهنده ۱۰۰۰۰ تن گندم باشد، نمودار تصویری مربوط به جدول داده‌های مقابل را رسم کنید.</p> <table border="1" data-bbox="243 1814 617 2060"> <thead> <tr> <th>نام استان</th> <th>میزان تولید گندم</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>فارس</td> <td>۵۰۰۰۰</td> </tr> <tr> <td>اصفهان</td> <td>۴۰۰۰۰</td> </tr> <tr> <td>یزد</td> <td>۲۰۰۰۰</td> </tr> <tr> <td>اردبیل</td> <td>۲۵۰۰۰</td> </tr> </tbody> </table>	نام استان	میزان تولید گندم	فارس	۵۰۰۰۰	اصفهان	۴۰۰۰۰	یزد	۲۰۰۰۰	اردبیل	۲۵۰۰۰	۱۳
نام استان	میزان تولید گندم												
فارس	۵۰۰۰۰												
اصفهان	۴۰۰۰۰												
یزد	۲۰۰۰۰												
اردبیل	۲۵۰۰۰												