

فهرست

FILM	پاسخ	درسنامه و سوالات
81 min	۵۸	۶ تا ۲۲
254 min	۶۵	۲۳ تا ۴۴
35 min	۷۴	۴۵ تا ۵۵

فصل اول: آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

فصل دوم: تابع

فصل سوم: آمار

نمونه سؤال امتحانی



بارم‌بندی درس ریاضی و آمار ۲		
نوبت دوم	نوبت اول	شماره فصل
۵	۱۳	اول
۸	۷	تا صفحه ۴۴
	-	صفحه ۴۵ به بعد
۷	-	سوم

آزمون ۱ (فصل اول) ۸۲

آزمون ۲ (فصل دوم) ۸۳

آزمون ۳ (فصل سوم) ۸۳

آزمون ۴ (نوبت اول) ۸۴

آزمون ۵ (نوبت اول) ۸۵

آزمون ۶ (نوبت دوم) ۸۷

آزمون ۷ (نوبت دوم) ۸۸

آزمون ۸ (نوبت دوم) ۸۹

پاسخ‌نامه تشریحی آزمون ۱ تا ۸ ۹۱

1

بخش



درستامه

و سوالات تشریحی

فصل اول

آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

فصل اول ریاضی و آمار ۲، در امتحان نوبت اول، ۱۳ نمره و در نوبت دوم ۵ نمره و در شهریور ۶/۵ نمره دارد. در این فصل مباحثی چون منطق ریاضی، ترکیب گزاره‌ها، ترکیب شرطی و دو شرطی و استدلال‌های ریاضی مطرح شده است.



برای استفاده از فیلم‌های آموزشی شب امتحان هر بسته QR-code های مقابل را اسکن کنید.

فیلم
شب
امتحان

منطق ریاضی و گزاره‌ها

صفحه ۲ تا ۴ کتاب درسی

بسته اول



منطق ریاضی و گزاره‌ها

تعریف منطق ریاضی: از نظر دانشمندان علم منطق، منطق در واقع مجموعه‌ای از روش‌ها و قانون‌های درست فکر کردن و درست استدلال کردن می‌باشد و اولین دانشمند این علم، ارسطو بوده است. منطق ریاضی، شاخه‌ای از علم منطق است که به کمک یک سری از قانون‌ها و نمادها روش درست استدلال کردن در علم ریاضی را نشان می‌دهد؛ ضمناً به کمک منطق ریاضی، ارزش گزاره‌ها را نیز تعیین می‌کنیم.

تعریف گزاره: گزاره جمله‌ای خبری است که ارزش آن، می‌تواند درست یا نادرست باشد. مثلاً جمله «۳ عددی اول است.» یک گزاره با ارزش درست است؛ چون می‌دانیم عدد ۳ اول است. توجه کنید که گزاره، لزوماً جمله‌ای فارسی نیست بلکه می‌تواند با نمادهای ریاضی بیان شود مانند: $\sqrt{3} < \sqrt{2}$ یا $-4 \in \mathbb{Z}$.
تذکر مهم جملات امری مانند «از عدد ۷۳ جذر بگیر.»، جملات پرسشی مثل «آیا عدد ۲ اول است؟» و جملات عاطفی مثل «چه دانشمند بزرگی!»، گزاره محسوب نمی‌شوند؛ ضمناً جملات خبری که نتوانیم اصلاً درستی یا نادرستی آن‌ها را بررسی کنیم هم، گزاره نیستند مانند جمله خبری «۱۰۰۰ عدد بزرگی است.» چون قانونی برای بزرگ یا کوچک بودن اعداد در ریاضی نداریم و امری سلیقه‌ای است.

سؤال مشخص کنید کدام یک از قسمت‌های زیر، گزاره هستند؟ سپس ارزش هر گزاره را تعیین کنید.

- ۱ عدد $3/56$ عددی گنگ نیست.
- ۲ خودروهای فرانسوی زیباتر از خودروهای آمریکایی هستند.
- ۳ آیا 120 بر ۳ بخش پذیر است؟
- ۴ عدد $(-5)^{2n}$ عددی منفی است. ($n \in \mathbb{N}$)
- ۵ $5 + 2^3 > 4^2 - 3$
- ۶ کوچک‌ترین عدد طبیعی ۳ رقمی که مربع کامل باشد، عدد ۱۰۰ است.

پاسخ ۱ گزاره است و ارزش آن درست است.

۲ گزاره نیست چون یک موضوع سلیقه‌ای است.

۳ گزاره نیست چون جمله پرسشی است.

۴ گزاره است و ارزش آن نادرست است، چون به جای n هر عدد طبیعی که قرار دهیم حاصل $(-5)^{2n}$ عددی مثبت می‌شود.

۵ گزاره است و ارزش آن نادرست است، زیرا $5 + 2^3 = 13$ و $4^2 - 3 = 13$ پس گزاره $13 > 13$ نادرست است.

۶ گزاره است و ارزش آن درست است، چون ۱۰۰ مربع کامل است و ضمناً کوچک‌ترین عدد ۳ رقمی و طبیعی است که مربع کامل است

جبر گزاره‌ها (حساب گزاره‌ها)

معمولاً گزاره‌ها را با یکی از حروف لاتین کوچک مثل p, q, r, s و ... نمایش می‌دهند. به کمک جبر گزاره‌ها می‌توانیم گزاره‌های مرکبی بسازیم که از دو یا چند گزاره ساده تشکیل شده‌اند و سپس ارزش این گزاره‌های مرکب را نیز تعیین می‌کنیم. برای تعیین ارزش یک گزاره مرکب، باید نحوه قرار دادن گزاره‌های ساده تشکیل دهنده آن را در جدول ارزش‌گذاری بلد باشیم. به جدول‌های زیر دقت کنید:

در جدول‌های زیر، ارزش درست یک گزاره را با «د» و ارزش نادرست را با «ن» نمایش داده‌ایم. (البته به پای «د» می‌توانیم از T و به پای «ن» می‌توانیم از F استفاده کنیم)

p
د
ن

تعداد گزاره‌ها = ۱

تعداد ردیف‌های جدول = ۲

p	q
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

تعداد گزاره‌ها = ۲

تعداد ردیف‌های جدول = ۴ = ۲^۲

p	q	r
د	د	د
د	د	ن
د	ن	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	د	ن
ن	ن	د
ن	ن	ن

تعداد گزاره‌ها = ۳

تعداد ردیف‌های جدول = ۸ = ۲^۳

تذکر: در جدول‌های بالا، به هر یک از ردیف‌های جدول، یک حالت ارزشی هم گفته می‌شود.

از جدول‌های قبل نتیجه می‌گیریم که در حالت کلی اگر n گزاره داشته باشیم تعداد ردیف‌های برابر ۲^n خواهد بود. مثلاً اگر ۵ گزاره داشته باشیم، در جدول ارزش‌گذاری آن‌ها به تعداد $۳۲ = ۲^۵$ ردیف وجود خواهد داشت.

سؤال یک جدول ارزش‌گذاری دارای ۶۴ ردیف می‌باشد. در این جدول، چند گزاره ساده وجود دارد؟

پاسخ اگر n تعداد گزاره‌های ساده باشد خواهیم داشت:

$$۶۴ = ۲^n \Rightarrow ۲^۶ = ۲^n \Rightarrow n = ۶$$

۶۴ را تجزیه می‌کنیم $\Rightarrow ۲^n = ۶۴ \Rightarrow ۲^n = ۲^۶$ تعداد ردیف‌ها

نقیض یک گزاره

نقیض گزاره‌ای مثل p ، گزاره‌ای است که ارزش آن، دقیقاً مخالف ارزش p باشد. نقیض p را با نماد $\sim p$ نمایش می‌دهیم. برای ساختن نقیض گزاره‌های فارسی، کافی است فعل جمله را نفی کنیم؛ یعنی مثلاً اگر فعل جمله «است» بود به «نیست» تبدیل می‌شود یا اگر فعل جمله «نیست» بود به «است» تبدیل خواهد شد. روش دیگر این است که عبارت «چنین نیست که» را به ابتدای گزاره اضافه کنیم.

سؤال نقیض گزاره «۱۲ بر ۳ بخش پذیر است» را بنویسید.

پاسخ نقیض این گزاره را به دو حالت می‌توان نوشت:

حالت اول ۱۲ بر ۳ بخش پذیر نیست.

حالت دوم چنین نیست که ۱۲ بر ۳ بخش پذیر باشد.

تذکر مهم اگر گزاره داده شده، شامل یک نماد ریاضی باشد، برای نقیض کردن آن به شکل زیر عمل می‌کنیم:

- ۱ نمادهای $<$ و \geq نقیض هم هستند. **مثال** گزاره‌های $x < y$ و $x \geq y$ نقیض هم هستند.
- ۲ نمادهای $>$ و \leq نقیض هم هستند. **مثال** گزاره‌های $۵ > ۷$ و $۵ \leq ۷$ نقیض هم هستند.
- ۳ نمادهای $=$ و \neq نقیض هم هستند. **مثال** گزاره‌های $۱ = (-۱)^۳$ و $۱ \neq (-۱)^۳$ نقیض هم هستند.
- ۴ نمادهای \in و \notin نقیض هم هستند. **مثال** گزاره‌های $۲ \in \mathbb{N}$ و $۲ \notin \mathbb{N}$ نقیض هم هستند.
- ۵ نمادهای \subseteq و $\not\subseteq$ نقیض هم هستند. **مثال** گزاره‌های $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{R}$ و $\mathbb{N} \not\subseteq \mathbb{R}$ نقیض هم هستند.

سؤال

نقیض عبارات و گزاره‌های زیر را نوشته و سپس ارزش هر گزاره و ارزش نقیضش را مشخص کنید.

- ۱) ۳۳ عددی مربع کامل است.
 ۲) $3^0 + 2^1 + 3^2 \neq 4^2$
 ۳) هر عدد صحیح x ، منفی است.
 ۴) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{N}$

پاسخ

۱) ۳۳ عددی مربع کامل است. (نادرست) ← نقیض ← ۳۳ عددی مربع کامل نیست. (درست)
 ۲) می‌دانیم که $3^0 = 1$, $3^2 = 9$, $4^2 = 16$ ، در نتیجه $3^0 + 2^1 + 3^2 = 1 + 2 + 9 = 12 \neq 16$ ، گزاره $3^0 + 2^1 + 3^2 \neq 4^2$ گزاره $3^0 + 2^1 + 3^2 = 4^2$ درست است.
 ۳) هر عدد صحیح x ، منفی است. (نادرست) ← نقیض ← چنین نیست که هر عدد صحیح x ، منفی باشد. (درست)
تذکر مهم اگر کسی بگوید نقیض جمله «هر عدد صحیح x منفی است.» می‌شود «هر عدد صحیح x مثبت است.» اشتباه کرده؛ چون اگر x منفی نباشد ممکن است صفر یا مثبت باشد پس نمی‌توانیم بگوییم حتماً مثبت است.
 ۴) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{N}$ (درست) ← نقیض → $\mathbb{Z} \not\subseteq \mathbb{N}$ (نادرست)

جدول نقیض

p	~p
د	ن
ن	د

اگر گزاره‌ای دلخواه و $\sim p$ نقیض آن باشد، آن‌گاه جدول مربوط به این دو گزاره به شکل مقابل است:

دو گزاره هم‌ارز: دو گزاره p و q را در صورتی هم‌ارز می‌گوییم که ارزش یکسان داشته باشند (هم‌ارزش باشند) یعنی هر دو «درست» یا هر دو «نادرست» باشند. نماد هم‌ارزی به شکل \equiv می‌باشد، پس هم‌ارزی p و q را به صورت $p \equiv q$ نشان می‌دهیم. مثلاً گزاره‌های «همه اعداد منفی، از صفر کوچک‌ترند.» و «۲۵ مربع کامل است.» هم‌ارزند، چون هر دو ارزش درست دارند.

سؤال

هم‌ارزی‌های زیر را مانند نمونه حل شده، کامل کنید.

نمونه: $\sim(3 \in \mathbb{N}) \equiv (3 \notin \mathbb{N})$

- ۱) $\sim(\frac{1}{4} < \frac{1}{3}) \equiv ?$
 ۲) $\sim(\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}) \equiv ?$
 ۳) $\sim(W \subseteq Q) \equiv ?$

پاسخ

- ۱) $\sim(\frac{1}{4} < \frac{1}{3}) \equiv (\frac{1}{4} \geq \frac{1}{3})$
 ۲) $\sim(\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}) \equiv (\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5})$
 ۳) $\sim(W \subseteq Q) \equiv (W \not\subseteq Q)$

تذکر اگر از یک گزاره، دو بار نقیض بگیریم، خود آن گزاره به دست می‌آید؛ یعنی: $\sim(\sim p) \equiv p$

مثال $\sim[\sim(3 \in \mathbb{N})] \equiv (3 \in \mathbb{N})$

مثال $\sim[\sim(\Delta > 3)] \equiv (\Delta > 3)$

بسته
۱

پرسش‌های تشریحی

منطق ریاضی و گزاره‌ها

(کتاب درسی)

۱. جدول زیر را کامل کنید.

گزاره p	ارزش p	گزاره ~p	ارزش ~p
$25 \times 2^8 = 2^{12}$			
		$+120 \geq -1200$	
میانگین داده‌های ۱، ۲، ۳، ۴ عدد $\frac{2}{5}$ است.		مربع هر عدد طبیعی دلخواه، از خود آن عدد، کوچک‌تر است.	
معادله $x^2 - 3x - 5 = 0$ دو ریشه حقیقی متمایز دارد.			
		$2^2 \times (\frac{3}{5})^0 = 0$	

۴
بخش



پاسخنامه

۱۵ | گزاره درست است؛ چون هر خط عمودی دلخواه، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.

۱۶ | (۲۴ عددی مرکب نیست) \equiv (۲۴ عددی مرکب است). \sim

۱۷ | $\sim(\sqrt{25+9} \neq 5+3) \equiv (\sqrt{25+9} = 5+3)$

۱۸ | $\sim(-12 \leq -8) \equiv (-12 > -8)$

۱۹ | $\sim(\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}) \equiv (\sqrt{3} \in \mathbb{Q})$

۲۰ | $\sim[\sim(2^4 \leq 4^2)] \equiv (2^4 \leq 4^2)$

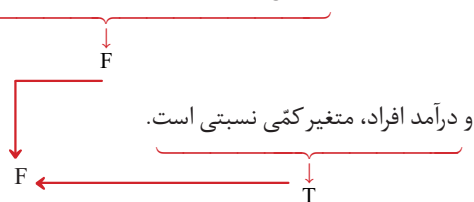
۲۱ | $2^n = 2^7 = 128 =$ تعداد ردیف‌های جدول

۲۲ | اگر n تعداد گزاره‌ها باشد، خواهیم داشت:

۵۱۲ را تجزیه می‌کنیم $\rightarrow 512 = 2^n \Rightarrow 2^9 = 512$ تعداد ردیف‌های جدول

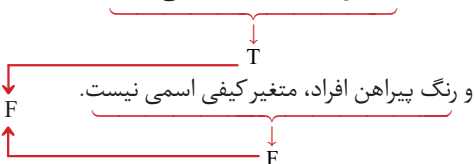
$2^9 = 2^n \Rightarrow n = 9$

۲۳ | ردیف ۱: در تابع $f(x) = x^2 - 5x$ متغیر مستقل $f(x)$ است



توجه کنید که در تابع ذکر شده، x متغیر مستقل و $f(x)$ متغیر وابسته است.

ردیف ۲: حاصل $(-5)^4$ عددی منفی نیست



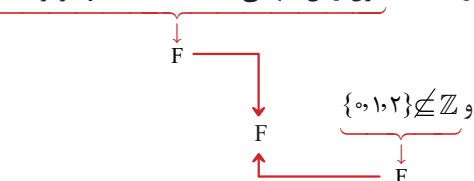
ردیف ۳: ۱۸ مضرب ۹ است و ۲ عددی فرد است.



ردیف ۴: ۲ عددی اول است و شیب هر خط عمودی، تعریف نشده است.



ردیف ۵: طول رأس سهمی $y = x^2 - 4x + 1$ برابر -2 است



گزاره p	ارزش p	گزاره $\sim p$	ارزش $\sim p$
$2^5 \times 2^8 = 2^{12}$	د چون $2^5 \times 2^8 = 2^{13}$	$2^5 \times 2^8 \neq 2^{12}$	د
$120 < -1200$	ن	$120 \geq -1200$	د
میانۀ داده‌های ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰ عدد ۲/۵ است.	د	میانۀ داده‌های ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰ عدد ۲/۵ نیست.	ن
مربع هر عدد طبیعی دلخواه، از خود آن عدد کوچک‌تر نیست.	د	مربع هر عدد طبیعی دلخواه، از خود آن عدد کوچک‌تر است.	ن
معادله $x^2 - 3x - 5 = 0$ دو ریشه حقیقی متمایز دارد.	د چون دلتای معادله مثبت است.	معادله $x^2 - 3x - 5 = 0$ دو ریشه حقیقی متمایز ندارد.	ن
$2^2 \times (\frac{3}{5})^2 \neq 0$	د دقت کنید که $(\frac{3}{5})^2$ برابر ۱ می‌شود	$2^2 \times (\frac{3}{5})^2 = 0$	ن

۲ | گزاره است و ارزش نادرست دارد؛ چون x زیر رادیکال است و لذا عبارت مذکور، گویا محسوب نمی‌شود.

۳ | گزاره نیست چون مقدار x را نمی‌دانیم پس نمی‌توانیم ارزش جمله داده شده را تعیین کنیم.

۴ | گزاره نیست (جمله پرسشی است).

۵ | گزاره درست است؛ زیرا می‌دانیم دامنه تابع، شامل عضوهای اول زوج مرتب‌ها می‌باشد.

۶ | گزاره نادرست است کوچک‌ترین عدد اول طبیعی، عدد ۲ است نه ۱.

۷ | گزاره درست است (نسبت تعداد دندان‌های خراب هر دو نفر، نامعنی است).

۸ | گزاره درست است (عضوهای اول زوج مرتب‌ها متفاوت‌اند، پس f تابع است).

۹ | گزاره نادرست است؛ چون اگر n زوج باشد حاصل $(-2)^n$ عددی مثبت می‌شود. مثلاً $(-2)^2 = +4$

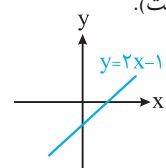
۱۰ | گزاره نیست (جمله امری است).

۱۱ | گزاره نیست (جمله خبری است، ولی قابل ارزش‌گذاری نیست).

۱۲ | گزاره نادرست است؛ زیرا می‌دانیم که $-\frac{1}{2} < -\frac{3}{5}$ است.

۱۳ | گزاره درست است (اتحاد مربع دو جمله‌ای است).

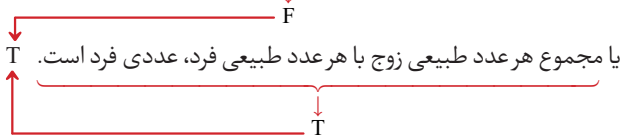
۱۴ | گزاره نادرست است؛ زیرا نمودار این خط از نواحی اول، سوم و چهارم می‌گذرد؛ پس فقط از ناحیه دوم نمی‌گذرد. (مطابق شکل)



ردیف ۷: تجزیه شده عبارت $4x^2 - 4x + 1$ به صورت $(2x - 1)^2$ است



ردیف ۸: معکوس هر عدد حقیقی مثبت، کوچک‌تر از خود آن عدد است



دقت کنید که معکوس عدد $\frac{1}{5}$ می‌شود ۵ که از خود $\frac{1}{5}$ بزرگ‌تر است، پس گزاره اول نادرست است.

۲۵ | هم‌ارزی داده شده، درست است.

p	~p	p ∧ ~p
د	ن	ن
ن	د	ن

۲۶ | هم‌ارزی داده شده، نادرست است.

p	~p	p ∨ ~p
د	ن	د
ن	د	د

۲۷ | سمت راست هم‌ارزی سمت چپ هم‌ارزی

p	q	~p	~q	p ∨ q	~(p ∨ q)	~p ∧ ~q
د	د	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	د	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	د	د

پس هم‌ارزی داده شده درست است. ضمناً به این هم‌ارزی، قانون دمورگان می‌گوییم.

۲۸ | سمت راست هم‌ارزی سمت چپ هم‌ارزی

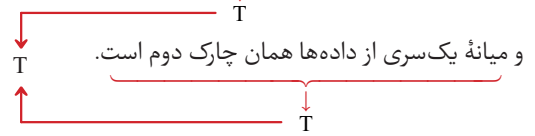
p	q	~p	~q	p ∧ q	~(p ∧ q)	~p ∨ ~q
د	د	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	د	د
ن	د	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	د	ن	د	د

پس هم‌ارزی داده شده درست است. به این هم‌ارزی هم، دمورگان می‌گوییم.

یادآوری | طول رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ برابر با $x = \frac{-b}{2a}$ است.

بنابراین داریم: $x = \frac{-(-4)}{2(1)} = 2$

ردیف ۶: مقسوم‌علیه‌های طبیعی ۱۰ عبارتند از ۱، ۲، ۵، ۱۰



ردیف ۷: $(\sqrt{1000-25=100-5}) \wedge ((\frac{2}{3})^{-4} \neq (\frac{3}{2})^4)$

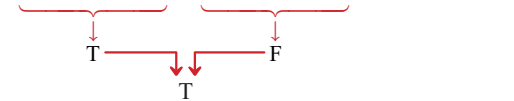


و مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است.

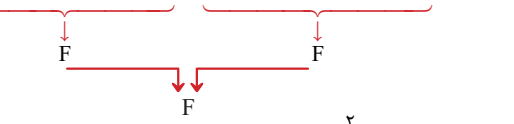
```

    graph TD
      A[و مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است.] -- F --> B[۲ عددی فرد است.]
      A -- T --> C[مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است.]
      B -- T --> D[۲ عددی فرد است.]
      B -- F --> C
      C -- T --> A
      C -- F --> E[مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است.]
  
```

۲۴ | ردیف ۱: عدد ۲۳ زوج است یا ۲۳ عدد اول است.



ردیف ۲: عدد ۵۸ بر ۳ بخش پذیر است یا عدد ۵۸ بر ۵ بخش پذیر است.



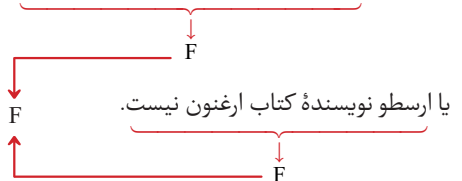
ردیف ۳: کسر $\frac{x^2}{|x|-1}$ گویا است یا ۸۰ عددی مرکب است.



ردیف ۴: $(\sqrt{3} \in \mathbb{Z}) \vee ((-2)^4 \geq (-4)^2)$

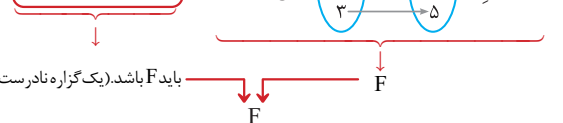


ردیف ۵: اندازه‌ی قد افراد، متغیر کمی فاصله‌ای است



ردیف ۶:

نمودار ون: تابع نیست یا ۲ عددی فرد است.



۳۳

p	q	r	$q \wedge r$	$p \wedge q$	$p \wedge (q \wedge r)$	$(p \wedge q) \wedge r$
د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	ن	ن	ن
ن	د	ن	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن

هم‌ارزی داده‌شده، درست است.

۳۴

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
د	د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	ن	د	ن	ن
ن	د	ن	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن

هم‌ارزی داده‌شده، درست است.

۳۵

p	q	r	$q \wedge r$	$p \vee q$	$p \vee r$	$p \vee (q \wedge r)$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
د	د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	ن	د	د	د	د
د	ن	د	ن	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	د	د	د
ن	د	د	د	د	د	د	د
ن	د	ن	ن	د	ن	ن	ن
ن	ن	د	ن	ن	د	ن	ن
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن

هم‌ارزی داده‌شده، درست است.

۳۶

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$	$p \wedge (\sim p \wedge \sim q)$
د	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د	ن

پس هم‌ارزی داده‌شده، درست است.

۲۹

p	q	$p \vee q$	$p \wedge (p \vee q)$
د	د	د	د
د	ن	د	د
ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن

این دو ستون، یکسان هستند پس هم‌ارزی داده‌شده، درست است.

۳۰

سمت راست هم‌ارزی
سمت چپ هم‌ارزی

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$	$p \vee (\sim p \wedge q)$	$p \vee q$
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	ن	ن	د	د
ن	د	د	د	د	د
ن	ن	د	ن	ن	ن

هم‌ارزی داده‌شده، درست است.

۳۱

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$	$p \wedge (\sim p \vee q)$	$p \wedge q$
د	د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	ن

هم‌ارزی داده‌شده، درست است.

۳۲

p	q	r	$q \vee r$	$p \vee q$	$p \vee (q \vee r)$	$(p \vee q) \vee r$
د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د	د	د
د	ن	د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	د	د
ن	د	د	د	د	د	د
ن	د	ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	ن	د	د
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن

هم‌ارزی داده‌شده، درست است.

3

بخش سوم

نمونه سؤال امتحانی





ساعت شروع: ۸ صبح

آزمون فصل اول

آزمون ۱

ردیف	سؤالات امتحانی	نمره
۱	<p>کدام یک از جملات و عبارات زیر، گزاره محسوب می‌شوند؟ ارزش آن‌ها را تعیین کنید.</p> <p>(آ) حکیم عمر خیام، بزرگ‌ترین ریاضیدان جهان بوده است. (ب) واریانس داده‌های ۸، ۸، ۸ برابر است.</p> <p>(پ) معادله $x^2 - 2x - 3 = 0$ دارای دو ریشه متمایز است. (ت) نمودار</p> <div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid blue; border-radius: 50%; padding: 5px; margin-right: 10px;"> <p style="margin: 0;">A</p> <p style="margin: 0;">۱</p> <p style="margin: 0;">۲</p> <p style="margin: 0;">۳</p> </div> <div style="margin: 0 10px;"> <p style="margin: 0;">f</p> <p style="margin: 0;">→</p> </div> <div style="border: 1px solid blue; border-radius: 50%; padding: 5px; margin-left: 10px;"> <p style="margin: 0;">B</p> <p style="margin: 0;">۴</p> <p style="margin: 0;">۵</p> <p style="margin: 0;">۶</p> </div> </div> <p>(ت) نمودار تابع است.</p>	۴
۲	<p>با استفاده از جدول ارزش‌ها، درستی یا نادرستی هم‌ارزی‌های زیر را بررسی کنید.</p> <p>(آ) $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$ (ب) $[(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)] \equiv F$</p>	۲
۳	<p>ارزش گزاره‌های مرکب زیر را تعیین کنید.</p> <p>(آ) اگر ۱۹ اول است، آن‌گاه $\sqrt{9}$ مربع کامل است. (ب) اگر دو عدد فرد باشند، آن‌گاه مجموع آن‌ها زوج است و برعکس.</p> <p>(پ) اگر عدد ۳ اول و عدد ۹ زوج باشد، آن‌گاه ۳ مربع کامل است. (ت) اگر ۴ عددی زوج یا منفی باشد، آن‌گاه عدد ۷ اول است.</p>	۲
۴	<p>اگر ارزش $p \wedge q$ درست و ارزش $r \Leftrightarrow q$ نادرست باشد، ارزش گزاره $\sim(p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim r$ را بدون رسم جدول تعیین کنید.</p>	۱
۵	<p>گزاره‌های فارسی زیر را به نمادهای ریاضی تبدیل کنید.</p> <p>(آ) ربع عددی طبیعی برابر است با سه برابر مکعب آن عدد، به علاوه پنج.</p> <p>(ب) معکوس مجموع دو عدد حقیقی، بزرگ‌تر از مجموع معکوس‌های تک‌تک آن اعداد است.</p>	۲
۶	<p>به کمک استدلال عکس نقیض، ثابت کنید که «اگر $n^2 + 4n$ زوج باشد، آن‌گاه n زوج است.» (n عددی طبیعی است)</p>	۱
۷	<p>نام استدلال زیر چیست؟ درستی یا نادرستی روش و نتیجه آن را تعیین کنید.</p> <p>مقدمه ۱: اگر یک مثلث قائم‌الزاویه باشد، آن‌گاه میانه وارد بر وتر آن، نصف وتر است.</p> <p>مقدمه ۲: مثلث ABC قائم‌الزاویه است ($\hat{A} = 90^\circ$).</p> <p>∴ میانه وارد بر ضلع BC، نصف BC است.</p>	۲
۸	<p>نام استدلال زیر چیست؟ جای خالی را پر کنید. آیا روش آن درست است؟ نتیجه آن چگونه؟</p> <p>۱ مقدمه: $x = y \Rightarrow x = y$</p> <p>۲ مقدمه: $a = b$</p> <p>∴ <input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/></p>	۲
۹	<p>جای خالی را پر کنید. سپس بگویید روش و نتیجه این استدلال درست است یا خیر؟</p> <p>۱ مقدمه: $x > y \Rightarrow x^{13} > y^{13}$</p> <p>۲ مقدمه: $-10 > -20$</p> <p>∴ <input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/></p>	۲
۱۰	<p>در کدام قسمت از محاسبات، اشتباه رخ داده است؟ (هدف یافتن y است.)</p> $3x = \frac{x - 2y}{t + y} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 3xt + 3xy = x - 2y \xrightarrow{\text{بردن } y \text{ ها کنار هم}} 3xy + 2y = x - 3xt \xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} y(3x + 2) = x(1 - 3t)$ $\xrightarrow{\text{تقسیم دو طرف بر } (3x+2)} y = \frac{x(1 - 3t)}{3x + 2}$	۲
۲۰	<p>★ موفق و مؤید باشید. ★</p>	