کار نیروی وزن

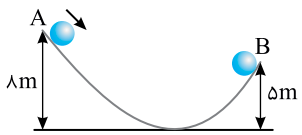
۱۰- شخصی به جرم $۱۰kg$ از پلکان ساختمانی به اندازه‌ی ۵۰ متر بالا می‌رود و دوباره به محل اولیه برمی‌گردد. کار نیروی وزن این شخص چقدر است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$

۱) صفر ۲) $۳۰۰۰J$ ۳) $۶۰۰۰J$ ۴) $۱۵۰۰۰J$

۱۱- در شکل زیر جسمی روی سطح شیب‌دار از نقطه‌ی A به سمت پایین پرتاب می‌شود و به B می‌رسد. کار نیروی وزن در این جابه‌جایی چگونه است؟

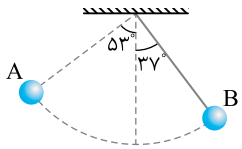
۱) اگر تندی ثابت باشد، صفر می‌شود.
۲) مقدار ثابتی است و به نوع حرکت بستگی ندارد.
۳) همواره منفی است.
۴) اگر اصطکاک ناچیز باشد، بیشینه است.

۱۲- گلوله‌ای به جرم $۴۰۰g$ از نقطه‌ی A به حرکت در می‌آید و به نقطه‌ی B می‌رسد. کار نیروی وزن گلوله در این جابه‌جایی چند ژول است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$



۱) -۵۲ ۲) ۵۲
۳) -۱۲ ۴) ۱۲

۱۳- آونگی به طول ۲ متر از نقطه‌ی A تا B حرکت می‌کند. اگر جرم گلوله‌ی آونگ ۵۰۰ گرم باشد. کار نیروی وزن در این جابه‌جایی چند ژول است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$



۱) ۲ ۲) -۲
۳) ۴ ۴) -۴

۱۴- نیروی $F=۵x$ به جسمی به جرم $۲kg$ اثر کرده و آن‌را روی محور x ها از $x=۲m$ به $x=۵m$ جابه‌جا می‌کند. کار این نیرو طی این جابه‌جایی چند ژول است؟

۱) ۲۲/۵ ۲) ۱۵ ۳) ۴۵ ۴) ۵۲/۵

۱۵- شخصی به جرم $۶۰kg$ در آسانسوری که با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ از حال سکون رو به بالا به راه می‌افتد قرار دارد. کار نیروی خالص و کار نیروی عمودی سطح به ترتیب از راست به چپ، پس از ۵ متر جابه‌جایی چند ژول است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۸۰۰ ، ۱۸۰۰ ۲) ۶۰۰ ، ۳۶۰۰ ۳) ۶۰۰ ، صفر ۴) ۸۰۰ ، صفر

قضیه‌ی کار و انرژی جنبشی

۱۶- وزنه‌ی ۴۰۰ گرمی‌تحت تأثیر نیروی ثابت ۲ نیوتونی از حال سکون به حرکت درمی‌آید. پس از چند ثانیه انرژی جنبشی این وزنه به ۸۰ ژول می‌رسد؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۸

۱۷- دو جسم به جرم‌های ۲ و ۳ کیلوگرم، از حال سکون تحت اثر نیروهای مساوی به حرکت درمی‌آیند. در لحظه‌ای که انرژی جنبشی جسم سبک‌تر ۳۶ ژول است، انرژی جنبشی جسم سنگین‌تر چند ژول است؟

۱) ۴۸ ۲) ۱۸ ۳) ۲۴ ۴) ۵۴

۱۸- جسمی به جرم $۱۰kg$ تحت تأثیر نیروی ثابت F، از حال سکون به حرکت در می‌آید و پس از $۱۰s$ انرژی جنبشی‌اش به ۸۰ ژول می‌رسد. F چند نیوتون است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۶ ۴) ۱۲

۱۹- حاصل‌ضرب جرم جسم و تندی آن‌را اندازه‌ی حرکت (تکانه) می‌نامیم و با P نشان می‌دهیم. در این‌صورت انرژی جنبشی جسم کدام است؟

۱) $\frac{P^۲}{۲m}$ ۲) $\frac{P^۲}{m}$ ۳) $\frac{P}{m}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}\frac{P}{m}$

۲۰- کاری که برای رساندن تندی خودرویی از صفر به $۱۰\frac{m}{s}$ لازم است، چند برابر کاری است که تندی آن خودرو را از $۱۰\frac{m}{s}$ به $۲۰\frac{m}{s}$ برساند؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

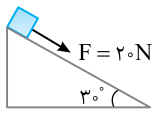
۲۱- جسمی به جرم m روی یک سطح افقی با نیروی افقی و ثابت با تندی ثابتی به اندازه‌ی ۲۰ متر جابه‌جا می‌شود. اگر نیروی اصطکاک $\frac{۱}{۴}$ وزن جسم باشد و کار نیروی ثابت $۸۰J$ گردد، جرم m چند کیلوگرم است؟

۱) ۱ ۲) ۱/۲ ۳) ۱/۶ ۴) $\frac{۵}{۸}$

۲۲- جسمی به جرم m از حال سکون با نیروی ثابت و قائم F در شرایط خلأ رو به بالا شروع به حرکت می‌کند و پس از جابه‌جایی h تندی‌اش به v می‌رسد. کار نیروی خالص وارد بر جسم کدام است؟

۱) $mgh+\frac{۱}{۲}mv^۲$ ۲) mgh ۳) $\frac{۱}{۲}mv^۲$ ۴) Fh

۲۳- از بالای یک سطح شیب‌دار به طول ۱۰ متر، جسمی به جرم ۵ کیلوگرم از حالت سکون با نیروی F به سمت پایین حرکت می‌کند. اگر تندی در پایین سطح به $۱۰\frac{m}{s}$ برسد، کار نیروی اصطکاک در این حرکت چند ژول است؟



۱) ۴۵۰ ۲) ۲۰۰
۳) -۲۰۰ ۴) -۴۵۰

۲۴- دو نیروی $F_۱=۴۰N$ و $F_۲$ هم‌زمان بر جسمی اثر کرده و آن‌را از حال سکون روی خط راست به حرکت درمی‌آورند، پس از ۸ متر جابه‌جایی انرژی جنبشی آن به ۴۰۰ ژول می‌رسد. $F_۲$ کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱) ۱۰N، هم‌جهت $F_۱$ ۲) ۹۰N، در خلاف جهت $F_۱$ ۳) ۳۰N، عمود بر $F_۱$ ۴) هر سه حالت امکان دارد.

۲۵- کدام گزینه همواره درست است؟

۱) کار نیروی اصطکاک منفی است. ۲) کار نیروی خالص با تغییرات انرژی جنبشی برابر است.
۳) کار نیروی اصطکاک برابر کاهش انرژی مکانیکی است. ۴) کار نیروی کشسانی فنر مثبت است.

۲۶- توپی با تندی v به‌طور افقی به دیواری برخورد کرده و با همان تندی برمی‌گردد، در این‌صورت کار نیروی خالص ..... است.

۱) مثبت ۲) منفی ۳) صفر ۴) هر سه گزینه درست هستند.

۲۷- جسمی با تندی $۱۰\frac{m}{s}$ در جهت مثبت محور xها حرکت می‌کند و انرژی جنبشی آن $۲۰۰J$ است. پس از مدتی تندی این جسم تغییر کرده و در جهت منفی محور xها به $۱۰\frac{m}{s}$ می‌رسد کار نیروی خالص وارد بر جسم در این مدت چند ژول است؟

۱) صفر ۲) ۱۰ ۳) ۲۰ ۴) -۲۰

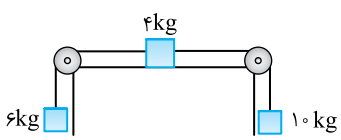
۲۸- نیروی افقی $۱۰۰N$ جسمی به جرم $۵۰kg$ را روی یک سطح افقی از حال سکون به حرکت در می‌آورد. اگر نیروی اصطکاک در مقابل حرکت $۵۰N$ باشد کار نیروی خالص وارد بر جسم در مدت $۸s$ چند ژول است؟

۱) ۱۲۰۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۸۰۰ ۴) ۱۶۰۰

۲۹- جسمی به جرم $۴kg$ از ارتفاع ۲۰ متری رها شده است و با تندی $۱۵\frac{m}{s}$ به سطح زمین می‌رسد. کار نیروی مقاومت هوا در این حرکت برحسب ژول کدام است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$

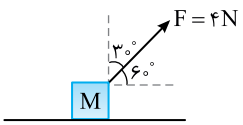
۱) -۴۵۰ ۲) -۳۵۰ ۳) ۳۵۰ ۴) ۴۵۰

۳۰- در شکل روبه‌رو با صرف‌نظر کردن از کلیه‌ی اصطکاک‌ها، اگر دستگاه از حال سکون شروع به حرکت کند، پس از چند سانتی‌متر جابه‌جایی، تندی هر وزنه به $۳\frac{m}{s}$ می‌رسد؟



۱) ۲۵۰ ۲) ۲۲۵
۳) ۱۵۰ ۴) ۱۲۵

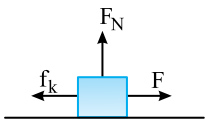
A **۸- گزینه‌ی ۳** تندی $۲\frac{m}{s}$ است، پس جابه‌جایی انجام شده در مدت $۱۰s$ برابر است با:



$$x = vt = ۲۰m$$

$$W = Fd\cos\theta = ۴\times۲۰\times\cos۶۰^\circ = ۴۰J$$

C **۹- گزینه‌ی ۳** چون تندی ثابت است، نیروی اصطکاک هم‌اندازه با نیروی F است. در ضمن نیروی واکنش سطح دارای دو مؤلفه است؛ یکی F_N و دیگری f_k. چون F_N بر جابه‌جایی عمود است کار آن صفر است و فقط باید کار f_k را به‌دست آوریم:



$$F - f_k = ۰ \Rightarrow f_k = F = ۱۲N$$

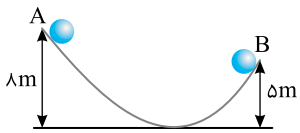
$$x = vt = ۱/۵\times۴ = ۶m$$

$$W_{f_k} = -f_k d = -۱۲\times۶ = -۷۲J$$

A **۱۰- گزینه‌ی ۱** هنگام بالا رفتن، کار نیروی وزن $W_g = -mgh$ و هنگام پایین آمدن کار نیروی وزن $W_g = mgh$ می‌شود. کار نیروی وزن در تمام مسیر $W_g = -mgh + mgh = ۰$ خواهد بود.

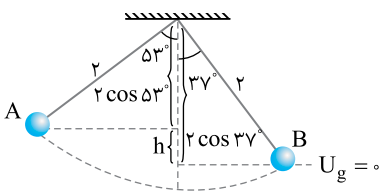
A **۱۱- گزینه‌ی ۲** کار وزن در جابه‌جایی رو به بالا $-mgh$ و در جابه‌جایی رو به پایین mgh است و چگونگی حرکت یا شکل مسیر در آن بی‌تأثیر است.

A **۱۲- گزینه‌ی ۴** کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و به اختلاف ارتفاع نقطه‌ی انتهایی از نقطه‌ی ابتدایی بستگی دارد. تغییرات ارتفاع $۸-۵=۳m$ است.



$$W_g = mgh \Rightarrow W = \frac{۴}{۱۰}\times۱۰\times۳ = ۱۲J$$

B **۱۳- گزینه‌ی ۱** کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و به اختلاف ارتفاع نقطه‌ی انتها از نقطه‌ی ابتدا بستگی دارد. ابتدا تغییرات ارتفاع را به‌دست می‌آوریم:



$$h = l\cos۳۷^\circ - l\cos۵۳^\circ = ۲\times\frac{۸}{۱۰} - ۲\times\frac{۶}{۱۰} = ۰/۴m$$

اکنون کار نیروی وزن را حساب می‌کنیم:

$$W_g = mgh \Rightarrow W_g = ۰/۵\times۱۰\times\frac{۴}{۱۰} = ۲J$$

D **۱۴- گزینه‌ی ۴** چون تابع F برحسب x ثابت نبوده و یک تابع خطی است، باید میانگین F را به‌دست آوریم:

$$\bar{F} = \frac{F_۱ + F_۲}{۲} = \frac{۵\times۲ + ۵\times۵}{۲} = ۱۷/۵N$$

$$W = \bar{F}\Delta x\cos۰ = ۱۷/۵\times۳ = ۵۲/۵J$$

B **۱۵- گزینه‌ی ۲** ابتدا نیروی خالص را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{کل} = ma \Rightarrow F_{کل} = ۶۰\times۲ = ۱۲۰N$$

کار نیروی خالص برابر خواهد شد با:

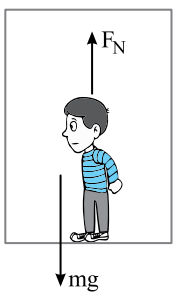
$$W_{F_{کل}} = F_{کل} d\cos۰ = ۱۲۰\times۵ = ۶۰۰J$$

برای محاسبه‌ی نیروی عمودی سطح از قانون دوم نیوتون کمک می‌گیریم:

$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - ۶۰۰ = ۶۰\times۲ \Rightarrow F_N = ۷۲۰N$$

بنابراین کار نیروی عمودی سطح برابر است با:

$$W_{F_N} = F_N d\cos۰ = ۷۲۰\times۵ = ۳۶۰۰J$$



B **۱۶- گزینه‌ی ۲**

$$\begin{cases}\frac{1}{2}mv^2=80\Rightarrow\frac{1}{2}\times0/4v^2=80\Rightarrow v=20\frac{m}{s}\\ F=ma\Rightarrow2=0/4a\Rightarrow a=5\frac{m}{s^2}\end{cases}\xrightarrow{a=\frac{v-v_0}{t}}5=\frac{20}{t}\Rightarrow20=5t\Rightarrow t=4s$$

C **۱۷- گزینه‌ی ۳** قانون دوم نیوتون را برای دو جسم می‌نویسیم. نیروهای وارد بر دو جسم و مدت اثر آن‌ها یکسان است.

$$F_1=F_2\Rightarrow m_1a_1=m_2a_2\Rightarrow m_1\frac{v_1-0}{t}=m_2\frac{v_2-0}{t}\Rightarrow m_1v_1=m_2v_2\Rightarrow2v_1=3v_2\Rightarrow v_1=\frac{3}{2}v_2$$

$$K_1=\frac{1}{2}m_1v_1^2\Rightarrow36=\frac{1}{2}\times2v_1^2\Rightarrow v_1=6\frac{m}{s}\xrightarrow{v_1=\frac{3}{2}v_2}6=\frac{3}{2}v_2\Rightarrow v_2=4\frac{m}{s}$$

$$K_2=\frac{1}{2}m_2v_2^2=\frac{1}{2}\times3\times4^2=24J$$

A **۱۸- گزینه‌ی ۱** به کمک رابطه‌ی انرژی جنبشی، تندی را حساب می‌کنیم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow80=\frac{1}{2}\times10\times v^2\Rightarrow v=4\frac{m}{s}$$

اکنون شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow4=a\times10+0\Rightarrow a=0/4\frac{m}{s^2}$$

به کمک قانون دوم نیوتون، نیرو برابر خواهد شد با:

$$F=ma\Rightarrow F=4N$$

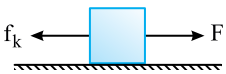
B **۱۹- گزینه‌ی ۱** کمیت اندازه‌ی حرکت (تکانه) که برابر است با $P=mv$، اهمیت بسزایی در بخش‌های مختلف فیزیک دارد اما در کتاب مطرح نشده است. به‌علت مطرح شدن این کمیت در سال‌های بعد، در این‌جا آن‌را به‌طور سطحی بررسی می‌کنیم.

$$K=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow{\times\frac{m}{m}}K=\frac{m^2v^2}{2m}\xrightarrow{m^2v^2=P^2}K=\frac{P^2}{2m}$$

B **۲۰- گزینه‌ی ۳** طبق قضیه‌ی کار و انرژی جنبشی داریم:

$$\frac{W_1}{W_2}=\frac{\frac{1}{2}m(10)^2-0}{\frac{1}{2}m(20)^2-\frac{1}{2}m(10)^2}=\frac{1}{3}$$

A **۲۱- گزینه‌ی ۳** چون تندی ثابت است، انرژی جنبشی تغییر نمی‌کند. پس اگر قضیه‌ی کار و انرژی را بنویسیم خواهیم داشت:



$$W_t=K_2-K_1\Rightarrow W_F+W_{f_k}=\underbrace{K_2-K_1}_{0}\Rightarrow80-f_kd=0\Rightarrow80=\frac{1}{4}\times mg\times20\Rightarrow m=1/6\,kg$$

A **۲۲- گزینه‌ی ۳** با توجه به قضیه‌ی کار و انرژی، کار نیروی خالص برابر با تغییرات انرژی جنبشی جسم است.

$$W_{F_{کل}}=\Delta K\Rightarrow W_{F_{کل}}=\frac{1}{2}mv^2$$

B **۲۳- گزینه‌ی ۳** نیروهای وارد بر جسم عبارتند از F، W، F_N و f_k. حال قضیه‌ی کار و انرژی را می‌نویسیم:

$$W_{F_N}+W_g+W_F+W_{f_k}=\frac{1}{2}mv^2-0$$

نیروی F_N عمود بر جابه‌جایی است، بنابراین کار آن صفر است. کار نیروی وزن نیز فقط به تغییرات ارتفاع بستگی دارد.

$$h=10\sin30^\circ=5m$$

$$mgh+Fd+W_{f_k}=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow5\times10\times5+20\times10+W_{f_k}=\frac{1}{2}\times5\times100\Rightarrow W_{f_k}=-200J$$

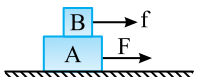
B **۲۴- گزینه‌ی ۴** می‌دانیم که جسم ساکن در جهت نیروی خالص جابه‌جا می‌شود، بنابراین نیروی خالص با جابه‌جایی زاویه‌ی صفر می‌سازد.

$$W_t = K_۲ - K_۱ \Rightarrow F \times ۸ = ۴۰۰ \Rightarrow F = ۵۰N$$

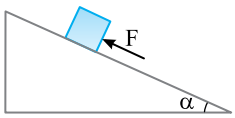
(F نیروی خالص است: $\vec{F} = \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲$)

اگر دقت کنیم می‌بینیم که در هر سه گزینه‌ی (۱)، (۲) و (۳)، نیروی خالص $۵۰N$ است.

C **۲۵- گزینه‌ی ۲** در مورد گزینه‌ی (۱) باید بگوییم که در لغزش دو وزنه روی هم، کار نیروی اصطکاک می‌تواند مثبت باشد زیرا مثلاً برای جسم B نیروی اصطکاک و جابه‌جایی هم‌سو هستند، بنابراین گزینه‌ی (۱) همواره درست نیست. گزینه‌ی (۲) همواره درست است زیرا بیان قضیه‌ی کار و انرژی است.



در مورد گزینه‌ی (۳) باید گفت که اگر نیروهای دیگر مثل نیروی کشش طناب یا نیروی موتور بر جسمی وارد شود، کاهش انرژی مکانیکی دیگر برابر با کار نیروی اصطکاک نیست. مثلاً در شکل مقابل جسمی از بالای سطح شیب‌دار با تندی ثابت به پایین می‌لغزد. دائماً از ارتفاع آن کم شده و انرژی مکانیکی‌اش کاسته می‌گردد و این کاهش برابر کار نیروی اصطکاک و همچنین کار نیروی F است.



در مورد گزینه‌ی (۴) نیز باید بگوییم که کار نیروی کشسانی فنر می‌تواند مثبت یا منفی باشد.

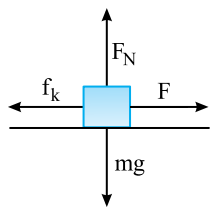
B **۲۶- گزینه‌ی ۳** طبق قضیه‌ی کار و انرژی داریم:

$$W_{F_{\text{خالص}}} = \Delta K \xrightarrow{\Delta K = ۰} W_{F_{\text{خالص}}} = ۰$$

A **۲۷- گزینه‌ی ۱** قضیه‌ی کار و انرژی را می‌نویسیم:

$$W_t = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_t = \frac{۱}{۲} \times m(۱۰)^۲ - \frac{۱}{۲} \times m(۱۰)^۲ = ۰$$

A **۲۸- گزینه‌ی ۴** ابتدا به کمک قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:



$$F - f_k = ma \Rightarrow ۱۰۰ - ۵۰ = ۵۰a \Rightarrow a = ۱ \frac{m}{s^۲}$$

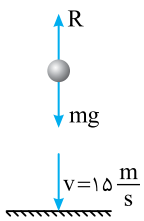
اکنون تندی جسم را پس از $۸s$ حساب می‌کنیم:

$$a = \frac{v - v_۰}{t} \Rightarrow v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۱ \times ۸ + ۰ = ۸ \frac{m}{s}$$

با توجه به قضیه‌ی کار و انرژی، کار نیروی خالص برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم است:

$$W_t = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲} \times ۵۰ \times ۸^۲ - ۰ = ۱۶۰۰J$$

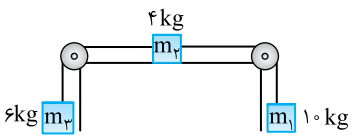
A **۲۹- گزینه‌ی ۲** نیروهایی که در این مسیر بر جسم اثر می‌گذارند عبارتند از وزن و مقاومت هوا. قضیه‌ی کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم:



$$W_t = W_g + W_R \Rightarrow W_t = \frac{۱}{۲} mv^۲ - \frac{۱}{۲} mv_۰^۲$$

$$mgh + W_R = \frac{۱}{۲} mv^۲ - ۰ \Rightarrow ۴ \times ۱۰ \times ۲۰ + W_R = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۱۵^۲ \Rightarrow W_R = -۳۵۰J$$

B **۳۰- گزینه‌ی ۲** سه جسم را یک دستگاه در نظر می‌گیریم. از قضیه‌ی کار و انرژی استفاده می‌کنیم:



$$W_{g_۱} + W_{g_۲} = K_۲ - K_۱$$

$$\Rightarrow m_۱gx - m_۳gx = \frac{۱}{۲}(m_۱ + m_۲ + m_۳)v^۲ - ۰$$

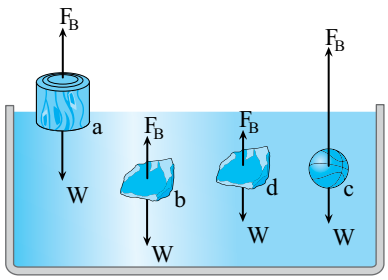
$$\Rightarrow (۱۰۰ - ۶۰)x = \frac{۲۰}{۲} \times ۹ \Rightarrow x = \frac{۹}{۴} m = ۲/۲۵m = ۲۲۵cm$$

اصل ارشمیدس

هرگاه جسمی یا قسمتی از آن در شاره‌ای قرار گیرد، به اندازه‌ی وزن شاره‌ی جابه‌جا شده از وزن جسم کاسته می‌شود.

اگر جسمی در شاره‌ای غوطه‌ور باشد، حجم شاره‌ی جابه‌جا شده با حجم جسم برابر است: $V = V'$

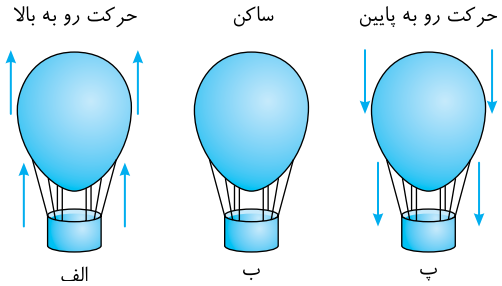
پرسش: در شکل روبه‌رو نیروی شناوری F_B و نیروی وزن هر جسم نشان داده شده است. واژه‌های شناوری، غوطه‌وری و فرو رفتن (پایین رفتن) و بالا رفتن را در مورد هر جسم به‌کار ببرید.



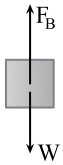
پاسخ: جسم a روی سطح مایع قرار دارد و در حالت شناوری است. در این حالت $F_B = W$ است. جسم b در حال پایین رفتن (فرو رفتن) است. زیرا بردار W بلندتر از بردار F_B رسم شده و نیروی خالص رو به پایین است.

جسم c در حال بالا رفتن است. زیرا F_B بزرگ‌تر از W رسم شده و نیروی خالص رو به بالاست. البته تجربه‌ی زندگی روزمره هم نشان می‌دهد که اگر یک توپ از درون آب استخری رها شود رو به بالا حرکت خواهد کرد. جسم d ساکن بوده $F_B = W$ است و در آب غوطه‌ور است.

پرسش: بالنی در سه شکل الف و ب و پ نمایش داده شده است. نیروی وزن و نیروی ارشمیدس (نیروی شناور) را در هر حالت مقایسه کنید.



پاسخ: شکل (الف) جسم در حال بالا رفتن است. بنابراین نیروی ارشمیدسی (نیروی شناور) از نیروی وزن بزرگ‌تر است.

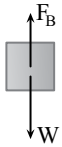


$F_B > W$

شـــکل (ب) جســـم ساکن است بنابراین نیروی خالص وارد بر آن صفر است یعنی نیروی شناوری (ارشمیدسی) با وزن جسم برابر است.

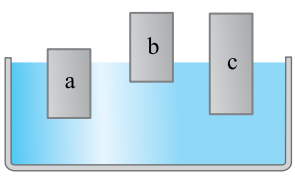
$F_B = W$

شکل (پ) جسم در حال پایین آمدن است. بنابراین نیروی شناوری از وزن جسم کم‌تر است.



$F_B < W$

پرسش: سه جسم a ، b و c مطابق شکل روبه‌رو درون آب شناورند. چگالی این سه جسم را با یکدیگر مقایسه کنید.

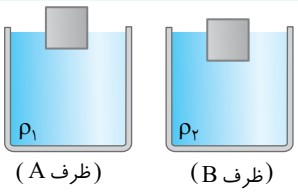


پاسخ: به شکل نگاه کنید، باید دقت کنید و بررسی کنید که در هر جسم حجمی که در مایع قرار دارد نسبت به حجم کل جسم چگونه است. برای جسم a حجم درون مایع از نصف حجم کل جسم بیش‌تر است یعنی برای شناور بودن a ، حجم بزرگی از مایع نسبت به حجم جسم جابه‌جا شده است بنابراین a دارای چگالی بالایی است. در جسم b حجم قسمت درون آن از حجم کل جسم و حتی از نصف آن کم‌تر است. بنابراین چگالی آن کوچک‌تر از a است. در شکل c، تقریباً نیمی از حجم جسم درون مایع است. بنابراین چگالی جسم c از جسم b بیش‌تر و از جسم a کم‌تر است.

$\rho_a > \rho_c > \rho_b$

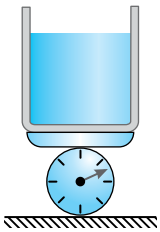
نتیجه در مقایسه‌ی چند جسم، هر چقدر میزان فرورفتگی (حجم) جسم شناور درون مایع نسبت به کل حجمش بیش‌تر باشد، مفهوم آن این است که چگالی جسم بیش‌تر است.

پرسش: در شکل‌های A و B یک جسم بر سطح مایع درون دو ظرف شناور است. چگالی دو مایع را با هم مقایسه کنید.



پاسخ: جسم در دو حالت بر سطح مایع شناور است. بنابراین وزن جسم در دو حالت با وزن مایع جابه‌جا شده (نیروی شناوری) برابر است. یعنی وزن مایع جابه‌جا شده‌ی ظرف A و وزن مایع جابه‌جا شده‌ی وزن B یکسان است. اما در ظرف B حجم مایع جابه‌جا شده بیش‌تر است. می‌دانیم هرگاه جرم دو جسم یکسان باشد، جسمی که حجمش بیش‌تر است، چگالی‌اش کم‌تر است از این رو چون حجم مایع جابه‌جا شده‌ی ظرف B بیش‌تر است، چگالی‌اش کم‌تر است.

پرسش: ظرف حاوی آب مطابق شکل روی نیروسنجی قرار دارد. در هر یک از حالت‌های زیر در عددی که نیروسنج نشان می‌دهد، چه تغییری حاصل می‌شود؟ (در هیچ حالتی آب از ظرف بیرون نمی‌ریزد.)



الف) یک قطعه چوب به وزن ۱N روی سطح آب ظرف قرار دهیم.

ب) یک قطعه آهن به وزن ۱N درون ظرف می‌اندازیم تا به ته ظرف برود.

پ) با یک ریسمان در قسمت (ب) مانع ته‌نشین شدن قطعه آهن می‌شویم.

ت) یک پلاستیک نازک پر از آب کرده و آن را در آب غوطه‌ور می‌کنیم به طوری که جرم آب درون کیسه ۱kg باشد.

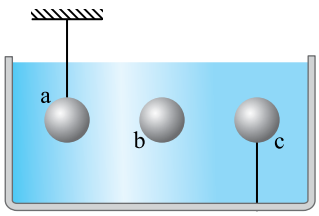
پاسخ: الف) در واقع وزن مجموعه ۱N افزایش یافته و نیروسنج ۱N بیش‌تر را نشان می‌دهد.

ب) در این حالت نیز وزن مجموعه ۱N زیاد شده و نیروسنج ۱N بیش‌تر را نشان می‌دهد.

پ) قطعه آهن را با یک ریسمان نگه داشته‌ایم. یعنی بخشی از وزن آهن توسط ریسمان تحمل می‌شود. بنابراین نیروسنج افزایش وزن را کم‌تر از ۱N نشان می‌دهد.

ت) در این حالت نیز افزایش وزنی که توسط نیروسنج نشان داده می‌شود ۱N است. زیرا وزن مجموعه ۱N افزایش یافته است.

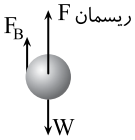
پرسش: در شکل روبه‌رو سه جسم a، b و c دارای جرم یکسان بوده و هر سه در یک مایع فرو رفته‌اند جسم a از یک ریسمان کشیده آویزان و جسم c نیز به یک ریسمان کشیده متصل است و هر سه جسم در تعادلند.



الف) نیروی شناوری وارد بر آن‌ها را با هم مقایسه کنید.

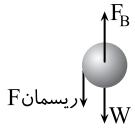
ب) چگالی سه جسم را با هم مقایسه کنید.

پاسخ: جسم a در تعادل است. بر جسم a نیروی وزن رو به پایین وارد می‌شود و نیروی شناوری و نیروی ریسمان رو به بالا وارد می‌شود. بنابراین نیروی شناوری وارد بر a از وزن a کم‌تر است. $F_B < W$



جسم b در تعادل است و بر آن نیروی شناوری و نیروی وزن وارد می‌شود که باید با هم برابر باشند. $F_B = W$

بر جسم c نیروی وزن و نیروی ریسمان رو به پایین و F_B رو به بالا وارد می‌شود. بنابراین F_B باید با مجموع W و $F_{ریسمان}$ برابر شود تا جسم در تعادل بماند و $F_B > W$ خواهد بود.



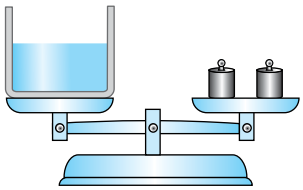
در نتیجه: $F_{B_c} > F_{B_b} > F_{B_a}$

دقت کنید جرم هر سه جسم یکسان یعنی وزن هر سه جسم برابر است.

ب) با توجه به قسمت (الف) برای جسم a، نیروی شناوری از نیروی وزن جسم کم‌تر است $(F_B < W)$. نیروی شناوری برابر وزن مایع جابه‌جا شده است. پس وزن جسم از وزن مایع جابه‌جا شده بیش‌تر است. اما حجم جسم با حجم مایع جابه‌جا شده برابر است. در نتیجه چگالی جسم از چگالی مایع بیش‌تر است. $\rho_a > \rho_l$

برای جسم b، نیروی شناوری با نیروی وزن جسم برابر است. یعنی وزن مایع جابه‌جا شده با وزن جسم برابر بوده از طرفی حجم مایع جابه‌جا شده با حجم جسم برابر است. در نتیجه چگالی جسم و مایع یکسان است. $\rho_b = \rho_l$

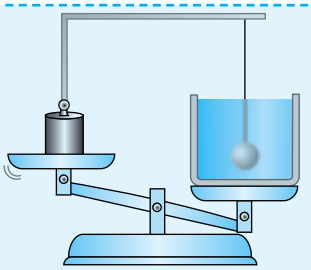
با همین استدلال‌ها ثابت می‌شود که $\rho_c < \rho_l$ است.

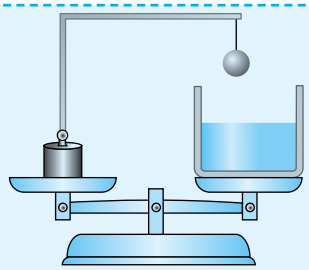


مسأله ۳۸ **در شکل روبه‌رو یک ظرف حاوی آب روی کفه‌ی ترازویی در تعادل است. یک قطعه سنگ و یک قطعه چوب را به هم می‌بندیم و درون ظرف می‌اندازیم در یک حالت مجموعه روی سطح آب می‌ماند و در حالت دیگر مجموعه درون آب فرو می‌رود. وزنه‌هایی را که باید به کفه‌ی دیگر اضافه شود در دو حالت مقایسه کنید.**

راه‌حل: در دو حالت مقدار یکسانی به وزن کفه‌ی شامل ظرف آب اضافه شده است و وزنه‌هایی که در کفه‌ی دیگر باید اضافه کرد، در دو حالت یکسان بوده و برابر مجموعه وزن قطعه چوب و آهن است.

تست ۱۶: وزن یک وزنه و یک توپ جامد آهنی آویخته با وزن ظرف محتوی آبی که در شکل نشان داده شده، برابر است. با پایین آوردن توپ و قرار دادن آن در آب، تعادل به هم می‌خورد. مقدار وزنه‌ای که باید به کف سمت چپ اضافه گردد تا تعادل دوباره برقرار شود، چند برابر وزن آب جابه‌جا شده توسط توپ است؟





۱) نصف **۲)** برابر **۳)** دو برابر **۴)** بیش‌تر از دو برابر

پاسخ: سمت راست به دلیل غوطه‌ور شدن توپ، افزایش وزن داشته و سمت چپ به همان اندازه کاهش وزن دارد. برای مثال اگر هر دو کفه در ابتدا ۱۰N وزن داشته باشند و کفه‌ی سمت راست ۲N اضافه وزن بیابد، وزنش به ۱۲N می‌رسد و کفه‌ی سمت چپ وزنش ۲N کاهش یافته و به ۸N می‌رسد. پس باید وزنه‌ی ۴N را به کفه‌ی سمت چپ اضافه کرد تا تعادل برقرار گردد. بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

تست ۱۷: یک سنگ ۲۵۰N را به وسیله‌ی طناب در داخل آب می‌اندازیم. هنگامی که سنگ کاملاً در آب غوطه‌ور شود می‌توانید آن را با نیرویی کم‌تر از ۲۵۰ نیوتون نگه دارید. اگر سنگ را بیش‌تر در درون آب فرو ببرید، نیروی لازم برای نگه‌داشتن آن چگونه تغییر می‌کند؟

۱) کم‌تر می‌شود. **۲)** تغییر نمی‌کند. **۳)** بیش‌تر می‌شود. **۴)** قابل بررسی نیست.

پاسخ: نیروی لازم برای نگه‌داشتن سنگ برابر تفاضل نیروی وزن سنگ (W) و نیروی شناوری (F_b) است که نیروی شناوری در هر عمقی برابر وزن شاره‌ی جابه‌جا شده می‌باشد. بنابراین با ثابت ماندن F_b و W، نیروی لازم برای نگه‌داشتن سنگ تغییری نمی‌کند. بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

تست ۱۸: وزن ۲۸ لیتر آب دریا در حدود ۲۸۵ نیوتن است. فرض کنید شما ۲۸ لیتر آب دریا را در یک کیسه‌ی پلاستیکی می‌ریزید و در آن را محکم می‌بندید به گونه‌ای که هیچ حباب هوایی در داخل آن موجود نباشد. سپس به کمک یک طناب کیسه‌ی آب را به دریا می‌اندازید. هنگامی که کیسه کاملاً غوطه‌ور شد، چه مقدار نیرو باید به طناب وارد کنید تا بتوانید کیسه را نگه دارید؟

۱) صفر

۲) ۲۸۵ نیوتون

۳) ۱۴۲/۵ نیوتون

۴) باید آن را به طرف پایین فشار دهید، زیر کیسه‌ی آب به طرف بالا برمی‌گردد.

پاسخ: وزن آب درون کیسه دقیقاً برابر وزن شاره (آب) جابه‌جا شده، یعنی نیروی شناوری است و کیسه در حال تعادل است پس برای نگه داشتن کیسه، نیرویی لازم نیست. بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

تست ۱۹: در یک ظرف پر از آب سرد (لبالب) یک قطعه یخ شناور است. وقتی یخ ذوب می‌شود، سطح آب درون ظرف چه تغییری می‌کند؟

۱) پایین می‌رود. **۲)** سر ریز می‌شود.

۳) تغییر نمی‌کند. **۴)** نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد.

پاسخ: وزن آب جابه‌جا شده به وسیله‌ی یخ، دقیقاً برابر است با وزن یخ. یعنی اگر ۱۰ گرم یخ شناور داشته باشیم، ۱۰ گرم آب معادل $10cm^3$ آب را جابه‌جا کرده است. پس از ذوب یخ ۱۰ گرم آب معادل $10cm^3$ آب تولید می‌گردد. پس سطح آب» بدون تغییر می‌ماند. بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

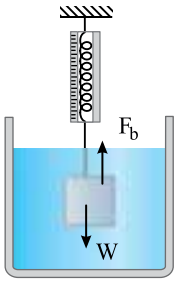
نتیجه هرگاه قطعه یخی که بر سطح آب درون ظرفی شناور است، ذوب شود، سطح آب درون ظرف بالا و یا پایین نمی‌رود و ارتفاع آب در ظرف ثابت می‌ماند.

مسائل عددی اصل ارشمیدس[1]

مسأله ۳۹ **یک قطعه فلز تو پر به جرم ۲۷g را به انتهای نیروسنجی متصل کرده و فلز را وارد آب می‌کنیم. در این حالت نیروسنج عدد ۰/۱۲N را نشان می‌دهد.** $(\rho_w = ۱\frac{g}{cm^۳}, g = ۱۰\frac{N}{kg})$

الف) چگالی فلز را بیابید.

ب) اگر فلز را درون مایعی به چگالی $۰/۸\frac{g}{cm^۳}$ فرو ببریم، نیروسنج چه عددی را نشان می‌دهد؟



راه‌حل: الف) عددی که نیروسنج نشان می‌دهد را با حرف W' نمایش می‌دهیم. نیروسنج تفاوت نیروی شناوری F_b و نیروی وزن را نشان می‌دهد. در این صورت نیروی شناوری برابر است با:

$$W' = W - F_b \Rightarrow W' = mg - F_b$$

$$۰/۱۲ = ۰/۰۲۷ \times ۱۰ - F_b \Rightarrow F_b = ۰/۱۵\ N$$

نیروی شناوری با وزن شاره‌ی جابه‌جا شده برابر است. یعنی وزن آب جابه‌جا شده ۰/۱۵ N است و جرم آب جابه‌جا شده خواهد شد:

$$F_b = m_w g \Rightarrow ۰/۱۵ = m_w \times ۱۰ \Rightarrow m_w = ۰/۰۱۵kg = ۱۵\ g$$

حجم آب جابه‌جا شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V = \frac{۱۵}{۱} \Rightarrow V = ۱۵\ cm^۳$$

حجم جسم نیز $۱۵cm^۳$ است، از این رو چگالی جسم خواهد شد:

$$\rho_o = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho_o = \frac{۲۷}{۱۵} \Rightarrow \rho_o = ۱/۸\frac{g}{cm^۳}$$

ب) حجم جسم $۱۵cm^۳$ و وقتی در مایع فرو می‌رود، حجم مایع جابه‌جا شده $V' = ۱۵cm^۳$ است. در این صورت جرم مایع جابه‌جا شده خواهد شد:

$$\rho' = \frac{m'}{V'} \Rightarrow m' = \rho' V' \Rightarrow m' = ۰/۸ \times ۱۵ \Rightarrow m' = ۱۲\ g$$

وزن مایع جابه‌جا شده برابر نیروی شناوری است:

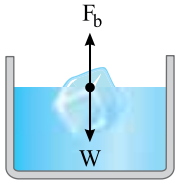
$$F_b = m'g = ۰/۰۱۲ \times ۱۰ \Rightarrow F_b = ۰/۱۲\ N$$

در این صورت عددی که نیروسنج نشان می‌دهد برابر است با:

$$W' = W - F_b \Rightarrow W' = ۰/۲۷ - ۰/۱۲ = ۰/۱۵\ N$$

مسأله ۴۰ **جرم قطعه یخی که در آب شناور است ۳ تن و چگالی یخ تقریباً $۹۰۰\frac{kg}{m^۳}$ است. اگر چگالی آب دریا تقریباً $۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ باشد:**

الف) جرم آب جابه‌جا شده چقدر است؟ **ب) چه حجمی از یخ خارج از آب قرار می‌گیرد؟**



راه‌حل: الف) هرگاه جسمی بر سطح مایع شناور و در تعادل است، نیروی شناوری F_b با نیروی وزن جسم برابر است:

$$F_b = W \Rightarrow m'g = mg \Rightarrow m' = m$$

در این صورت جرم مایع جابه‌جا شده با جرم جسم برابر است. بنابراین جرم آب جابه‌جا شده برابر ۳ تن است.

ب) قانون شناوری را می‌نویسیم:

$$m' = m_i \Rightarrow \rho' V' = \rho_i V_i \Rightarrow ۱۰۰۰V' = ۹۰۰V_i \Rightarrow V' = ۰/۹V_i$$

بنابراین حجم قسمتی که در آب است، ۰/۹ حجم کل یخ است و ۰/۱ حجم یخ خارج از آب است:

$$\text{حجم یخ خارج از آب} : ۰/۱V_i = ۰/۱\frac{m_i}{\rho_i}$$

۱- مطالعه‌ی این مسائل به دانش‌آموزان علاقه‌مند توصیه می‌شود.

مسأله ۴۱ **قطعه چوبی اگر بر سطح آب شناور شود، $\frac{۲}{۳}$ حجم آن در آب فرو می‌رود و اگر بر سطح نفت شناور شود، $\frac{۳}{۴}$ حجم آن در نفت فرو می‌رود. چگالی چوب و نفت را حساب کنید.**

راه‌حل: چون قطعه چوب در حال تعادل است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است:

$$F_{\text{خالص}}=۰\Rightarrow mg=m'g\Rightarrow m=m'\Rightarrow \rho V=\rho' V'$$ وزن شاره‌ی جابه‌جا شده = وزن جسم

V' حجم شاره‌ی جابه‌جا شده، برابر حجم قسمتی از جسم که در شاره است. حال می‌توان مسأله را به راحتی حل کرد:

$$V'=\frac{۲}{۳}V\Rightarrow \rho V=\rho'\times\frac{۲}{۳}V\Rightarrow \text{چگالی چوب } \rho=\frac{۲}{۳}\frac{g}{cm^۳}$$

هرگاه جسم بر سطح نفت شناور شود: $V''=\frac{۳}{۴}V$ حجم نفت جابه‌جا شده

$$\rho V=\rho'' V''\Rightarrow \frac{۲}{۳}\times V=\rho''\times\frac{۳}{۴}V\Rightarrow \rho''=\frac{۸}{۹}\frac{g}{cm^۳}$$

مسأله ۴۲ **پل شناوری به شکل مکعب مستطیل برای انتقال اتومبیل‌ها از یک طرف رودخانه به طرف دیگر به کار می‌رود و مساحت سطح آن ۷۲۰ متر مربع است. اگر ۶۰ اتومبیل که جرم هر یک ۱۱۰۰ کیلوگرم است روی این پل قرار گیرند، چه اندازه بیش‌تر در آب فرو می‌رود؟** $(\rho_{\text{آب}}=۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳})$

راه‌حل: وقتی جسمی به جرم m روی سطح جسم شناور قرار گیرد، باید به اندازه‌ی جسم افزوده شده، شاره جابه‌جا شود، از این رو جرم اتومبیل‌ها باید با جرم‌آب جابه‌جا شده‌ی جدید برابر شود: $m=m'\Rightarrow m=\rho' V'$

V' حجم شاره‌ی جابه‌جا شده‌ی جدید به ازای افزایش جرم پل به واسطه‌ی اتومبیل‌ها است:

$$V'=A\times h\Rightarrow m=\rho'\times A\times h\Rightarrow h=\frac{m}{\rho'\times A}$$

h : ارتفاعی از جسم شناور که در شاره فرو می‌رود.

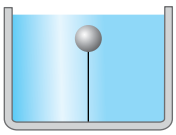
A : سطح مقطع پل (جسم شناور)

ρ' : چگالی شاره

m : جرم جسم اضافه شده به پل

$$h=\frac{۶۰\times ۱۱۰۰}{۱۰۰۰\times ۷۲۰}\Rightarrow h\simeq ۹\,cm$$

مسأله ۴۳ **گلوله‌ای به وزن ۰/۳ نیوتون و حجم ۵۰×۱۰^{-۶} متر مکعب را مطابق شکل با نخی نازک به کف ظرف محتوی مایعی بسته‌ایم. اگر نیروی کشش نخ در این حالت ۰/۲۵N و شتاب گرانش $۱۰\frac{N}{kg}$ باشد، چگالی مایع چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟**



راه‌حل: نیروهای وارد بر گلوله را رسم می‌کنیم:

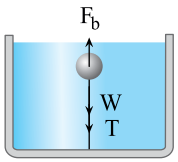
سه نیرو بر گلوله وارد می‌شود:

۱) نیروی وزن توسط کره‌ی زمین (W)

۲) نیروی شناوری توسط آب (F_b)

۳) نیروی کشش نخ که توسط نخ بر گلوله وارد شده و اگر این نیرو نبود، جسم در آب به بالا می‌رفت که این نیرو را با حرف T نمایش می‌دهیم.

جسم ساکن و در تعادل است، از این رو، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. یعنی:

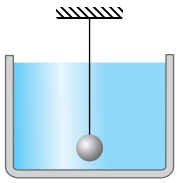


نیروی وزن شاره‌ی جابه‌جا شده = نیروی وزن + نیروی کشش نخ

$$T+W=F_b\Rightarrow T+mg=\rho' V'g$$

می‌دانیم $V=V'$، در این صورت:

$$۰/۲۵+۰/۳=\rho'\times(۵۰\times ۱۰^{-۶})\times ۱۰\Rightarrow \rho'=\frac{۵۵\times ۱۰^{-۲}}{۵\times ۱۰^{-۴}}\Rightarrow \rho'=۱۱۰۰\frac{kg}{m^۳}$$



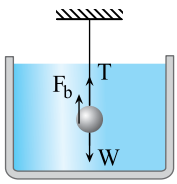
مسأله ۴۴ گلوله‌ای به حجم $۱۰cm^۳$ و چگالی $۳\frac{g}{cm^۳}$ مطابق شکل به نخی بسته شده است و ظرف محتوی آب است. نیروی کشش نخ تقریباً چند نیوتون است؟ $(\rho_w = ۱\frac{g}{cm^۳}, g = ۱۰\frac{N}{kg})$

راه‌حل: نیروهای وارد بر گلوله را رسم می‌کنیم:

سه نیرو بر گلوله وارد می‌شود:

۱) نیروی وزن توسط کره‌ی زمین (W)

۲) نیروی شناوری توسط آب (F_b)



۳) نیروی کشش نخ که توسط نخ بر گلوله وارد شده و اگر این نیرو نبود، جسم در آب به پایین می‌رفت که این نیرو را با حرف T نمایش می‌دهیم.

جسم ساکن و در تعادل است، از این رو: $mg = T + F_b \Rightarrow T = mg - F_b \Rightarrow T = \rho Vg - \rho' Vg$

$T = ۳۰۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۶} \times ۱۰ - ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۶} \times ۱۰ \Rightarrow T = ۰/۲\ N$

تست ۲۰: جسمی به جرم $۲۰g$ دارای حجمی معادل $۱۰cm^۳$ است. اگر این جسم در آب رها شود، شتاب سقوط آن برابر کدام گزینه است؟ (از مقاومت شاره در مقابل حرکت صرف نظر می‌شود.)

۱) g ۲) $\frac{g}{۲}$ ۳) $-g$ ۴) $\frac{۳g}{۲}$

پاسخ: طبق قانون دوم نیوتون:

$F_{\text{خالص}} = ma$

نیروهای وارد بر جسم، وزن جسم (mg) و وزن سیال جابه‌جا شده $(m'g)$ است، پس:

$mg - m'g = ma \Rightarrow \rho Vg - \rho' Vg = \rho Va \Rightarrow a = g(۱ - \frac{\rho'}{\rho})$

در این صورت:

چگالی جسم $\rho = \frac{m}{V} = \frac{۲۰}{۱۰} = ۲\frac{g}{cm^۳}$

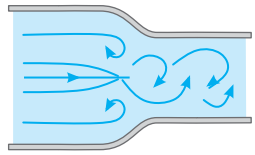
$a = g(۱ - \frac{۱}{۲}) \Rightarrow a = \frac{g}{۲}$

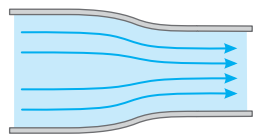
بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

شاره‌ی در حرکت و اصل برنولی

همه‌ی ما این تجربه را داریم که هرگاه در یک جاده‌ی دوطرفه خودروی ما از کنار یک کامیون به سرعت می‌گذرد، تکان شدیدی را حس می‌کنیم. در شرایطی که هوا آرام است و هیچ‌گونه بادی نمی‌وزد نیز این اتفاق رخ می‌دهد. اما علت این پدیده چیست؟ برای بررسی این پدیده و پدیده‌هایی نظیر آن ابتدا باید رفتار شاره‌ی در حرکت را بررسی کنیم.

حرکت شاره می‌تواند به صورت یکنواخت و لایه‌ای (شکل الف) و یا به صورت متلاطم و آشوبناک باشد. (شکل‌های ب، پ و ت) البته هرچه تندی شاره بیش‌تر باشد، تمایل به حرکت متلاطم و آشوبناک بیش‌تر است. به طور مثال در رودخانه‌ای که آب با تندی کم در حرکت است، حرکت آب یکنواخت و لایه‌ای است اما در رودخانه‌ای که تندی آب زیاد است جریان آب خروشان است.


(ب)


(الف)

(پ)

(ت)