

فصل ۵

الکتروسیسته ساکن

شماره صفحه	عنوان
۲۲۸	مفاهیم اولیه الکتروسیسته ساکن
۲۲۹	روش های باردار کردن اجسام
۲۳۱	الکتروسکوپ
۲۳۳	قانون کولن
۲۳۴	اصل برهم نهی نیروهای الکتروستاتیکی
۲۳۷	میدان الکتریکی
۲۳۹	برهم نهی میدان های الکتریکی
۲۴۱	خط های میدان الکتریکی
۲۴۲	انرژی پتانسیل الکتریکی
۲۴۶	اختلاف پتانسیل الکتریکی
۲۵۰	میدان الکتریکی در داخل رساناها
۲۵۱	مفاهیم مقدماتی خازن
۲۵۴	انرژی ذخیره شده در خازن
۲۵۵	پاسخنامه تست
۲۸۳	پاسخنامه صفر کلوین
۲۹۰	پاسخنامه آزمون ۱
۲۹۱	پاسخنامه آزمون ۲

کودکی که در شکل می بینید در حال سر خوردن روی یک سرسره پلاستیکی کوچک است. موهای این پسر بچه، در اثر مالش لباسش با سرسره، باردار شده است. ولتاژ بدن این کودک، در این حالت در حدود $5000V$ است. اما سؤال مهم، این است که چرا این ولتاژ بسیار بالا، به کودک صدمه ای نمی زند؟ جواب این سؤال را در همین فصل خواهید خواند.

مفاهیم اولیه الکتریسیته ساکن

بار الکتریکی

در طبیعت دو نوع بار الکتریکی وجود دارد. بنیامین فرانکلین این دو نوع بار الکتریکی را بار مثبت و بار منفی نام‌گذاری کرد. آزمایش‌ها نشان می‌دهند که بارهای همنام یکدیگر را می‌رانند و بارهای ناهمنام یکدیگر را می‌ربایند. بار الکتریکی، یک کمیت نرده‌ای است که آن را با نماد q نمایش می‌دهیم و یکای آن در SI، کولن (C) نام دارد. یک کولن مقدار بار بزرگی است؛ به همین دلیل معمولاً از واحدهای میکروکولن (μC) و نانوکولن (nC) استفاده می‌شود. همان‌طور که می‌دانیم الکترون‌ها (e) بار منفی و پروتون‌ها (p) بار مثبت دارند. مقدار بار الکترون با مقدار بار پروتون برابر است. بار الکتریکی یک پروتون $+1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$ و بار الکتریکی یک الکترون $-1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$ است. این مقدار را «بار بنیادی (پایه)» می‌نامیم.

- ۱ همه مواد از اتم‌ها تشکیل شده‌اند و اتم‌ها نیز از الکترون، پروتون و نوترون درست شده‌اند.
- ۲ اگر تعداد الکترون‌های یک جسم بیشتر از تعداد پروتون‌هایش باشد، می‌گوییم بار جسم، منفی است.
- ۳ اگر تعداد پروتون‌های یک جسم بیشتر از تعداد الکترون‌هایش باشد، می‌گوییم بار جسم، مثبت است.
- ۴ اگر تعداد الکترون‌ها و پروتون‌های یک جسم برابر باشد، بار جسم صفر است و به اصطلاح می‌گوییم جسم، خنثی است.

پایستگی بار الکتریکی

وقتی یک میله پلاستیکی را با یک پارچه پشمی مالش می‌دهیم، تعداد بسیار زیادی الکترون از پارچه پشمی به میله پلاستیکی منتقل می‌شود. بر اثر این کار، بار پارچه پشمی مثبت و بار میله پلاستیکی منفی می‌شود؛ یعنی پارچه پشمی بار الکتریکی از دست داده و میله پلاستیکی دقیقاً به همان اندازه بار الکتریکی به دست آورده است. بار الکتریکی نه خلق می‌شود و نه از بین می‌رود بلکه تنها از جسمی به جسم دیگر منتقل می‌شود. به این امر «پایستگی بار الکتریکی» گفته می‌شود.

بار الکتریکی مثالی از یک کمیت کوانتومی

کمیت کوانتومی، کمیتی است که اندازه‌اش مضرب صحیحی از یک مقدار پایه است. به این مقدار پایه، «کوانتوم» می‌گوییم. بار الکتریکی، نمونه خوبی از یک کمیت کوانتومی است. بار الکتریکی یک جسم مضرب صحیحی از بار الکترون است. اگر از جسمی n الکترون بگیریم یا به آن جسم n الکترون بدهیم، بار الکتریکی جسم از رابطه زیر به دست می‌آید:

FORMULA

$$q = \pm ne$$

بار بنیادی (پایه)	تعداد الکترون	بار الکتریکی	شناسنامه فرمول
e	n	q	نماد
کولن (C)	-	کولن (C)	یکا

e اندازه بار یک الکترون است ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$).

بار الکتریکی یک میله شیشه‌ای برابر 5 nC است. اگر این میله شیشه‌ای را با پارچه کتان مالش دهیم، 5×10^{10} الکترون از میله شیشه‌ای به پارچه کتان منتقل می‌شود. بار نهایی میله شیشه‌ای برحسب نانو کولن کدام است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

۱) -۳ ۲) -۱۳ ۳) +۳ ۴) +۱۳

پاسخ: میله شیشه‌ای به اندازه 5×10^{10} الکترون از دست داده است.

بار این تعداد الکترون را حساب می‌کنیم:

$$q = -ne = -5 \times 10^{10} \times 1/6 \times 10^{-19} = -8 \times 10^{-9} \text{ C} = -8 \text{ nC}$$

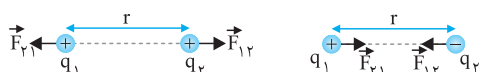
بار اولیه میله شیشه‌ای برابر 5 nC بوده است و حالا به اندازه -8 nC از آن گرفته‌ایم؛ یعنی بار میله شیشه‌ای مثبت‌تر می‌شود و به $+13 \text{ nC}$ می‌رسد.



۳ تشخیص رسانا یا نارسانا بودن یک جسم: برای تشخیص رسانا یا نارسانا بودن یک جسم، کافی است یک سر جسم مورد نظر را در دستمان (بدون دستکش) بگیریم و سر دیگر آن را به کلاهک الکتروسکوپ بردار تماس دهیم. اگر جسم مورد نظر رسانا باشد، برگه‌های الکتروسکوپ به هم می‌چسبند؛ زیرا بار الکتریکی از طریق جسم و بدن ما به زمین منتقل می‌شود و الکتروسکوپ خنثی می‌شود و اگر جسم مورد نظر نارسانا باشد، برگه‌های الکتروسکوپ حرکت نمی‌کنند.

دانش‌آموز عزیز، حالا می‌تونی تست شماره ۱۱۲۵ تا ۱۱۳۴ رو حل کنی.

قانون کولن



در قسمت قبل، گفتیم که بارهای همنام به یکدیگر نیروی دافعه و بارهای ناهمنام به یکدیگر نیروی جاذبه وارد می‌کنند. این نیرو همواره در راستای خط واصل بین دو بار است.

نیروهایی که بارهای q_1 و q_2 به هم وارد می‌کنند، عمل و عکس‌العمل (کنش و واکنش) هستند؛ یعنی اندازه \vec{F}_{12} با اندازه \vec{F}_{21} برابر است؛ ولی در جهت مخالف یکدیگر هستند.

\vec{F}_{21} نیرویی است که بار q_2 به بار q_1 وارد می‌کند و \vec{F}_{12} نیرویی است که بار q_1 به بار q_2 وارد می‌کند. به زبان ریاضی می‌توانیم بنویسیم:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = F$$

نیرویی که دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 به یکدیگر وارد می‌کنند، از رابطه زیر به دست می‌آید که به قانون کولن معروف است:

FORMULA

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$$

شناسنامه فرمول	نیرو	ثابت کولن	بار الکتریکی	فاصله دو بار
نماد	F	k	q	r
یکا	نیوتون (N)	$(N \cdot m^2 / C^2)$	کولن (C)	متر (m)

$$k \approx 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

در این رابطه، k «ثابت الکتروستاتیکی» یا «ثابت کولن» نام دارد و برابر است با:



۱ ثابت کولن (k) را می‌توان برحسب یک ضریب ثابت دیگر به نام ضریب گذردهی خلأ (ϵ_0) نوشت:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \quad \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2$$

۲ قانون کولن بیان می‌کند نیروی الکتریکی که دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 به یکدیگر وارد می‌کنند، با حاصل ضرب اندازه بارها ($q_1 q_2$) رابطه مستقیم و با مجذور فاصله بارها از هم (r^2) رابطه عکس دارد.

$$F \propto q_1 q_2 \quad \text{و} \quad F \propto \frac{1}{r^2}$$

۳ بنابراین می‌توانیم قانون کولن را به صورت $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ بنویسیم؛ ولی در استفاده از آن دقت کنید که علامت بارهای q_1 و q_2 وارد فرمول نمی‌شود.



۱ دو ذره باردار در فاصله r از هم قرار دارند و به هم نیروی F وارد می‌کنند. اندازه یکی از بارها را دو برابر و اندازه بار دیگر را چهار برابر می‌کنیم. نیروی الکتریکی بین دو ذره، چند برابر می‌شود؟

۲ اگر فاصله دو ذره q_1 و q_2 را سه برابر کنیم، نیروی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟

پاسخ

۱ می‌دانیم که F با $q_1 \times q_2$ متناسب است؛ پس وقتی q_1 را دو برابر و q_2 را چهار برابر می‌کنیم، نیروی F هم 2×4 برابر یعنی ۸ برابر می‌شود.

۲ نیروی F با r^2 نسبت عکس دارد؛ پس نیرو، $\frac{1}{3^2}$ برابر یعنی $\frac{1}{9}$ برابر می‌شود.

مفاهیم اولیه الکتریسیته ساکن

بار الکتریکی، یک کمیت کوانتومی است و به صورت $q = ne$ نوشته می شود که n مضرب صحیحی از e ، بار الکترون است.

۱۱۰۳ ۱

تحلیل گزینه ها

۱۱۰۴ ۴

گفتیم در حالت کلی، اجسام باردار، اجسام رسانا و خنثی را جذب می کنند. همچنین دو جسم با بار ناهمنام نیز یکدیگر را می ربایند؛ پس با گزاره اول نمی توانیم باردار بودن یا نبودن و نوع بار A و B را تعیین کنیم؛ اما از گزاره دوم متوجه می شویم که B و C لزوماً دارای بارهای همنام هستند (رد ۲ و ۳). اگر A و C نیز همنام باشند؛ پس هر سه بار A ، B و C همنام می شوند و دیگر A و B نمی توانند یکدیگر را جذب کنند (رد ۱).

۴ A بدون بار، B باردار
پس در ۴ هر دو شرط برقرار است.

۱۱۰۵ ۲
می دانیم یک کولن بار، مقدار زیادی است؛ ولی بار الکتریکی هر الکترون برابر $1/6 \times 10^{-19}$ کولن است. در این صورت بار الکتریکی ۶ عدد الکترون، آنقدر کوچک است که نمی تواند روی یک کولن بار اثری بگذارد؛ بنابراین بار خالص، همان یک کولن است.

۱۱۰۶ ۲
بار الکتریکی، مضرب صحیحی از بار الکترون است و به صورت $q = ne$ نوشته می شود. تنها گزینه ای که مضرب صحیحی از بار الکترون است، ۲ است.

۱۱۰۷ ۳
بار الکتریکی جسم از رابطه مقابل محاسبه می شود:
دقت داشته باشید q برحسب کولن جایگزین می شود و هر نانوکولن برابر 10^{-9} کولن است.

۱۱۰۸ ۴
بار الکتریکی یک جسم همواره مضرب صحیحی از بار پایه است و اندازه آن از رابطه $q = \pm ne$ به دست می آید:
می دانیم n در واقع همان تعداد الکترون های جابه جا شده است و یکا ندارد.

۱۱۰۹ ۴
اگر بار جسمی مثبت باشد، الکترون از دست داده است؛ یعنی جرمش کم می شود و اگر بار جسمی منفی باشد، الکترون اضافی دارد؛ یعنی جرمش زیاد شده است.

۱۱۱۰ ۲
از آنجا که بار کره مثبت است؛ پس الکترون از دست داده است. حالات تعداد آن ها را به دست می آوریم:

۱۱۱۱ ۴
بار q از فرمول $q = ne$ به دست می آید که n تعداد الکترون ها است.

$q = ne \Rightarrow q = 10^0 \times 1/6 \times 10^{-19} = 1/6 \times 10^{-9}$ (بار به ازای هر سانتی متر)
 $q = 8 \times 1/6 \times 10^{-9} = 12/8 \times 10^{-9} C$
 $q = -12/8 \times 10^{-9} C$
 $q_2 = 5q_1 \Rightarrow \Delta q = q_2 - q_1 = 4q_1$
حالا عدد بالا را در ۸ ضرب می کنیم؛ چون میله مورد نظر ۸ cm طول دارد:
از آنجا که به میله الکترون داده ایم؛ پس بار آن منفی است:
بار جسم در حالت دوم ۵ برابر حالت اول است.
با گرفتن 5×10^{13} الکترون از جسم به اندازه Δq به بار مثبت جسم افزوده شده است. با محاسبه Δq بار اولیه جسم را محاسبه می کنیم:

$\Delta q = 4q_1 \Rightarrow 4q_1 = ne \Rightarrow 4q_1 = 5 \times 10^{13} \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow q_1 = 2 \times 10^{-6} C = 2 \mu C$
 $\Delta q = ne \Rightarrow q = ne = 2 \times 10^6 \times 1/6 \times 10^{-19} = 3/2 \times 10^{-13} C$
ابتدا بار دو میلیون الکترون را حساب می کنیم:

از آنجا که الکترون ها از A به B می روند، بار A مثبت و بار B منفی است. دقت کنید که جسم A از ابتدا مقداری بار منفی دارد.
 $q_A = -1/6 \times 10^{-13} + 3/2 \times 10^{-13} = +1/6 \times 10^{-13} C$ $q_B = -3/2 \times 10^{-13} C$

روش های باردار کردن اجسام

انتقال بار الکتریکی از یک جسم به جسمی دیگر، به کمک الکترون ها انجام می شود.

۱۱۱۴ ۳

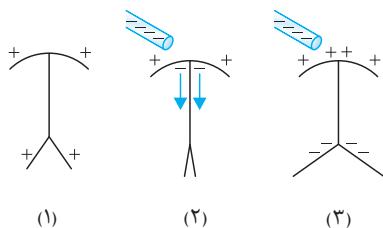
۱۱۱۵ ۳
می دانیم در این جدول، مواد پایین تر، الکترون خواهی بیشتری دارند؛ یعنی اگر دو ماده در این جدول در تماس با یکدیگر قرار گیرند، الکترون ها از ماده بالاتر جدول به ماده ای که پایین تر قرار دارد، منتقل می شوند. در مالش تفلون با نایلون، الکترون ها از نایلون به تفلون منتقل می شوند؛ بنابراین تعداد الکترون های میله افزایش می یابد. در مالش شیشه با ابریشم، الکترون ها از شیشه به ابریشم منتقل می شوند و تعداد الکترون های شیشه کاهش می یابد. همچنین در مالش شیشه با پشم و نیز مالش سرب با ابریشم، الکترون های میله کاهش می یابند.

۱۱۱۶ ۴
براساس جدول سری الکتریسیته مالشی در صورت سؤال، بار هر کدام از جسم ها پس از مالش قابل تشخیص است. در این سؤال، جسم A بار مثبت، جسم C بار منفی، جسم B بار مثبت و جسم D بار منفی خواهد داشت؛ بنابراین هر دو جسم که بار مخالف دارند، می توانند یکدیگر را جذب کنند. مانند اجسام A ، C و اجسام B ، D و اجسام A ، D و اجسام B ، C .

۱۱۱۷ ۲
می دانیم اندازه بار هر دو جسم با هم برابر است. ابتدا اندازه بار الکتریکی آن ها را به دست می آوریم:

سپس الکترون ها از میله شیشه ای به پارچه ابریشمی منتقل می شوند؛ پس بار میله شیشه ای مثبت و بار پارچه ابریشمی منفی است.

$$q = ne \Rightarrow q = 4 \times 10^9 \times 1/6 \times 10^{-19} = 6/4 \times 10^{-10} = 0/64 \times 10^{-9} C \Rightarrow q = 0/64 nC$$



قبل از نزدیک شدن میله به الکتروسکوپ، تیغه‌های آن باز است؛ یعنی دارای بار هستند. در وضعیت (۱) وقتی میله منفی به کلاهک نزدیک می‌شود، تیغه‌ها بسته می‌شوند؛ یعنی تیغه‌ها بار مخالف میله (که همان بار مثبت است) داشته‌اند. پس با نزدیک شدن میله منفی الکترون‌ها از کلاهک به تیغه‌ها می‌آیند و بار تیغه‌ها را در وضعیت (۲) خنثی می‌کنند. با نزدیک‌تر بردن میله، رانش بارهای منفی به سمت تیغه‌ها ادامه می‌یابد و تیغه‌ها دوباره باز می‌شوند؛ پس در وضعیت (۳) بار تیغه‌ها منفی است.

قانون کولن

با توجه به آنچه که در درس نامه آمده است، ① درست است.

می‌دانیم $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ است؛ پس واحد k و ϵ_0 معکوس یکدیگرند و ϵ_0 برحسب یکای $C^2 / N.m^2$ تعریف می‌شود.

این شکل ترازوی پیچشی نام دارد که طرحی از آزمایش کولن را نشان می‌دهد. در این وسیله یک میله نارسنای سبک افقی که از وسط توسط یک رشته سیم کشسان و نازک آویخته شده است، قرار دارد. به یک سر میله، گوی باردار مثبت کوچک و به سر دیگر آن یک قرص متصل است. گوی دیگری با بار منفی از حفره‌ای به داخل استوانه شیشه‌ای که درجه‌هایی بر سطح آن حک شده است، وارد می‌کنند. به کمک درجه‌های حک شده بر سطح استوانه، زاویه چرخش میله و زاویه بین گوی‌ها اندازه‌گیری می‌شود که به کمک آن مقدار نیروی الکتریکی را محاسبه می‌کنند.

به کمک قانون کولن $F = \frac{kq_1q_2}{r^2}$ به این نتیجه می‌رسیم که نیروی کولنی F با r رابطه خطی ندارد (رد ② و ③) و با افزایش r نیروی کولنی F کاهش می‌یابد (رد ③ و ④)؛ بنابراین ① درست است.

روش اول طبق قانون کولن می‌توانیم بنویسیم:

$$F = k \frac{q_1q_2}{r^2} \xrightarrow{q_1=5 \times 10^{-6} C, q_2=4 \times 10^{-6} C, F=18 N, K=9 \times 10^9} 18 = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{r^2} \Rightarrow r^2 = 10^{-2} \Rightarrow r = 10^{-1} m = 10 \text{ cm}$$

$$F = k \frac{q_1q_2}{r^2} \xrightarrow{q_1=5 \mu C, q_2=4 \mu C, F=18 N, K=9 \times 10^9 N.cm^2/\mu C} 18 = \frac{9 \times 5 \times 4}{r^2} \Rightarrow r = 10 \text{ cm}$$

روش دوم

اگر بار برحسب میکروکولن و فاصله برحسب سانتی‌متر باشد، می‌توانیم بدون تبدیل واحد، مقادیر را در قانون کولن جایگزین کنیم، در صورتی که مقدار k را $9 \times 10^9 N.cm^2 / \mu C^2$ قرار دهیم.

با نوشتن فرمول نیرو، اندازه q_1 قابل محاسبه است:

$$F = \frac{kq_1q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{kq_1 \times 5q_1}{r^2} = 0.18 \Rightarrow \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times q_1^2}{3^2} = 2 \times 10^{-2} \Rightarrow q_1^2 = 4 \times 10^{-12} \Rightarrow q_1 = 2 \times 10^{-6} C = 2 \mu C$$

$$F_{11} = F_{22} = \frac{kq^2}{r^2} \Rightarrow F = \frac{9 \times 10^9 \times 16 \times 10^{-12}}{3^2 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^{-1} N$$

ابتدا نیروی کولنی بین دو بار را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{خالص}} = ma \Rightarrow 4 \times 10^{-1} = 2 \times 10^{-2} a \Rightarrow a = 20 m/s^2$$

حالا از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت هر ذره را به دست می‌آوریم:

از آنجا که جرم و نیروی وارد بر هر دو ذره با هم برابر است ($F_{11} = F_{22}$ ، $m_1 = m_2$)؛ پس شتاب هر دو ذره نیز با هم برابر است.

با توجه به فرمول $F = \frac{kq_1q_2}{r^2}$ می‌دانیم، نیروی الکتریکی با ثابت ماندن اندازه بارها، با مجذور فاصله رابطه عکس دارد؛ پس:

$$\frac{F}{F'} = \left(\frac{r'}{r}\right)^2 \xrightarrow{F'=2F} \left(\frac{r'}{r}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow r' = \frac{\sqrt{2}}{2} r$$

می‌دانیم نیروی کولنی با اندازه هر بار، رابطه مستقیم و با مجذور فاصله، رابطه عکس دارد؛ در نتیجه:

$$\frac{F'}{F} = \frac{q'_1}{q_1} \times \frac{q'_2}{q_2} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{q'_1 = \frac{1}{2}q_1}{r' = \frac{1}{2}r} \rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{1}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = 2$$

می‌دانیم پس از تماس دو گوی، بار هر دوی آن‌ها برابر میانگین بار آن‌ها در حالت اول می‌شود: $q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{q_1 + 10q_1}{2} = \frac{11q_1}{2}$

حالا به سادگی با استفاده از قانون کولن، نسبت نیروها را در دو حالت پیدا می‌کنیم: $F = k \frac{q_1q_2}{r^2} \xrightarrow{r=r'=d} \frac{F'}{F} = \frac{|q'_1q'_2|}{|q_1q_2|} = \frac{\frac{11}{2}q_1 \times \frac{11}{2}q_1}{q_1 \times 10q_1} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{121}{20}$

رابطه نیروی کولن بین دو گلوله باردار در حالت اول را می‌نویسیم:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{9 \times 10^9 \times |q_1||q_2|}{(e/3)^2} = 4 \Rightarrow |q_1||q_2| = 4 \mu C \Rightarrow q_1q_2 = -4 \mu C$$

چون دوبار همدیگر را جذب می‌کنند؛ پس ناهمنام‌اند. با توجه به گزینه‌ها، تنها در ② اندازه حاصل ضرب دو بار 40 می‌شود؛ اما به حل سؤال ادامه می‌دهیم.



باتوجه به نمودار و از رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow 240 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} C(4)^2 \Rightarrow C = 30 \times 10^{-6} F$ ظرفیت خازن را محاسبه می‌کنیم: ۱۳۶۵

حالا از رابطه $U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ بار الکتریکی ذخیره شده در ولتاژ V را محاسبه کنیم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow 6 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{30 \times 10^{-6}} \Rightarrow Q^2 = 36 \times 10^{-8} \Rightarrow Q = 6 \times 10^{-4} C = 60 \mu C$$

طبق رابطه $E = \frac{V}{d}$ با دور شدن صفحه‌ها از هم و ثابت ماندن V ، مقدار E کاهش می‌یابد و داریم: ۱۳۶۶

$$\begin{cases} E_1 = \frac{V}{d_1} = \frac{15}{0.3 \times 10^{-2}} = 5 \times 10^4 V/m \\ E_2 = \frac{V}{d_2} = \frac{15}{0.5 \times 10^{-2}} = 3 \times 10^4 V/m \end{cases} \Rightarrow |E_2 - E_1| = |3 \times 10^4 - 5 \times 10^4| = 2 \times 10^4 V/m$$

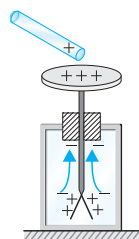
صرف کلوبند

می‌دانیم که بار الکتریکی مضرب صحیحی از بار الکترون است، یعنی باید به صورت $q = ne$ نوشته شود. حالا اگر بار یک الکترون را به صورت $e = 1/3 \times 10^{-19} C$ فرض کنیم بار هر سه قطره روغن، مضرب صحیحی از آن می‌شود. به محاسبات نگاه کنید:

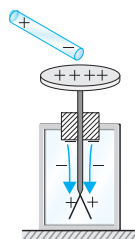
$$3/90 \times 10^{-19} C = 3 \times 1/3 \times 10^{-19} C \Rightarrow n = 3 \quad \text{و} \quad 6/50 \times 10^{-19} C = 5 \times 1/3 \times 10^{-19} C \Rightarrow n = 5$$

$$9/10 \times 10^{-19} C = 7 \times 1/3 \times 10^{-19} C \Rightarrow n = 7$$

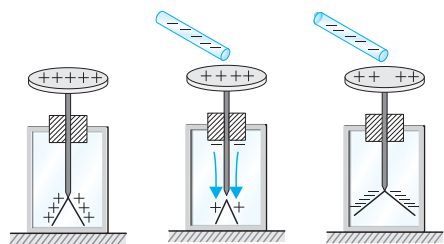
کره B در ابتدا باری ندارد و بار القایی $-Q$ روی کره A و بار القایی $+Q$ روی کره C القا می‌شود. وقتی کره B را با کره A تماس می‌دهیم، بار $-Q$ بین آن‌ها نصف می‌شود و هر کدام بار $-Q/2$ را پیدا می‌کنند. حالا اگر کره B را با کره C تماس دهیم، بار نهایی مجموع $Q/2$ می‌شود. $(Q + (-Q/2)) = (Q/2)$ و این بار $Q/2$ هم بین کره‌های B و C تقسیم می‌شود؛ یعنی به هر کدام بار $Q/4$ می‌رسد. ۱۳۶۸



۲) اگر بار میله مثبت باشد، مشخص است که با نزدیک شدن به کلاهک بارهای منفی را از تیغه‌ها جذب خود می‌کند، در نتیجه بار مثبت تیغه‌ها افزایش می‌یابد و تیغه‌ها بازتر می‌شوند.



۱) تحلیل گزینه‌ها: اگر میله بدون بار باشد بر اثر القا بارها مطابق شکل پخش می‌شوند، در نتیجه این توزیع بار، بار منفی میله که نزدیک کلاهک است باعث رانش الکترون‌ها به تیغه می‌شود و بار آن‌ها را می‌کاهد. ولی این رانش بار تا آنجایی ادامه پیدا می‌کند که بار تیغه‌ها خنثی شده و کاملاً بسته شود و تیغه‌ها همچنان بسته می‌مانند. ۱۳۶۹



۳) و ۴) تا اینجا مشخص شده که میله نه بدون بار است و نه بار آن مثبت است. پس بار میله منفی است. حالا برای مشخص شدن بار تیغه‌ها و کلاهک در پایان آزمایش گفته‌های سؤال را بررسی می‌کنیم. ابتدا بار کلاهک و تیغه‌ها مثبت است. با نزدیک شدن میله به کلاهک، بارهای منفی به سمت تیغه‌ها رانده شده و بار تیغه‌ها را خنثی می‌کند در نتیجه لحظه‌ای تیغه‌ها بسته می‌شوند رانش بار منفی ادامه می‌یابد و بار تیغه‌ها منفی خواهد شد؛ در نتیجه تیغه‌ها دوباره باز می‌شوند. پس در پایان آزمایش بار کلاهک همچنان مثبت و بار تیغه‌ها منفی خواهد بود.

q_1 و q_2 بار دو گلوله در حالت اول و q_1' و q_2' بار دو گلوله در حالت دوم است. ابتدا، با نوشتن نیروی کولنی بین دو گلوله در حالت اول ۱۳۷۰

$$F = \frac{k|q_1 q_2|}{r^2} \Rightarrow 1/2 \times 10^{-6} = \frac{9 \times 10^9 \times |q_1 q_2|}{9 \times 10^{-2}} \Rightarrow |q_1 q_2| = 1/2 \times 10^{-17} = 12 \times 10^{-18} C = 12(nC)^2$$

به حاصل ضرب دو بار می‌رسیم؛ اما به حل سؤال ادامه می‌دهیم. می‌دانیم بار گلوله‌ها پس از تماس، میانگین بار آن‌ها قبل از تماس است. ۱۳۷۱

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} = 4 \Rightarrow q_1 + q_2 = 8 \Rightarrow q_2 = 8 - q_1$$

$$q_1(8 - q_1) = 12 \Rightarrow q_1^2 - 8q_1 = -12$$

حالا که به مجموع بارها رسیدیم، معادله درجه دو را تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{cases} q_1 = 6nC \\ q_2 = 2nC \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} q_1 = 2nC \\ q_2 = 6nC \end{cases}$$

با حل معادله درجه دو به این نتیجه می‌رسیم که بار اولیه گلوله‌ها است.

پس از تماس دو کره، بار آن‌ها، برابر میانگین بار دو کره قبل از تماس است؛ پس: ۱۳۷۱

$$q_1 = -5nC, q_2 = +15nC \Rightarrow q_1' = q_2' = \frac{-5 + 15}{2} = +5nC \quad \text{و} \quad r = 3m, r' = 5m$$

حالا با به دست آوردن نسبت نیروها می‌توان درصد تغییر نیرو را محاسبه کرد: $F' = \frac{1}{12} F$ ۲۸۳

مقدار نیروی F' برابر $1/2$ نیروی F است که این نشان می دهد نیرو 88% کاهش یافته است که برحسب درصد برابر 88% است؛ اما می توانیم به روش محاسبه هم آن را به دست آوریم:

$$\frac{\Delta F}{F} \times 100 = \frac{F' - F}{F} \times 100 = \frac{\left(\frac{1}{2}F - F\right) \times 100}{F} = -88\%$$

یعنی نیرو 88% کاهش یافته است.

$$q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2 = \Delta q_1$$

طبق قانون پایستگی بار، مجموع دو بار قبل و بعد از انتقال ثابت است.

از آنجا که نیرو با حاصل ضرب دو بار نسبت مستقیم دارد، وقتی مجموع دو بار ثابت است، حاصل ضرب آن ها زمانی بیشینه است که دو بار با هم برابر باشند؛ یعنی:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{\Delta}{2} q_1$$

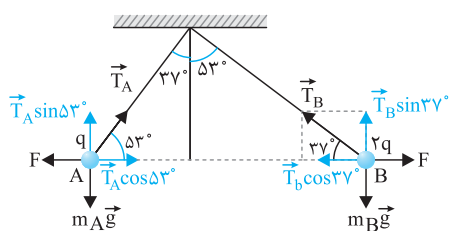
$$\frac{\Delta q_2}{q_2} \times 100 = \frac{q'_2 - q_2}{q_2} \times 100 = \frac{\left(\frac{\Delta}{2} - 4\right) q_1}{4 q_1} \times 100 = -\frac{3}{4} \times 100 = -37.5\%$$

حالا درصد تغییرات بار q_2 را محاسبه می کنیم:

علامت منفی نشان می دهد بار q_2 کاهش یافته است.

ابتدا شکل ساده ای از نیروهای وارد بر دژه های باردار رسم می کنیم:

حالا شرط تعادل هر بار را جداگانه می نویسیم. برای تعادل ذره باردار در نقطه A:



$$\left. \begin{aligned} T_A \sin 53^\circ &= m_A g \\ T_A \cos 53^\circ &= F \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tan 53^\circ = \frac{m_A g}{F} \Rightarrow F = \frac{m_A g}{\tan 53^\circ} \quad (1)$$

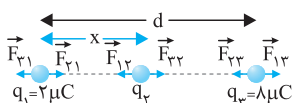
و اما شرط تعادل در نقطه B:

$$\left. \begin{aligned} T_B \sin 37^\circ &= m_B g \\ T_B \cos 37^\circ &= F \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tan 37^\circ = \frac{m_B g}{F} \Rightarrow F = \frac{m_B g}{\tan 37^\circ} \quad (2)$$

از آنجا که نیروی کولنی بین دوبار با هم برابر است؛ پس از مقایسه دو رابطه (1) و (2) می توانیم بنویسیم:

$$(1) = (2) \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{\tan 53^\circ}{\tan 37^\circ} = \frac{4}{3} = \frac{16}{9}$$

برای اینکه برآیند نیروهای وارد بر هر بار صفر شود، باید q_2 منفی باشد؛ پس نیروهای وارد بر بارها را رسم می کنیم:



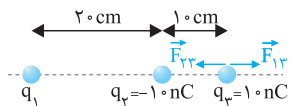
برآیند نیروهای وارد بر q_2 صفر است؛ پس باید اندازه نیرویی که q_1 به q_2 وارد می کند برابر با اندازه نیرویی باشد که q_2 به q_1 وارد می کند:

$$F_{12} = F_{21} \Rightarrow \frac{kq_1 \times q_2}{x^2} = \frac{kq_2 \times q_1}{(d-x)^2} \Rightarrow 4x^2 = (d-x)^2 \Rightarrow 2x = d-x \Rightarrow 3x = d$$

همین طور برآیند نیروهای وارد بر q_1 نیز صفر است؛ پس اندازه دو نیروی q_{11} و q_{12} را نیز با هم برابر قرار می دهیم:

$$F_{11} = F_{12} \Rightarrow \frac{kq_1 \times |q_2|}{x^2} = \frac{kq_1 \times \lambda}{d^2} \Rightarrow |q_2| = \lambda \frac{x^2}{d^2} \xrightarrow{d=3x} |q_2| = \lambda \frac{x^2}{9x^2} \Rightarrow |q_2| = \frac{\lambda}{9} \Rightarrow q_2 = -\frac{\lambda}{9} \mu C$$

در حالت اول برآیند نیروهای وارد بر q_2 صفر است؛ یعنی:



$$\vec{F}_{12} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{23}$$

در حالت دوم که q_1 دو برابر می شود، طبق فرمول $F = \frac{k|q_1 q_2|}{r^2}$ ، نیرویی که به q_2 وارد می کند نیز دو برابر می شود؛ پس:

$$\vec{F}'_{12} = 2\vec{F}_{12} \xrightarrow{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{23}} \vec{F}'_{12} = -2\vec{F}_{23}$$

$$\vec{F}'_{12} = \vec{F}'_{13} + \vec{F}_{23} = -2\vec{F}_{23} + \vec{F}_{23} \Rightarrow \vec{F}'_{12} = -\vec{F}_{23}$$

حالا برآیند نیروهای وارد بر q_2 را در حالت دوم به دست می آوریم:

از علامت منفی، متوجه می شویم برآیند نیروها در خلاف جهت F_{12} یعنی به سمت راست است و اندازه آن را با استفاده از رابطه محاسبه می کنیم:

$$F_{12} = \frac{k|q_1 q_2|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 100 \times 10^{-18}}{10^{-2}} \Rightarrow (F_{12} = F_{23} = 9 \times 10^{-5} \text{ N})$$

$$F_2 = F_1 \sin \alpha$$

برای F_1 و F_2 برابر است؛ پس F_1 و F_2 همان مؤلفه های حاصل از تجزیه F_2 بر روی اضلاع مثلث است.

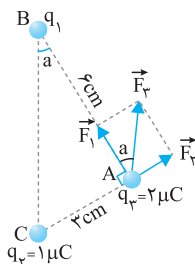
از آنجا که نیروی F_2 موازی خط واصل q_1 و q_2 است؛ بنابراین دو زاویه α مشخص شده در شکل با هم برابرند.

$\sin \alpha$ را پیدا می کنیم:

$$\sin \alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 6^2}} = \frac{3}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$F_2 = F_1 \times \frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \frac{kq_1 q_2}{(AC)^2} = F_1 \times \frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \frac{9 \times 10^9 \times 100 \times 10^{-18}}{(3 \times 10^{-2})^2} = F_1 \times \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\Rightarrow F_1 = 2 \times \frac{5}{\sqrt{5}} \times 10 = 2\sqrt{5} \text{ N}$$



انرژی ذخیره شده در خازن همان گرمای منتقل شده به آب است که باعث افزایش دمای آب می شود. می دانیم هر cm^3 آب جرمی معادل ۱g دارد؛ بنابراین می توانیم بنویسیم:

$$U = Q \Rightarrow \frac{1}{2} CV^2 = mc\Delta\theta \Rightarrow \frac{1}{2} \times 200 \times 10^{-6} \times 12^2 = 1 \times 10^{-3} \times 4200 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 3/4 \times 10^{-3} \text{ K} \approx 3/4 \text{ mK}$$

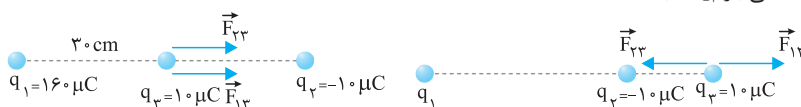
آزمون ۱

می دانیم بار الکتریکی، مضرب صحیحی از بار الکترون است.

$$q = ne \Rightarrow 8 \times 10^{-6} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 5 \times 10^{13} \text{ الکترون}$$

اگر بار میله مثبت باشد، با نزدیک کردن میله به کلاهک الکتروسکوپ، بارهای منفی روی ورقه ها به طرف کلاهک حرکت می کنند و ورقه های الکتروسکوپ به هم نزدیک می شوند اگر میله خنثی هم باشد، همین اتفاق می افتد.

نیروی خالص وارد بر q_3 صفر است؛ یعنی F_{13} و F_{23} همدیگر را خنثی می کنند. ابتدا، q_1 را به دست می آوریم. دقت داشته باشید با توجه به شکل که نیروی F_{13} دافعه است؛ یعنی بار q_1 مثبت است.



$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} = k \frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} \Rightarrow q_1 = 160 \mu\text{C}$$

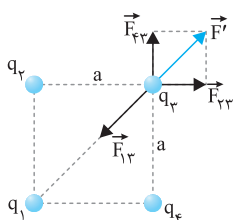
حالا جای q_2 و q_3 را عوض می کنیم و برابری نیروهای وارد بر q_3 را به دست می آوریم:

$$F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{160 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{(10 \times 10^{-2})^2} = 90 \text{ N} \quad \text{و} \quad F_{23} = k \frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{160 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{(30 \times 10^{-2})^2} = 160 \text{ N}$$

در این مرحله نیروی خالص وارد بر q_3 را به دست می آوریم:

$$F_T = 90 + 160 = 250 \text{ N}$$

وقتی بار q_3 در تعادل است؛ یعنی برابری دو نیروی F_{13} و F_{23} که در شکل زیر بردار \vec{F}' نامگذاری شده است؛ بردار نیروی \vec{F}_{13} را خنثی می کند. بنابراین ابتدا F_{13} و F_{23} و برابری این دو نیرو، یعنی F' را به دست می آوریم:



$$F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{a^2} = \sqrt{2} \frac{kq^2}{a^2} \Rightarrow F' = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2} = 2 \frac{kq^2}{a^2}$$

$$F_{23} = k \frac{q_2 q_3}{a^2} = \sqrt{2} \frac{kq^2}{a^2}$$

$$F_{13} = F' \Rightarrow k \frac{q_1 q_3}{(a\sqrt{2})^2} = 2 \frac{kq^2}{a^2} \Rightarrow q_1 = 4q$$

حالا F_{13} را با F' مساوی قرار می دهیم؛ چون برابری نیروهای وارد بر q_3 صفر است:

دقت کنید که علامت q_1 باید منفی باشد تا F_{13} و F' در خلاف جهت هم باشند.

کافی است از فرمول $E = k \frac{q}{r^2}$ در دو حالت استفاده کنیم و رابطه ها را بر هم تقسیم کنیم:

$$\begin{cases} r_1 = 2m \\ r_2 = 3m \end{cases} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{E_1 - 250}{E_1} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow E_1 = 450 \text{ N/C}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{4E}{9E} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$$

برای حل این سؤال، از نسبت $\frac{E_2}{E_1}$ کمک می گیریم:

برای حل این سؤال، از قضیه کار و انرژی جنبشی استفاده می کنیم:

$$W_{\text{نیروی میدان الکتریکی}} = \Delta K \Rightarrow W_E = K_B - K_A \Rightarrow E |q| d \cos\theta = \frac{1}{2} m v_B^2 - 0$$

$$8 \times 10^2 \times 1/6 \times 10^{-19} \times 10^{-1} \times \cos 0^\circ = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v_B^2 \Rightarrow v_B = \frac{16}{3} \times 10^6 \text{ m/s}$$



از قضیه کار و انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم. تنها نیروی وارد بر بار، همان نیروی میدان الکتریکی است.

۱۴۱۱

$$W_{\text{نیروی میدان الکتریکی}} = \Delta K \Rightarrow |q| E d \cos \theta = 0 - \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Rightarrow 1/6 \times 10^{-19} \times 2000 \times d \times \cos 180^\circ = -\frac{1}{2} \times 1/6 \times 10^{-27} \times (10^5)^2 \Rightarrow d = 0.025 \text{ m} = 25 \text{ mm}$$

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{1 - (-1)}{4 \times 10^{-2}} = 400 \text{ V/m}$$

ابتدا، میدان الکتریکی بین دو صفحه را به دست می‌آوریم:

۱۴۱۲

$$E = \frac{V_A - V_{\text{صفحه منفی}}}{x} \Rightarrow 400 = \frac{-4 - (-1)}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{100} \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

حالا فاصله نقطه A تا صفحه منفی را x می‌نامیم و آن را به دست می‌آوریم:

تراکم میدان در B بیشتر است، پس $E_B > E_A$ است. باتوجه به فرمول $F = Eq$ می‌فهمیم که F_B هم از F_A بزرگ‌تر است. از طرفی هرچقدر در جهت خطوط میدان حرکت کنیم، پتانسیل کاهش می‌یابد و این یعنی $V_B < V_A$ است.

۱۴۱۳

با توجه به اینکه در فلزات همه بار در سطح خارجی فلز توزیع می‌شود تنها گزینه ممکن (۳) است.

۱۴۱۴

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_r}{C_1} = \frac{\kappa_r}{\kappa_1} \times \frac{A_r}{A_1} \times \frac{d_1}{d_r} \Rightarrow \frac{C_r}{C_1} = 4/5 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

ظرفیت خازن را در دو حالت با هم مقایسه می‌کنیم:

۱۴۱۵

$$\Delta V = V_r - V_1 = 22 - 15 = 7 \text{ V}$$

به محاسبه مقابل به دقت توجه کنید:

۱۴۱۶

حالا ظرفیت خازن به سادگی محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} Q_1 = CV_1 \\ Q_2 = CV_2 \end{cases} \Rightarrow Q_2 - Q_1 = C(V_2 - V_1) \Rightarrow \Delta Q = C \Delta V \Rightarrow C = \frac{\Delta Q}{\Delta V} = \frac{140}{7} = 20 \mu\text{F}$$

وقتی خازنی را از مولد جدا می‌کنیم، Q ثابت می‌ماند یعنی $Q_1 = Q_2$. از طرفی باتوجه به فرمول $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ به سادگی به دست می‌آوریم

۱۴۱۷

که $C_2 = \frac{5}{4} C_1$ می‌شود. حالا به محاسبه زیر نگاه کنید:

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow C_1 V_1 = C_2 V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \frac{0.4 V_1 - V_1}{V_1} \times 100 = -0.6 \times 100 = -60\%$$

یعنی V_2 برابر است با چهل درصد V_1 و این یعنی ۶۰ درصد کاهش ولتاژ.

میدان الکتریکی در داخل یک جسم رسانای منزوی باردار، به سرعت صفر می‌شود.

۱۴۱۸

آزمون ۲

بر اثر این مالش، 32 nC بار الکتریکی، جابه‌جا شده است. $q = ne \Rightarrow 32 \times 10^{-9} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 2 \times 10^{11}$

۱۴۱۹

اگر بار جسم، موافق بار الکتروسکوپ باشد، با نزدیک کردن جسم به کلاهک الکتروسکوپ، بار الکتروسکوپ از کلاهک به سمت ورقه‌ها حرکت می‌کند و ورقه‌ها از هم دور می‌شوند.

۱۴۲۰

نیروی الکتریکی \vec{F} بر ایند نیروهایی است که از طرف q_1 و q_2 بر q_A وارد می‌شود؛ یعنی \vec{F} بر ایند \vec{F}_1 و \vec{F}_2 است. اگر بار q_A را حذف کنیم،

۱۴۲۱

فقط q_1 باقی می‌ماند و تنها نیروی مؤثر بر q_A همان \vec{F}_1 است. یعنی $\frac{\vec{F}}{4}$ را می‌توانیم \vec{F}_1 فرض کنیم. از این مقایسه به سادگی می‌فهمیم که \vec{F}_2 هم باید $\frac{3}{4} \vec{F}$ باشد؛

چون $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}$ است.

$$\begin{cases} F_1 = k \frac{q_1 q_A}{d^2} \\ F_2 = k \frac{q_2 q_A}{4d^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{q_1}{q_2} \times 4 \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{q_1}{q_2} \times 4 \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{1}{12}$$

از آنجا که \vec{F}_1 و \vec{F}_2 هم‌جهت هستند؛ پس q_1 و q_2 هم‌علامت و نسبت آن‌ها مثبت است.

به گلوله بالایی توجه می‌کنیم که در حال تعادل است. به این گلوله دو نیروی F و mg وارد می‌شود که همدیگر را خنثی می‌کنند.

۱۴۲۲

$$F = mg \Rightarrow k \frac{qq}{r^2} = mg \Rightarrow 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{r^2} = 20 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow r^2 = 0.18 \Rightarrow r = \sqrt{0.18} = 0.3\sqrt{2} = 0.42 \text{ m} = 42 \text{ cm}$$