مقدمه ناشر

یکی از کمیت‌هایی که در همه جای فیزیک و کلاً زندگی ردپای آن را می‌بینیم، زمان است. راستش زمان را خیلی درست و حسابی نمی‌شود تعریف کرد. در فصل اول همین کتاب، یعنی فیزیک دوازدهم، خیلی با زمان سروکار داریم، اما دلیل صحبتم دربارهٔ زمان، کلیپی است که چند وقت پیش دیدم. در این کلیپ از یک نفر سؤال می‌شود که بزرگ‌ترین اشتباه زندگی ما چیست؟ و او این‌طور جواب می‌دهد:

«بزرگ‌ترین اشتباه این هست که فکر می‌کنی به اندازهٔ کافی زمان داری. در واقع زمان رایگان، اما بدون بها است. نمی‌توانی آن را برای خودت کنی، اما می‌توانی از آن استفاده کنی. نمی‌توانی آن را نگه داری، اما می‌توانی آن را خرج کنی و زمانی که آن را از دست دادی، دیگر نمی‌توانی آن را برگردانی.»

ما آدم‌ها به طور میانگین ۷۸ سال زندگی می‌کنیم. ۲۸/۳ سال از زندگی‌مان را برای خوابیدن خرج می‌کنیم. این تقریباً یک سوم از زندگی ماست، اما با این حال، ۳۰ درصد از ما برای خوب خوابیدن! تلاش می‌کنیم. ما ۱۰/۵ سال از زندگی‌مان را برای کارکردن خرج می‌کنیم، اما بیش‌تر از ۵۰ درصد از ما دلش می‌خواهد که شغل الانش را رها کند. زمان از پول ارزشمندتر است، شما می‌توانید پول بیشتری به دست آورید، اما هرگز نمی‌توانید زمان بیشتری به دست آورید. ما ۹ سال برای تلویزیون و شبکه‌های اجتماعی، ۶ سال برای انجام کارهای متفرقه، ۴ سال برای خوردن و نوشیدن، ۳/۵ سال برای آموزش، ۲/۵ سال برای اصلاح و نظافت بدنمان، ۲/۵ سال برای خریدکردن، ۱/۵ سال برای مراقبت از کودکان و ۱/۳ سال برای رفت و آمد خرج می‌کنیم. ما می‌مانیم و تنها ۹ سال از باقی عمرمان! این زمان را چه‌طوری می‌خواهیم خرج کنیم؟

تصور کن هر روز با یک حساب بانکی با موجودی ۸۶۴۰۰ دلاری از خواب بیدار می‌شی! و آخر شب همه‌اش از بین می‌رود. چه خرج کرده باشی و چه خرج نکرده باشی و در روز بعد دوباره ۸۶۴۰۰ دلار می‌گیری! با این پول چه‌کار می‌کنید؟

حالا واقعاً هر روز ۸۶۴۰۰ ثانیه در حساب زندگیتون سپرده دارید و در پایان هر روز زمانی که همهٔ آن‌ها مصرف می‌شود، شما ۸۶۴۰۰ ثانیه جدید دریافت می‌کنید. اگر این ثانیه‌ها، پول بود هیچ موقع آن را هدر می‌دادید؟ پس چرا وقتی این پول به صورت زمان وارد حسابمون می‌شود، آن را هدر می‌دهیم؟ در واقع این ثانیه‌ها بسیار قدرتمندتر از پول هستند، چون همیشه می‌توانید پول بیشتری به دست آورید، ولی هیچ‌وقت نمی‌توانید زمان بیشتری به دست آورید.

برای این‌که ارزش یک سال را بفهمید، از کسانی که یک سال پشت کنکور ماندند، سؤال کنید.

برای این‌که ارزش یک ماه را بفهمید، از مادری که فرزندش را در آخرین ماه بارداری از دست می‌دهد، سؤال کنید.

برای این‌که ارزش یک هفته را بفهمید، از ویراستار یک هفته‌نامه سؤال کنید.

برای این‌که ارزش یک ساعت را بفهمید، از زوجی که در یک رابطه از راه دور هستند، سؤال کنید.

برای این‌که ارزش یک دقیقه را بفهمید، از کسی که از اتوبوس، قطار یا هواپیما جا مانده است، سؤال کنید.

برای این‌که ارزش یک ثانیه را بفهمید، از کسی که از یک تصادف جان سالم به‌در برده است، سؤال کنید.

برای این‌که ارزش یک میلی‌ثانیه را بفهمید، از کسی که در مسابقه دو ۱۰۰ متر المپیک دوم شده است، سؤال کنید.

در واقع درون همهٔ ما دو صدا وجود دارد. یک صدا از ما می‌خواهد که وزنه را بلند کنیم و یک صدای دیگر می‌خواهد ولش کنیم. یک صدا از ما می‌خواهد که رشد کنیم و یک صدای دیگر می‌خواهد که به عقب برگردیم. همان صدایی که ما را تنبل می‌کند، همان صدایی که ما را از خود راضی می‌کند، همان صدایی که ما را از پتانسیل‌هامون دور می‌کند!

هر روز زمانی که از خواب بلند می‌شویم تا زمانی که می‌خوابیم، بین این دو صدا جنگ است. حدس می‌زنید کدام یکی برنده می‌شود؟ همان که بیشتر به آن گوش می‌دهیم، همان که ما ازش تغذیه می‌کنیم، همان که ما را قوی می‌کند. این انتخاب ماست که چه‌طور از زمانمون استفاده کنیم. زندگی و زمان دوتا از بهترین معلم‌ها هستند. زندگی به ما یاد می‌دهد که از زمانمون خوب استفاده کنیم و زمان ارزش زندگی را به ما یاد می‌دهد. به قول ویلیام شکسپیر :

زمان برای آن‌هایی که چیزی را می‌خواهند، بسیار آهسته است.

برای آن‌هایی که می‌ترسند، خیلی سریع است.

برای آن‌هایی که ناراحت هستند، خیلی طولانی است.

و برای آن‌هایی که شادی می‌کنند، خیلی کوتاه است.

اما برای آن‌هایی که عاشق هستند، زمان بی‌نهایت است[1].

پس اگر می‌خواهی زمانت بی‌نهایت باشد، عاشقانه زندگی کن!

۱- نویسنده و طراح این کلیپ، یک انگلیسی هندی‌تبار بود به اسم Jay Shetty !

مقدمه مؤلفان

شما مهم‌اید!

سلام! دوستی دارم که در یکی از شرکت‌های دولتی کار می‌کنه؛ تعریف می‌کرد: اوایل دهۀ هفتاد برای انجام مأموریتی رفته بودم انگلیس. همیشه فکر می‌کردم مردم اون‌جا صبح تا شب مشغول لهو و لعب (کارهای بی‌حاصل دنیوی) هستند!! (در یک برهۀ زمانی اون‌قدر غرب‌ستیزی در کشور ما زیاد بود که اکثر مردم همین‌جوری فکر می‌کردند؛ هنوز هم همین‌جوری فکر می‌کنند!!) بعد از پایان جلسات فنی و یک روز مونده به پرواز برگشتمون به تهران، ما رو بردند سطح شهر چرخوندن! یکی از جاهایی که از اون دیدن کردیم، دانشگاه ... بود (اسم دانشگاه رو یادم رفت! مهم هم نیست!!) یکی از مسئولین دانشگاه راهنمای ما بود و بخش‌های مختلف دانشگاه رو به ما نشون می‌داد. بعد از مدتی باهاش خودمونی شدم و ازش پرسیدم: «با این همه زمینه‌های فسق و فجوری که در کشور شماست، چه‌طور این‌قدر پیشرفت کرده‌اید؟!» «آقای مسئول با انگشت اشارۀ خود یکی از کلاس‌ها رو نشون داد (!) و جواب داد: «کشور ما رو اون‌ها می‌چرخونن. قرار نیست همۀ مردم دانشگاه برن! ولی اون‌هایی که دانشگاه می‌رن، باید دسترسی به بیشترین امکانات رو داشته باشن. پیشرفت کشور وابسته به خروجی این دانشگاه‌هاست.» حرف درستی می‌زد! در فصل فیزیک اتمی می‌خونید که یک فوتون پرانرژی فرابنفش کاری می‌کنه که هزار تا فوتون بی‌بخار مرئی نمی‌تونن انجام بدن؛ کیفیت مهمه؛ نه کمیت!

آیا کتاب درسی فیزیک دوازدهم انتظارات دانش‌آموزان مستعد را برآورده می‌کند؟

جواب منفی است! کتاب درسی فیزیک دوازدهم دو تا اشکال عمده داره؛ یکی این‌که کتاب از نظر تحلیلی و مفهومی در جایگاه مناسبی قرار نداره و خیلی از مطالب بدون استدلال به خورد خواننده داده می‌شود. امروز (۱۳۹۷/۷/۹) جایی کلاس داشتم و بحث «تَکانه» رو درس دادم. تکانه می‌شه حاصل‌ضرب جرم یک جسم در سرعت آن. دانش‌آموزان پرسیدند اصلاً تکانه یعنی چی؟! گفتم کتاب در همین حد گفته و وقت نداریم موضوع رو باز کنم! گفتند ایراد نداره! چهارتا مسئله کم‌تر حل کنیم ولی چیزی رو که می‌خونیم، بفهمیم! همین نمونۀ ساده نشون می‌ده مؤلفان محترم کتاب درسی یه قسمت از مسیر رو اشتباه رفتن! در تألیف کتاب حواسشون به همه چیز نبوده و به خاطر این‌که دل اکثریت بچه‌ها رو (که ضعف علمی دارند! *با کمال تأسف!!*) به دست بیارن، از قشر نخبۀ دانش‌آموزان غافل شدن. همون قشری که قراره در آینده بخشی از بار علمی کشورمون (*و سایر کشورها!*) رو به دوش بکشن. اشکال دوم کتاب درسی این است که خیلی از مطالب مهم،صرفاً به این دلیل که می‌تواند دستاویزی برای طرح تست‌های سخت در کنکور باشد، حذف شده‌اند، حتی اگر حذف آن‌ها در روند آموزشی کتاب اشکال ایجاد کند. این دوتا ایراد باعث می‌شه خیلی از دانش‌آموزان، به ویژه دانش‌آموزان قوی، نسبت به درس فیزیک زده بشن! قبول کنید اتفاق خوبی نیست!

ویژگی‌های این کتاب

فرق این کتاب با کتاب‌های عمومی چیه؟ اکثر تست‌های کتاب‌های معمول شامل تست‌هایی هستند که درجۀ سختی آن‌ها ساده و متوسط است. این کتاب تست‌های متوسط و سخت را پوشش می‌دهد. سعی کرده‌ایم از چارچوب مطالب کتاب درسی خارج نشویم و در عین حال با طرح تست‌هایی چالشی، تا حدی خواننده را نسبت به مطالعۀ فیزیک راغب کنیم. (البته اعتقاد دارم این نسخۀ شفابخشی برای رفع مشکلات کتاب درسی نیست ولی خب، در حد یک مُسَکِن می‌تواند عمل کند!)

کنار بعضی تست‌ها علامت به چشم می‌خورد. این تست‌ها دو مدل‌اند: یا فرم متفاوتی از تست‌های کنکور دارند یا درجۀ سختی بالاتری دارند. حل این تست‌ها فقط به دانش‌آموزانی پیشنهاد می‌شود که قرار است رتبه‌های ۱ یا ۲ رقمی کنکور را تصاحب کنند.

این کتاب را در سال ۱۴۰۱ برای دومین بار ویرایش کردیم. در این ویرایش سعی کردیم با وجود کاهش حجم، تعداد تست‌های خلاقانۀ کتاب را افزایش دهیم و کتاب را به استاندارد بالاتری ارتقا دهیم.

قدردانی

در پایان از همۀ عزیزانی که در تولید کتاب نقش داشتند، تشکر می‌کنیم از جمله آقای ایمان سلیمان‌زاده (مدیر تألیف کتاب‌های نردبام)، خانم انسیه میرجعفری و لولاو مرادی (مسئول اجرایی پروژه) و خانم‌ها مائده رضایی، زهرا محب‌تاش و آقای احمد نعمتی، ویراستاران کتاب و دانش‌آموزان خوبم، زهرا ربانی، نازنین آذریان، سایه جاراللهی، کیمیا چاوشی، مونا حاجی محمدی، مائده حیدری و علیرضا مولایی که ویرایش دانش‌آموزی کتاب را به عهده داشتند و تیم پرتلاش واحد تولید خیلی‌سبز. ارتباط با من: mosalaeiphysics

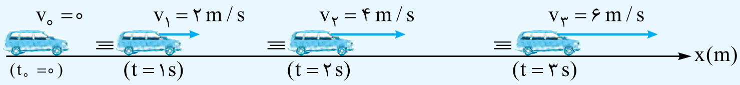
اگر همۀ دنیا پراید شدن، تو بنز باش!!

فهرست

۱۰. حرکت با شتاب ثابت بر خط راست

در حرکت شتاب ثابت بر خط راست، شتاب متحرک ثابت است؛ یعنی **سرعت متحرک در بازه‌های زمانی مساوی، به مقدار ثابتی تغییر می‌کند.**

نمونه ۱ فرض کنید متحرکی در مبدأ زمان با شتاب ثابت $2\,m/s^2$ به حرکت درمی‌آید. سرعت این متحرک در هر ثانیه $2\,m/s$ افزایش می‌یابد و پس از $1s$، از صفر به $v_1 = 2\,m/s$ و پس از $2s$، به $v_2 = 4\,m/s$ و ... می‌رسد (شکل ۲۶).



(شکل ۲۶)

معادلهٔ سرعت ـ زمان: *قبلاً گفتیم*؛ اگر سرعت متحرکی ثابت باشد، مقدار متوسط و لحظه‌ای آن برابرند؛ به همین ترتیب **اگر شتاب متحرکی ثابت باشد، مقدار متوسط و لحظه‌ای آن برابرند.**

$$a = a_{av} \Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\Delta v = a\Delta t} \quad \text{(رابطهٔ ۱۲)}$$

اگر سرعت در لحظهٔ دلخواه t برابر v باشد، داریم:

$$v - v_0 = a(t - t_0) \xrightarrow{(t_0 = 0)} \boxed{v = at + v_0} \quad \text{(رابطهٔ ۱۳)}$$

معادلهٔ سرعت متوسط: در حرکت با شتاب ثابت، چون سرعت متحرک به طور یکنواخت (خطی) تغییر می‌کند، سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی برابر میانگین سرعت در ابتدا و انتهای آن بازه است؛ بنابراین سرعت متوسط متحرک از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که سرعت آن به v می‌رسد، از رابطهٔ (۱۴ـ الف) به دست می‌آید:

$$\boxed{v_{av} = \frac{v + v_0}{2}} \quad \text{(رابطهٔ ۱۴ ـ الف)}$$

و سرعت متوسط بین دو لحظهٔ دلخواه t_1 و t_2:

$$\boxed{v_{av} = \frac{v_2 + v_1}{2}} \quad \text{(رابطهٔ ۱۴ ـ ب)}$$

معادلهٔ مستقل از شتاب: جابه‌جایی متحرک در مدتی که سرعت آن از v_0 به v می‌رسد، از رابطهٔ (۱۵ـ الف) به دست می‌آید:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{t - t_0} \xrightarrow{(t_0 = 0)} \Delta x = v_{av}t \Rightarrow \boxed{\Delta x = (\frac{v + v_0}{2})t} \quad \text{(رابطهٔ ۱۵ ـ الف)}$$

به همین ترتیب اگر سرعت متحرک در مدت Δt از v_1 به v_2 برسد:

$$\boxed{\Delta x = (\frac{v_2 + v_1}{2})\Delta t} \quad \text{(رابطهٔ ۱۵ ـ ب)}$$

معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان:

$$\Delta x = (\frac{v + v_0}{2})t = [\frac{(at + v_0) + v_0}{2}]t = (\frac{1}{2}at + v_0)t \Rightarrow \boxed{\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t} \quad \text{(رابطهٔ ۱۶)}$$

توجه ۱ براساس رابطهٔ (۱۶) می‌توان سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت را از رابطهٔ (۱۷) حساب کرد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{t} \Rightarrow \boxed{v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0} \quad \text{(رابطهٔ ۱۷)}$$

معادلهٔ مکان ـ زمان:

$$\Delta x = x - x_0 \Rightarrow x - x_0 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0} \quad \text{(رابطهٔ ۱۸)}$$

معادلهٔ مستقل از زمان: از ترکیب معادله‌های سرعت ـ زمان و مستقل از شتاب خواهیم داشت:

$$v = at + v_0 \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a}$$

$$\Delta x = (\frac{v + v_0}{2})t = (\frac{v + v_0}{2})(\frac{v - v_0}{a}) = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow \boxed{v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x} \quad \text{(رابطهٔ ۱۹ ـ الف)}$$

اگر سرعت متحرک پس از جابه‌جایی Δx از v_1 به v_2 برسد، داریم:

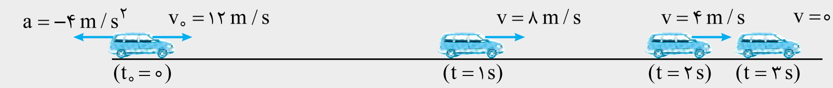
$$\boxed{v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x} \quad \text{(رابطهٔ ۱۹ ـ ب)}$$

استراتژی و نکات لازم برای حل تست‌های این بخش

۱ اولین موضوعی که از شما می‌خواهیم به آن توجه کنید، مفهوم شتاب است. وقتی می‌گوییم شتاب متحرکی a واحد است؛ یعنی سرعت آن در هر ثانیه a واحد تغییر می‌کند.

مثال۱ **اتومبیلی با سرعت $12\,m/s$ بر مسیر مستقیم در حال حرکت است. رانندهٔ اتومبیل با دیدن یک مانع اقدام به ترمز می‌کند و حرکت اتومبیل با شتاب ثابت $4\,m/s^2$ کند می‌شود. چند ثانیه پس از اقدام به ترمز، اتومبیل متوقف می‌شود؟**

پاسخ می‌تونی با استفاده از مفهوم شتاب به جواب برسی. شتاب اتومبیل $-4\,m/s^2$ است؛ یعنی سرعت اتومبیل هر ثانیه $-4\,m/s$ تغییر می‌کنه و پس از $1\,s$ به $8\,m/s$، پس از $2\,s$ به $4\,m/s$ و پس از $3\,s$ به صفر می‌رسه. با این حساب، اتومبیل پس از $3\,s$ متوقف می‌شه.

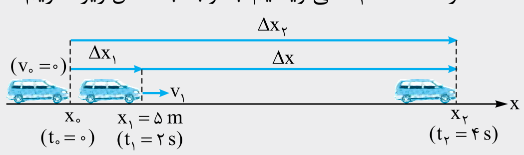


استفاده از فرمول، سریع‌تر ما رو به جواب می‌رسونه؛ با توجه به رابطهٔ (۱۳): $v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -4 \times t + 12 \Rightarrow 4t = 12 \Rightarrow t = 3\,s$

۲ منظور از v_0 و v در معادله‌های مطرح‌شده، سرعت اولیه و سرعت پایانی در بازهٔ زمانی‌ای است که معادله را به کار می‌برید. موضوع را در قالب مثال زیر شرح می‌دهیم.

مثال۲ **متحرکی از حال سکون و با شتاب ثابت $2\,m/s^2$ روی محور x شروع به حرکت می‌کند و در لحظهٔ $t = 2\,s$ از مکان $x = 5\,m$ عبور می‌کند. این متحرک در لحظهٔ $t = 4\,s$ در چه مکانی قرار می‌گیرد؟**

پاسخ **روش اول**: رابطهٔ (۱۲) را یک بار از لحظهٔ صفر تا $t_1 = 2\,s$ و بار دیگر از لحظهٔ صفر تا $t_2 = 4\,s$ می‌نویسیم. با توجه به شکل زیر، داریم:



$$x_1 - x_0 = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0 t_1 \Rightarrow 5 - x_0 = \frac{1}{2}\times 2\times 2^2 + 0 \Rightarrow 5 - x_0 = 4 \Rightarrow x_0 = 1\,m$$

$$x_2 - x_0 = \frac{1}{2}at_2^2 + v_0 t_2 \Rightarrow x_2 - 1 = \frac{1}{2}\times 2\times 4^2 + 0 \Rightarrow x_2 - 1 = 16 \Rightarrow x_2 = 17\,m$$

روش دوم: رابطهٔ (۱۲) رو بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 می‌نویسیم؛ منظور از t بازهٔ زمانی بین دو لحظهٔ t_1 تا $1\,s$ است: $t = t_2 - t_1 = 4 - 2 = 2\,s$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow x_2 - x_1 = \frac{1}{2}\times 2\times 2^2 + 0 \Rightarrow x_2 - 5 = 4 \Rightarrow x_2 = 9\,m\ (!!!)$$

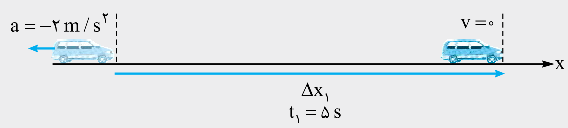
اشکال داره؛ اشکال کار در کجاست؟ در این‌که وقتی رابطهٔ (۱۶) رو در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 به کار می‌بری، سرعت اولیه می‌شه سرعت در ابتدای این بازهٔ زمانی که همون سرعت در لحظهٔ $t_1 = 2\,s$ است و مخالف صفر است $(v_1 \neq 0)$. در واقع ما در روش دوم، جابه‌جایی متحرک را در ۲ ثانیهٔ اول به دست آورده‌ایم. (نه ۲ ثانیهٔ دوم)

۳ وقتی می‌گویند متحرک متوقف می‌شود، یک کمیت ارزشمند را در اختیار ما گذاشته‌اند: سرعت پایانی متحرک که برابر صفر است.

مثال۳ **متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و با شتاب ثابت $-2\,m/s^2$ حرکت خود را کُند کرده، پس از $5\,s$ متوقف می‌شود.**

الف) جابه‌جایی متحرک در این مدت چند متر است؟

ب) اگر متحرک پس از توقف لحظه‌ای، با همان شتاب قبلی، به حرکت خود ادامه دهد، پس از $5\,s$ (از لحظهٔ توقف) چند متر جابه‌جا می‌شود؟



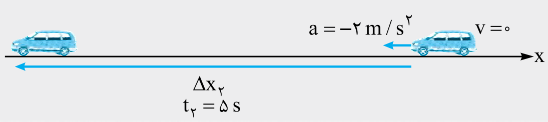
پاسخ **الف** v_0 رو از رابطهٔ (۱۳) حساب می‌کنیم و در رابطهٔ (۱۶) قرار می‌دیم. بیا همین الان ترکیبشون کنیم. $v = at + v_0 \Rightarrow v_0 = v - at$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2}at^2 + (v - at)t = \frac{1}{2}at^2 + vt - at^2 \Rightarrow \boxed{\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt} \quad \text{(رابطهٔ ۲۰)}$$

با توجه به عدم حضور v_0 در این رابطه، آن را «معادلهٔ مستقل از سرعت اولیه» می‌نامیم.

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \Rightarrow \Delta x_1 = -\frac{1}{2}\times(-2)\times 5^2 + 0 \Rightarrow \Delta x_1 = 25\,m$$

ب با توجه به شکل زیر و با استفاده از رابطهٔ (۱۶) می‌نویسیم:



$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2}\times(-2)\times 5^2 + 0 \Rightarrow \Delta x_2 = -25\,m$$

توجه۲ جالب شد! جابه‌جایی متحرک $5\,s$ قبل از توقف با $5\,s$ بعد از آن هم‌اندازه است. درحالت کلی می‌توان گفت در حرکت راست‌خط با شتاب ثابت، جابه‌جایی در مدت Δt ثانیه قبل و Δt ثانیه بعد از توقف، هم‌اندازه است. بنابراین، برای حل قسمت (الف)، به جای استفاده از رابطهٔ (۲۰)، می‌تونستی از این روش (بررسی حرکت معکوس جسم) استفاده کنی. (با مقایسهٔ رابطه‌های (۱۶) و (۲۰) هم می‌تونید به این نتیجه برسید.)

۴ جدول حضور و غیاب (!):

برای محاسبهٔ جابه‌جایی ۴تا فرمول اصلی ارائه دادیم! به دلیل این تعداد، خیلی از دانش‌آموزان در انتخاب رابطهٔ مناسب دچار مشکل می‌شوند. بهترین کار اینه که لیستی از اطلاعات تست رو تهیه کنید و با توجه به جدول (۴) رابطهٔ کارامد را تشخیص دهید. کمیت‌های حاضر در هر رابطه رو با علامت ✓ و کمیت‌های غایب رو با علامت ✗ نشان‌دار کرده‌ایم.

نام رابطه	رابطه	a	t	v	v_0
جابه‌جایی ـ زمان	$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t$	✓	✓	✗	✓
مستقل از سرعت اولیه	$\Delta x=-\frac{1}{2}at^2+vt$	✓	✓	✓	✗
مستقل از شتاب	$\Delta x=(\frac{v+v_0}{2})t$	✗	✓	✓	✓
مستقل از زمان	$v^2-v_0^2=2a\Delta x$	✓	✗	✓	✓

(جدول ۴)

تست **ذره‌ای با شتاب ثابت بر خط راستی حرکت می‌کند. در لحظهٔ $t=0$، این ذره در مکان $x_0=-5\,m$ است. اگر سرعت این ذره در مکان‌های $x_1=7\,m$ و $x_2=16\,m$ به ترتیب برابر $4\,m/s$ و $5\,m/s$ باشد، شتاب حرکت و سرعت اولیهٔ آن در SI به ترتیب کدام است؟** *(سراسری ریاضی ـ قدیمی)*

۱) $0/5$، ۲ ۲) ۱، ۳ ۳) ۲، $1/5$ ۴) ۳، $0/5$

پاسخ **گزینهٔ «۱»** در جدول اطلاعات عددی این تست، اثری از کمیت زمان دیده نمی‌شود؛ پس رابطهٔ مستقل از زمان (رابطهٔ ۱۹ ـ ب) مناسب‌ترین رابطه برای محاسبهٔ شتاب است.

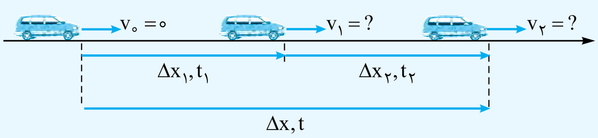
$$\left.\begin{array}{l}x_0=-5\,m:\ v_0=?\\ x_1=7\,m:\ v_1=4\,m/s\\ x_2=16\,m:\ v_2=5\,m/s\\ a=?\end{array}\right\}\Rightarrow v_2^2-v_1^2=2a(x_2-x_1)\Rightarrow 5^2-4^2=2a\times(16-7)\Rightarrow 25-16=2a\times 9\Rightarrow a=0/5\,m/s^2$$

می‌تونی **۱** رو همین الان انتخاب کنی! برای محکم‌کاری یه بار دیگه بین مکان‌های x_0 و x_1 (یا x_0 و x_2)، از رابطهٔ مستقل از زمان (رابطهٔ ۱۹ـ الف) استفاده می‌کنیم:

$$v_1^2-v_0^2=2a(x_1-x_0)\Rightarrow 4^2-v_0^2=2\times 0/5\times[7-(-5)]\Rightarrow 16-v_0^2=12\Rightarrow v_0^2=16-12=4\Rightarrow |v_0|=2\,m/s$$

۵ بعضی تست‌ها هستند که با استفاده از روش معروف به «تعمیم جزء به کل» راحت‌تر حل می‌شن. برای درک بهتر این روش و شرایط استفاده از اون، به نمونهٔ زیر توجه کنید.

نمونه۲ متحرکی رو در نظر بگیر که مطابق شکل (۲۷)، با شتاب ثابت a از حال سکون شروع به حرکت می‌کنه. متحرک در زمان معلوم t_1 به اندازهٔ Δx_1 و در زمان معلوم t_2 به اندازهٔ Δx_2 جابه‌جا می‌شه. می‌خواهیم Δx_1 رو با Δx_2 مقایسه کنیم. برای محاسبهٔ Δx_2، یا باید سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 (یعنی v_1) رو معلوم کنیم، یا این‌که از مقایسهٔ Δx_1 (جابه‌جایی در جزئی از مسیر) و Δx (جابه‌جایی کل) رابطهٔ Δx_2 و Δx_1 رو مشخص کنیم.



(شکل ۲۷)

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x_1=\frac{1}{2}at_1^2\\ \Delta x=\frac{1}{2}at^2\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x}=(\frac{t_1}{t})^2\Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_1+\Delta x_2}=(\frac{t_1}{t_1+t_2})^2\Rightarrow\cdots$$

تست **متحرکی با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم طوری حرکت می‌کند که $30\,m$ ابتدایی مسیر را در مدت $2\,s$ و $30\,m$ بعدی را در مدت $1s$ طی می‌کند. سرعت اولیهٔ متحرک چند متر بر ثانیه است؟**

۱) صفر ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۱۵

پاسخ **گزینهٔ «۲»** زمان طی $30\,m$ ابتدایی مسیر رو با t_1 و زمان طی کل مسیر $(\Delta x=30+30=60\,m)$ رو با t نشون می‌دیم.

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x_1=\frac{1}{2}at_1^2+v_0t_1\Rightarrow 30=\frac{1}{2}a\times 2^2+v_0\times 2\Rightarrow v_0+a=15\\ \Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow 60=\frac{1}{2}a\times 3^2+v_0\times 3\Rightarrow v_0+1/5a=20\end{array}\right\}\Rightarrow (a=10\,m/s^2\ ,\ v_0=5\,m/s)$$

۶ رابطهٔ مستقل از شتاب، رابطه‌ایه که ما به دانش‌آموزانی که با فرمول میونهٔ خوبی ندارن، توصیه می‌کنیم. این رابطه رو می‌تونی به شکل مفهومیِ مقابل به خاطر بسپاری: زمان × میانگین سرعت‌ها = جابه‌جایی

وقتی این رابطه کنار رابطهٔ $v = at + v_0$ قرار می‌گیره، ابزار قدرتمندی برای حل تست‌های حرکت با شتاب ثابت ایجاد می‌شه!

تست **متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و معادلهٔ سرعت ـ زمان آن در SI به صورت $v = 2t - 3$ است. اگر مکان اولیهٔ متحرک $x_0 = 4\,m$ باشد، جابه‌جایی آن در ثانیهٔ سوم چند متر است؟**

۱) -2 ۲) -4 ۳) ۲ ۴) ۴

پاسخ **گزینهٔ «۳»** **راه‌حل اول**: برای محاسبهٔ شتاب، معادلهٔ داده‌شده را با رابطهٔ (۱۳) مقایسه می‌کنیم.

$$\left.\begin{array}{l} v = at + v_0 \\ v = 2t - 3 \end{array}\right\} \Rightarrow (a = 2\,m/s^2 , v_0 = -3\,m/s)$$

مکان متحرک در لحظهٔ $t_1 = 2\,s$:

$$x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0 t_1 + x_0 = \frac{1}{2}\times 2\times 2^2 + (-3)\times 2 + 4 = 4 - 6 + 4 = 2\,m$$

مکان متحرک در لحظهٔ $t_2 = 3\,s$:

$$x_2 = \frac{1}{2}at_2^2 + v_0 t_2 + x_0 = \frac{1}{2}\times 2\times 3^2 + (-3)\times 3 + 4 = 9 - 9 + 4 = 4\,m$$

و جابه‌جایی در این بازهٔ زمانی:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 4 - 2 \Rightarrow \Delta x = 2\,m$$

راه‌حل دوم: به کمک رابطهٔ (۱۵ـ ب)، خیلی سریع‌تر به جواب می‌رسیم:

$$\left.\begin{array}{l} t_1 = 2\,s:\ v_1 = 2\times 2 - 3 = 1\,m/s \\ t_2 = 3\,s:\ v_2 = 2\times 3 - 3 = 3\,m/s \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta x = (\frac{v_1 + v_2}{2})\Delta t = (\frac{1+3}{2})\times(3-2) = \frac{4}{2} \Rightarrow \Delta x = 2\,m$$

۷ زمان و مسافت توقف:

متحرکی را در نظر بگیرید که با سرعت v_0 بر مسیری مستقیم در حال حرکت است و سرعت حرکت خود را با شتاب ثابت a کاهش می‌دهد؛ به طوری که پس از مدت‌زمانی به نام «زمان توقف (t_s)» و طی مسافتی به نام «مسافت توقف (l_s)» متوقف می‌شود. برای پیداکردن t_s و l_s، کافی است در روابط (۱۳) و (۱۹ ـ الف)، به جای v، عدد صفر را قرار دهیم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{(t=t_s)} 0 = at_s + v_0 \Rightarrow \boxed{t_s = -\frac{v_0}{a}}$$ (رابطهٔ ۲۱)

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{(\Delta x = l_s)} 0^2 - v_0^2 = 2al_s \Rightarrow l_s = -\frac{v_0^2}{2a} \Rightarrow \boxed{l_s = |\frac{v_0^2}{2a}|}$$ (رابطهٔ ۲۲)

(چون این دو رابطه از روابط اصلی به دست آمده‌اند، حفظ‌کردن آن‌ها ضرورتی ندارد؛ ولی نحوهٔ به دست آوردنشان را حتماً یاد بگیرید.)

توجه ۳ چون در حرکت کندشونده $av < 0$ است، رابطهٔ (۲۱) حتماً به مقداری مثبت برای t_s منتهی می‌شود. به همین دلیل، از این رابطه می‌توانید به شکل روبه‌رو استفاده کنید تا از شر تعیین علامت a و v_0 نجات پیدا کنید!

$$\boxed{t_s = |\frac{v_0}{a}|}$$ (رابطهٔ ۲۱ در لباسی دیگر!)

توجه ۴ در رابطهٔ (۲۲)، علامت قدرمطلق را به این خاطر به کار برده‌ایم که l_s مقداری منفی به خود نمی‌گیرد؛ چرا؟ چون کمیتی از جنس مسافت است و مسافت، منفی‌بشو نیست!

تست **اتومبیلی روی خط راست با سرعت $108\,km/h$ در حال حرکت است. راننده با دیدن مانعی در فاصلهٔ $165\,m$ با شتاب ثابت $3\,m/s^2$ ترمز می‌کند و درست جلوی مانع می‌ایستد. اگر زمان واکنش راننده t_1 و زمانی که حرکت اتومبیل کندشونده بوده t_2 باشد، $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟**

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰ *(سراسری ریاضی ـ ۹۶)*

پاسخ **گزینهٔ «۴»** در زمان واکنش راننده فرض می‌شود اتومبیل با سرعت ثابت جابه‌جا می‌شود. اتومبیل در این مدت به اندازهٔ Δx_1 و سپس به اندازهٔ Δx_2 جابه‌جا می‌شود و داریم:

$$v_0 = 108\,km/h = \frac{108}{3/6}\,m/s = 30\,m/s \qquad \Delta x_2 = l_s = |\frac{v_0^2}{2a}| = \frac{30^2}{2\times 3} = \frac{900}{6} = 150\,m$$

$$t_2 = t_s = |\frac{v_0}{a}| = \frac{30}{3} = 10\,s$$

(جابه‌جایی اتومبیل) $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow 165 = \Delta x_1 + 150 \Rightarrow \Delta x_1 = 15\,m \Rightarrow v_0 t_1 = 15 \Rightarrow 30t_1 = 15 \Rightarrow t_1 = 0/5\,s \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{10}{0/5} = 20$

۸ محاسبهٔ مسافت در حرکت با شتاب ثابت:

برای محاسبهٔ مسافت می‌تونیم سه تا کار انجام بدیم:

۱) رسم نمودار مکان ـ زمان: این مورد را قبلاً (در درس‌نامهٔ ۳) مطرح کرده بودیم، دیگه مطرح نمی‌کنیم!

۲) تعیین معادلهٔ سرعت: معادلهٔ سرعت متحرک را به دست آورده، سپس آن را تعیین علامت می‌کنیم تا مشخص شود، در بازهٔ زمانی ارائه‌شده، جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند یا نه. اگر جهت حرکت متحرک تغییر نکند، اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط متحرک، برابر است. اگر جهت حرکت متحرک تغییر کند، باید اندازهٔ جابه‌جایی در جهت + و اندازهٔ جابه‌جایی در جهت − محور را جداجدا حساب کرده و آن‌ها را با هم جمع کنیم.

۳) رسم نمودار سرعت ـ زمان: نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم می‌کنیم و مساحت محصور بین نمودار و محور زمان را حساب می‌کنیم. این مساحت برابر مسافته! این روش را در مبحث نمودارها به اندازهٔ کافی تمرین می‌کنیم.

تست **معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 4t^2 - 16t + 8$ است. مسافت طی‌شده توسط این متحرک در فاصلهٔ زمانی $0 \le t \le 3\,s$ چند متر است؟**

۱) ۱۲ ۲) ۱۴ ۳) ۱۶ ۴) ۲۰

پاسخ **گزینهٔ «۴»** **راه‌حل اول**: معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک را تعیین و آن را تعیین علامت می‌کنیم:

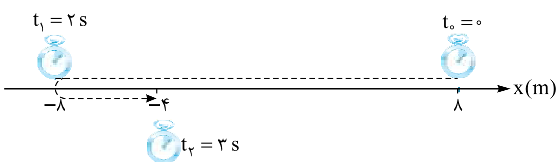
$$\left.\begin{array}{l} x = 4t^2 - 16t + 8 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \end{array}\right\} \Rightarrow (a = 8\,m/s^2 \,,\, v_0 = -16\,m/s) \Rightarrow v = at + v_0 = 8t - 16$$

جدول تعیین علامت v نشون می‌ده متحرک در لحظهٔ $t = 2\,s$ تغییر جهت می‌ده. تا لحظه‌ای که متحرک تغییر جهت نمی‌ده، جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط اون هم‌اندازن. پس اندازهٔ جابه‌جایی رو یک بار از لحظهٔ $t_0 = 0$ تا $t_1 = 2\,s$ و بار دیگه از لحظهٔ $t_1 = 2\,s$ تا $t_2 = 3\,s$ حساب می‌کنیم و سپس این مقادیر رو با هم جمع می‌کنیم.

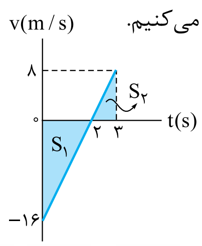
t(s)	۰		۲		∞
v		−	۰	+	

$$\begin{cases} t_0 = 0 \Rightarrow x_0 = 8\,m \\ t_1 = 2s \Rightarrow x_1 = 4\times 2^2 - 16\times 2 + 8 = -8\,m \\ t_2 = 3s \Rightarrow x_2 = 4\times 3^2 - 16\times 3 + 8 = -4\,m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_1 = x_1 - x_0 = -8 - 8 = -16\,m \\ \Delta x_2 = x_2 - x_1 = -4 + 8 = 4\,m \end{cases} \xrightarrow{(d = |\Delta x_1| + \Delta x_2)} l = 16 + 4 = 20\,m$$

توجه مسیر حرکت متحرک به شکل مقابل است. از لحظهٔ $t_0 = 0$ تا $t_1 = 2\,s$، مسافت $16\,m$ را در خلاف جهت محور x و از لحظهٔ $t_1 = 2\,s$ تا $t_2 = 3\,s$، مسافت $4\,m$ را در جهت محور x طی کرده که این $4\,m$ با اون $16\,m$ می‌شه $20\,m$!



راه‌حل دوم: نمودار سرعت ـ زمان اون رو رسم می‌کنیم و اندازهٔ مساحت‌های بین نمودار و محور زمان رو با هم جمع می‌کنیم.



$$l = |S_1| + S_2 = \frac{16\times 2}{2} + \frac{8\times 1}{2} = 16 + 4 = 20\,m$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت

۱۳۳- متحرکی روی خط راست با شتاب $3\,m/s^2$ به اندازهٔ معینی به سرعت خود می‌افزاید و بلافاصله در همان جهت با شتاب $6\,m/s^2$ به همان اندازهٔ قبلی به سرعتش افزوده می‌شود. شتاب متوسط متحرک در کل حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۴ ۲) ۴/۵ ۳) ۵ ۴) ۵/۵

۱۳۴- دو موتورسوار با شتاب ثابت در راستای یک خط به سمت شرق حرکت می‌کنند. اگر شتاب یکی از آن‌ها $4\,m/s^2$ به سمت شرق، شتاب دیگری $2\,m/s^2$ به سمت غرب و سرعت آن‌ها ۳ s پس از لحظهٔ $t = 0$ هم‌اندازه باشد، اندازهٔ اختلاف سرعت اولیهٔ آن‌ها چند متر بر ثانیه است؟

۱) صفر ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت

۱۳۵- متحرکی با شتاب ثابت $2\,m/s^2$ روی محور x حرکت می‌کند. اگر متحرک در لحظهٔ $t = 2\,s$ با سرعت $5\,m/s$ از مکان $x = -1\,m$ عبور کند، معادلهٔ مکان ـ زمان آن در SI کدام است؟

۱) $x = 2t^2 + t - 7$ ۲) $x = t^2 + t - 7$ ۳) $x = t^2 + 2t - 9$ ۴) $x = 2t^2 + t - 9$

۱۳۶- معادلهٔ متحرکی در SI به صورت $x = t^2 - t - 9$ است. اندازهٔ سرعت متحرک در لحظه‌ای که برای اولین بار از فاصلهٔ ۳متری مبدأ مکان عبور می‌کند، چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۹

۱۳۷- جسمی از حال سکون با شتاب ثابت روی محور x شروع به حرکت می‌کند و در لحظهٔ $t = 2\,s$ از مکان $x = 14\,m$ و در لحظهٔ $t = 4\,s$ از مکان $x = 26\,m$ عبور می‌کند. جسم در مبدأ زمان (لحظهٔ $t = 0$) در چند متری مبدأ حرکت قرار دارد؟

۱) ۲ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۱۳۸- اتومبیلی با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند و در مبدأ زمان با سرعت $+20\,m/s$ از مکان $x = 10\,m$ عبور می‌کند. اگر جابه‌جایی متحرک در دو ثانیهٔ سوم حرکت صفر باشد، بیشترین فاصلهٔ آن از مبدأ در ناحیهٔ مثبت محور x چند متر است؟

۱) ۴۰ ۲) ۶۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۶۰

۱۳۹- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 3t^2 - 12t + 9$ است. متحرک چند ثانیه در خلاف جهت محور x از مبدأ مکان دور می‌شود؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت

۱۴۰- اتومبیلی با شتاب $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ از حال سکون روی خط راستی شروع به حرکت می‌کند. این متحرک در مدت $8\,s$ چند متر جابه‌جا می‌شود؟

۱) ۹۶ ۲) ۱۲۸ ۳) ۱۶۰ ۴) ۲۲۴

۱۴۱- قطاری به طول $75\,m$ روی خط راست، با شتاب ثابت $a = 4\,m/s^2$ و سرعت اولیهٔ $5\,m/s$، از روی پلی که طولش ۶ برابر طول قطار است، می‌گذرد. عبور کامل قطار از روی پل چند ثانیه طول می‌کشد؟

۱) ۱۲/۵ ۲) ۱۵ ۳) ۱۷/۵ ۴) ۲۰

۱۴۲- جسمی از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و در مدت $2\,s$ مسافت $10\,m$ را طی می‌کند. این جسم پس از $4\,s$ از شروع حرکت در چه فاصله‌ای از مکان اولیه‌اش قرار می‌گیرد؟

۱) ۱۲/۵ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۱۴۳- متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت $2\,m/s^2$ به حرکت درمی‌آید. نسبت زمان لازم برای طی $100\,m$ اول، به زمان لازم برای طی $125\,m$ بعدی، کدام است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲ ۳) ۲/۵ ۴) ۳

۱۴۴- متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت روی خط راستی به حرکت درمی‌آید و مسافت $32\,m$ را در مدت t می‌پیماید. این متحرک $14\,m$ آخر مسیر را در چند t طی خواهد کرد؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{2}{4}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) نمی‌توان تعیین کرد.

۱۴۵- اتومبیلی با سرعت ثابت $4\,m/s$ بر مسیری مستقیم در حرکت است. ناگهان راننده به مدت $6\,s$ پای خود را بر روی پدال گاز فشار می‌دهد که در نتیجهٔ آن، سرعت اتومبیل با آهنگ ثابتی افزایش می‌یابد. اگر اتومبیل در ۲ ثانیهٔ آخر مدت یادشده، $36\,m$ جابه‌جا شود، شتاب آن در این مدت، چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) ۲/۸ ۳) ۶ ۴) ۱۴

۱۴۶- قطاری با شتاب ثابت بر روی یک ریل مستقیم حرکت می‌کند. اولین و دومین واگن این قطار، به ترتیب ۳ و ۲ ثانیه طول می‌کشد تا از مقابل چشمان ناظری که بر روی سکوی ایستگاه ایستاده است، عبور کنند. اگر طول هر واگن $15\,m$ و فاصلهٔ بین آن‌ها ناچیز باشد، شتاب حرکت قطار چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۳/۵

۱۴۷- اتومبیلی با سرعت $20\,m/s$ بر مسیر مستقیمی در حال حرکت است. در اثر ترمز، حرکت اتومبیل با شتابی به بزرگی $4\,m/s^2$ کُند می‌شود تا سرانجام، اتومبیل متوقف می‌شود. مسافت طی‌شده توسط اتومبیل در ۲ ثانیهٔ آخر حرکتش چند متر است؟

۱) ۸ ۲) ۱۶ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

۱۴۸- اتومبیلی روی خط راست حرکت می‌کند. رانندهٔ اتومبیل اقدام به ترمز می‌کند و حرکت اتومبیل با شتاب ثابت کند و پس از ۴ s متوقف می‌شود. جابه‌جایی اتومبیل در دو ثانیهٔ اول چند برابر جابه‌جایی آن در دو ثانیهٔ دوم (در مدت ترمز) است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) ۳ ۴) ۴

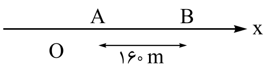
۱۴۹- اتومبیلی بر مسیر مستقیمی در حرکت است. در اثر ترمز، حرکت اتومبیل با شتاب ثابت کُند شده و متوقف می‌شود. اگر مسافت طی‌شده توسط اتومبیل در ۲ ثانیهٔ اول، ۸ برابر مسافت طی‌شده توسط اتومبیل در ۲ ثانیهٔ آخر باشد، مدت‌زمان لازم برای توقف اتومبیل چند ثانیه است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۹

۱۵۰- متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند و در ۴ ثانیهٔ سوم حرکت ۶۰ m جابه‌جا می‌شود. اگر سرعت متحرک در پایان این بازهٔ زمانی ۳ برابر سرعت آن در ابتدای این بازه باشد، شتاب آن چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۳ ۲) ۳/۷۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۱۰

۱۵۱- مطابق شکل زیر، متحرکی با شتاب ثابت $2\,m/s^2$ روی محور x حرکت می‌کند. اگر فاصلهٔ بین دو نقطهٔ A و B را در مدت ۸ ثانیه طی کند و در نقطهٔ O سرعتش صفر باشد، فاصلهٔ OA چند متر است؟ *(سراسری تجربی ـ ۹۸)*



۱) ۱۸ ۲) ۳۶ ۳) ۴۵ ۴) ۷۲

۱۵۲- جسمی با شتاب ثابت بر روی یک خط راست حرکت می‌کند و با سرعت‌های ۲ m/s و ۳ m/s به ترتیب، از مکان‌های $x_1 = 1\,m$ و $x_2 = 11\,m$ عبور می‌کند. این متحرک با چه سرعتی (برحسب متر بر ثانیه)، از مکان $x_3 = 43\,m$ عبور می‌کند؟

۱) ۴ ۲) ۴/۲ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۵۳- جسمی با شتاب ثابت از حال سکون روی خط راست شروع به حرکت می‌کند. اگر سرعت متحرک پس از t ثانیه به v برسد و در این مدت به اندازهٔ Δx جابه‌جا شود، چه مدت دیگر طول می‌کشد تا سرعت آن از v به ۲v برسد و در این مدت، چه‌قدر جابه‌جا می‌شود؟

۱) t ،Δx ۲) t ،$3\Delta x$ ۳) $2t$ ،Δx ۴) $2t$ ،$3\Delta x$

۱۵۴- جسمی با شتاب ثابت بر روی یک خط راست حرکت می‌کند و با سرعت‌های ۱۰ m/s و ۳۰ m/s به ترتیب، از نقاط A و B عبور می‌کند. سرعت جسم در هنگام عبور از نقطهٔ وسط پاره‌خط AB، چند متر بر ثانیه است؟

۱) $10\sqrt{5}$ ۲) $10\sqrt{2}$ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

زمان و مسافت توقف در حرکت با شتاب ثابت برخط راست

۱۵۵- اتومبیلی با سرعت ۷۲ km/h در یک جادهٔ مستقیم در حال حرکت است. ناگهان راننده مانعی را در فاصلهٔ ۶۰متری خود می‌بیند و در همان لحظه، با شتاب $4\,m/s^2$ ترمز می‌کند. در این صورت: *(آزمایشی آموزش و پرورش شهر تهران ـ ۸۹)*

۱) اتومبیل پس از طی ۴۰ m متوقف می‌شود.
۲) اتومبیل به مانع برخورد می‌کند.
۳) اتومبیل در فاصلهٔ ۱۰متری مانع متوقف می‌شود.
۴) نمی‌توان مشخص کرد که اتومبیل به مانع برخورد می‌کند یا نه.

۱۵۶- در تصادف‌ها انسان معمولی می‌تواند در ضربه‌هایی که اندازهٔ شتاب ترمزی آن‌ها کم‌تر از $250\,m/s^2$ است، زنده بماند. در تصادف اتومبیلی با سرعت اولیهٔ ۱۰۸ km/h با مانع ثابت و سخت، در برخورد بدن راننده با کیسهٔ هوای ایمنی اتومبیل، کیسهٔ هوا چگونه باید کار کند؟ (زمان بازشدن کیسه و اثر کمربند ایمنی را در این‌جا در نظر نمی‌گیریم و شتاب ترمزی را ثابت می‌گیریم.)

۱) حداقل در مدت ۱۸۰ ms، حداقل ۱۲۰ cm جمع شود.
۲) حداکثر در مدت ۱۸۰ ms، حداکثر ۱۲۰ cm جمع شود.
۳) حداقل در مدت ۱۲۰ ms، حداقل ۱۸۰ cm جمع شود.
۴) حداکثر در مدت ۱۲۰ ms، حداکثر ۱۸۰ cm جمع شود.

در زمان واکنش فرض می‌شه سرعت متحرک ثابته.

۱۵۷- اتومبیلی با سرعت ثابت ۲۰ m/s بر روی خط راستی در حال حرکت است که رانندهٔ آن ناگهان متوجه مانعی شده و ترمز می‌کند. اگر اندازهٔ شتاب حاصل از ترمز $5\,m/s^2$ و زمان واکنش راننده ۰/۵ s باشد، مسافتی که اتومبیل از لحظهٔ دیده‌شدن مانع تا توقف کامل طی می‌کند، چند متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۳۰ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

۱۵۸- حداقل مسافت توقف برای خودرویی که با سرعت ۳۰ m/s حرکت می‌کند، ۶۰ متر است که شامل مسافت طی‌شده در زمان واکنش ۰/۵ ثانیه‌ای راننده هم می‌شود. حداقل مسافت توقف خودرو با همان شتاب ترمز و همان زمان واکنش راننده هنگامی که با سرعت ۴۰ m/s حرکت می‌کند، چند متر است؟ *(برگرفته از کتاب فیزیک برای دانشمندان و مهندسان، نوشتهٔ ثابت)*

۱) ۱۰۰ ۲) ۹۰ ۳) ۸۰ ۴) ۷۵

۱۵۹- معادلهٔ حرکت اتومبیلی که حرکت خود را با شتاب ثابت کند می‌کند در SI به صورت $x = t^2 - 8t$ است. این جسم به ترتیب پس از طی مسافت چند متر و پس از چند ثانیه متوقف می‌شود؟

۱) ۱۶، ۴ ۲) ۳۲، ۴ ۳) ۳۲، ۴ ۴) ۳۲، ۸

۱۶۰- اتومبیلی که با سرعت $72\,km/h$ بر خط راست در حرکت است، با شتاب ثابت ترمز می‌کند و پس از طی مسافت ۱۵۰ متر، سرعت آن نصف می‌شود. در این صورت، اتومبیل پس از طی چه مسافتی (از لحظهٔ شروع ترمز) می‌ایستد؟ *(آزمایشی آموزش و پرورش شهر تهران ـ ۸۹، با تغییر)*

۱) $250\,m$ ۲) $225\,m$ ۳) $200\,m$ ۴) $175\,m$

۱۶۱- جسمی که با سرعت v_0 در حال حرکت است، ترمز کرده و در مدت ۵ ثانیه، در مسیری مستقیم و با شتاب ثابت متوقف می‌شود. اگر جسم در ۲ ثانیهٔ قبل از توقف، ۸ متر جابه‌جا شود، v_0 چند m/s است؟ *(آزمایشی آموزش و پرورش شهر تهران ـ ۹۰)*

۱) ۳۰ ۲) ۲۵ ۳) ۲۰ ۴) ۱۰

سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت بر خط راست

۱۶۲- اتومبیلی با شتاب ثابت $-2\,m/s^2$ روی محور x حرکت می‌کند و در مبدأ زمان با سرعت $10\,m/s$ از ۲متری مبدأ مکان عبور می‌کند. سرعت متوسط این اتومبیل در ۳ ثانیهٔ دوم حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۶۳- اتومبیلی از حال سکون با شتاب ثابت $2\,m/s^2$ روی خط راستی شروع به حرکت می‌کند و $100\,m$ پایانی مسیرش را در مدت $5\,s$ طی می‌کند. سرعت متوسط اتومبیل در ابتدا تا پایان مسیر چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۷/۵ ۲) ۱۲/۵ ۳) ۱۵ ۴) ۲۵

۱۶۴- جسمی با شتاب ثابت $4\,m/s^2$ در جهت محور x حرکت می‌کند و با سرعت $3\,m/s$ از مبدأ مکان $(x=0)$ عبور می‌کند. بزرگی سرعت متوسط جسم در مدتی که از فاصلهٔ ۲متری مبدأ به ۲۰متری آن منتقل می‌شود، چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

۱۶۵- متحرکی با سرعت اولیهٔ $2\,m/s$ و شتاب ثابت بر روی خط راستی حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط متحرک در ثانیهٔ دوم، ۲ برابر سرعت متوسط آن در ثانیهٔ اول باشد، شتاب آن چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۸

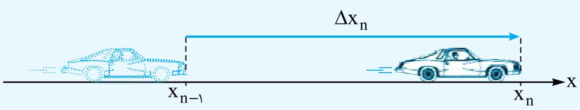
۱۶۶- معادلهٔ سرعت متوسط ـ زمان متحرکی که بر مسیری مستقیم حرکت می‌کند، در SI و در t ثانیهٔ اول حرکت، به صورت $v_{av} = 2t + 4$ است. سرعت متوسط این متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 1\,s$ تا $t_2 = 3\,s$ چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

۱۱. جابه‌جایی در بازه‌های زمانی مساوی در حرکت با شتاب ثابت

جابه‌جایی در ثانیهٔ nاُم برای محاسبهٔ جابه‌جایی یک متحرک در ثانیهٔ اول، مکان اولیه‌اش را از مکان آن در لحظهٔ $t = 1\,s$ کم می‌کنیم. برای محاسبهٔ جابه‌جایی در ثانیهٔ دوم، مکان متحرک را در لحظهٔ $t = 1\,s$ از مکانش در لحظهٔ $t = 2\,s$ کم می‌کنیم و به طور کلی، برای محاسبهٔ جابه‌جایی در ثانیهٔ nاُم (Δx_n)، مکان متحرک را در لحظهٔ $t = n-1\,(s)$ از مکان آن در لحظهٔ $t = n\,(s)$ کم می‌کنیم (شکل ۲۸)؛ یعنی:

$$\Delta x_n = x_n - x_{n-1}$$



(شکل ۲۸)

در شکل (۲۸) منظور از جابه‌جایی در ثانیهٔ nاُم، جابه‌جایی در بازهٔ بین $(n-1)$ تا n ثانیه است.

■ اگر متحرک با شتاب ثابت حرکت کند، داریم:

$$x_{n-1} = \frac{1}{2}a(n-1)^2 + v_0(n-1) + x_0 \quad (II) \qquad x_n = \frac{1}{2}an^2 + v_0 n + x_0 \quad (I)$$

اگر طرفین رابطهٔ (II) را از (I) کم کنید، به رابطهٔ (۲۳) می‌رسید: (رابطهٔ ۲۳)

$$\Delta x_n = \frac{1}{2}a(2n-1) + v_0 = (n-0/5)a + v_0$$

رابطهٔ (۲۳) فقط در حرکت‌هایی با شتاب ثابت برقرار است و برای حرکت‌هایی با شتاب متغیر غیر قابل استفاده است.

نمونه ۱ به اعداد به دست آمده در زیر توجه بفرمایید:

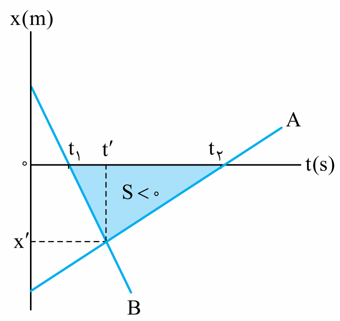
$$\begin{cases} \Delta x_1 = (1-0/5)a + v_0 = 0/5a + v_0 & \text{(جابه‌جایی در ثانیهٔ اول)} \\ \Delta x_2 = (2-0/5)a + v_0 = 1/5a + v_0 & \text{(جابه‌جایی در ثانیهٔ دوم)} \\ \Delta x_3 = (3-0/5)a + v_0 = 2/5a + v_0 & \text{(جابه‌جایی در ثانیهٔ سوم)} \\ \Delta x_4 = (4-0/5)a + v_0 = 3/5a + v_0 & \text{(جابه‌جایی در ثانیهٔ چهارم)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x_2 - \Delta x_1 = a$$
$$\Rightarrow \Delta x_3 - \Delta x_2 = a$$
$$\Rightarrow \Delta x_4 - \Delta x_3 = a$$

نتیجه ۱ در حرکت راست‌خط با شتاب ثابت، **جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متوالی، یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت a تشکیل می‌دهند** (یعنی اگر به

۱۳۲- **۴** همان‌طور که می‌بینید شکل داده‌شده از نظر عددی، شکل خلوتی است؛ پس لابد حل آن محاسبات کمی دارد! نمودارهای شکل روبه‌رو در لحظه‌های t_1 و t_2، محور t را قطع می‌کنند. پس مورچهٔ B در لحظهٔ t_1 و مورچهٔ A در لحظهٔ t_2 از $x=0$ (مبدأ مکان) می‌گذرند که در صورت تست، اختلاف این زمان‌ها ۵ s داده شده است:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 5\,s$$



محل برخورد دو خط در شکل روبه‌رو، در لحظهٔ t' و مکان x'، به هم رسیدن دو مورچه را نشان می‌دهد. مساحت مثلث رنگی در صورت تست آورده شده که چون زیر محور t است، مساحتی منفی در نظر گرفته می‌شود:

$$|S| = 120 \xrightarrow{(S<0)} S = -120\,(SI)$$

با توجه به رابطهٔ مساحت مثلث رنگی داریم:

$$S = \frac{(t_2 - t_1)\times x'}{2} \Rightarrow -120 = \frac{5x'}{2} \Rightarrow x' = -24\times 2 = -48\,m$$

منفی‌بودن x' از روی شکل هم واضح است (x' پایین‌تر از محور عمودی x می‌باشد).

۱۳۳- **۱** دو مرحلهٔ شتاب‌دار را با زیروندهای (۱) و (۲) همراه می‌کنیم؛ طبق فرض تست:

$$\Delta v_1 = \Delta v_2 = \Delta v \quad (I)$$

$$\Delta v_1 = a_1 t_1 \xrightarrow{(I)} \Delta v = a_1 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{\Delta v}{a_1} \quad (II) \quad , \quad \Delta v_2 = a_2 t_2 \xrightarrow{(I)} \Delta v = a_2 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{\Delta v}{a_2} \quad (III)$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta v_1 + \Delta v_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\Delta v + \Delta v}{t_1 + t_2} \xrightarrow[(III)]{(II)} a_{av} = \frac{2\Delta v}{\frac{\Delta v}{a_1} + \frac{\Delta v}{a_2}} = \frac{2\Delta v}{\Delta v(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2})} = \frac{2\Delta v}{\Delta v(\frac{a_2 + a_1}{a_1 a_2})}$$

و بالأخره شتاب متوسط:

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{2a_1 a_2}{a_1 + a_2} \Rightarrow a_{av} = \frac{2\times 3\times 6}{3+6} = \frac{36}{9} \Rightarrow a_{av} = 4\,m/s^2$$

تیزباش *با عددگذاری پیش بریم! فرض کن متحرک از حال سکون به حرکت درمیاد و ۲ s با شتاب $a_1 = 3\,m/s^2$ حرکت می‌کنه. سرعت متحرک در پایان این مرحله به $v_1 = 6\,m/s$ می‌رسه؛*

$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 = 3\times 2 = 6\,m/s$$

قراره سرعت متحرک در مرحلهٔ دوم به اندازهٔ مرحلهٔ اول تغییر کنه؛ پس سرعت در مرحلهٔ دوم هم ۶ m/s زیاد می‌شه و به ۱۲ m/s می‌رسه:

$$\Delta v_2 = \Delta v_1 \Rightarrow v_2 - v_1 = v_1 - v_0 \Rightarrow v_2 - 6 = 6 - 0 \Rightarrow v_2 = 12\,m/s$$

$$v_2 = a_2 t_2 + v_1 \Rightarrow 12 = 6t_2 + 6 \Rightarrow 6t_2 = 6 \Rightarrow t_2 = 1\,s$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_0}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{12-0}{2+1} = 4\,m/s^2$$

۱۳۴- **۴** چنان‌چه جهت حرکت دو موتورسوار (رو به شرق) را جهت مثبت در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$v_1 = a_1 t + v_{01} \Rightarrow v_1 = 4t + v_{01} \quad , \quad v_2 = a_2 t + v_{02} \Rightarrow v_2 = -2t + v_{02}$$

$$(t = 3\,s:\ v_1 = v_2) \Rightarrow 4\times 3 + v_{01} = -2\times 3 + v_{02} \Rightarrow v_{02} - v_{01} = 12 + 6 \Rightarrow v_{02} - v_{01} = 18\,m/s$$

۱۳۵- **۲** v_0 می‌خوایم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 5 = 2\times 2 + v_0 \Rightarrow v_0 = 1\,m/s$$

x_0 هم می‌خوایم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow -1 = \frac{1}{2}\times 2\times 2^2 + 1\times 2 + x_0 \Rightarrow x_0 = -7\,m$$

x رو می‌خوان:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 = \frac{1}{2}\times 2t^2 + 1\times t - 7 = t^2 + t - 7$$

۱۳۶- **۲** متحرک دو بار از فاصلهٔ ۳متری مبدأ عبور می‌کند. یک بار در لحظه‌ای که از مکان $x = -3\,m$ عبور می‌کند.

$$t^2 - t - 9 = -3 \Rightarrow t^2 - t - 6 = 0 \Rightarrow (t-3)(t+2) = 0 \Rightarrow t = 3\,s \checkmark\ , t = -2\,s \times$$

و یک بار هم لحظه‌ای که از مکان $x = 3\,m$ عبور می‌کند.

$$t^2 - t - 9 = 3 \Rightarrow t^2 - t - 12 = 0 \Rightarrow (t-4)(t+3) = 0 \Rightarrow t = 4\,s \checkmark\ , t = -3\,s \times$$

پس متحرک دو بار و در لحظه‌های $t = 3\,s$ و $t = 4\,s$ از ۳ متری مبدأ عبور می‌کند.

حالا باید سرعت متحرک را در لحظهٔ $t = 3\,s$ حساب کنیم. از مقایسهٔ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک با شکل کلی آن، شتاب و سرعت اولیهٔ متحرک و سپس معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک را تعیین می‌کنیم.

$$\left.\begin{array}{l} x = t^2 - t - 9 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \end{array}\right\} \Rightarrow (\frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2\,m/s^2, v_0 = -1\,m/s) \Rightarrow v = at + v_0 = 2t - 1 \xrightarrow{(t=3\,s)} v = 5\,m/s$$

۱۳۷- **۴** جسم در لحظهٔ $t_1 = 2\,s$ از مکان $x_1 = 14\,m$ و در لحظهٔ $t_2 = 4\,s$ از مکان $x_2 = 26\,m$ عبور می‌کند. با جای‌گذاری این اطلاعات در معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک به دست خواهیم آورد:

$$\left.\begin{array}{l} x_1=\frac{1}{2}at_1^2+v_0t_1+x_0 \Rightarrow 14=\frac{1}{2}a\times 2^2+0\times 2+x_0 \xrightarrow{(\times 4)} 56=8a+4x_0 \\ x_2=\frac{1}{2}at_2^2+v_0t_2+x_0 \Rightarrow 26=\frac{1}{2}a\times 4^2+0\times 4+x_0 \Rightarrow 26=8a+x_0 \end{array}\right\} \Rightarrow 56-26=4x_0-x_0 \Rightarrow 3x_0=30 \Rightarrow x_0=10\,m$$

۱۳۸- **۲** **نکته** **وقتی گفته می‌شود در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی یا سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 صفر است، یعنی متحرک در این بازه سر جای اولیه‌اش برگشته $(x_2 = x_1)$ و در وسط این بازهٔ زمانی تغییر جهت داده است، به این معنی که سرعت متحرک در لحظهٔ وسط بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 صفر است:**

$$v_{t=\frac{t_1+t_2}{2}}=0$$

با توجه به نکتهٔ بالا، سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 5\,s$ (وسط دو ثانیهٔ سوم) صفر است؛ پس:

$$v = at + v_0 = at + 20 \Rightarrow 0 = a\times 5+20 \Rightarrow 5a=-20 \Rightarrow a=-4\,m/s^2$$

مکان متحرک را در لحظهٔ $t = 5\,s$ تعیین می‌کنیم:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0=\frac{1}{2}\times(-4)\times 5^2+20\times 5+10=-50+100+10=60\,m$$

در لحظهٔ $5\,s$ و مکان $60\,m$، سرعت متحرک صفر می‌شود و متحرک بعد از آن، در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؛ پس حداکثر فاصلهٔ متحرک از مبدأ در ناحیهٔ مثبت محور x برابر $60\,m$ است.

۱۳۹- **۱** قرار است متحرک در خلاف جهت محور x از مبدأ مکان دور شود؛ بنابراین باید متحرک در قسمت منفی محور مکان قرار داشته $(x < 0)$ و جهت حرکت آن در خلاف جهت محور مکان باشد $(v < 0)$. حالا با استفاده از تعیین علامت، زمان‌هایی را که در آن دو شرط $x < 0$ و $v < 0$ برقرار است، پیدا می‌کنیم:

t(s)		۱		۲		۳	
x	+		−		−		+
v	−		−		+		+

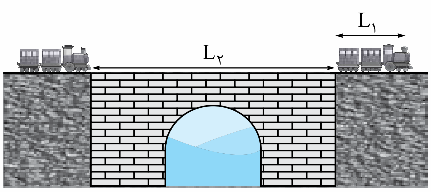
$$x=3t^2-12t+9=0 \Rightarrow t^2-4t+3=0 \Rightarrow t_1=1\,s\,,\,t_2=3\,s$$
$$v=6t-12=0 \Rightarrow t_3=2\,s$$

در جدول بالا نواحی جواب را مشخص کرده‌ایم که اشتراک آن‌ها بین دو لحظهٔ $t_1 = 1\,s$ و $t_3 = 2\,s$ است، پس: $\Delta t=t_3-t_1=2-1=1s$

۱۴۰- **۳** اندازهٔ شتاب اتومبیل برابر است با:

$$a=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5\,m/s^2$$
$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t=\frac{1}{2}\times 5\times 8^2+0=32\times 5=160\,m$$

۱۴۱- **۲** قطار با شتاب ثابت، مطابق شکل روبه‌رو مسافتی به اندازهٔ مجموع طول قطار (L_1) و طول پل (L_2) را طی می‌کند تا کاملاً از پل بگذرد.



$$L_1=75\,m\,,\,L_2=6L_1=6\times 75=450\,m$$
$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow L_1+L_2=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow 75+450=\frac{1}{2}\times 4t^2+5t$$
$$\Rightarrow 2t^2+5t-525=0$$
$$\Rightarrow t=\frac{-5\pm\sqrt{25-4\times 2\times(-525)}}{2\times 2}=\frac{-5\pm\sqrt{25+4200}}{2\times 2}=\frac{-5\pm\sqrt{4225}}{4}\xrightarrow{(t>0)} t=\frac{-5+\sqrt{4225}}{4}=\frac{-5+65}{4}=\frac{60}{4}=15\,s$$

۱۴۲- **۴** قبل از انجام هر کاری، دوتا نکتهٔ زیر رو بخونید.

نکته۱ هر حرکتی با شتاب ثابت که از حال سکون شروع شود، تندشونده است. (صفر، کم‌ترین اندازهٔ ممکن برای سرعت یک جسم است.)

نکته۲ اگر متحرکی با شتاب ثابت و به صورت تندشونده بر روی یک خط راست حرکت کند، هیچ‌گاه متوقف نشده و تغییر جهت نمی‌دهد. بنابراین، در چنین حرکتی، بزرگی جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط متحرک برابرند.

با توجه به نکتهٔ (۱)، نوع حرکت متحرک تندشونده است و با توجه به نکتهٔ (۲)، مسافت طی‌شده توسط متحرک برابر بزرگی جابه‌جایی آن است. بنابراین، طبق رابطهٔ (۱۶):

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \Rightarrow 10=\frac{1}{2}a\times 2^2+0 \Rightarrow a=5\,m/s^2$$

حال ببینیم متحرک پس از $4\,s$ چند متر از مکان اولیه‌اش دور می‌شود؛ باز هم رابطهٔ (۱۶):

$$\Delta x=\frac{1}{2}\times 5\times 4^2+0=40\,m$$

تیزباش اگر متحرک از حال سکون به حرکت درآمده باشد، جابه‌جایی آن با مجذور زمان نسبت مستقیم دارد: $\Delta x=\frac{1}{2}at^2 \xrightarrow{(a:\text{ثابت})} \Delta x \propto t^2$

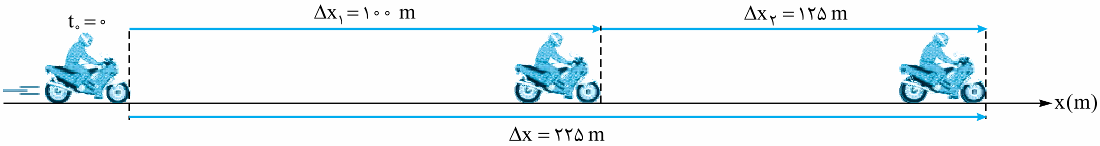
طبق رابطهٔ بالا، اگر زمان حرکت ۲ برابر شود، جابه‌جایی متحرک ۴ برابر می‌شود:

$$\underset{\text{۴ برابر}}{\underset{\downarrow}{\Delta x}} \propto \underset{\text{۲}^2\text{ برابر}}{\underset{\downarrow}{t^2}}$$

پس اگر جسم در $2\,s$ مسافت $10\,m$ را طی کند، در مدت $4\,s$ مسافت $40\,m$ را طی می‌کند:

$$t_2=2t_1 \Rightarrow l_2=4l_1=4\times 10=40\,m$$

۱۴۳- ۲ با توجه به شکل زیر، زمان لازم برای طی $۱۰۰\,m$ اول را با $t_۱$، و زمان لازم برای طی $۱۲۵\,m$ بعدی را با $t_۲$ و زمان لازم برای طی کل مسیر $(\Delta x = ۲۲۵\,m)$ را با t نشان می‌دهیم. با استفاده از شکل زیر و تعمیم «جزء به کل مسیر»، داریم:



$$\Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}at_۱^۲ + v_۰ t_۱ \Rightarrow ۱۰۰ = \frac{۱}{۲}\times ۲t_۱^۲ + ۰ \Rightarrow t_۱^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow t_۱ = ۱۰\,s$$

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t \Rightarrow ۱۰۰ + ۱۲۵ = \frac{۱}{۲}\times ۲t^۲ + ۰ \Rightarrow t^۲ = ۲۲۵ \Rightarrow t = ۱۵\,s$$

$$t = t_۱ + t_۲ \Rightarrow ۱۵ = ۱۰ + t_۲ \Rightarrow t_۲ = ۵\,s \Rightarrow \frac{t_۱}{t_۲} = \frac{۱۰}{۵} = ۲$$

توجه بعضی دانش‌آموزان برای محاسبهٔ $t_۲$، به این شکل عمل می‌کنند:

$$\Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}at_۲^۲ + v_۰ t_۲ \Rightarrow ۱۲۵ = \frac{۱}{۲}\times ۲t_۲^۲ + ۰ \Rightarrow t_۲ = ۵\sqrt{۵}\,s$$

که کاملاً اشتباه است! قبلاً هم گوشزد کرده بودیم که منظور از $v_۰$، سرعت در ابتدای بازهٔ زمانی‌ای است که می‌خواهیم Δxاش را حساب کنیم. $\Delta x_۲$ جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا t است $(t_۲ = t - t_۱)$ و سرعت در ابتدای این بازهٔ زمانی، سرعت در لحظهٔ $t_۱ = ۱۰\,s$ است که صد درصد مخالف صفر است! حسابش کنیم:

$$v_۱ = at_۱ + v_۰ = ۲\times ۱۰ + ۰ = ۲۰\,m/s$$

حالا می‌توانیم $t_۲$ را حساب کنیم:

$$\Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}at_۲^۲ + v_۱ t_۲$$

$$۱۲۵ = \frac{۱}{۲}\times ۲\times t_۲^۲ + ۲۰t_۲ \Rightarrow t_۲^۲ + ۲۰t_۲ - ۱۲۵ = ۰ \Rightarrow (t_۲ - ۵)(t_۲ + ۲۵) = ۰ \Rightarrow t_۲ = ۵\,s \checkmark ,\quad t_۲ = -۲۵\,s \times$$

توجه دقت کنید که $t_۲$ یک بازهٔ زمانی است (نه یک لحظه) و بهتر بود که در روابط فوق جایش را به عبارت $\Delta t_۲$ می‌دادیم! ولی خب؛ مرسوم است که برای اختصار، گاهی بازهٔ زمانی را به جای Δt با t نشان می‌دهند.

۱۴۴- ۱ متحرک از حال سکون و با شتاب ثابت a حرکت کرده و مسافت $۳۲\,m$ را در مدت‌زمان t می‌پیماید، بنابراین:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ \Rightarrow ۳۲ = \frac{۱}{۲}at^۲ \quad (I)$$

اکنون با فرض این‌که متحرک ۱۸ متر ابتدای مسیر $(۳۲ - ۱۴ = ۱۸\,m)$ را در مدت‌زمان t' بپیماید، داریم:

$$\Delta x' = \frac{۱}{۲}at'^۲ \Rightarrow ۱۸ = \frac{۱}{۲}at'^۲ \quad (II)$$

از تقسیم رابطهٔ (I) بر (II) خواهیم داشت:

$$\frac{۳۲}{۱۸} = \frac{t^۲}{t'^۲} \Rightarrow \frac{۱۶}{۹} = \frac{t^۲}{t'^۲} \Rightarrow \frac{۴}{۳} = \frac{t}{t'} \Rightarrow t' = \frac{۳}{۴}t$$

بنابراین متحرک ۱۴ متر انتهای مسیر را در مدت‌زمان $\frac{۱}{۴}t$ طی خواهد کرد:

$$\Delta t = t - t' = t - \frac{۳}{۴}t = \frac{۱}{۴}t$$

۱۴۵- ۲ مبدأ زمان را لحظه‌ای در نظر می‌گیریم که راننده پای خود را بر روی پدال گاز قرار می‌دهد. منظور از «۲ ثانیهٔ آخرِ مدت یادشده»، بازهٔ زمانی $t_۱ = ۴\,s$ تا $t_۲ = ۶\,s$ است. سرعت اتومبیل در ابتدای این بازهٔ زمانی (لحظهٔ $t_۱$)، می‌شود:

$$v_۱ = at_۱ + v_۰ = a\times ۴ + ۴ \Rightarrow v_۱ = ۴a + ۴$$

جابه‌جایی متحرک در t ثانیهٔ آخر (بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$)، برابر است با:

$$(t = t_۲ - t_۱ = ۶ - ۴ = ۲\,s)$$

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۱ t \Rightarrow ۳۶ = \frac{۱}{۲}a\times ۲^۲ + (۴a + ۴)\times ۲ = ۲a + (۸a + ۸) = ۱۰a + ۸ \Rightarrow ۱۰a = ۳۶ - ۸ = ۲۸ \Rightarrow a = ۲/۸\,m/s^۲$$

۱۴۶- ۱ مبدأ زمان را لحظه‌ای در نظر می‌گیریم که جلوی اولین واگن (با سرعت اولیهٔ $v_۰$) به مقابل چشمان ناظر می‌رسد. از این لحظه تا لحظهٔ $t_۱ = ۳\,s$، قطار مسافتی را به اندازهٔ طول اولین واگن (با شتاب ثابت a) طی می‌کند.

$$\Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}at_۱^۲ + v_۰ t_۱ \Rightarrow ۱۵ = \frac{۱}{۲}a\times ۳^۲ + v_۰\times ۳ \Rightarrow ۴/۵a + ۳v_۰ = ۱۵ \Rightarrow ۳a + ۲v_۰ = ۱۰ \quad (I)$$

قطار از مبدأ زمان تا لحظهٔ $t = ۵\,s$، مسافتی به اندازهٔ طول دو واگن $(\Delta x = ۳۰\,m)$ را طی می‌کند.

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t \Rightarrow ۳۰ = \frac{۱}{۲}a\times ۵^۲ + v_۰\times ۵ \Rightarrow ۱۲/۵a + ۵v_۰ = ۳۰ \Rightarrow ۵a + ۲v_۰ = ۱۲ \quad (II)$$

از حل معادلات (I) و (II)، $v_۰ = ۳/۵\,m/s$ و $a = ۱\,m/s^۲$ به دست می‌آید.

۱۴۷- ۱ رابطهٔ (۲۰) خیلی کارمان را در حل این تست ساده می‌کند. می‌خواهیم جابه‌جایی متحرک را در ۲ ثانیهٔ آخر حرکتش حساب کنیم. سرعت متحرک در پایان این بازهٔ زمانی، صفر می‌شود $(v = ۰)$؛ بنابراین، می‌توان نوشت:

$$\Delta x = -\frac{۱}{۲}at^۲ + vt \xrightarrow{(v=۰)} \Delta x = -\frac{۱}{۲}at^۲$$

اگر جهت حرکت اتومبیل را مثبت فرض کنیم، علامت شتابش منفی می‌شود (چرا؟)، پس: $\Delta x = -\frac{۱}{۲}\times(-۴)\times ۲^{۲} \Rightarrow \Delta x = ۸\ m$

سرعت متحرک تا قبل از ترمزکردن ($۲۰\ m/s$) هم این وسط، *نه سر پیازه، نه ته پیاز، نه وسط اون!*

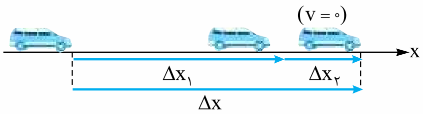
توجه در مواقعی که سرعت پایانی متحرک صفر می‌شه، روش تحلیل معکوس، معمولاً مفید واقع می‌شه! اگر حرکت متحرک با همین شتاب ادامه پیدا کند، جابه‌جایی آن، $۲\ s$ پس از لحظهٔ تغییر جهت برابر خواهد بود با:

$$\Delta x' = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{۰}t = \frac{۱}{۲}\times(-۴)\times ۲^{۲} = -۸\ m$$

جابه‌جایی‌های متحرک $۲\ s$ قبل و $۲\ s$ بعد از تغییر جهت، قرینهٔ یکدیگرند:

$$\Delta x = -\Delta x' \Rightarrow \Delta x = ۸\ m$$

۱۴۸- **۳** با استفاده از معادلهٔ مستقل از سرعت اولیه، جابه‌جایی متحرک در مدت $t = ۴\ s$ (یعنی Δx) را به راحتی می‌توانیم با جابه‌جایی آن در دو ثانیهٔ دوم ($\Delta x_{۲}$) مقایسه کنیم.

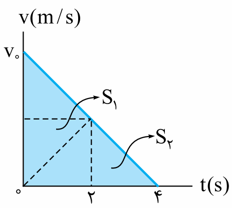


$$\begin{cases} \Delta x_{۲} = -\frac{۱}{۲}at_{۲}^{۲} + vt_{۲} \\ \Delta x = -\frac{۱}{۲}at^{۲} + vt \end{cases} \xrightarrow{(v=۰)} \frac{\Delta x_{۲}}{\Delta x} = (\frac{t_{۲}}{t})^{۲} \Rightarrow \frac{\Delta x_{۲}}{\Delta x} = (\frac{۲}{۴})^{۲} = \frac{۱}{۴}$$

$$\Delta x = \Delta x_{۱} + \Delta x_{۲} \xrightarrow{(\Delta x = ۴\Delta x_{۲})} \Delta x_{۱} + \Delta x_{۲} = ۴\Delta x_{۲} \Rightarrow \Delta x_{۱} = ۳\Delta x_{۲}$$

تیزباش مساحت بین نمودار $(v-t)$ و محور زمان، جابه‌جایی متحرک رو به ما می‌ده. با توجه به شتاب ثابت و تغییرات خطی سرعت جسم، نمودار $(v-t)$ آن به شکل مقابل رسم می‌شود. جابه‌جایی متحرک در دو ثانیهٔ اول، برابر مساحت $S_{۱}$ و جابه‌جایی متحرک در دو ثانیهٔ دوم برابر مساحت $S_{۲}$ است. معلومه $S_{۱}$ سه برابر $S_{۲}$ است.

پس: $\Delta x_{۱} = ۳\Delta x_{۲}$



۱۴۹- **۴** **گام اول**: اگر مسافت پیموده‌شده توسط اتومبیل در ۲ ثانیهٔ اول و ۲ ثانیهٔ آخر را به ترتیب با $\Delta x_{۱}$ و $\Delta x_{۲}$ نشان دهیم، داریم:

$$\Delta x_{۱} = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{۰}t = \frac{۱}{۲}a\times ۲^{۲} + v_{۰}\times ۲ = ۲a + ۲v_{۰}$$

$$\Delta x_{۲} = -\frac{۱}{۲}at^{۲} + vt = -\frac{۱}{۲}a\times ۲^{۲} + ۰\times ۲ = -۲a$$

$$\frac{\Delta x_{۱}}{\Delta x_{۲}} = ۸ \Rightarrow \frac{۲a + ۲v_{۰}}{-۲a} = ۸ \Rightarrow -۱۸a = ۲v_{۰} \Rightarrow v_{۰} = -۹a \quad (I)$$

گام دوم: زمان توقف اتومبیل را حساب می‌کنیم:

$$v = at + v_{۰} \xrightarrow{(I)} ۰ = at_{s} - ۹a \Rightarrow at_{s} = ۹a \Rightarrow t_{s} = ۹\ s$$

۱۵۰- **۲** اگر به هر یک از روابطی که در آن‌ها شتاب حاضر است نگاه کنید، یا $v_{۰}$ را کنار a می‌بینید یا v را و یا هر دو را !! پس اول سرعت متحرک در ابتدای (یا انتهای) بازهٔ زمانی داده‌شده را حساب می‌کنیم، بعد a را:

$$\Delta x = (\frac{v_{۲} + v_{۱}}{۲})\Delta t \Rightarrow ۶۰ = (\frac{۳v_{۱} + v_{۱}}{۲})\times ۴ \Rightarrow ۴v_{۱} = ۳۰ \Rightarrow v_{۱} = ۷/۵\ m/s$$

از هر معادله‌ای که دوست دارید a را حساب کنید (به‌جز مستقل از شتاب!)؛ مثلاً با رابطهٔ (۱۲):

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{۲} - v_{۱}}{\Delta t} = \frac{۳\times ۷/۵ - ۷/۵}{۴} = \frac{۱۵}{۴} = ۳/۷۵\ m/s^{۲}$$

۱۵۱- **۲** معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان را از A تا B می‌نویسیم تا سرعت متحرک در نقطهٔ A معلوم شود.

$$\Delta x_{AB} = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{A}t \Rightarrow ۱۶۰ = \frac{۱}{۲}\times ۲\times ۸^{۲} + v_{A}\times ۸ \Rightarrow ۸v_{A} = ۹۶ \Rightarrow v_{A} = ۱۲\ m/s$$

حالا معادلهٔ مستقل از زمان را در فاصلهٔ OA می‌نویسیم. $v_{A}^{۲} - v_{O}^{۲} = ۲a\Delta x$

$$۱۲^{۲} - ۰^{۲} = ۲\times ۲\times \Delta x \Rightarrow ۱۲\times ۱۲ = ۴\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۱۲\times ۳ = ۳۶\ m \Rightarrow OA = ۳۶m$$

۱۵۲- **۳**

$$\begin{cases} x_{۱} = ۱\ m, & v_{۱} = ۲\ m/s \\ x_{۲} = ۱۱\ m, & v_{۲} = ۳\ m/s \\ x_{۳} = ۴۳\ m, & v_{۳} = ? \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_{۲}^{۲} - v_{۱}^{۲} = ۲a(x_{۲} - x_{۱}) \\ v_{۳}^{۲} - v_{۲}^{۲} = ۲a(x_{۳} - x_{۲}) \end{cases} \Rightarrow \frac{v_{۲}^{۲} - v_{۱}^{۲}}{v_{۳}^{۲} - v_{۲}^{۲}} = \frac{x_{۲} - x_{۱}}{x_{۳} - x_{۲}} \Rightarrow \frac{۳^{۲} - ۲^{۲}}{v_{۳}^{۲} - ۳^{۲}} = \frac{۱۱ - ۱}{۴۳ - ۱۱} \Rightarrow \frac{۵}{v_{۳}^{۲} - ۹} = \frac{۱۰}{۳۲}$$

$$\Rightarrow v_{۳}^{۲} - ۹ = ۱۶ \Rightarrow v_{۳}^{۲} = ۲۵ \Rightarrow v_{۳} = ۵\ m/s$$

(البته می‌توانستیم معادلهٔ مستقل از زمان را بین نقاط ۱ و ۲ نوشته و از آن‌جا a را حساب کنیم؛ سپس شتاب را در معادلهٔ مستقل از زمان بعدی بین نقطهٔ ۳ و یکی دیگر از نقاط قرار دهیم تا $v_{۳}$ حساب شود. در روش بالا، به جای محاسبهٔ a، آن را با یک تقسیم ساده *سربه‌نیست* کرده‌ایم!)

۱۵۳- **۲** زمان و جابه‌جایی خواسته‌شده را به ترتیب با t' و $\Delta x'$ نشان می‌دهیم.

$$v = at + v_\circ \Rightarrow \begin{cases} v = at + \circ \Rightarrow v = at \\ ۲v = at' + v \Rightarrow v = at' \end{cases} \Rightarrow t' = t$$

$$v^۲ - v_\circ^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow \begin{cases} v^۲ - \circ^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow v^۲ = ۲a\Delta x \\ (۲v)^۲ - v^۲ = ۲a\Delta x' \Rightarrow ۳v^۲ = ۲a\Delta x' \end{cases} \Rightarrow \Delta x' = ۳\Delta x$$

۱۵۴- **۱** نقطهٔ وسط پاره‌خط AB را با C نشان می‌دهیم $(AC = CB)$، در این صورت:

$$\begin{cases} v_C^۲ - v_A^۲ = ۲a(x_C - x_A) \\ v_B^۲ - v_C^۲ = ۲a(x_B - x_C) \end{cases} \xrightarrow{(x_C - x_A = x_B - x_C)} v_C^۲ - v_A^۲ = v_B^۲ - v_C^۲ \Rightarrow ۲v_C^۲ = v_B^۲ + v_A^۲$$

$$\Rightarrow ۲v_C^۲ = ۳\circ^۲ + ۱\circ^۲ \Rightarrow v_C^۲ = ۵\circ\circ\, m^۲/s^۲ \Rightarrow v_C = ۱\circ\sqrt{۵}\, m/s$$

۱۵۵- **۳** خب؛ باید طبق رابطهٔ (۲۲)، مسافت توقف اتومبیل را حساب کنیم؛ اگر بیشتر از $۶\circ\, m$ شد، اتومبیل قبل از توقف به مانع برخورد می‌کند؛ اگر کم‌تر از $۶\circ\, m$ شد، نرسیده به مانع، متوقف می‌شود.

$$v_\circ = ۷۲\, km/h = \frac{۷۲}{۳/۶}\, m/s = ۲\circ\, m/s$$

$$l_s = |\frac{v_\circ^۲}{۲a}| = |\frac{۲\circ^۲}{۲\times ۴}| = \frac{۴\circ\circ}{۸} = ۵\circ\, m$$

در پایان، فاصلهٔ اتومبیل از مانع (r) برابر است با:

$$r = ۶\circ - ۵\circ = ۱\circ\, m$$

خدا رو شکر! اتومبیل در فاصلهٔ ۱۰متری مانع متوقف شد!

۱۵۶- **۳** شخص همراه با اتومبیل حرکت می‌کند. پس او هنگام ترمز با سرعت اولیهٔ $v_\circ = ۱\circ۸\, km/h$، به درون کیسهٔ هوا فرومی‌رود! و با شتاب ثابت متوقف می‌شود. هر چه این اندازهٔ فرورفتن و طبعاً زمان آن طولانی‌تر باشد، شتاب ترمزی، کم‌تر (ایمن‌تر) و برخورد، اصطلاحاً نرم‌تر است!

$$|a| \le ۲۵\circ\, m/s^۲ \Rightarrow |a_{max}| = ۲۵\circ\, m/s^۲$$

$$v_\circ = ۱\circ۸\, km/h = (\frac{۱\circ۸}{۳/۶}\, m/s) = ۳\circ\, m/s$$

کم‌ترین زمان جمع‌شدن کیسهٔ هوا (زمان فرورفتن شخص در آن):

$$t_{s\,min} = \frac{v_\circ}{|a_{max}|} = \frac{۳\circ}{۲۵\circ} = \frac{۳}{۲۵} = \circ/۱۲\, s = \circ/۱۲\times ۱\circ^۳\, ms = ۱۲\circ\, ms$$

کم‌ترین مسافت جمع‌شدن کیسهٔ هوا (مسافت فرورفتن شخص در آن):

$$l_{s\,min} = \frac{v_\circ^۲}{|۲a_{max}|} = \frac{۳\circ^۲}{۲\times ۲۵\circ} = \frac{۹\circ\circ}{۵\circ\circ} = \frac{۹}{۵} = ۱/۸\, m = ۱/۸\times ۱\circ^۲ = ۱۸\circ\, cm$$

بنابراین کیسهٔ هوا دست‌کم باید در مدت $۱۲\circ\, ms$ و دست‌کم $۱۸\circ\, cm$ جمع شود. (چون زمان بازشدن کیسه و اثر کمربند ایمنی را در نظر نگرفتیم.) اگر شخص کم‌تر از $۱۸\circ\, cm$ (در مدتی کم‌تر از $۱۲\circ\, ms$) در کیسه فررود، اندازهٔ شتاب حرکت ترمز بزرگ‌تر از $۲۵\circ\, m/s^۲$ شده و می‌تواند مرگبار باشد!

۱۵۷- **۴** **گام اول**: در زمان واکنش راننده (t_r) فرض می‌شود که اتومبیل با سرعت ثابت حرکت می‌کند. جابه‌جایی اتومبیل را در این مدت با $\Delta x_۱$ نشان می‌دهیم:

$$\Delta x_۱ = v_\circ t_r = ۲\circ\times\circ/۵ = ۱\circ\, m$$

گام دوم: مسافتی که اتومبیل از لحظهٔ ترمز تا توقف طی می‌کند، برابر است با:

$$\Delta x_۲ = l_s = |\frac{v_\circ^۲}{۲a}| = \frac{۲\circ^۲}{۲\times ۵} = \frac{۴\circ\circ}{۱\circ} = ۴\circ\, m$$

پس اتومبیل از لحظهٔ دیده‌شدن مانع تا توقف کامل $۵\circ\, m$ جابه‌جا می‌شود:

$$l = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۱\circ + ۴\circ = ۵\circ\, m$$

۱۵۸- **۱** بیشتر عادت کرده‌ایم مسافت توقف (x_s) را برای بخش شتاب‌دار ترمزی در نظر بگیریم. حالا این بار مسافت مربوط به زمان واکنش راننده (x_r) با حرکت یکنواخت را هم جزء مسافت توقف (l_s) می‌گیریم؛ پس:

$$l_s = x_r + x_s$$

اندازهٔ شتاب ترمز را از حالت اول پیدا می‌کنیم:

$$l_{s۱} = x_{r۱} + x_{s۱} = v_۱ t_r + \frac{v_{\circ۱}^۲}{|۲a|} \Rightarrow ۶\circ = ۳\circ\times\circ/۵ + \frac{۳\circ^۲}{۲|a|} \Rightarrow \frac{۴۵\circ}{|a|} = ۶\circ - ۱۵ = ۴۵ \Rightarrow ۴۵|a| = ۴۵\circ \Rightarrow |a| = ۱\circ\, m/s^۲$$

برای حالت دوم:

$$l_{s۲} = x_{r۲} + x_{s۲} = v_۲ t_r + \frac{v_{\circ۲}^۲}{|۲a|} = ۴\circ\times\circ/۵ + \frac{۴\circ^۲}{۲\times ۱\circ} = ۲\circ + \frac{۴\circ\times ۴\circ}{۲\circ} = ۲\circ + ۲\times ۴\circ = ۲\circ + ۸\circ = ۱\circ\circ\, m$$

۱۵۹- **۱**

$$\begin{cases} x = t^۲ - ۸t \\ x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t \end{cases} \Rightarrow (\frac{۱}{۲}a = ۱ \Rightarrow a = ۲\, m/s^۲, v_\circ = -۸\, m/s)$$

$$l_s = |\frac{v_\circ^۲}{۲a}| = \frac{(-۸)^۲}{۲\times ۲} = \frac{۶۴}{۴} = ۱۶\, m$$

$$t_s = |\frac{v_\circ}{a}| = \frac{۸}{۲} = ۴\, s$$

۱۶۰- **۳** سرعت اولیهٔ اتومبیل برابر است با: $v_\circ = ۷۲\ km/h = \frac{۷۲}{۳/۶}\ m/s = ۲۰\ m/s$

سرعت اتومبیل پس از ۱۵۰ m جابه‌جایی، نصف می‌شود و به $v = ۱۰\ m/s$ می‌رسد. پس:

$$v^۲ - v_\circ^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۱۰^۲ - ۲۰^۲ = ۲a \times ۱۵۰ \Rightarrow a = -۱\ m/s^۲$$

حالا که a رو داریم، می‌تونیم مسافت توقف رو حساب کنیم: $l_s = |\frac{v_\circ^۲}{۲a}| = \frac{۲۰^۲}{۲\times۱} = \frac{۴۰۰}{۲} = ۲۰۰\ m$

۱۶۱- **۳** رابطهٔ (۲۰) را برای دو ثانیهٔ پایانی حرکت، به کار می‌بریم:

$$\Delta x = -\frac{۱}{۲}at^۲ + vt \Rightarrow ۸ = -\frac{۱}{۲}\times a\times ۲^۲ + ۰\times ۲ \Rightarrow ۸ = -۲a \Rightarrow a = -۴\ m/s^۲$$

و رابطهٔ (۲۱) را برای ۵ ثانیهٔ پایانی: $t_s = \frac{-v_\circ}{a} \Rightarrow ۵ = \frac{-v_\circ}{-۴} \Rightarrow v_\circ = ۵\times۴ \Rightarrow v_\circ = ۲۰\ m/s$

۱۶۲- **۲** **راه‌حل اول:** معادلهٔ سرعت ـ زمان اتومبیل برابر است با: $v = at + v_\circ = -۲t + ۱۰$

۳ ثانیهٔ دوم یعنی از لحظهٔ $t_۱ = ۳\ s$ تا $t_۲ = ۶\ s$، کافی است سرعت اتومبیل را در این دو لحظه حساب و میانگین آن را به عنوان جواب انتخاب کنیم:

$$v_۱ = -۲\times۳ + ۱۰ = ۴\ m/s \qquad v_۲ = -۲\times۶+۱۰ = -۲\ m/s \qquad v_{av} = \frac{v_۲ + v_۱}{۲} = \frac{-۲+۴}{۲} = ۱\ m/s$$

راه‌حل دوم: به نکتهٔ زیر توجه کنید:

نکته اگر کمیت y تابع درجهٔ اول x باشد $(y = ax + b)$، مقدار متوسط y با جای‌گذاری مقدار متوسط x حاصل می‌شود. چون در حرکت با شتاب ثابت، v تابع درجهٔ اول زمان است، v_{av} با جای‌گذاری میانگین لحظه‌ها (t_{av}) در معادلهٔ سرعت ـ زمان به دست می‌آید: $v_{av} = at_{av} + v_\circ$

با توجه به نکتهٔ بالا: $t_{av} = \frac{t_۱ + t_۲}{۲} = \frac{۳+۶}{۲} = ۴/۵\ s$

$$v = -۲t + ۱۰ \Rightarrow v_{av} = -۲t_{av} + ۱۰ = -۲\times۴/۵ + ۱۰ = -۹ + ۱۰ = ۱\ m/s$$

۱۶۳- **۲** سرعت اتومبیل را در پایان مسیر حساب می‌کنیم: $\Delta x = -\frac{۱}{۲}at^۲ + vt$

$$\Rightarrow ۱۰۰ = -\frac{۱}{۲}\times۲\times۵^۲ + v\times۵ \Rightarrow ۵v = ۱۲۵ \Rightarrow v = ۲۵\ m/s$$

$$v_{av} = \frac{v + v_\circ}{۲} = \frac{۲۵+۰}{۲} = ۱۲/۵\ m/s$$

۱۶۴- **۴** سرعت جسم را در لحظهٔ عبور از مکان $x_۱ = ۰$ با $v_۱ = ۳\ m/s$، در لحظهٔ عبور از مکان $x_۲ = ۲\ m$ با $v_۲$ و در لحظهٔ عبور از مکان $x_۳ = ۲۰\ m$ با $v_۳$ نشان می‌دهیم. اثری از زمان جابه‌جایی در صورت تست دیده نمی‌شود! پس بهتر است رابطهٔ مستقل از زمان را به کار بگیریم؛ بارها!

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a(x_۲ - x_۱) \Rightarrow v_۲^۲ - ۳^۲ = ۲\times۴\times(۲-۰) \Rightarrow v_۲^۲ - ۹ = ۱۶ \Rightarrow v_۲^۲ = ۲۵ \Rightarrow v_۲ = ۵\ m/s$$

$$v_۳^۲ - v_۱^۲ = ۲a(x_۳ - x_۱) \Rightarrow v_۳^۲ - ۳^۲ = ۲\times۴\times(۲۰-۰) \Rightarrow v_۳^۲ - ۹ = ۱۶۰ \Rightarrow v_۳^۲ = ۱۶۹ \Rightarrow v_۳ = ۱۳\ m/s$$

$$v_{av} = \frac{v_۲ + v_۳}{۲} = \frac{۵+۱۳}{۲} = \frac{۱۸}{۲} = ۹\ m/s$$

۱۶۵- **۳** سرعت متحرک را در لحظهٔ $t_۱ = ۱\ s$ با $v_۱$ و در لحظهٔ $t_۲ = ۲\ s$ با $v_۲$ نشان می‌دهیم. به کمک رابطه‌های (۱۴ ـ الف) و (۱۴ ـ ب)، داریم:

$$(\frac{v_۲ + v_۱}{۲}) = ۲\times(\frac{v_۱ + v_\circ}{۲}) \Rightarrow v_۲ + v_۱ = ۲v_۱ + ۲v_\circ \Rightarrow v_۲ = v_۱ + ۲v_\circ$$

$$\Rightarrow at_۲ + v_\circ = (at_۱ + v_\circ) + ۲v_\circ \Rightarrow a\times۲ + v_\circ = (a\times۱ + v_\circ) + ۲v_\circ \Rightarrow ۲a = a + ۲v_\circ \Rightarrow a = ۲v_\circ = ۲\times۲ \Rightarrow a = ۴\ m/s^۲$$

۱۶۶- **۴** با مقایسهٔ رابطهٔ داده‌شده با شکل کلی آن (رابطهٔ ۱۸)، به دست خواهیم آورد:

$$\begin{cases} v_{av} = ۲t + ۴ \\ v_{av} = \frac{۱}{۲}at + v_\circ \end{cases} \Rightarrow (a = ۴\ m/s^۲, v_\circ = ۴\ m/s)$$

$$v = at + v_\circ = ۴t + ۴ \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۱s \Rightarrow v_۱ = ۴\times۱+۴ = ۸\ m/s \\ t_۲ = ۳s \Rightarrow v_۲ = ۴\times۳+۴ = ۱۶\ m/s \end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{v_۲ + v_۱}{۲} = \frac{۱۶+۸}{۲} = \frac{۲۴}{۲} = ۱۲\ m/s$$

توجه با جای‌گذاری لحظه‌های $t_۱ = ۱s$ و $t_۲ = ۳s$ در رابطهٔ $(v_{av} - t)$، سرعت متوسط متحرک (به ترتیب) در بازه‌های زمانی صفر تا ۱s و صفر تا ۳s به دست می‌آید.

۱۶۷- **۱** جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی، یک دنبالهٔ حسابی تشکیل می‌دهند؛ پس باید تفاضل این اعداد ثابت (و برابر مقدار شتاب) باشد. *حالا زود، تند، سریع بگید:* تفاضل اعداد متوالی در کدام گزینه ثابت است؟