از مجموعه رشادت

فیزیک یازدهم

یاقوت

(رشته تجربی)

محمد گلزاری - منیرسادات موسوی - پریسا حاجی سید جوادی

بسم الله الرحمن الرحيم

به‌نام خداوند جان و خرد

کزین برتر اندیشه برنگذرد

با سلام

مفتخریم که کتاب فیزیک ۲ از مجموعهٔ کتاب‌های یاقوت را در اختیار دانش‌آموزان و دبیران گرامی قرار می‌دهیم. در کتاب «فیزیک ۲ یاقوت» هر فصل کتاب درسی متناسب با طرح درس دبیران محترم به چندین گفتار تقسیم شده است، یعنی مطالبی را که دبیر کلاس در یک یا چند جلسه تدریس می‌کند تحت عنوان گفتار جدا کرده‌ایم. هر گفتار شامل درس‌نامهٔ کامل، نمونهٔ سؤالات تشریحی پرتکرار و نمونه سؤالات چهارگزینه‌ای است. در انتهای هر فصل نیز سؤالات چهارگزینه‌ای جامع آورده شده است تا با حل آنها به تمام مطالب فصل مسلط شوید. اگر نتوانستید از عهدهٔ حل سؤالاتی برآیید نگران نشوید، برخی نکات درسی در پاسخ‌نامه ذکر شده است. زیرا وقتی با مسئله درگیر شوید بهتر به نکتهٔ آن پی می‌برید. به قول بنجامین فرانکلین اگر مطلبی را به من بگویی فراموش می‌کنم، اگر آن را آموزش دهی به خاطر می‌آورم، اما اگر من را با آن درگیر کنی یاد می‌گیرم.

در این کتاب از قواعد بین‌المللی تایپ فیزیک استفاده شده است. کمیت‌ها به صورت ایتالیک (A) و یکاها به صورت رومن (A) تایپ شده است. به عنوان مثال A نماد مساحت است که یک کمیت می‌باشد و A نماد آمپر است که یکا است.

امیدواریم کتاب پیش رو که چکیدهٔ چندین سال تدریس مؤلفین است مورد استفادهٔ دانش‌آموزان و دبیران گرامی قرار گیرد. در پایان لازم می‌دانیم از مؤلفین کتاب آقای محمد گلزاری و خانم‌ها منیرسادات موسوی و پریسا حاجی سیدجوادی که این کتاب را زیر نظر دبیر مجموعه مهندس هادی عزیززاده تألیف کرده‌اند تشکر کنیم.

همچنین از خانم سپیده خداوردی (حروف‌چین و صفحه‌آرا) و خانم‌ها سمانه مسروری، سارا لطفی مقدم، نسرین صفری و بهاره خدامی (گرافیست‌ها) بسیار سپاسگزاریم و برای همهٔ این عزیزان آرزوی موفقیت می‌کنیم.

انتشارات مبتکران

فهرست

فصل اول: الکتریسته ساکن

گفتار ۱: بار الکتریکی و نیروی الکتریکی ۹
گفتار ۲: میدان الکتریکی ۳۰
گفتار ۳: انرژی پتانسیل الکتریکی ۴۲
گفتار ۴: خازن ۵۴
پرسش‌های چهارگزینه‌ای جامع فصل ۱ ..... ۶۸
پاسخ‌نامه پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۱ ..... ۸۳
آزمون فصل ۱ ..... ۹۸

فصل دوم: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

گفتار ۱: جریان الکتریکی و مقاومت الکتریکی ۱۰۳
گفتار ۲: مدار الکتریکی ۱۱۸
گفتار ۳: ترکیب مقاومت‌ها ۱۳۴
پرسش‌های چهارگزینه‌ای جامع فصل ۲ ..... ۱۵۲
پاسخ‌نامه پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۲ ..... ۱۶۸
آزمون فصل ۲ ..... ۱۸۴

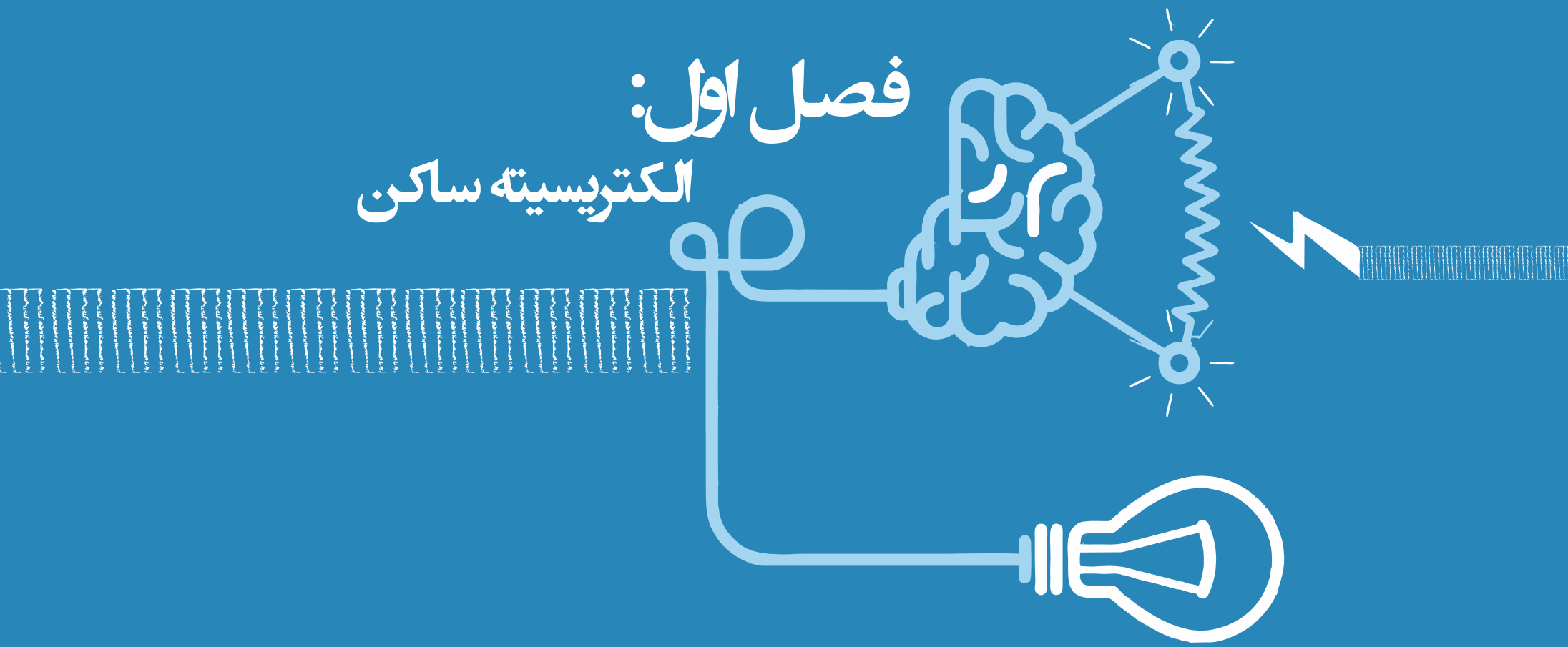
فصل سوم: مغناطیس و القای الکترومغناطیسی

گفتار ۱: مغناطیس ۱۸۹
گفتار ۲: آثار مغناطیسی جریان الکتریکی ۲۰۵
گفتار ۳: القای الکترومغناطیسی ۲۲۰
پرسش‌های چهارگزینه‌ای جامع فصل ۳ ..... ۲۴۰
پاسخ‌نامه پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۳ ..... ۲۶۰
آزمون فصل ۳ ..... ۲۷۶

پاسخ‌نامه آزمون‌های پایانی فصل‌ها

فصل ۱: ۲۸۰
فصل ۲: ۲۸۲
فصل ۳: ۲۸۵

فصل اول:
الکتریسیته ساکن



تاریخچه الکتریسیته

کهربا ماده‌ای است که از ماقبل تاریخ برای ساخت جواهرات از آن استفاده می‌شد. در یونان به کهربا **الکترون** گفته می‌شد. در قرن هفتم پیش از میلاد، دانشمندی به نام **تالس** دریافت که اگر کهربا با پارچه مالش داده شود، اجسامی مانند پَر یا خرده‌های کاه را به خود جذب می‌کند. به تدریج در اعصار بعدی مواد دیگری نیز کشف شد که چنین خاصیتی داشتند. مطالعهٔ جدی بر روی این خاصیت توسط پزشک انگلیسی به نام **ویلیام گیلبرت** (۱۵۴۴–۱۶۰۳) آغاز شد. در سال ۱۷۳۳ دانشمندی فرانسوی به نام **دوفی** موفق به اختراع الکتروسکوپ شد. الکتروسکوپ دارای یک صفحهٔ فلزی بود که به یک میلهٔ رسانا متصل شده بود و در انتهای میله دو ورقهٔ نازک از جنس طلا وجود داشت، به طوری که در حالت عادی ورقه‌ها بر هم منطبق بودند ولی پس از این که کهربای مالش داده شده را به صفحهٔ فلزی تماس می‌دادند ورقه‌ها از هم جدا می‌شدند. با اختراع این وسیله دانشمندان پی بردند که خاصیتی که در اثر مالش ایجاد می‌شد و به آن خاصیت الکتریکی (برگرفته از نام یونانی کهربا) گفته می‌شد به دو صورت می‌توانست وجود داشته باشد. نوعی که در اثر مالش شیشه با پارچهٔ ابریشمی ایجاد می‌شد که آن را شیشه‌ای می‌نامیدند و نوعی که در اثر مالش کهربا ایجاد می‌شد که آن را رزینی نامیدند.

دوفی پی برد که اجسامی که دارای خاصیت الکتریکی مشابه بودند یکدیگر را دفع می‌کردند و اجسامی که دارای خاصیت الکتریکی غیرمشابه بودند یکدیگر را می‌ربودند. در سال ۱۷۴۷ **بنجامین فرانکلین** اولین فیزیک‌دان آمریکایی دریافت که اجسامی که دارای خاصیت الکتریکی غیر مشابه هستند می‌توانند اثر الکتریکی یکدیگر را خنثی کنند. بنابراین پی برد که این دو نوع خاصیت الکتریکی نه تنها مشابه نیستند بلکه مخالف هم هستند و یکی را مثبت و دیگری را منفی نامید. او پی برد که تمام اجسام دارای مقدار مساوی از هر دو نوع الکتریسیته هستند که در اثر مالش مقداری از این الکتریسیته از یکی به دیگری منتقل می‌شود. از آنجایی که ویژگی‌های الکتریکی هر دو نوع از اجسام یکسان بود، فرانکلین نمی‌توانست پی ببرد که کدام یک مثبت و کدام یک منفی است، بنابراین بار شیشه‌ای را مثبت و بار رزینی را منفی نامید. فرانکلین تصور می‌کرد که بارهای مثبت در حین مالش منتقل می‌شوند در حالی که امروزه می‌دانیم که الکترون‌ها که حامل بار منفی هستند منتقل می‌شوند و برای جدا کردن پروتون‌ها که در هسته قرار دارند انرژی بسیار زیادی مورد نیاز است و این انرژی از طریق مالش؛ القا و تماس (روش‌های باردار کردن اجسام که در علوم دورهٔ هشتم با آنها آشنا شده‌اید) تأمین نمی‌شود. با این حال ما همچنان فرض می‌کنیم که بارهای مثبت حرکت می‌کنند. در *SI* یکای بار الکتریکی **کولن** با نماد *C* است.

آن چه در این فصل خواهیم آموخت:

گفتار اول: بار الکتریکی چیست و منشأ بار اجسام از کجاست؟ چگونه باردار بودن اجسام و نوع بار آنها را تشخیص دهیم؟ قانون کولن چه می‌گوید؟ چگونه می‌توانیم اندازهٔ نیروی خالص وارد بر یک بار الکتریکی از طرف دیگر بارها را حساب کنیم؟

گفتار دوم: میدان الکتریکی چیست؟ چگونه می‌توانیم میدان الکتریکی را حساب کنیم؟ چه زمانی به یک بار الکتریکی نیرو وارد نمی‌شود؟

گفتار سوم: انرژی پتانسیل الکتریکی یک بار الکتریکی در یک سامانه چگونه است و چگونه تغییر می‌کند؟ اختلاف پتانسیل یا ولتاژ یعنی چه؟ چگالی سطحی بار الکتریکی چیست؟ چرا گاهی اوقات وقتی دست خود را به دستگیرهٔ در نزدیک می‌کنیم از نوک انگشت ما جرقه زده می‌شود؟

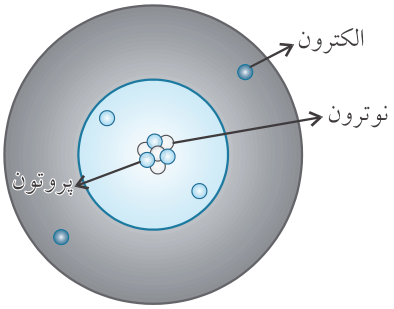
گفتار چهارم: خازن چیست؟ چگونه می‌توانیم انرژی الکتریکی را ذخیره کنیم؟

گفتار ۱ بار الکتریکی و نیروی الکتریکی

ابتدایی‌ترین سؤالی که به ذهن می‌رسد این است که بار الکتریکی چیست؟ چرا برخی اجسام دارای بار الکتریکی و برخی دیگر فاقد بار الکتریکی هستند؟ برای درک بهتر سازوکار بارهای الکتریکی بهتر است مُروری بر اتم و اجزای تشکیل دهندهٔ آن داشته باشیم.

ساختمان اتم

در یک نگاه بسیار ساده می‌توانیم فرض کنیم اتم از دو بخش اصلی یعنی **هسته** و **الکترون**هایی که به دور آن در حال گردش‌اند تشکیل شده است. هسته خود نیز از دو ذره به نام‌های **پروتون** و **نوترون** تشکیل شده است. (شکل ۱-۱)



شکل ۱-۱

الکترون دارای بار الکتریکی منفی و پروتون دارای بار الکتریکی مثبت است. نوترون بار الکتریکی ندارد. بدین ترتیب می‌توان گفت که بار الکتریکی هسته مثبت است.

به تعداد پروتون‌های موجود در هستهٔ اتم **عدد اتمی** گفته می‌شود. معمولاً عدد اتمی را با حرف Z نشان می‌دهیم. همان‌طور که در تاریخچهٔ الکتریسته گفته شد، یکای بار الکتریکی در SI کولن با نماد C است.

اما باری به مقدار یک کولن بسیار زیاد است، چراکه بعداً خواهید دید اگر دو بار یک کولنی در فاصلهٔ یک متری از هم قرار داشته باشند، نیرویی به اندازهٔ $۹\times۱۰^{۹}\,\mathrm{N}$ یعنی حدوداً معادل وزن جسمی به جرم یک میلیون تن به یکدیگر وارد می‌کنند! اغلب بار الکتریکی که در اثر مالش در اجسام کوچک ایجاد می‌شود در حدود نانو کولن یا میکروکولن است. خوب است بدانید که بار الکتریکی هر جسم مضرب صحیحی از یک مقدار بار است که به آن مقدار بار، **بار بنیادی** گفته می‌شود و آن را با حرف e نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر بار الکتریکی کمیتی **کوانتیده** است.

کوانتیده یعنی چه؟

وقتی می‌گوییم کمیتی کوانتیده است بدین معنی است که هر مقداری را نمی‌تواند داشته باشد، مانند تعداد دانش‌آموزان یک کلاس که مضرب صحیحی از یک نفر است و نمی‌تواند تعداد دانش‌آموزان در کلاس ۲۹/۵ نفر باشد.

مقدار بار الکترون و پروتون با هم برابر است. به مقدار بار پروتون و الکترون، بار بنیادی گفته می‌شود و برابر است با $e=۱/۶۰۲\times۱۰^{-۱۹}\,\mathrm{C}$.

با توجه به مطالب فوق بار هستهٔ اتم را می‌توانیم از رابطهٔ $q_n=Ze$ محاسبه کنیم که در این رابطه بار هسته را با q_n نشان داده‌ایم.

مثال ۱ هلیم عنصری است که در هستهٔ خود دارای دو پروتون است. پس عدد اتمی هلیم برابر است با ۲. بزرگی بار هستهٔ اتم هلیم را حساب کنید.

پاسخ

$$q_n=Ze=۲\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\,\mathrm{C}=۳/۲\times۱۰^{-۱۹}\,\mathrm{C}$$

همان‌طور که از علوم هشتم می‌دانید، وقتی جسمی باردار است که تعداد الکترون‌ها و پروتون‌های آن با هم برابر نباشند. در صورتی‌که تعداد الکترون‌ها از پروتون‌ها بیشتر باشد، بار جسم منفی و زمانی که تعداد پروتون‌ها از الکترون‌ها بیشتر باشد بار جسم مثبت خواهد شد. همین‌طور می‌دانید برای باردار کردن اتم تنها می‌توانیم تعداد الکترون‌های آن را کم و زیاد کنیم، زیرا پروتون‌ها درون هسته قرار دارند و نمی‌توانیم تعداد آنها را به آسانی تغییر دهیم. پس می‌توان گفت بار اتم با تعداد الکترون‌های کم و زیاد شده نسبت مستقیم دارد. ارتباط بار یک جسم با بار بنیادی از رابطهٔ ۱-۱ به‌دست می‌آید که در این رابطه n تعداد الکترون‌های مبادله شده است. از علامت مثبت زمانی استفاده می‌کنیم که جسم الکترون از دست داده و از علامت منفی زمانی استفاده می‌کنیم که جسم الکترون گرفته است.

$$q=\pm ne \quad (۱-۱)$$

مثال ۲ به جسمی تعداد $۲/۰\times۱۰^{۱۰}$ الکترون داده می‌شود. بزرگی بار آن را به‌دست آورید.

پاسخ چون به جسم الکترون داده شده است از علامت منفی در رابطهٔ ۱-۱ استفاده می‌کنیم.

$$n=۲\times۱۰^{۱۰}\ ,\ e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\text{C}$$

$$q=-ne\Rightarrow q=(-۲/۰\times۱۰^{۱۰})\times(۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\text{C})=-۳/۲\times۱۰^{-۹}\text{C}$$

ببخشید چطور می‌توانیم اجسام را باردار کنیم؟

از علوم پایه هشتم می‌دانید که اجسام را می‌توانیم به سه روش مالش، القا و تماس باردار کنیم.

همان‌طور که پیشتر گفته شد برای باردار کردن اتم باید به آن الکترون داده شود و یا از آن الکترون گرفته شود. برای باردار کردن اجسام نیز باید به آنها الکترون داده شود و یا از آنها الکترون گرفته شود. یکی از روش‌ها برای باردار کردن اجسام، **مالش** است. به این ترتیب که اگر بعضی از اجسام به هم مالش داده شوند، از یکی الکترون جدا می‌شود و به دیگری اضافه می‌شود. به عنوان مثال اگر میلهٔ پلاستیکی را با پارچهٔ پشمی مالش دهیم، الکترون‌ها از پارچهٔ پشمی جدا می‌شوند و به میلهٔ پلاستیکی اضافه می‌شوند. به این ترتیب میلهٔ پلاستیکی بار منفی می‌گیرد و پارچهٔ پشمی بار مثبت. اگر میلهٔ شیشه‌ای را با پارچهٔ ابریشمی مالش دهیم، میلهٔ شیشه‌ای الکترون از دست داده و بارش مثبت می‌شود و پارچهٔ ابریشمی بار منفی پیدا می‌کند. همان‌طور که متوجه شدید در روش مالش، توجه به جنس اجسام مهم است.

انتهای مثبت سری
موی انسان، شیشه، نایلون، پشم، موی گربه، سُرب، ابریشم، آلومینیوم، کاغذ، چوب، پارچه کتان، کهربا، برنج، مس، پلاستیک، پلی اتیلن، لاستیک، تفلون
انتهای منفی سری

جدول ۱-۱

از کجا باید بفهمیم وقتی دو جسم به یکدیگر مالش داده می‌شوند، کدام یک دارای بار مثبت و کدام یک دارای بار منفی می‌شوند؟

با استفاده از جدول تریبوالکتریک (جدول ۱-۱) می‌توانید نوع بار برخی از اجسام پس از مالش به یکدیگر را متوجه شوید.

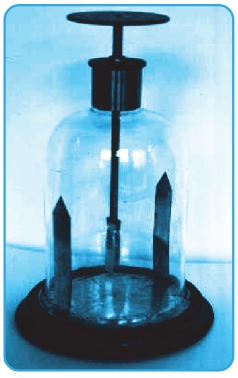
برای باردار کردن اجسام به روش تماس کافی است که یک جسم باردار را به یک جسم بدون بار تماس دهیم. بین دو جسم مقداری الکترون مبادله شده و در نهایت دو جسم دارای بار هم علامت خواهند شد. باردار شدن اجسام به روش‌های فوق بدین معنی نیست که بار الکتریکی آفریده شده است، بلکه بار الکتریکی از جسمی به جسم دیگر منتقل می‌شود.

قانون پایستگی بار الکتریکی

بار الکتریکی در یک جسم خود به خود به وجود نمی‌آید و خودبه‌خود از بین نمی‌رود، بلکه تنها از جسمی به جسم دیگر منتقل می‌شود.

چطور می‌توانیم بفهمیم که جسمی باردار هست یا نیست؟

در علوم دورهٔ هشتم با وسیله‌ای به نام الکتروسکوپ آشنا شدید. الکتروسکوپ وسیله‌ای است که به کمک آن می‌توانیم تشخیص دهیم که آیاجسمی باردار است یا بدون بار. اگر جسم باردار است، بار آن مثبت است یا منفی و این که جسم رسانا است یا نارسانا.

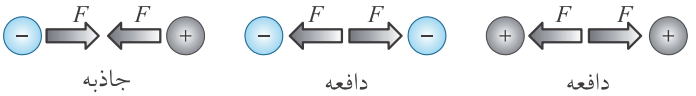


شکل ۱-۲

الکتروسکوپ از یک قرص فلزی، یک میلهٔ رسانای متصل به آن و یک عقربهٔ سبک رسانا تشکیل شده است. میله و عقربهٔ متصل به آن برای جلوگیری از اثر جریان هوا و رطوبت آن، درون یک محفظهٔ شیشه‌ای قرار دارند. در انواع اولیهٔ الکتروسکوپ‌ها به جای عقربهٔ سبک فلزی از دو برگهٔ نازک طلا استفاده می‌شد (شکل ۱-۲).

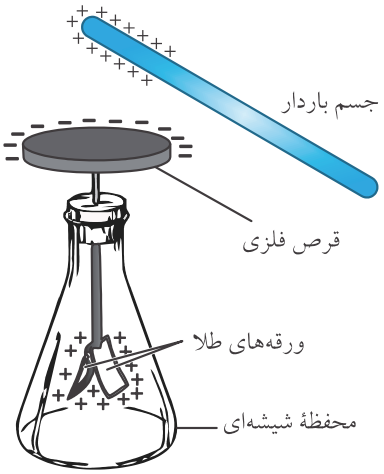
چگونگی تشخیص باردار بودن یا نبودن اجسام به کمک الکتروسکوپ

می‌دانیم بارهای الکتریکی هم علامت یکدیگر را می‌رانند و بارهای الکتریکی غیر هم علامت یکدیگر را می‌ربایند. (شکل ۱-۳)



شکل ۱-۳

بنابراین اگر جسم بارداری را به قرص فلزی الکتروسکوپ نزدیک کنیم، در قرص فلزی بار مخالف با بار جسم ایجاد می‌شود و در انتهای میله و همچنین در ورقه‌های نازک طلا (یا در برخی از انواع الکتروسکوپ‌ها در میله و عقربه)، بار هم‌نام با بار جسم ایجاد می‌شود (شکل ۱-۴). به دلیل این که بار ورقه‌ها هم علامت است یکدیگر را می‌رانند و از هم دور می‌شوند. در نتیجه اگر جسمی را به قرص فلزی الکتروسکوپ نزدیک کنیم و ورقه‌های نازک الکتروسکوپ از هم جدا شوند، جسم دارای بار الکتریکی است.



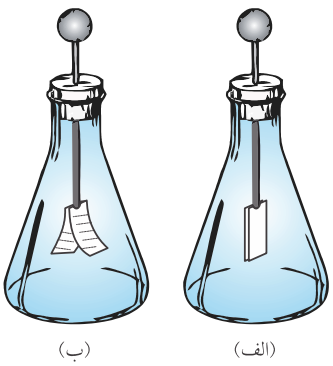
شکل ۱-۴

چگونگی تشخیص نوع بار جسم به کمک الکتروسکوپ

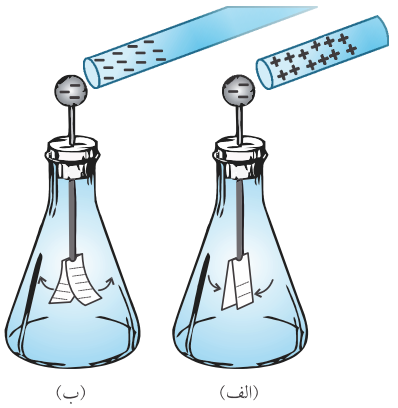
برای این کار ابتدا الکتروسکوپ را به کمک باری که نوع آن را می‌دانیم باردار می‌کنیم. وقتی الکتروسکوپ بار الکتریکی ندارد ورقه‌ها بر هم منطبق هستند (شکل ۱-۵ الف) و وقتی الکتروسکوپ باردار است ورقه‌ها از یکدیگر فاصله دارند. (شکل ۱-۵ ب)

سپس جسمی را که نوع بار آن را نمی‌دانیم به قرص فلزی الکتروسکوپ نزدیک می‌کنیم. اگر بار جسم و الکتروسکوپ ناهم‌نام باشند، مقداری از بار ورقه‌ها به قرص فلزی کشیده می‌شود و به هم نزدیک‌تر می‌شوند. (شکل ۱-۶ الف)

اگر بار جسم و الکتروسکوپ هم‌نام باشند، مقدار بار بیشتری به ورقه‌ها می‌رود و فاصلهٔ ورقه‌ها از هم بیشتر می‌شود. (شکل ۱-۶ ب)



شکل ۱-۵



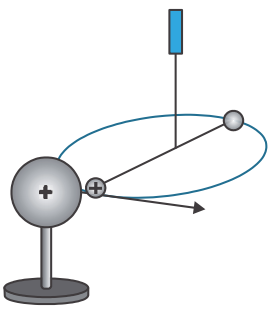
شکل ۱-۶

چگونگی تشخیص رسانش جسم به کمک الکتروسکوپ

ابتدا الکتروسکوپ را باردار می‌کنیم، سپس جسمی را که نمی‌دانیم رسانا است یا نارسانا با قرص فلزی الکتروسکوپ تماس می‌دهیم. اگر جسم رسانا باشد بار الکتروسکوپ تخلیه می‌شود و ورقه‌ها به جای اول خود برمی‌گردند. اگر جسم نارسانا باشد، تماس آن با الکتروسکوپ هیچ تأثیری بر آن نمی‌گذارد. در بخش‌های بعدی به باردار کردن اجسام به روش القا نیز خواهیم پرداخت.

قانون کولن

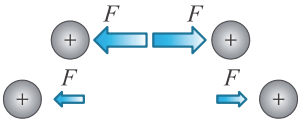
همان‌طور که گفته شد بارهای الکتریکی هم‌علامت یکدیگر را می‌رانند و بارهای الکتریکی غیر هم‌علامت یکدیگر را می‌ربایند. به عبارت دیگر بارهای الکتریکی به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند. دانشمندی فرانسوی به نام **شارل آگوستین کولن** با ساختن یک ترازوی پیچشی (شکل ۱-۷) در سال ۱۷۷۷ توانست نیروی بین دو بار الکتریکی



شکل ۱-۷

نقطه‌ای را اندازه‌گیری کند. بار نقطه‌ای به باری گفته می‌شود که بتوانیم از ابعاد آن در مقایسه به فاصله‌ها چشم‌پوشی کنیم. کولن نشان داد نیرویی که دو بار الکتریکی نقطه‌ای به هم وارد می‌کنند با مقدار بار آنها متناسب و با مربع فاصلهٔ آنها نسبت عکس دارد. به این بیان **قانون کولن** گفته می‌شود.

قانون کولن را می‌توانیم به صورت ریاضی به شکل $F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$ بنویسیم که در این رابطه $\propto$ علامت تناسب، q مقدار بار و r فاصلهٔ دو بار الکتریکی از یکدیگر را نشان می‌دهد. قانون کولن به بیان ساده به ما می‌گوید که به هر نسبتی بزرگی بارها بیشتر شود، به همان نسبت اندازهٔ نیروی بین دو بار نیز بیشتر می‌شود. از طرف دیگر اگر فاصلهٔ دو بار n برابر شود، اندازهٔ نیروی بین دو بار به نسبت n^2 برابر کم می‌شود. (شکل ۱-۸)



شکل ۱-۸

مسلماً با رابطه‌ایی به شکل فوق نمی‌توانیم اندازهٔ نیرو را محاسبه کنیم زیرا باید در این رابطه علامت تناسب ($\propto$) به تساوی تبدیل شود. برای این کار نیاز به یک ضریب تناسب داریم که با ضرب کردن آن در یک طرف رابطه، تناسب به تساوی تبدیل شود. دانشمندان ضریب تناسب را از طریق آزمایش محاسبه می‌کنند. در فرمول قانون کولن ضریب تناسب را با k نشان می‌دهیم و آن را **ثابت قانون کولن** می‌نامیم. درنتیجه فرمول قانون کولن به صورت رابطهٔ ۱-۲ نشان داده می‌شود:

$$F = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2} \quad (۱-۲)$$

ثابت قانون کولن تقریباً برابر است با $k = ۹/۰ \times ۱۰^۹ \, \mathrm{N.m^2/C^2}$. ثابت قانون کولن از یک ثابت بنیادی فیزیک به نام **ثابت گذردهی الکتریکی خلأ** به‌دست می‌آید. ثابت گذردهی الکتریکی خلأ را با نماد ε_0 (بخوانید اپسیلون صفر) نشان می‌دهند و ارتباط ثابت قانون کولن با این ثابت به صورت مقابل است:

$$k = \frac{۱}{۴\pi\varepsilon_0}$$

مقدار ثابت گذردهی الکتریکی خلأ برابر است با: $\varepsilon_0 = ۸/۸۵ \times ۱۰^{-۱۲} \, \mathrm{C^2/N.m^2}$.

مثال ۳ دو بار الکتریکی $q_1 = ۴\,\mu\mathrm{C}$ و $q_2 = -۱۶\,\mu\mathrm{C}$ در فاصلهٔ ۳ سانتی‌متری از هم قرار دارند. نوع و اندازهٔ نیرویی که هر کدام از این بارها بر دیگری وارد می‌کنند مشخص کنید.

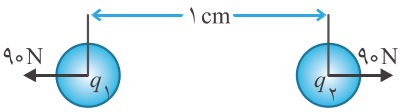
پاسخ نوع نیروی بین دو بار باتوجه به این‌که بارها غیر هم‌علامت هستند، جاذبه است. برای محاسبهٔ اندازهٔ نیروی بین دو بار از فرمول قانون کولن یعنی رابطهٔ ۱-۲ استفاده می‌کنیم. داده‌های مسئله عبارتند از:

$$q_1 = ۴\,\mu\mathrm{C} = ۴ \times ۱۰^{-۶}\,\mathrm{C} \;,\; q_2 = -۱۶ \times ۱۰^{-۶}\,\mathrm{C} \;,\; r = ۳\,\mathrm{cm} = ۳ \times ۱۰^{-۲}\,\mathrm{m}$$

یادمان باشد که نیرو یک کمیت برداری است و اندازهٔ یک کمیت برداری نمی‌تواند منفی باشد، پس علامت بار را در محاسبات خود شرکت نمی‌دهیم.

$$F = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2} = ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{۴ \times ۱۰^{-۶} \times ۱۶ \times ۱۰^{-۶}}{(۳ \times ۱۰^{-۲})^2} = \frac{۹ \times ۴ \times ۱۶ \times ۱۰^{-۳}}{۹ \times ۱۰^{-۴}} = ۶۴۰\,\mathrm{N}$$

نکته دو بار الکتریکی حتی غیر هم‌اندازه با اندازهٔ نیروی یکسان یکدیگر را می‌ربایند یا می‌رانند. به عنوان مثال در شکل ۱-۹ دو ذرهٔ باردار که بار آنها یکسان نیست با نیروی یکسان ۹۰ نیوتن یکدیگر را می‌رانند.



شکل ۱-۹

نکته کولن در زمان خود نمی‌توانست بزرگی بار الکتریکی را اندازه‌گیری کند و قانون موسوم به قانون کولن را از طریق مقایسهٔ بار کره‌های هم‌اندازه به‌دست آورد. اگر بخواهیم رابطهٔ ۱-۲ را به صورت مقایسه‌ای بنویسیم، به صورت رابطهٔ ۱-۳ نوشته می‌شود:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q_1'|}{|q_1|} \times \frac{|q_2'|}{|q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \quad (۱-۳)$$

در رابطهٔ ۱-۳ کمیت‌هایی که با پریم نشان داده شده‌اند حالت ثانویه هستند.

مثال ۴ دو بار الکتریکی مثبت و منفی به فاصلهٔ ۴ سانتی‌متر از هم قرار دارند. اگر آنها را به هم نزدیک کنیم تا فاصلهٔ آنها از هم به ۱ سانتی‌متر برسد، اندازهٔ نیروی بین آنها نسبت به حالت اول چند برابر می‌شود؟

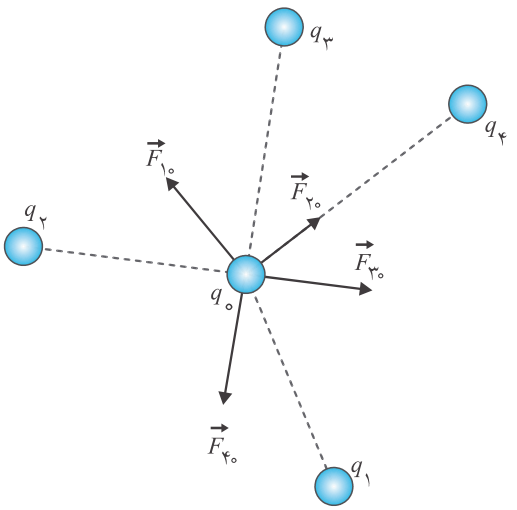
پاسخ وقتی در مسئله‌ای از ما می‌پرسند که یک کمیت چند برابر می‌شود، مجهول مسئله حاصل تقسیم کمیت ثانویه به کمیت اولیه است. یعنی مجهول مسئله $\frac{F'}{F}$ است و در این مسئله بزرگی بارها تغییر نکرده بلکه تنها فاصلهٔ بین دو بار تغییر کرده است. در نتیجه خواهیم داشت:

$$q'_۱=q_۱\ ,\ q_۲=q'_۲\ ,\ r=۴\text{cm}\ ,\ r'=۱\text{cm}$$

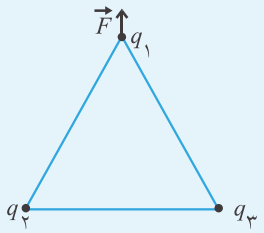
$$\frac{F'}{F}=\frac{|q'_۱|}{|q_۱|}\times\frac{|q'_۲|}{|q_۲|}\times(\frac{r}{r'})^۲=۱\times۱\times(\frac{۴}{۱})^۲=۱۶$$

اصل برهم نهی نیروهای کولنی

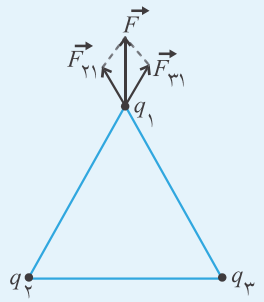
این اصل بیان می‌کند هنگامی که می‌خواهیم نیروی خالص وارد بر یک بار الکتریکی از سوی دیگر بارها را حساب کنیم، ابتدا باید تک تک نیروهای وارد بر بار مورد نظر را به طور جداگانه حساب کنیم، سپس برایند نیروها را بر اساس قوانین جمع برداری به دست آوریم.



مثال ۵ سه بار الکتریکی نقطه‌ای مطابق شکل روبه‌رو در سه رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع قرار گرفته‌اند. با توجه به جهت نیروی خالص وارد بر بار مثبت $q_۱$ نوع دو بار دیگر را تعیین کرده و اندازهٔ آنها را با هم مقایسه کنید.



پاسخ اگر برای رسم نیروی خالص یا نیروی برایند از روش متوازی‌الاضلاع استفاده کنیم، به صورت زیر خواهد شد:

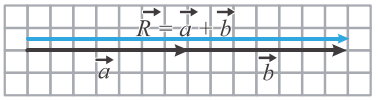


در این شکل نیروی وارد بر بار $q_۱$ از طرف بار $q_۲$ را با $\vec{F}_{۲۱}$ نشان داده‌ایم و نیروی وارد بر بار $q_۱$ از طرف بار $q_۳$ را با $\vec{F}_{۳۱}$ نشان داده‌ایم. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، نیروهای $\vec{F}_{۲۱}$ و $\vec{F}_{۳۱}$ دافعه هستند. بنابراین بارهای $q_۲$ و $q_۳$ با بار $q_۱$ هم‌علامت هستند یعنی آنها هم مثبت هستند. از طرفی با توجه به جهت نیروی خالص که دقیقاً رو به بالا است، نتیجه می‌گیریم اندازهٔ نیروهای $\vec{F}_{۲۱}$ و $\vec{F}_{۳۱}$ یکسان است. پس مقدار بارهای الکتریکی $q_۲$ و $q_۳$ با هم برابر است.

یادآوری

اگر دو بردار هم راستا و هم‌جهت باشند برای محاسبهٔ اندازهٔ بردار برایند، اندازهٔ دو بردار را با هم جمع می‌کنیم (رابطهٔ ۱-۴) و بردار برایند را در جهت بردارها رسم می‌کنیم. (شکل ۱-۱۰)

$$\vec{R}=\vec{a}+\vec{b}\ ,\ R=a+b \quad (۴-۱)$$



شکل ۱-۱۰

مثال ۶ مطابق شکل زیر، سه ذره با بارهای الکتریکی $q_۱=۲/۵\,\mu C$، $q_۲=۱\,\mu C$ و $q_۳=۴\,\mu C$ در نقطه‌های A و B و C ثابت شده‌اند. اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر بار $q_۳$ را محاسبه کنید.

$$BC=۲\,cm\ ,\ AC=۶\,cm$$

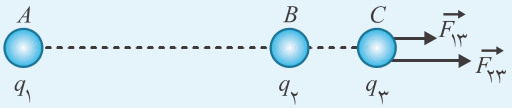
پاسخ ابتدا تک تک نیروهای وارد بر بار $q_۳$ را محاسبه کرده و سپس آنها را رسم کرده و پس از تعیین جهت، اندازهٔ برایند را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{۱۳}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}=(۹/۰\times۱۰^۹\,N.m^۲/C^۲)\frac{(۲/۵\times۱۰^{-۶}C)(۴/۰\times۱۰^{-۶}C)}{(۶/۰\times۱۰^{-۲}m)^۲}=۲۵\,N$$

$$F_{۲۳}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{r^۲}=(۹/۰\times۱۰^۹\,N.m^۲/C^۲)\frac{(۱\times۱۰^{-۶}C)(۴/۰\times۱۰^{-۶}C)}{(۲/۰\times۱۰^{-۲}m)^۲}=۹۰\,N$$

حالا می‌خواهیم بردارهای نیرو را رسم کنیم. یک روش این است که فرض کنیم بار مورد نظری که می‌خواهیم برایند نیروهای وارد بر آن را محاسبه کنیم می‌تواند حرکت کند و بارهای دیگر ثابت هستند. در این صورت چون بارها هم علامت هستند و یکدیگر را می‌رانند، بار $q_۳$ از طرف هر دو بار دیگر به سمت راست رانده می‌شود. پس هر دو نیرو با یکدیگر هم‌سو هستند و هر دو به سمت راست هستند. درنتیجه برای محاسبهٔ اندازه بردار باید اندازهٔ دو بردار را با هم جمع کنیم:

$$F_T=F_{۱۳}+F_{۲۳}=۲۵+۹۰=۱۱۵\,N$$

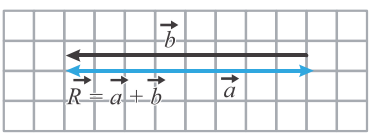


جهت بردار برایند هم‌سو با هر دو بردار و به سمت راست است.

یادآوری

اگر دو بردار هم راستا و خلاف جهت باشند برای محاسبهٔ اندازهٔ بردار برایند، اندازهٔ دو بردار را از هم کم می‌کنیم (رابطهٔ ۱-۵) و بردار برایند را در جهت بردار بزرگ‌تر رسم می‌کنیم. (شکل ۱-۱۱)

$$\vec{R}=\vec{a}+\vec{b}\ ,\ R=|a-b| \quad (۵-۱)$$



شکل ۱-۱۱

مثال ۷ مطابق شکل روبه‌رو، سه ذره با بارهای الکتریکی $q_۱=۲/۵\,\mu C$، $q_۲=-۱\,\mu C$ و $q_۳=۴\,\mu C$ در نقطه‌های A و B و C ثابت شده‌اند. اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر بار $q_۳$ را محاسبه کنید.

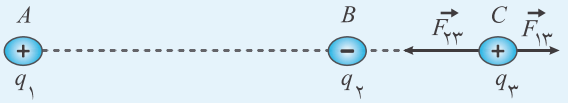
$$BC=۲\,cm\ ,\ AC=۶\,cm$$

پاسخ ابتدا اندازهٔ تک تک نیروهای وارد بر بار q_3 را محاسبه کرده و سپس آنها را رسم کرده و اندازه برایند را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{13}=k\frac{|q_1q_2|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{2/5\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(6\times10^{-2})^2}=\frac{9\times2/5\times4\times10^{-3}}{36\times10^{-4}}=25\,N$$

$$F_{23}=k\frac{|q_1q_3|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{1\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(2\times10^{-2})^2}=\frac{9\times1\times4\times10^{-3}}{4\times10^{-4}}=90\,N$$

حال به طریقی که در مثال قبل گفته شد، نیروهای وارد بر بار q_3 را رسم می‌کنیم:



در این مثال نیروها خلاف جهت یکدیگر هستند. بنابراین برای محاسبهٔ اندازهٔ نیروی برایند باید اندازهٔ نیروها را از هم کم کنیم:

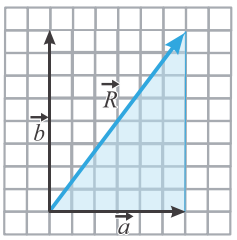
$$F_T=|25-90|=65\,N$$

جهت نیروی برایند هم‌سو با بردار بزرگ‌تر یعنی $\vec{F}_{23}$ است و به سمت چپ می‌باشد.

یادآوری ۱

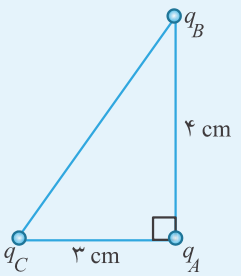
اگر دو بردار بر هم عمود باشند اندازهٔ بردار برایند از رابطهٔ فیثاغورث (رابطهٔ ۱-۶) به‌دست می‌آید و جهت آن را با روش متوازی‌الاضلاع تعیین می‌کنیم. (شکل ۱-۱۲)

$$R=\sqrt{a^2+b^2}\quad(1-6)$$



شکل ۱-۱۲

مثال ۸ در شکل مقابل اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر بار q_A را حساب کنید و جهت نیروی برایند را با رسم شکل نشان دهید.



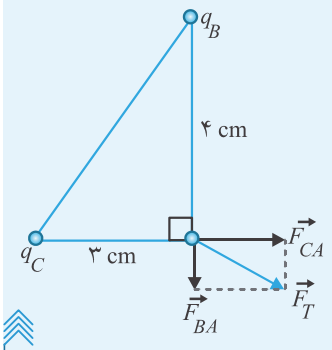
$$q_A=2\,\mu C\,,\ q_B=8\,\mu C\,,\ q_C=6\,\mu C$$

پاسخ باز هم ابتدا اندازهٔ تک تک نیروهای وارد بر بار q_A را به طور جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$F_{BA}=k\frac{|q_Aq_B|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times8\times10^{-6}}{(4\times10^{-2})^2}=\frac{9\times2\times8\times10^{-3}}{16\times10^{-4}}=90\,N$$

$$F_{CA}=k\frac{|q_Aq_C|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times6\times10^{-6}}{(3\times10^{-2})^2}=\frac{9\times2\times6\times10^{-3}}{9\times10^{-4}}=120\,N$$

سپس نیروهای وارد بر بار q_A را مطابق شکل روبه‌رو رسم می‌کنیم. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، این نیروها بر هم عمود هستند، پس برای محاسبهٔ اندازهٔ نیروی برایند از رابطهٔ فیثاغورس استفاده می‌کنیم:



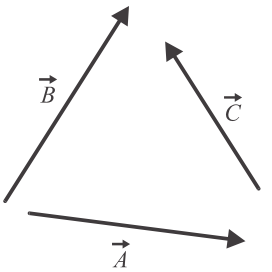
$$F_T=\sqrt{90^2+120^2}=\sqrt{8100+14400}=\sqrt{22500}=150\,N$$

فراتر از کتاب درسی: محاسبات برداری

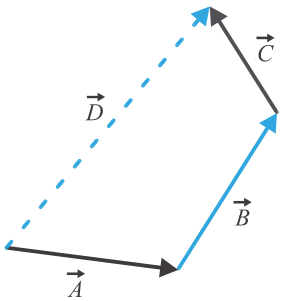
کمیت برداری، کمیتی است که دارای اندازه و جهت است و از قواعد جمع برداری پیروی می‌کند. اگر چند بردار را با هم جمع کنیم، به حاصل جمع که باز هم یک کمیت برداری است، بردار برایند گفته می‌شود. این بردار به تنهایی اثر کل بردارهای قبل را دارا است. همان‌طور که می‌دانید قواعد جمع بردارها با قوانین جمع جبری تفاوت دارد. در این‌جا ابتدا به روش‌های هندسی برای به دست آوردن اندازه و جهت بردار برایند می‌پردازیم:

روش چندضلعی

فرض کنید می‌خواهیم برایند سه بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ و $\vec{C}$ (شکل ۱-۱۳ الف) را به روش چندضلعی رسم کنیم. ابتدا برداری دقیقاً هم‌اندازه و هم‌جهت با بردار $\vec{A}$ رسم می‌کنیم. سپس از انتهای بردار $\vec{A}$، برداری دقیقاً مشابه (هم‌اندازه و هم‌جهت) با بردار $\vec{B}$ رسم می‌کنیم. آن‌گاه از انتهای $\vec{B}$، برداری همانند بردار $\vec{C}$ رسم می‌کنیم به همان اندازه و در همان جهت بردار $\vec{C}$. حال با یک پیکان، ابتدای بردار $\vec{A}$ را به انتهای بردار $\vec{C}$ وصل می‌کنیم. این پیکان بردار $\vec{D}$ خواهد بود که همان بردار برایند می‌باشد. (شکل ۱-۱۳ ب)



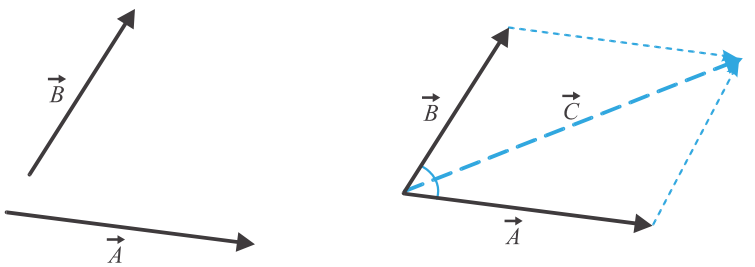
شکل ۱-۱۳ الف



شکل ۱-۱۳ ب

روش متوازی‌الاضلاع

این‌بار می‌خواهیم برایند دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ را به روش متوازی‌الاضلاع رسم کنیم. ابتدا بردار $\vec{A}$ را رسم کرده، سپس بردار $\vec{B}$ را هم مبدأ با بردار $\vec{A}$ رسم می‌کنیم. این دو بردار را به عنوان دو ضلع یک متوازی‌الاضلاع در نظر گرفته، دو ضلع دیگر آن را خودمان کامل می‌کنیم. در این صورت قطری از متوازی‌الاضلاع، که از مبدأ مشترک دو بردار رسم می‌شود بردار برایند می‌باشد که در شکل ۱-۱۴ به نام $\vec{C}$ نمایش داده شده است.



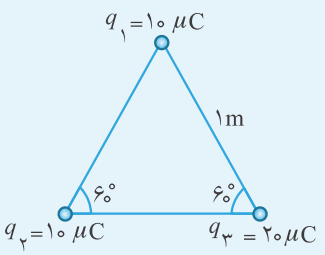
شکل ۱-۱۴

محاسبهٔ اندازهٔ برایند بردارها بدون استفاده از روش‌های هندسی

اگر در شکل ۱-۱۴ زاویهٔ بین دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ برابر α و اندازه‌های آنها $|\vec{A}|=a$ و $|\vec{B}|=b$ باشد، در این صورت اندازهٔ بردار برایند $|\vec{C}|$ از رابطهٔ ۱-۷ محاسبه می‌شود:

$$C=\sqrt{a^2+b^2+2ab\cos\alpha} \quad (۱-۷)$$

مثال ۹ در شکل مقابل، سه ذرهٔ باردار در سه رأس مثلث متساوی‌الاضلاع ثابت شده‌اند. اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر بار q_1 را به دست آورید.



پاسخ بر اساس اصل بر هم نهی نیروهای کولنی، ابتدا باید تک تک نیروهای وارد بر بار q_1 را محاسبه کنیم:

$$F_{21}=k\frac{|q_1q_2|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{10\times10^{-6}\times10\times10^{-6}}{1^2}=0/9\ \text{N}\quad,\quad F_{31}=k\frac{|q_1q_3|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{10\times10^{-6}\times20\times10^{-6}}{1^2}=1/8\ \text{N}$$

حالا به کمک رابطهٔ ۱-۷ می‌توانیم اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر بار q_1 را محاسبه کنیم:

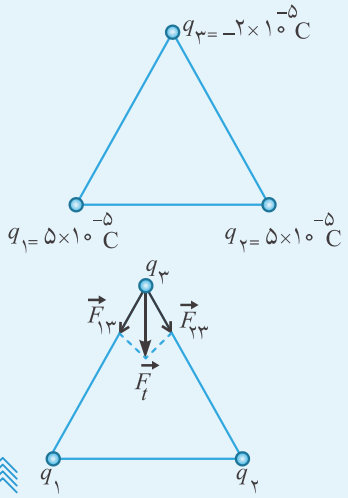
$$F_T=\sqrt{F_{21}^2+F_{31}^2+2F_{21}F_{31}\cos\alpha}=\sqrt{(0/9)^2+(1/8)^2+(2\times0/9\times1/8\times\cos60)}$$

$$\Rightarrow=\sqrt{(0/9)^2+(2\times0/9)^2+(2\times0/9\times2\times0/9\times\frac{1}{2})}=\sqrt{(0/9)^2(1+4+2)}=0/9\sqrt{7}\ \text{N}$$

نکته **اگر اندازهٔ دو بردار برابر با هم باشد (یعنی $a=b$)، اندازهٔ بردار برایند را می‌توانیم از رابطهٔ ۱-۸ محاسبه کنیم:**

$$R=2a\cos\frac{\alpha}{2}\qquad(۱-۸)$$

مثال ۱۰ مطابق شکل، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در سه رأس مثلثی که طول هر ضلع آن ۳ سانتی‌متر است، قرار دارند. با رسم نیروهای وارد بر بار q_3 اندازهٔ برایند این نیروها را محاسبه کنید.



پاسخ اندازه نیروهای وارد بر بار q_3 را محاسبه می‌کنیم. از آن‌جایی که اندازهٔ بارهای q_1 و q_2 با هم برابر است و فاصلهٔ این دو بار با بار q_3 نیز یکسان است، پس اندازهٔ دو نیرو با هم برابر است.

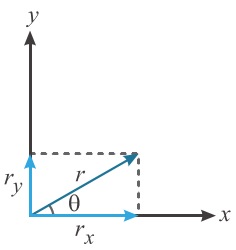
$$F_{23}=F_{13}=k\frac{|q_1q_2|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{5\times10^{-5}\times2\times10^{-5}}{(3\times10^{-2})^2}=\frac{9\times5\times2\times10^{-1}}{9\times10^{-4}}=10^4\ \text{N}$$

$$F_t=2F\cos\frac{\alpha}{2}=2\times10^4\times\cos30=10^4\sqrt{3}\ \text{N}$$

تجزیهٔ یک بردار

از آن‌جایی که روش‌های گفته شده برای جمع کردن بردارها به روش هندسی عملاً وقت‌گیر است و دقت آن نیز پایین است، در حالت‌های کلی و غیرخاص از روش تحلیلی یعنی روش تجزیهٔ بردار استفاده می‌کنیم. در این روش هر بردار را به مؤلفه‌هایش تجزیه می‌کنیم. مؤلفه‌های بردار $\vec{r}$ در واقع تصویر این بردار بر روی محورهای x و y است.

در شکل روبه‌رو (شکل ۱-۱۵)، r_x مؤلفهٔ بردار $\vec{r}$ روی محور x و r_y مؤلفهٔ آن روی محور y است. برای رسم مؤلفه‌ها، خط‌هایی عمود از انتهای بردار $\vec{r}$ بر محورهای x و y رسم می‌کنیم. به یافتن مؤلفه‌های یک بردار، **تجزیهٔ بردار** می‌گوییم.



شکل ۱-۱۵

$$\begin{cases}r_x=r\cos\theta & (۱-۹)\\ r_y=r\sin\theta & (۱-۱۰)\end{cases}$$

نکته **زاویهٔ θ، زاویه‌ای است که بردار $\vec{r}$ با جهت مثبت محور x می‌سازد.**

بردار یکه

وقتی یک بردار را به دو مؤلفه تجزیه می‌کنیم، عملاً آن را از حالت برداری خارج کرده‌ایم. برای این که شکل برداری آن حفظ شود از **بردار یکه** استفاده می‌کنیم. بردار یکه برداری است که اندازهٔ آن دقیقاً برابر ۱ واحد و سوی آن در جهت مثبت یکی از محورهای x و y است. این بردار یکا ندارد و تنها هدف آن مشخص کردن جهت است. بردار یکه روی محور x را با نماد $\vec{i}$ و بردار یکه روی محور y را با نماد $\vec{j}$ نشان می‌دهیم. برای نمایش برداری یک بردار به کمک بردارهای یکه به روش مقابل عمل می‌کنیم:

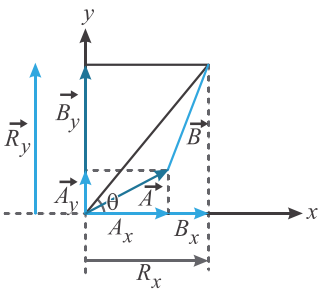
$$\vec{r}=r_x\vec{i}+r_y\vec{j}\qquad(۱-۱۱)$$

با داشتن مؤلفه‌های یک بردار و به کمک رابطه‌های ۱-۱۲ و ۱-۱۳ می‌توانیم اندازه و جهت بردار را به دست آوریم.

$$\begin{cases} r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} & (۱-۱۲) \\ \theta = \tan^{-1}\dfrac{r_y}{r_x} & (۱-۱۳) \end{cases}$$

جمع بردارها به روش تحلیلی

برای به دست آوردن مؤلفه‌های بردار برایند یعنی $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ باید مؤلفه‌های متناظر بردارهای $\vec{A}$ و $\vec{B}$ را با هم جمع کنیم. (شکل ۱-۱۶)

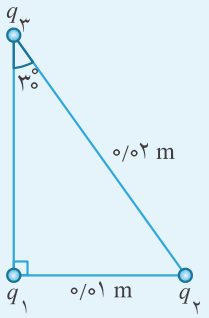


شکل ۱-۱۶

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} \rightarrow \begin{cases} R_x = A_x + B_x & (۱-۱۴) \\ R_y = A_y + B_y & (۱-۱۵) \end{cases}$$

مثال ۱۱ با توجه به شکل روبه‌رو، نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 را بر حسب بردارهای یکه بنویسید.

$q_1 = ۱\,\mu C$, $q_2 = -۴\,\mu C$, $q_3 = ۴\,\mu C$



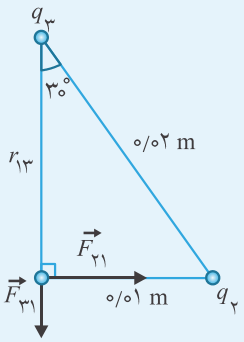
پاسخ باز هم ابتدا اندازهٔ نیروهای وارد بر بار q_1 را از طرف دو بار دیگر به طور جداگانه حساب می‌کنیم:

$$F_{21} = k\frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2} = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{-۶}}{۰/۰۱^۲} = \frac{۹\times۴\times۱۰^{-۳}}{۱۰^{-۴}} = ۳۶۰\,N$$

برای محاسبهٔ نیروی وارد بر با q_1 از طرف بار q_3، ابتدا باید فاصلهٔ این دو بار را محاسبه کنیم، چون مثلث متساوی‌الاضلاع است از رابطهٔ فیثاغورس استفاده می‌کنیم:

$$r_{23}^2 = r_{13}^2 + r_{12}^2 \Rightarrow r_{13}^2 = (۰/۰۲)^۲ - (۰/۰۱)^۲ = ۳\times۱۰^{-۴}\,m^۲$$

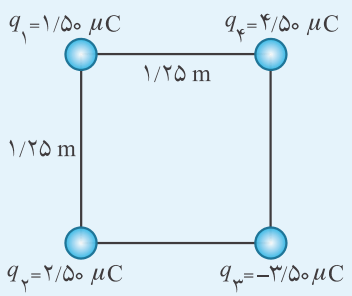
$$F_{31} = k\frac{|q_1 q_3|}{r_{13}^2} = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{-۶}}{۳\times۱۰^{-۴}} = \frac{۹\times۴\times۱۰^{-۳}}{۳\times۱۰^{-۴}} = ۱۲۰\,N$$



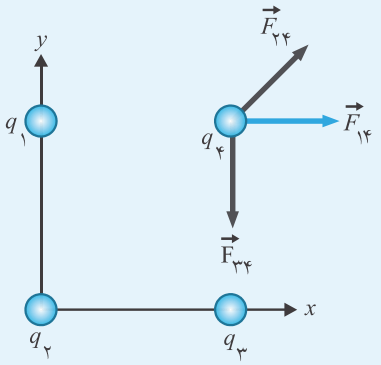
برای این‌که بتوانیم بردار نیروی برایند را بر حسب بردارهای یکه بنویسیم، باید ابتدا نیروها را رسم کنیم:
همان‌طور که می‌بینید، نیروی F_{21} در جهت مثبت محور x و نیروی F_{31} در خلاف جهت محور y است.
پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\vec{F}_t = ۳۶۰\vec{i} - ۱۲۰\vec{j}$$

مثال ۱۲ با توجه به شکل داده شده، بردار نیروی برایند وارد بر بار q_4 را بر حسب بردارهای یکه بنویسید و سپس اندازهٔ آن را حساب کنید.



پاسخ ابتدا نیروهای وارد بر بار q_4 را رسم می‌کنیم:



برایند نیروهای وارد بر بار q_4 در راستای محور x ناشی از دو نیروی $\vec{F}_{14}$ و مؤلفهٔ افقی نیروی $\vec{F}_{24}$ است.

$$F_x = k\frac{|q_1q_4|}{d^2} + k\frac{|q_2q_4|}{(\sqrt{2}d)^2}\cos 45^\circ = \frac{kq_4}{d^2}(q_1 + \frac{q_2}{2}\cos 45^\circ)$$

$$\Rightarrow F_x = \frac{9\times10^9\times4/50\times10^{-6}}{1/25^2}(1/50\times10^{-6} + \frac{2/50\times10^{-6}}{2}\times 0/70)$$

$$= 25/92\times10^{-3}\times 2/375 = 61/56\times10^{-3} \approx 6/2\times10^{-2}\,\text{N}$$

مؤلفهٔ y بردار برایند ناشی از دو نیروی $\vec{F}_{34}$ و مؤلفهٔ عمودی بردار $\vec{F}_{24}$ است.

$$F_y = k\frac{|q_2q_4|}{(\sqrt{2}d)^2}\sin 45 - k\frac{|q_3q_4|}{d^2} = \frac{kq_4}{d^2}\left|\frac{q_2}{2}\sin 45 - |q_3|\right|$$

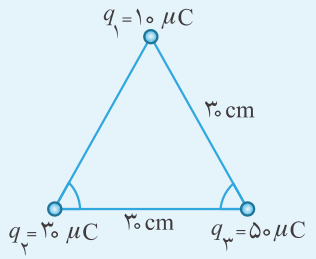
$$= \frac{9\times10^9\times4/50\times10^{-6}}{1/25^2}\times\left|\frac{2/50\times10^{-6}}{2}\times 0/70 - 3/5\times10^{-6}\right| = 25/92\times10^{-3}\times 2/625 \approx 6/8\times10^{-2}\,\text{N}$$

$$\vec{F}_t = (6/2\vec{i} - 6/8\vec{j})\times10^{-2}\,\text{N}$$

برای محاسبهٔ اندازهٔ نیرو کافی است مؤلفه‌های آن را در رابطهٔ فیثاغورس قرار دهیم:

$$F_t = 10^{-2}\sqrt{6/2^2 + 6/8^2} = 9/2\times10^{-2}\,\text{N}$$

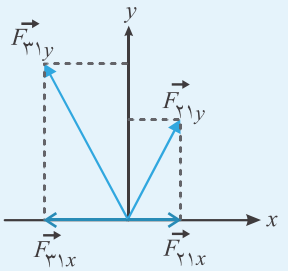
مثال ۱۳ مطابق شکل سه بار الکتریکی در سه رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع قرار دارند. بردار برایند نیروهای وارد بر بار q_1 را بر حسب بردارهای یکه بنویسید.



پاسخ ابتدا نیروهای وارد بر بار q_1 از طرف بارهای q_2 و q_3 را به طور جداگانه حساب می‌کنیم:

$$F_{21} = k\frac{|q_1q_2|}{r^2} = 9\times10^9\times\frac{10\times30\times10^{-12}}{9\times10^{-2}} = 30\,\text{N}$$

$$F_{31} = k\frac{|q_1q_3|}{r^2} = 9\times10^9\times\frac{10\times50\times10^{-12}}{9\times10^{-2}} = 50\,\text{N}$$



سپس نیروها را تجزیه می‌کنیم. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، مؤلفه‌های x خلاف جهت یکدیگر هستند و مؤلفه‌های y با یکدیگر هم‌سو هستند.

$$\begin{cases} F_{21x} = F_{21}\cos 60 = 30\times 0/5 = 15\,\text{N} \\ F_{21y} = F_{21}\sin 60 = 30\times 0/86 \approx 26\,\text{N} \end{cases},\quad \begin{cases} F_{31x} = -50\cos 60 = -25\,\text{N} \\ F_{31y} = 50\sin 60 = 43\,\text{N} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_t = (-10\vec{i} + 69\vec{j})\,\text{N}$$

پرسش‌های تشریحی

گام ۱ تسلط بر فرمول قانون کولن

۱. دو بار الکتریکی $q_1 = 4\mu C$ و $q_2 = -4\mu C$ در فاصلهٔ ۱۰ سانتی‌متری از هم قرار دارند. نوع و اندازهٔ نیرویی که هر کدام از این بارها بر دیگری وارد می‌کند را مشخص کنید.

۲. اندازهٔ نیروی الکتریکی بین دو ذرهٔ باردار $0/4\mu C$ و $-0/8\mu C$ برابر $0/2N$ است. فاصلهٔ میان دو بار را حساب کنید.

۳. دو بار الکتریکی $q_1 = q_2 = 10\mu C$ در فاصلهٔ یک متری از هم قرار دارند. اندازهٔ نیروی وارد بر هر یک از این دو بار چند نیوتن است؟

۴. دو ذرهٔ باردار با بار یکسان از فاصلهٔ ۵ سانتی‌متری به یکدیگر نیرویی به اندازهٔ ۱۰ نیوتن وارد می‌کنند. بزرگی بار آن دو را مشخص کنید.

۵. در اتم هیدروژن الکترون و پروتون به طور متوسط فاصله‌ای در حدود $5/3\times10^{-11}m$ دارند. اندازهٔ نیروی الکتریکی بین آنها را محاسبه کنید و بگویید کدام ذره نیروی بیشتری به دیگری وارد می‌کند؟ (بزرگی بار الکتریکی الکترون و پروتون برابر با $1/6\times10^{-19}C$ است.)

(برگرفته از کتاب physics for scientist and engineers)

۶. دو کرهٔ کوچک خنثی در فاصلهٔ ۱ متری از هم قرار دارند. حساب کنید چه تعداد الکترون باید از یکی به دیگری منتقل شود تا یکدیگر را با نیرویی به اندازهٔ ۹۰۰۰ نیوتن جذب کنند.

گام ۲ تسلط بر مسائل مقایسه‌ای

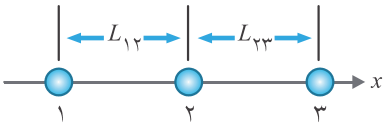
۷. دو گلولهٔ فلزی یکسان دارای بارهای الکتریکی $10\mu C$ و $-2\mu C$ روی دو پایهٔ عایق نصب شده‌اند. هرگاه این دو گلوله را با هم تماس دهیم و از یکدیگر جدا کنیم؛ الف) بار الکتریکی هر گلوله چند میکروکولن می‌شود. ب) در همان فاصلهٔ قبلی اندازهٔ نیروی بین آنها چند برابر می‌شود؟

۸. دو کرهٔ باردار با مقدار مساوی در مجاورت یکدیگر قرار دارند. اگر نیمی از بار یکی از آنها را برداشته و به دیگری اضافه کنیم در همان فاصلهٔ قبل اندازهٔ نیروی بین آنها چند برابر می‌شود؟

۹. دو بار الکتریکی نقطه‌ای به فاصلهٔ d از یکدیگر قرار دارند و نیروی F را به هم وارد می‌کنند. اگر فاصلهٔ بین دو بار را نصف و بار یکی از آنها را نیز نصف کنیم، اندازهٔ نیروی بین آنها چند برابر می‌شود؟

۱۰. در شکل زیر، سه ذرهٔ باردار را می‌بینید که بر روی یک خط قرار دارند. ذرات ۱ و ۲ در محل خود ثابت شده‌اند در حالی که ذرهٔ ۳ می‌تواند حرکت کند، اما نیروی خالص وارد بر ذرهٔ ۳ برابر صفر است و در نتیجه حرکت نمی‌کند. اگر $L_{12} = L_{23}$ باشد، نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ را محاسبه کنید.

(برگرفته از کتاب Fundamentals of physics)



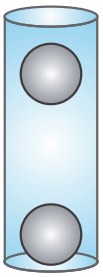
۱۱. دو ذرهٔ باردار دارای بار یکسان را در نظر بگیرید که در فاصلهٔ d از یکدیگر قرار دارند. اگر فاصلهٔ آنها را به $2d$ برسانیم، در حالی که بار یکی از آنها ثابت باشد، به بار ذرهٔ دیگر چند درصد باید افزوده شود تا اندازهٔ نیروی بین آنها تغییر نکند؟

۱۲. دو ذرهٔ باردار با بار الکتریکی هم اندازه و هم علامت، در فاصلهٔ d از هم قرار دارند. اگر ۲۰ درصد از بار یکی از آنها برداشته و به دیگری اضافه کنیم، در همان فاصلهٔ قبل اندازهٔ نیروی آنها چند درصد تغییر می‌کند؟

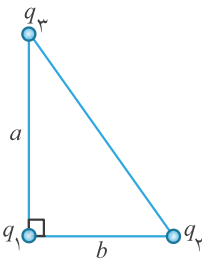
گام ۳ تسلط بر محاسبه و رسم برایند نیروهای الکتریکی

۱۳. دو بار الکتریکی $q_2 = 8\mu C$ و $q_1 = 2\mu C$ به فاصلهٔ ۲۰ سانتی‌متری از یکدیگر قرار دارند. بار الکتریکی $q_3 = 1\mu C$ را در خارج از فاصلهٔ دو بار و روی خط واصل دو بار و در فاصلهٔ ۱۰ سانتی‌متری از بار q_1 قرار می‌دهیم. اندازهٔ نیروی خالص وارد بر بار q_3 را به‌دست آورید.

۱۴. مانند شکل روبه‌رو دو گلوله با بارهای هم‌نام و مساوی هر کدام به جرم ۱۰ گرم را در یک لولهٔ شیشه‌ای قائم با بدنهٔ نارسنا و بدون اصطکاک رها می‌کنیم. در حالت تعادل گلوله‌ها در فاصلهٔ ۴۰ سانتی‌متری از هم قرار می‌گیرند. بزرگی بار هر یک از آنها را حساب کنید.



۱۵. در شکل زیر، جهت و اندازهٔ نیروی برایند وارد بر بار q_1 را تعیین کنید.



$q_1 = q_3 = 4\mu C$
$q_2 = -4\mu C$
$a = b = 100cm$