بخش اول: قانون کولن و نیروی الکتریکی وارد بر ذرات باردار

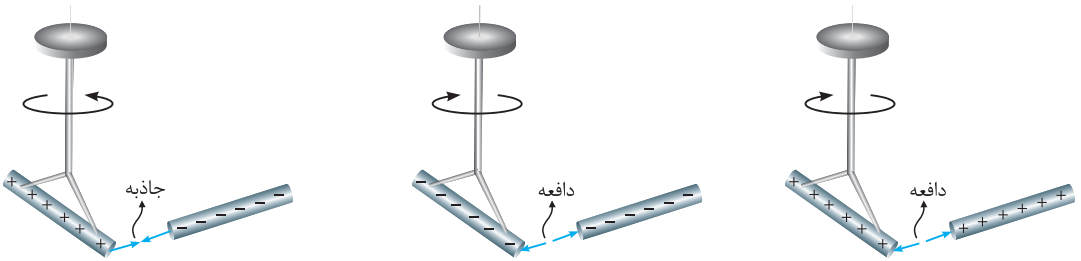
زیرشاخه‌های بخش اول A

۱- آشنایی با مفهوم بار الکتریکی
۲- آشنایی اولیه با قانون کولن
۳- تماس کره‌های مشابه باردار به یک‌دیگر و تحلیل نیروی بین آن‌ها
۴- مروری بر خواص بردارها (پیش‌نیاز بسیار مهم در مسائل این فصل)
۵- بررسی قانون کولن برای بیش از دو ذرهٔ باردار
۶- صفر شدن نیروی الکتریکی وارد بر ذرات باردار

1-A آشنایی با مفهوم بار الکتریکی

از آزمایش گرفته تا درخشش یک لامپ کوچیک، از آن‌چه اتم‌ها را به شکل مولکول به هم وصل میکنه تا پیام‌های عصبی تو دستگاه اعصاب و ...، باور کنید همگی منشأ الکتریکی دارن ... ما تو این فصل به مطالعهٔ بارها تو حالت سکون می‌پردازیم که به اون الکتریسیتهٔ ساکن میگن. اول کار هم می‌خوایم یه ذره کلیات در موردش یاد بگیریم ...

در کتاب علوم تجربی پایهٔ هشتم مشاهده کردید که وقتی دو جسم با یک‌دیگر مالش داده می‌شوند، معمولاً هر دوی آن‌ها دارای بار الکتریکی می‌شوند و به یک‌دیگر نیرو وارد می‌کنند.



تذکر ۱: از این تجربه‌ها نتیجه می‌گیریم که دو نوع بار الکتریکی وجود دارد. این دو نوع بار الکتریکی توسط دانشمند آمریکایی بنیامین فرانکلین، بار مثبت و بار منفی نام‌گذاری شد. او می‌توانست آن‌ها را هر چیز دیگری نیز بنامد، اما استفاده از علامت‌های جبری به جای نام‌های دیگر این مزیت را دارد که وقتی در یک جسم از این دو نوع بار به مقدار مساوی وجود داشته باشد، جمع جبری بارهای جسم صفر می‌شود که به معنی **خنثی بودن** آن جسم است.

تذکر ۲: نیروی بین بارهای الکتریکی در بین بارهای **همنام** از نوع **دافعه** و در حالت **ناهم‌نام** از نوع **جاذبه** است.

تذکر ۳: یکای بار الکتریکی در SI، کولن (C) می‌باشد. یک کولن مقدار بار بزرگی است و معمولاً از یکاهای فرعی نانوکولن (nC) و میکروکولن (μC) در محاسبات استفاده می‌شود.

بررسی بیشتر بار الکتریکی و اصل پایستگی بار الکتریکی

به‌طور کلی، وقتی دو جسم خنثی به یک‌دیگر مالش داده می‌شوند، تعدادی الکترون از یکی از آن‌ها به دیگری منتقل می‌شود. در طی انجام این کار جسمی که الکترون از دست می‌دهد، دارای بار الکتریکی **مثبت** و جسمی که الکترون اضافی دریافت می‌کند، دارای بار الکتریکی **منفی** می‌شود (نوع باری که دو جسم بر اثر مالش پیدا می‌کنند، به جنس آن‌ها بستگی دارد.). در رابطه با این موضوع، می‌توان به نکات مهم و کاربردی زیر اشاره کرد:

۱) افزایش تعداد الکترون‌ها در یک جسم، بار جسم را منفی کرده و کاهش تعداد الکترون‌ها بار آن را مثبت می‌کند.

۲) اگر به یک جسم خنثی n الکترون داده شود و اندازهٔ بار الکتریکی هر الکترون را e در نظر بگیریم (*باید بدونید* $e=1/6\times10^{-19}C$ *هست*)، بار الکتریکی خالص جسم در حالت جدید برابر است با:

$$q=-ne \quad (n=0,1,2,\dots)$$

از سوی دیگر اگر n الکترون از جسمی گرفته شود، بار الکتریکی خالص جسم در حالت جدید برابر است با:

$$q=+ne$$

۳) با توجه به رابطهٔ $q=\pm ne$، بار الکتریکی هر جسم مضرب صحیحی از یک مقدار پایه است که آن مقدار پایه، اندازهٔ بار یک الکترون است.

$$q=\underbrace{\pm n}_{\text{مضرب صحیح}}\underbrace{e}_{\text{مقدار پایه}}$$

۴) این موضوع یعنی حاصل $\frac{q}{e}$ برای یک جسم، نمی‌تواند هر مقداری داشته باشد و حاصل آن باید حتماً یک عدد صحیح باشد. این موضوع اصطلاحاً یعنی بار الکتریکی **کوانتیده (یا دانه‌ای)** می‌باشد.

بررسی دقیق‌تر انتقال بار به روش مالش

در مورد بحث مالش دو جسم به یک‌دیگر و انتقال الکترون در بین آن‌ها، نکات زیر حائز اهمیت است:

۱) در تجربه‌هایی مانند مالش اجسام به یک‌دیگر، الکترون‌ها تولید نمی‌شوند و یا از بین نمی‌روند، بلکه صرفاً از جسمی به جسم دیگر منتقل می‌شوند.

۲) به‌دست آوردن یا از دست دادن الکترون دو جسم در تماس با یک‌دیگر را می‌توان براساس جدولی موسوم به **سری الکتریسیتهٔ مالشی** (سری تریبوالکتریک؛ Tribos در یونانی به معنای مالش است) مشخص کرد. در این جدول مواد پایین‌تر، الکترون‌خواهی بیشتری دارند؛ یعنی اگر دو ماده در این جدول در تماس با یک‌دیگر قرار گیرند، الکترون‌ها از مادهٔ بالاتر جدول به ماده‌ای که پایین‌تر قرار دارد، منتقل می‌شود. مثلاً اگر تفلون با نایلون مالش یابد، الکترون‌ها از نایلون به تفلون منتقل می‌شوند. کاربرد بیشتر این جدول را روی آن نشان داده‌ایم:

سری الکتریسیتهٔ مالشی

انتهای مثبت سری
موی انسان
شیشه
نایلون
پشم
موی گربه
سُرب
ابریشم
آلومینیم
پوست انسان
کاغذ
چوب
پارچهٔ کتان
کهربا
برنج، نقره
پلاستیک، پلی‌اتیلن
لاستیک
تفلون
انتهای منفی سری

اگر میلهٔ شیشه‌ای به پارچهٔ ابریشمی مالیده شود، میلهٔ شیشه‌ای بار مثبت پیدا کرده و پارچهٔ ابریشمی بار منفی پیدا می‌کند.

اگر میلهٔ پلاستیکی به پارچهٔ پشمی مالیده شود، میلهٔ پلاستیکی بار منفی پیدا می‌کند.

کتاب درسی تو پاورقیش به ما قول داده از سری تریبوالکتریک سؤالی که فرم حفظی داشته باشه، نده. توصیهٔ ما اینه که دو موردی که روی شکل نشون داریم رو حتماً حفظ باشید ...

۳) در فرایند مالش به دو اصل بسیار مهم می‌رسیم، نخستین آن‌ها **اصل پایستگی بار** است که بیان می‌دارد: مجموع جبری همهٔ بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی *(یعنی با بیرون از خودش مبادلهٔ بار الکتریکی نداره و تنها هستش)* ثابت است، یعنی بار می‌تواند از جسمی به جسم دیگر منتقل شود، ولی هرگز امکان تولید یا نابودی یک بار خالص وجود ندارد. هیچ شاهد تجربی در نقض این اصل وجود ندارد و دومین اصل، کوانتیده بودن بار است.

۴) در یک اتم خنثی، تعداد الکترون‌ها برابر با تعداد پروتون‌های هسته است و بنابراین جمع جبری همهٔ بارها (بار خالص) دقیقاً برابر با صفر است.

$\overset{A}{Z}X \rightarrow$ عدد اتمی یا همان تعداد پروتون‌های هسته است. Z

۵) اگر در اثر یونیزاسیون، الکترون از اتم جدا کنیم، تعداد پروتون‌های هسته ثابت مانده ولی تعداد الکترون‌های آن کم می‌شود و دیگر بار خالص اتم صفر نیست.

تو ادامهٔ کار با حل چند تا تمرین توپ و قشنگ، روی این بحث مسلط‌تر میشیم ...

تمرین ۱: **از یک قطعهٔ خنثی، چند الکترون گرفته شود تا بار الکتریکی آن به یک میلی‌کولن برسد؟** $(e = 1/6 \times 10^{-19}\,C)$

۱) $6/25 \times 10^{13}$ ۲) $6/25 \times 10^{15}$ ۳) $6/25 \times 10^{16}$ ۴) $6/25 \times 10^{18}$

پاسخ: با توجه به رابطهٔ $q = \pm ne$، برای محاسبهٔ تعداد الکترون‌های گرفته شده از جسم برای رسیدن به بار $+۱mC$ می‌توان نوشت:

$$q = +۱mC = ۱۰^{-۳}\,C \;,\; e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\,C \;,\; n = ?$$

$$q = +ne \Rightarrow ۱۰^{-۳} = n \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \Rightarrow n = \frac{۱۰^{-۳}}{۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}} = ۰/۶۲۵ \times ۱۰^{+۱۶} = ۶/۲۵ \times ۱۰^{۱۵}$$ (گزینهٔ ۲)

تمرین ۲: جسم A در اثر مالش با جسم B دارای بار الکتریکی شده است. بار الکتریکی جسم B برحسب کولن کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟ (اندازهٔ بار الکتریکی یک الکترون برابر $۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}$ کولن است.)

۱) -۲×۱۰^{-۱۹}
۲) ۲×۱۰^{۱۹}
۳) -۸×۱۰^{-۱۰}
۴) ۸×۱۰^{-۱۰}

سری الکتریسیتهٔ مالشی

انتهای مثبت سری
A
B
انتهای منفی سری

پاسخ: در جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی داده‌شده، جسم A به سر مثبت سری نزدیک‌تر است، بنابراین در اثر مالش دو جسم A و B با یک‌دیگر، بار الکتریکی جسم A مثبت و بار الکتریکی جسم B منفی می‌شود، پس دو گزینهٔ (۲) و (۴) نادرست است. از طرفی با توجه به رابطهٔ $q = \pm ne$، بار الکتریکی یک جسم، مضرب صحیحی از بار پایه می‌باشد:

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e}$$

حال به بررسی گزینه‌های (۱) و (۳) می‌پردازیم:

۳) $n = \frac{q}{e} = \frac{۸ \times ۱۰^{-۱۰}}{۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}} = ۵ \times ۱۰^{۹} \rightarrow$ ✓ عدد صحیح است.

۱) $n = \frac{q}{e} = \frac{۲ \times ۱۰^{-۱۹}}{۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}} = ۱/۲۵ \rightarrow$ ✗ عدد صحیح نمی‌باشد.

بنابراین فقط در گزینهٔ (۳)، یک عدد صحیح به دست آمده و جواب سؤال می‌باشد.

تمرین ۳: عدد اتمی اورانیم $Z = ۹۲$ است. بار الکتریکی هستهٔ اتم اورانیم چه‌قدر است؟ اتم اورانیم چه مقدار بار الکتریکی منفی در اثر حضور الکترون‌ها دارد؟ بار الکتریکی اتم اورانیم در حالت خنثی چه‌قدر است؟ (برگرفته از کتاب درسی)

پاسخ: در مورد این تمرین خوب، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱- $Z = ۹۲$ در هستهٔ اورانیم، یعنی تعداد ۹۲ پروتون در هسته موجود است و بار الکتریکی هستهٔ اتم اورانیم $Z = ۹۲$ برابر است با:

$$q = +ne = +۹۲ \times (۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}) = +۱۴۷/۲ \times ۱۰^{-۱۹} = +۱/۴۷۲ \times ۱۰^{-۱۷}\,C$$

۲- در حالت خنثی، تعداد الکترون‌های هسته و پروتون‌های هسته با هم برابر است و می‌توان گفت بار منفی ناشی از الکترون‌ها نیز برابر $-۱/۴۷۲ \times ۱۰^{-۱۷}\,C$ می‌باشد.

۳- در مجموع اتم اورانیم خنثی بوده و بار کلی آن صفر است.

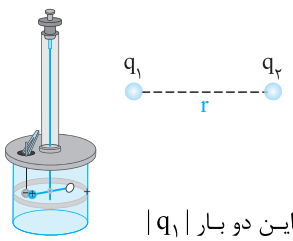
2-A آشنایی اولیه با قانون کولن

مشاهدات فیزیکی نشان می‌دهد که دو ذرهٔ باردار بر یک‌دیگر نیرو وارد می‌کنند، به گونه‌ای که اگر بار الکتریکی دو ذره هم‌نام (هر دو مثبت و یا هر دو منفی) باشد، آن‌ها یک‌دیگر را دفع کرده و اگر بار دو ذره ناهم‌نام (یکی مثبت و دیگری منفی) باشد، آن‌ها یک‌دیگر را جذب می‌کنند.

حالا سؤال اینه که نیروی الکتریکی بین دو جسم باردار به چه عواملی بستگی داره و اندازهٔ این نیروها رو از چه رابطه‌ای میشه حساب کرد؟ شارل آگوستین کولُن، با قانون کولن جواب اینو داده ... دستش درد نکنه، بریم ببینیم چی میگه!!

قانون کولن

با توجه به این قانون، اندازهٔ نیروی الکتریکی (ربایشی یا رانشی) بین دو بار نقطه‌ای $q_۱$ و $q_۲$ که در فاصلهٔ r از یک‌دیگر قرار دارند، با **حاصل‌ضرب اندازهٔ بار دو ذره** نسبت **مستقیم** و با **مجذور فاصلهٔ آن‌ها** از هم نسبت **عکس** دارد و با کمک رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲} \Rightarrow \begin{cases} F \propto \frac{۱}{r^۲} & \text{(نیرو با مجذور فاصله بین دو بار الکتریکی، رابطه معکوس دارد.)} \\ F \propto |q_۱||q_۲| & \text{(نیرو رابطهٔ مستقیم با حاصل‌ضرب اندازه دو بار الکتریکی دارد.)} \end{cases}$$

دقت کنید که در این رابطه برای محاسبهٔ مقدار F، علامت بارهای $q_۱$ و $q_۲$ را در نظر نمی‌گیریم و در واقع اندازه‌های این دو بار $|q_۱|$ و $|q_۲|$ را در رابطه وارد می‌کنیم.

نکات مهم و کاربردی:

۱) در این رابطه، k ثابت الکتروستاتیکی یا ثابت کولن نام دارد و یکای آن در سیستم SI عبارت است از:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow[\text{در یک طرف رابطه}]{\text{تنها کردن } k} k=\frac{Fr^2}{|q_1||q_2|}\equiv\frac{N.m^2}{C^2},\ k\simeq 9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2}$$

۲) ارتباط بین ثابت کولن (k) و ثابت مهم دیگری به نام **ضریب گذردهی الکتریکی خلأ** (ε_0) به‌صورت مقابل است:

$$k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

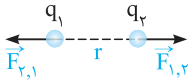
بنابراین یکای ε_0 معکوس یکای k بوده و معادل با $\frac{C^2}{N.m^2}$ است. بنابراین:

$$\varepsilon_0=8/85\times10^{-12}C^2/N.m^2$$

۳) اگر اندازهٔ بارهای q_1 و q_2 و یا فاصلهٔ r در مسائل تغییر کند، در مقایسهٔ اندازهٔ نیروی کولنی در دو حالت (بعد از تغییر و قبل از تغییر) می‌توان نوشت:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{|q_1'||q_2'|}{|q_1||q_2|}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

۴) همان‌طور که در سال‌های قبل مشاهده کردید، مطابق قانون سوم نیوتون، هر عملی را عکس‌العملی است مساوی و در خلاف جهت آن، بنابراین نیرویی که بار q_1 بر بار q_2 وارد می‌کند، با نیرویی که بار q_2 بر بار q_1 وارد می‌کند، هم‌اندازه، هم‌راستا و در خلاف جهت یک‌دیگر است.



$$|\vec{F}_{1,2}|=|\vec{F}_{2,1}|$$

از همین الان یاد بگیریم $\vec{F}_{1,2}$ یعنی نیرویی که ذرهٔ (۱) به (۲) وارد میکنه و برعکسش. حواستون باشه این نیروها از نوع بردار هستن و تو بردار هم اندازه مهمه و هم جهت. درسته $\vec{F}_{1,2}$ و $\vec{F}_{2,1}$ هم‌اندازه هستن ولی یه نگاه ساده بندازید میفهمید خلاف جهت همن ... درستش اینه که بگیم:

$$\vec{F}_{1,2}=-\vec{F}_{2,1},\ |\vec{F}_{1,2}|=|\vec{F}_{2,1}| \quad \text{یا} \quad F_{1,2}=F_{2,1}$$

اگه نمیدونید، بدونید که اومدن قدرمطلق و یا برداشتن علامت بردار از بالای F، روتا قراردادیه که تو فیزیک اندازهٔ بردار رو بهتون نشون میده ...

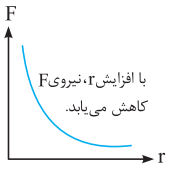
۵) با توجه به قانون دوم نیوتون $(F=ma)$ در علوم، اگر دو بار الکتریکی دو گلولهٔ کوچک در نظر گرفته شوند و فقط تحت اثر نیروی کولنی که به یک‌دیگر وارد می‌کنند، شتاب بگیرند، در مقایسهٔ شتاب آن‌ها می‌توان گفت:

$$F_{2,1}=F_{1,2}\Rightarrow m_1a_1=m_2a_2\Rightarrow\frac{a_1}{a_2}=\frac{m_2}{m_1}$$

(یعنی شتاب با جرم گلوله‌ها رابطهٔ عکس دارد)

۶) نمودار نیروی بین دو ذرهٔ باردار برحسب فاصلهٔ بین آن‌ها به‌صورت مقابل است:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow F\propto\frac{1}{r^2}$$



در ادامه با حل چند تمرین، بر روی نکات ارائه‌شده در این قسمت مسلط‌تر می‌شویم:

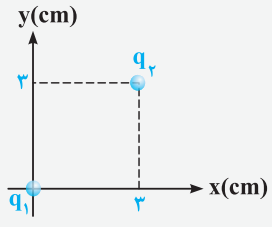
تمرین ۴: در هستهٔ اتم هلیم، دو پروتون به فاصلهٔ تقریبی $r=2\times10^{-15}m$ از هم قرار دارند. بزرگی نیرویی که پروتون‌ها بر هم وارد می‌کنند، برابر چند نیوتون است؟ $(k=9\times10^9N.m^2/C^2,\ e=1/6\times10^{-19}C)$

پاسخ: با استفاده از قانون کولن، برای محاسبهٔ نیروی الکتریکی بین دو پروتون می‌توان نوشت:

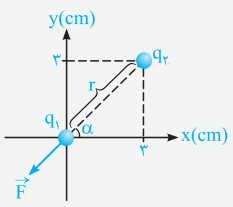
$$F=k\frac{|q_p||q_p|}{r^2}=(9\times10^9)\frac{(1/6\times10^{-19})\times(1/6\times10^{-19})}{(2\times10^{-15})^2}=57/6N$$

نیرویی که حساب کردیم از جنس دافعه هست و پروتونای تو هسته خیلی از هم برشون میار ... حالا تو سال بعد ایشالا یادتون میدیم کی میار نمیزاره این پروتونا از هم جدا شن☺

تمرین ۵: در شکل مقابل، مقدار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 و شکل برداری آن در SI را به دست آورید.
$(q_1=q_2=2\mu C,\ k=9\times10^9\ N.m^2/C^2)$



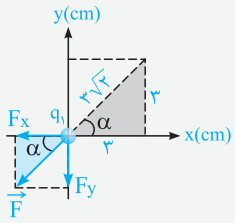
پاسخ: ابتدا با توجه به شکل، فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی و سپس بزرگی نیروی الکتریکی که بار q_2 بر q_1 وارد می‌کند را به‌دست می‌آوریم، توجه شود که چون دو بار هم‌علامت با یک‌دیگر هستند، یک‌دیگر را دفع می‌کنند (یکاها به SI باید تبدیل شود):

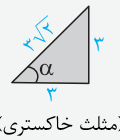


$$\Rightarrow r=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}\,cm=3\sqrt{2}\times10^{-2}m \quad \text{با توجه به رابطهٔ فیثاغورس}$$

$$F=\frac{k|q_1||q_2|}{r^2}=\frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{(3\sqrt{2}\times10^{-2})^2}=20N$$

در ادامه باید بتوانیم با یک عملیات ساده *(که در این فصل به شدت به اون نیازمندیم)*، مؤلفه‌های نیروی $\vec{F}$ را در راستای محورهای مختصات با کمک مثلث آبی و البته مقادیر $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$ از روی مثلث خاکستری به‌دست آوریم:





(مثلث خاکستری)

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin\alpha = \dfrac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \dfrac{۳}{۳\sqrt{۲}} = \dfrac{\sqrt{۲}}{۲} \\ \cos\alpha = \dfrac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \dfrac{۳}{۳\sqrt{۲}} = \dfrac{\sqrt{۲}}{۲} \end{cases}$$

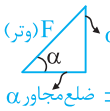
تحلیل مثلث آبی :

$$\begin{cases} \sin\alpha = \dfrac{|F_y|}{|\vec{F}|} \Rightarrow |F_y| = |\vec{F}|\sin\alpha \Rightarrow |F_y| = ۲۰ \times \dfrac{\sqrt{۲}}{۲} = ۱۰\sqrt{۲}\,N \\ \cos\alpha = \dfrac{|F_x|}{|\vec{F}|} \Rightarrow |F_x| = |\vec{F}|\cos\alpha \Rightarrow |F_x| = ۲۰ \times \dfrac{\sqrt{۲}}{۲} = ۱۰\sqrt{۲}\,N \end{cases}$$

از سوی دیگر باید توجه شود که چون هر دو مؤلفهٔ F_x و F_y در خلاف جهت محورهای x و y هستند، ضرایب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ هر دو منفی بوده و در نهایت داریم:

$$\vec{F} = -۱۰\sqrt{۲}\,\vec{i} - ۱۰\sqrt{۲}\,\vec{j}$$

اگه میخوای تو این‌جور سؤالا سه سوت جواب بدی، همش با فورت تکرار کن ضلع مقابل α میشه وتر در $\sin\alpha$، ضلع مجاورشم میشه وتر در $\cos\alpha$ ...



تمرین ۶: دو بار نقطه‌ای $q_۱$ و $q_۲$ در فاصلهٔ d یک‌دیگر را با نیروی F جذب می‌کنند. بارهای $-q_۱$ و $+۲q_۲$ در فاصلهٔ $۲d$ بر یک‌دیگر چه نیرویی وارد می‌کنند؟

۱) $\frac{۱}{۲}F$، جاذبه ۲) $۲F$، جاذبه ۳) $۲F$، دافعه ۴) $\frac{۱}{۲}F$، دافعه

پاسخ: با توجه به جذب شدن بارهای $q_۱$ و $q_۲$، در ابتدای کار می‌فهمیم که این دو بار ناهم‌نام هستند، با توجه به این موضوع بارهای $-q_۱$ و $+۲q_۲$ لزوماً هم‌نام هستند و یک‌دیگر را دفع می‌کنند (چرا؟). از طرفی با توجه به رابطهٔ زیر داریم:

$$F = \frac{k|q_۱||q_۲|}{r^۲} \xrightarrow{\text{مقایسه دو حالت}} \frac{F'}{F} = \frac{|q'_۲||q'_۱|}{|q_۲||q_۱|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^۲ \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|۲q_۲| \times |q_۱|}{|q_۲||q_۱|} \times \left(\frac{d}{۲d}\right)^۲ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow F' = \frac{۱}{۲}F$$ (گزینهٔ ۴)

بررسی یک موضوع پرکاربرد

در تعداد زیادی از تست‌های کنکور و سؤالات امتحانات نهایی در این قسمت، تغییرات بار الکتریکی یا فاصله را برحسب درصد در صورت سؤال مطرح می‌کنند. برای حل این‌گونه سؤالات، کافیست عبارت درصدی را به‌صورت کسری بازنویسی کنید. به‌طور مثال اگر بار الکتریکی یک ذره ۲۵ درصد افزایش یافته باشد، می‌توان نوشت:

$$q' = q + \frac{۲۵}{۱۰۰}q = q + \frac{۱}{۴}q = \frac{۵}{۴}q$$

یا به عنوان مثال دیگر اگر فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی ۲۰ درصد کاهش یابد، می‌توان نوشت:

$$d' = d - \frac{۲۰}{۱۰۰}d = d - \frac{۱}{۵}d = \frac{۴}{۵}d$$

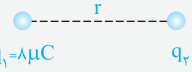
حالا برای این‌که موضوع مطرح‌شده رو بهتر درک کنیم، بریم با همدیگه یه سؤال خوب ازش حل کنیم ...

تمرین ۷: دو بار الکتریکی هم‌نام $q_۱ = ۸\mu C$ و $q_۲$ در فاصلهٔ r، نیروی F را بر هم وارد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد از بار $q_۱$ را برداشته و به $q_۲$ اضافه کنیم، بدون تغییر فاصلهٔ بارها از یک‌دیگر، نیروی متقابل بین آن‌ها ۵۰ درصد افزایش می‌یابد. مقدار اولیهٔ $q_۲$ چند میکروکولن است؟

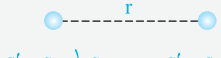
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴ (سراسری (ریاضی ۹۰)

پاسخ: کافیست دو شکل خوب، متناسب با شرایط مسئله رسم کنید. با توجه به این‌که هر دو بار مثبت هستند، با بررسی تغییرات بار (اضافه کردن ۲۵ درصد یا $\frac{۱}{۴}$ بار $q_۱$ به $q_۲$) در دو حالت داریم:

حالت اولیه :



حالت ثانویه:



$$\Rightarrow \begin{cases} q'_1 = q_1 - \frac{25}{100}q_1 = q_1 - \frac{1}{4}q_1 = \frac{3}{4}q_1 = \frac{3}{4}\times 8 = 6\,\mu C \\ q'_2 = q_2 + (\frac{1}{4}\times 8) = q_2 + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1): F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{k(8q_2)}{r^2} \\ (2): F' = \frac{k|q'_1||q'_2|}{r'^2} = \frac{k\times 6\times(q_2+2)}{r^2} = \frac{k(6q_2+12)}{r^2} \end{cases}$$

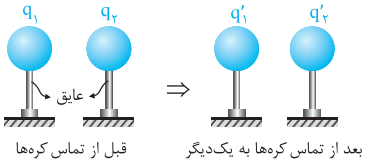
حال با توجه به این‌که نیرو در حالت ثانویه ۵۰ درصد افزایش پیدا کرده است، می‌توان نوشت:

$$F' = F + \frac{50}{100}F = \frac{150}{100}F = \frac{3}{2}F \Rightarrow \frac{k(6q_2+12)}{r^2} = \frac{3}{2}\frac{k(8q_2)}{r^2} \Rightarrow 6q_2+12 = \frac{3}{2}\times 8q_2 = 12q_2 \Rightarrow 6q_2 = 12 \Rightarrow q_2 = 2\,\mu C$$ (گزینهٔ ۲)

3-A تماس کره‌های مشابه باردار به یک‌دیگر و تحلیل نیروی بین آن‌ها

یه مدل خیلی معروف از سؤالای قانون کولن، مربوط به وقتی میشه که چندتا کره رو به هم میزنن و نیروی بینشون رو بررسی میکنن. خیلی سؤالای باحالیه. بریم ببینیم چه‌جوری حلشون کنیم ...

برای شروع بحث، دو کرهٔ رسانای کوچک و مشابه با قطر یکسان که دارای بارهای q_1 و q_2 می‌باشند را در نظر بگیرید. می‌توان نشان داد که اگر این دو کره را به یک‌دیگر متصل کرده و سپس از هم جدا کنیم، پس از جدا کردن، بار هر دو کره با یک‌دیگر یکسان و برابر $\frac{q_1+q_2}{2}$ می‌شود (البته با این فرض که تبادل بار الکتریکی فقط بین دو کره انجام می‌شود).



$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1+q_2}{2}$$

تذکر: به عنوان یک موضوع جالب توجه کنید که اگر بار کره‌ها قبل از تماس به یک‌دیگر q و $-q$ باشد، بعد از تماس آن‌ها به هم، بار هر یک برابر صفر خواهد شد.

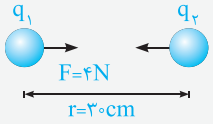
$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1+q_2}{2} = \frac{q+(-q)}{2} = 0$$

تو ادامهٔ کار با حل یه مثال خوب، این موضوع رو بهتر یاد می‌گیریم ...

تمرین ۸: دو گلولهٔ فلزی کوچک و مشابه که دارای بار الکتریکی می‌باشند، در فاصلهٔ ۳۰ سانتی‌متری، نیروی جاذبهٔ ۴ نیوتون بر یک‌دیگر وارد می‌کنند. اگر این دو گلوله را به هم تماس دهیم، بار الکتریکی هر کدام $+3\,\mu C$ خواهد شد. بار اولیهٔ گلوله‌ها برحسب میکروکولن کدام است؟ $(k = 9\times 10^9\ N.m^2/C^2)$ (سراسری ریاضی ۹۴)

۱) ۱۲ و ۶-
۲) ۱۰ و ۴-
۳) ۹ و ۳-
۴) ۸ و ۲-

پاسخ: در شروع حل باید دقت شود که دو کره در ابتدا یک‌دیگر را جذب می‌کنند و این یعنی بارهای آن‌ها ناهم‌نام بوده‌اند. در ادامه با توجه به اطلاعات سؤال، حاصل‌ضرب $|q_1q_2|$ برابر است با:



$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 4 = \frac{9\times 10^9|q_1||q_2|}{(30\times 10^{-2})^2} \Rightarrow |q_1q_2| = 4\times 10^{-11}C^2 = 40\,(\mu C)^2 \quad (1)$$

(۴۰ ← در 10^{12} ضرب کرده‌ایم.)

برای تبدیل C^2 به $(\mu C)^2$، کافیه که به 10^{-12} ناقابل ضرب کنی $(10^{-6})^2$ ...

از طرفی پس از تماس دو کره، به‌دلیل مشابه بودن کره‌ها، بار هریک از آن‌ها برابر $\frac{q_1+q_2}{2}$ می‌شود که برابر $+3\,\mu C$ است.

$$\text{بار هر کره پس از تماس} = \frac{q_1+q_2}{2} = +3\,\mu C \Rightarrow q_1+q_2 = +6\,\mu C \quad (2)$$

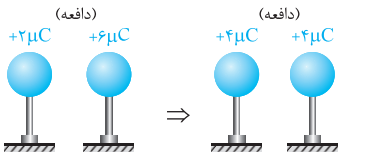
در بین گزینه‌ها، تنها گزینهٔ (۲) در هر دو معادله‌های (۱) و (۲) صدق می‌کند.

خواستون باشه نیازی نبود معادلهٔ (۲) رو به‌درست بیاریم، از روی معادلهٔ (۱) هم به تنهایی میشد گزینهٔ صحیح رو انتخاب کرد.

بررسی نوع نیروی جاذبه یا دافعهٔ بین دو کره قبل و بعد از تماس به یک‌دیگر

تو ادامهٔ بحث انجام‌شده، فرض کنید دو کرهٔ کوچک مشابه با بارهای q_1 و q_2 که تو فاصلهٔ r از همدیگه قرار دارند، به هم وصل کرده و پس از تبادل بار الکتریکی، بازم تو همون فاصلهٔ r از همدیگه قرار میدیم. حالا می‌خوایم نیروی بین این دوتا کره رو پس از تماس با همدیگه بررسی کنیم. به خاطر همین بریم انواع حالت‌هاش رو بررسی کنیم ...

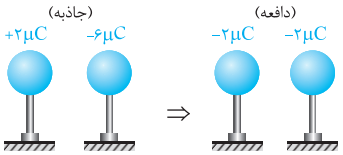
حالت اول: اگر بار دو کره هم‌نام و غیر هم‌اندازه باشد، نیروی بین کره‌ها قبل و بعد از تماس دافعه بوده و اندازهٔ نیروی بین دو کره بعد از تماس به یک‌دیگر بیشتر می‌شود. این موضوع را با یک مثال عددی ساده نشان داده‌ایم:



$$q'_1 = q'_2 = \frac{2+6}{2} = 4\,\mu C$$

$$F \propto |q_1||q_2| \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{4\times 4}{2\times 6} = \frac{16}{12} > 1 \Rightarrow F_2 > F_1$$

حالت دوم: اگر بار دو کره ناهم‌نام و غیر هم‌اندازه باشد، نیروی بین دو کره قبل از تماس جاذبه و بعد از تماس دافعه است. به عنوان مثال، به شکل مقابل توجه کنید:



$$q'_1 = q'_2 = \frac{2+(-6)}{2} = -2\,\mu C$$

$$F \propto |q_1||q_2| \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{2\times 2}{2\times 6} = \frac{4}{12} < 1 \Rightarrow F_2 < F_1$$

دقت کنید اگر بار اولیهٔ کره‌ها $-1\mu C$ و $+11\mu C$ بود، اندازهٔ نیروی بین کره‌ها پس از تماس، افزایش می‌یافت (چرا؟). بنابراین در این حالت نمی‌توان اندازهٔ نیروی بین کره‌ها را در حالت کلی قبل و پس از تماس، مقایسه کرد.

حالت سوم: اگر بار دو کره ناهم‌نام و هم‌اندازه باشد، بار هر یک از کره‌ها و نیروی بین دو کره بعد از تماس دادن آن‌ها به یک‌دیگر صفر می‌شود، بنابراین اندازهٔ نیروی بین دو کره کاهش می‌یابد.

حالت چهارم: اگر بار دو کرهٔ مشابه، کاملاً یکسان باشد (هم‌اندازه و هم‌علامت)، بار دو کره، قبل و بعد از تماس به یک‌دیگر یکسان بوده و در نتیجه نیروی بین دو کره تغییر نمی‌کند (خودتان این موضوع را بررسی کنید).

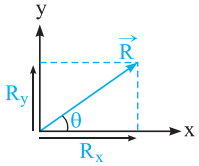
نکته: اگر به جای دو کرهٔ مشابه، چند کرهٔ رسانای کاملاً مشابه را به یک‌دیگر متصل کنیم، بار تمامی آن‌ها بعد از تماس به یک‌دیگر با هم یکسان شده و برابر می‌شود با:

به‌طور مثال برای سه کره : $q'_1 = q'_2 = q'_3 = \frac{q_1+q_2+q_3}{3}$

4-A مروری بر خواص بردارها (پیش‌نیاز بسیار مهم در مسائل این فصل)

این فصل خیلی نیاز به برایندگیری بردارها تو حالت‌های هم‌راستا و عمود بر هم داره ... تو ادامه یه مرور سریع روی این موضوع داشته باشیم ...

همان‌طور که در ابتدای کار نشان دادیم، هر بردار دارای دو مؤلفهٔ افقی و قائم می‌باشد و می‌توان آن را به‌صورت بردارهای یکه به‌صورت زیر نشان داد:



$$\vec{R} = R_x\vec{i} + R_y\vec{j}$$

$$\begin{cases} \text{مولفه افقی}: R_x = R\cos\theta \\ \text{مولفه عمودی}: R_y = R\sin\theta \end{cases}$$

تو ذهنت بگو، وتر در کسینوس میشه مجاور، وتر در سینوس میشه مقابل ... هی تکرار کن، باشه!!

تذکر: برعکس موضوع انجام‌شده، با داشتن مؤلفه‌های افقی و عمودی یک بردار نیز به‌سادگی می‌توان اندازهٔ آن بردار و زاویهٔ آن را با افق یافت. به‌طور مثال در شکل فوق داریم:

$$\begin{cases} \text{اندازه بردار}\ \vec{R}: R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \\ \text{محاسبه زاویه}\ \theta: \tan\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{R_y}{R_x} \end{cases}$$

جمع بردارها با کمک بردارهای یکه

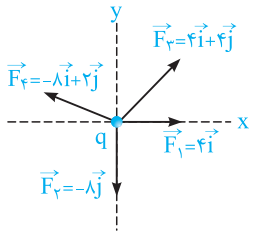
جمع دو بردار $\vec{A} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j}$ و $\vec{B} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j}$ به‌صورت مقابل است:

$$\vec{A} + \vec{B} = (a_1+b_1)\vec{i} + (a_2+b_2)\vec{j}$$

در این حالت، پس از رسم بردار $\vec{A} + \vec{B}$، به سادگی می‌توان زاویهٔ آن با افق را نیز پیدا کرد:

$$\tan\theta = \frac{\text{ضریب } \vec{j}}{\text{ضریب } \vec{i}}$$

برای درک بهتر، فرض کنید بر ذرهٔ الکتریکی مقابل نیروهای نشان داده شده وارد شده است. برایند نیروهای وارد بر این ذرهٔ باردار برابر است با:



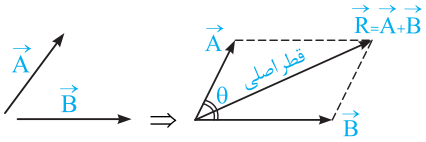
$$\vec{F_T}=\vec{F_۱}+\vec{F_۲}+\vec{F_۳}+\vec{F_۴}=(۴\vec{i}+۰\vec{j})+(۰\vec{i}-۸\vec{j})+(۴\vec{i}+۴\vec{j})+(-۸\vec{i}+۲\vec{j})$$

$$F_T=\underbrace{(۴+۰+۴+(-۸))}_{\text{مجموع ضرایب در راستای افق}}\vec{i}+\underbrace{(۰+(-۸)+۴+۲)}_{\text{مجموع ضرایب در راستای قائم}}\vec{j}=۰\vec{i}-۲\vec{j}$$

این موضوع یعنی بردار برایند اولاً مؤلفهٔ افقی نداره و ثانیاً مؤلفهٔ قائمش در خلاف جهت y میشه، پون منفیه ...

برایند دو بردار به روش متوازی‌الاضلاع

دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ را مطابق شکل مقابل درنظر بگیرید:



برای به‌دست آوردن برایند **دو بردار** *(بیشتر از دو تا نه)* می‌توان به گونه‌ای دیگر نیز عمل کرد. در این روش که به **روش متوازی‌الاضلاع** معروف است، دو بردار را به‌گونه‌ای رسم می‌کنیم که ابتدای آن‌ها از یک نقطه باشند، سپس متوازی‌الاضلاعی رسم می‌کنیم که دو ضلع آن بردارهای $\vec{A}$ و $\vec{B}$ باشد. در این حالت، قطری از متوازی‌الاضلاع که از نقطهٔ شروع دو بردار آغاز می‌شود، معادل برایند دو بردار می‌باشد (منظور قطر اصلی است).

دقت: در کتاب درسی برایندگیری برای نیروهای در یک راستا و یا نیروهای عمود بر هم مدنظر می‌باشد. دو حالت زیر برای تکمیل اطلاعات دانش‌آموزان علاقه‌مند آورده شده است و مدنظر کتاب درسی نمی‌باشد.

۱) اگر زاویهٔ بین دو بردار برابر θ باشد، اندازهٔ برایند آن‌ها برابر است با:

$$|\vec{R}|=\sqrt{A^۲+B^۲+۲AB\cos\theta}$$

۲) اگر اندازهٔ دو بردار با هم برابر باشد، اندازهٔ بردار برایند از رابطهٔ ساده شدهٔ روبه‌رو به‌دست می‌آید:

$$|\vec{R}|=۲A\cos\left(\frac{\theta}{۲}\right)$$

نکات بسیار کاربردی در برایندگیری دو بردار

به‌طور کلی زمانی‌که دو بردار هم‌جهت باشند $(\theta=۰)$، اندازهٔ برایند آن‌ها حداکثر است و از جمع اندازه‌های دو بردار به‌دست می‌آید و زمانی‌که مختلف‌الجهت باشند $(\theta=۱۸۰^\circ)$ اندازهٔ برایند آن‌ها حداقل است و از تفاضل اندازه‌های دو بردار به‌دست می‌آید.

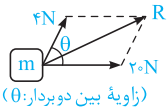
مثال‌هایی برای درک بهتر:

بهترین روش برای انتقال جسم: m ← ۴N، F=۲۰N ≡ m → ۲۴N (بیشترین برایند دو نیروی ۴N و ۲۰N)

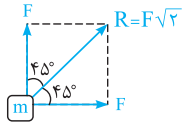
(زاویهٔ بین دو نیرو $\theta=۰$)

بدترین روش برای انتقال جسم: m ← ۴N، F=۲۰N ≡ m → ۱۶N (کم‌ترین برایند دو نیروی ۴N و ۲۰N)

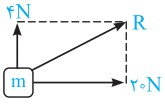
(زاویهٔ بین دو نیرو $\theta=۱۸۰^\circ$)

حالت بینابین: 

(زاویهٔ بین دوبردار: θ) ≡ $۱۶N<R<۲۴N$



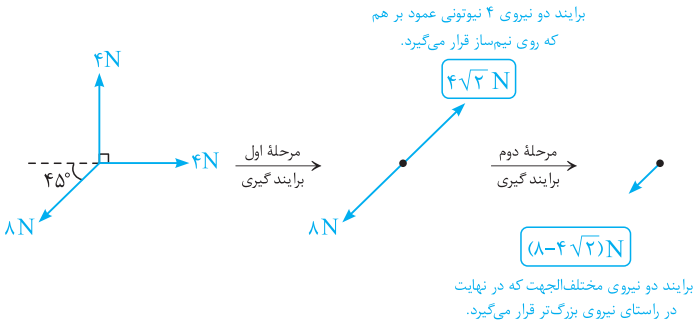
(دو بردار عمود برهم و هم‌اندازه)



(دو بردار عمود برهم) ≡ $R=\sqrt{۲۰^۲+۴^۲}$ (برایند برابر قطر مستطیل است.)

۵ تا حالت خاص مطرح شده، تو کل این کتاب خیلی کاربرد داره ... خیلی خوب اینا رو درک کنید تا بتونید ازش تو تستا استفاده کنید.

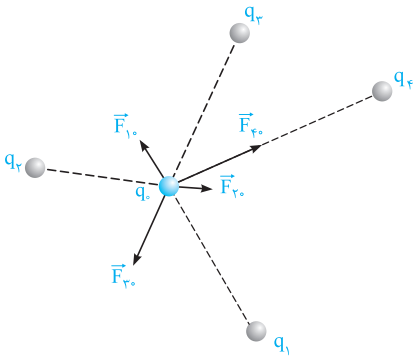
به عنوان مثال در شکل زیر با کمک ایده‌های مطرح شده، برایند نیروها را یافته‌ایم:



5-A بررسی قانون کولن برای بیش از دو ذرهٔ باردار

تا این‌جای کار قانون کولن را برای دو ذرهٔ باردار یاد گرفتیم، حالا سؤال اینه که اگه ذره‌ها چندتا باشه چی؟!

... برای جواب دادن به این موضوع باید حسابی برایندگیری بلد باشید ...



در حالت کلی اگر تعدادی ذرهٔ باردار در یک ناحیه از فضا قرار داشته باشند، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برایند نیروهایی است که هریک از ذره‌های دیگر در غیاب سایر ذره‌ها، بر آن ذره وارد می‌کند (این موضوع، اصل برهم‌نهی نیروهای الکتروستاتیکی نام دارد).

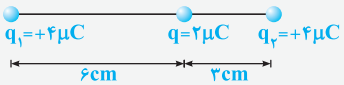
به عبارت دیگر، وقتی چند ذرهٔ باردار را در یک راستا و یا در یک صفحه قرار داده و از ما می‌خواهند برایند نیروهای وارد بر یکی از ذرات را محاسبه کنیم، برای رسیدن به این منظور گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: نیروهای وارد بر آن ذره از طرف ذره‌های باردار دیگر را رسم کرده و اندازهٔ هر یک از این نیروها را با کمک رابطهٔ $F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ محاسبه می‌کنیم. یادآوری می‌شود که بارهای هم‌نام، یک‌دیگر را دفع کرده و بارهای ناهم‌نام، یک‌دیگر را جذب می‌کنند.

گام دوم: برایند بردارهای رسم شده را با کمک خواص بردارها محاسبه می‌کنیم.

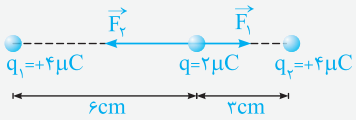
تو ادامهٔ کار، با حل چندتا سؤال متنوع، بر روی این سبک از سؤالا که همواره پای ثابت سؤالای کنکور و امتحانا هستن، مسلط میشیم ...

تمرین ۹: در شکل روبه‌رو، برایند نیروهای وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای $q = ۲\mu C$ برابر ..... نیوتون و به سمت ..... است. $(\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰} = ۹\times۱۰^۹ SI)$



۱) ۱۰۰، چپ ۲) ۱۰۰، راست ۳) ۶۰، چپ ۴) ۶۰، راست

پاسخ: ابتدا جهت نیروهایی را که هر یک از دو ذرهٔ باردار q_1 و q_2 بر بار q وارد می‌کنند *(برحسب هم‌نام یا ناهم‌نام بودنشان)* به‌دست می‌آوریم:



$$\Rightarrow \begin{cases} (\vec{F}_1) \text{ به سمت راست است} \Rightarrow q_1 \text{ بار } q \text{ را دفع می‌کند} \Rightarrow \vec{F}_1 \\ (\vec{F}_2) \text{ به سمت چپ است} \Rightarrow q_2 \text{ بار } q \text{ را دفع می‌کند} \Rightarrow \vec{F}_2 \end{cases}$$

در ادامه مقدار $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ را با کمک قانون کولن به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} (\text{دافعه}): F_1 = \frac{k|q||q_1|}{r^2} = \frac{۹\times۱۰^۹\times۲\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{-۶}}{(۶\times۱۰^{-۲})^۲} = ۲۰N \\ (\text{دافعه}): F_2 = \frac{k|q||q_2|}{r^2} = \frac{۹\times۱۰^۹\times۲\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{-۶}}{(۳\times۱۰^{-۲})^۲} = ۸۰N \end{cases}$$

در نهایت با برایندگیری از نیروهای در خلاف جهت F_1 و F_2، به سادگی نیروی برایند به‌دست می‌آید (نیروها اثر هم‌دیگر را تضعیف می‌کنند):

$F_2=۸۰N$ $F_1=۲۰N$ $F_T = F_2 - F_1 = ۸۰ - ۲۰ = ۶۰N$

با توجه به بزرگ‌تر بودن نیروی F_2، جهت نیروی برایند نیز به سمت چپ می‌باشد و گزینهٔ (۳) صحیح است. دقت شود که این موضوع یعنی نیروی وارد بر این ذره برابر $-۶۰\vec{i}$ است.

تمرین ۱۰: در سؤال قبل، اگر بار الکتریکی q_2 حذف شود، برایند نیروهای وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای q برابر ..... نیوتون شده و تغییر جهت .....

۱) ۸۰، نمی‌دهد ۲) ۲۰، می‌دهد ۳) ۱۰۰، می‌دهد ۴) ۲۰، نمی‌دهد

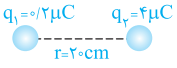
پاسخ: در سؤال قبل، با حذف بار الکتریکی q_2، تنها نیرویی که بر بار q وارد می‌شود، ناشی از نیروی دافعهٔ بار q_1 بر آن می‌باشد. با توجه به پاسخ سؤال قبل، این نیرو برابر $F_1 = 20N$ و به سمت راست می‌باشد.

بنابراین برایند نیروهای وارد بر بار q برابر $20N$ شده و نسبت به حالت قبل تغییر جهت می‌دهد (به سمت راست می‌شود) و گزینهٔ (۲) صحیح است.

بررسی دو نکتهٔ مهارتی

فیلی از بچه‌ها هی میپرسن رمز موفقیت تو سریع‌تر شدن حل سؤالای قانون کولن چیه؟ روتاشو همین الان میگیم ...

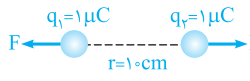
۱) در محاسبات رابطهٔ $F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$، ترجیحاً اعداد به‌صورت ممیزدار نوشته نشود، زیرا این موضوع کمی ساده کردن اعداد را سخت می‌کند.



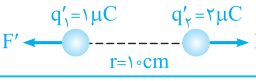
$F = 9\times10^9\times\frac{(2\times10^{-7})(4\times10^{-6})}{(2\times10^{-1})^2}$ ← شکل مناسب

$F = 9\times10^9\times\frac{(0/2\times10^{-6})(4\times10^{-6})}{(0/2)^2}$ ← شکل نامناسب

۲) در محاسبات کمی باهوش عمل کنیم. به‌طور مثال اگر در دو حالت زیر، نیرو در حالت (۱) را برابر $0/9$ نیوتون به‌دست می‌آوریم، در حالت دوم تنها یکی از بارها دو برابر شده است و نیرو دو برابر حالت اول است، یعنی $1/8$ نیوتون و نیازی به انجام محاسبات جدید نیست.

حالت اول : 

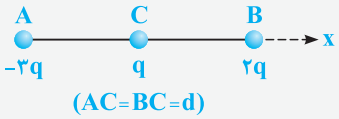
$F = 9\times10^9\frac{(1\times10^{-6})(1\times10^{-6})}{(1\times10^{-1})^2} = 0/9N$

حالت دوم : 

$F' = 2F = 1/8N$

حالا بریم از این دوتا نکتهٔ مهارتیمون کلی استفاده کنیم ...

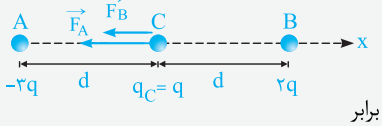
تمرین ۱۱: فرض کنید دو بار q در فاصلهٔ d، بر یک‌دیگر نیروی $10N$ را وارد می‌کنند. در شکل مقابل، بردار نیروی خالص وارد بر بار q کدام است؟



۱) $+50\vec{i}$ ۲) $-50\vec{i}$

۳) $+40\vec{i}$ ۴) $-40\vec{i}$

پاسخ: فرض می‌کنیم اندازهٔ نیرویی که دو بار q در فاصلهٔ d بر یک‌دیگر وارد می‌کنند، برابر F باشد، در این صورت چون دو بار q و $-3q$ ناهم‌نام هستند، نیروی بین آن‌ها جاذبه بوده و برابر است با:



نیروی بین A و C (جاذبه): $\overset{\text{برابر }3}{F} = \frac{k\overset{\text{برابر }3}{|q_A|}|q|}{d^2} \Rightarrow F_A = 3F \xrightarrow{F=10N} F_A = 30N \Rightarrow \vec{F}_A = -30\vec{i}$

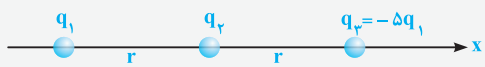
از سوی دیگر نیروی بین دو بار هم‌نام q و $2q$ دافعه بوده و برابر است با:

نیروی بین B و C (دافعه): $\overset{\text{برابر }2}{F} = \frac{k\overset{\text{برابر }2}{|q_B|}q}{d^2} \Rightarrow F_B = 2F \xrightarrow{F=10N} F_B = 20N \Rightarrow \vec{F}_B = -20\vec{i}$

در نهایت با برایندگیری از نیروهای هم‌جهت به‌دست آمده، داریم:

$\vec{F}_T = \vec{F}_A + \vec{F}_B \Rightarrow \vec{F}_T = -50\vec{i}$ (گزینهٔ ۲)

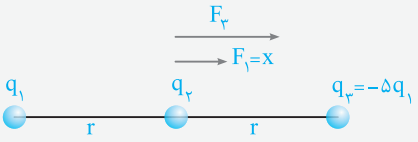
تمرین ۱۲: در شکل زیر، سه ذرهٔ باردار روی محور x قرار دارند و به بار q_2 نیروی الکتریکی خالص F وارد می‌شود. اگر بار q_3 روی محور x به اندازهٔ $\frac{4r}{5}$ به بار q_2 نزدیک شود، نیروی خالص وارد بر بار q_2 چند برابر F می‌شود؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۰ خارج از کشور)



۱) ۲۵ ۲) ۲۱

۳) $\frac{13}{3}$ ۴) $\frac{25}{6}$

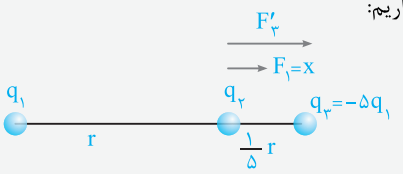
پاسخ: فرض می‌کنیم بزرگی نیرویی که بار q_1 در فاصلهٔ r به بار q_2 وارد می‌کند، برابر x باشد. در این صورت داریم:



$$F=\frac{k|q_1||q_2|}{r^2}\xrightarrow{\text{یکسان‌است } r}\frac{F_3}{F_1}=\frac{|q_3|}{|q_1|}=5\Rightarrow F_3=5x$$

$$F_{T_1}=F_1+F_3=6x$$

در حالت دوم بار q_3 به اندازهٔ $\frac{4r}{5}$ به بار q_2 نزدیک می‌شود و فاصلهٔ آن تا بار q_2 به $\frac{1}{5}r$ می‌رسد و داریم:



$$F=\frac{k|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow\frac{F'_3}{F_1}=\frac{|q_3|}{|q_1|}\times(\frac{r_1}{r_3})^2=5\times(\frac{1}{\frac{1}{5}})^2=125\Rightarrow F'_3=125x$$

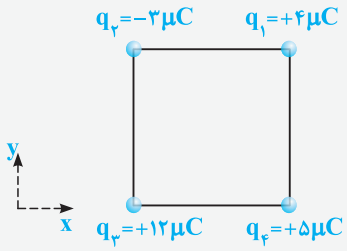
و در نهایت داریم:

$$F_{T_2}=F_1+F'_3=126x\Rightarrow\frac{F_{T_1}}{F_{T_2}}=\frac{126x}{6x}=21$$ (گزینهٔ ۲)

تمرین بعدی یه کم سنگین‌تر از کتاب درسیه، ولی تو امتحانا و کنکورای سخت سر و کلش پیدا میشه ...

تمرین ۱۳: مطابق شکل، چهار بار الکتریکی در رأس‌های مربعی به ضلع ۶cm قرار دارند. بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی q_1 در SI کدام است؟

$(\sqrt{2}\simeq 1/4\ ,\ k=9\times10^9\ N.m^2/C^2)$



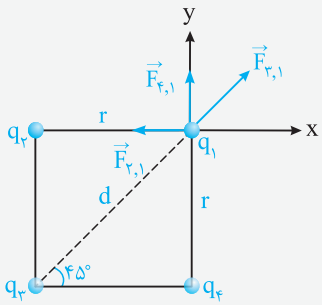
۱) $-12\vec{i}+92\vec{j}$

۲) $12\vec{i}+92\vec{j}$

۳) $-42\vec{i}+60\vec{j}$

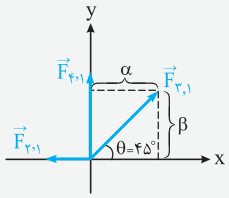
۴) $42\vec{i}+60\vec{j}$

پاسخ: برای شروع حل، مطابق شکل نیروهای وارد بر بار q_1 را رسم کرده و اندازهٔ هر یک را به‌دست می‌آوریم:



$$\begin{cases}F_{2,1}=\frac{k|q_1||q_2|}{r^2}=\frac{9\times10^9\times(4\times10^{-6})\times(3\times10^{-6})}{(6\times10^{-2})^2}=30N\\ F_{3,1}=\frac{k|q_1||q_3|}{d^2}=\frac{9\times10^9\times(4\times10^{-6})\times(12\times10^{-6})}{(6\sqrt{2}\times10^{-2})^2}=60N\\ F_{4,1}=\frac{k|q_1||q_4|}{r^2}=\frac{9\times10^9\times(4\times10^{-6})\times(5\times10^{-6})}{(6\times10^{-2})^2}=50N\end{cases}$$

در ادامه با رسم نیروها بر روی محورهای مختصات و با تجزیهٔ بردار $\vec{F}_{3,1}$ در راستای محورهای x و y داریم (توجه شود که $\frac{\sqrt{2}}{2}\simeq 0/7$ می‌باشد):

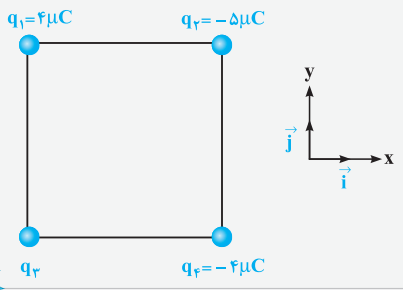


$$\begin{cases}\vec{F}_{2,1}=-30\vec{i}+0\vec{j}\\ \vec{F}_{3,1}=\alpha\vec{i}+\beta\vec{j}\\ \vec{F}_{4,1}=0\vec{i}+50\vec{j}\end{cases}\quad\begin{matrix}\alpha=F_{3,1}\cos\theta=60\cos45^\circ\simeq42N\\ \beta=F_{3,1}\sin\theta=60\sin45^\circ\simeq42N\end{matrix}\Rightarrow\vec{F}_{3,1}\simeq42\vec{i}+42\vec{j}$$

نیروی برایند: $\vec{F}_T=\vec{F}_{2,1}+\vec{F}_{3,1}+\vec{F}_{4,1}\Rightarrow\vec{F}_T=(-30+42+0)\vec{i}+(0+42+50)\vec{j}$

$$\Rightarrow\vec{F}_T=12\vec{i}+92\vec{j}$$ (گزینهٔ ۲)

تمرین ۱۴: چهار ذرهٔ باردار مطابق شکل در رأس‌های یک مربع به ضلع ۲۰cm قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_2 در SI به صورت $\vec{F}=-9\vec{i}$ باشد، q_3 چند میکروکولن است؟ $(k=9\times10^9 N.m^2/C^2)$ (سراسری ریاضی ۹۸)



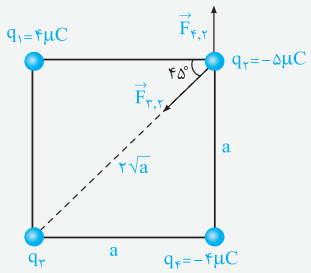
۱) $-8\sqrt{2}$

۲) -4

۳) 4

۴) $8\sqrt{2}$

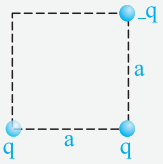
پاسخ: برای این که نیروی خالص وارد بر بار q_2 برابر $\vec{F}=-9\vec{i}$ باشد، باید برایند نیروهای وارد بر بار q_2 از طرف بارهای دیگر، در راستای قائم برابر صفر باشد. این موضوع یعنی مؤلفه‌ای از نیروی $\vec{F}_{3,2}$ که در راستای قائم است، باید نیروی $\vec{F}_{4,2}$ را خنثی کند.



$$\sum F_y=0 \Rightarrow F_{3,2}\sin 45^\circ = F_{4,2} \Rightarrow \frac{k\cancel{q_3}\cancel{q_2}}{(\sqrt{2}a)^2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{k\cancel{q_4}\cancel{q_2}}{a^2}$$

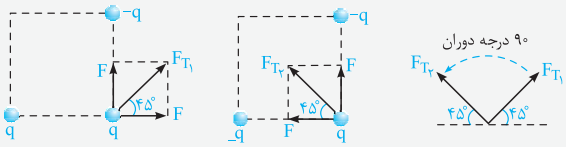
$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}q_3=|q_4|=4\mu C \Rightarrow |q_3|=\frac{16}{\sqrt{2}}=8\sqrt{2}\mu C \xrightarrow{q_3>0} q_3=8\sqrt{2}\mu C$$ (گزینهٔ ۴)

تمرین ۱۵: **سه ذرهٔ باردار، مطابق شکل در گوشه‌های یک مربع قرار دارند. اگر ذرهٔ سمت چپ پایینی به جای q، بار −q داشته باشد، جهت نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار سمت راست پایینی نسبت به حالت فعلی:** (برگرفته از کتاب درسی)



۱) ۹۰ درجه ساعتگرد می‌چرخد.
۲) ۹۰ درجه پادساعتگرد می‌چرخد.
۳) ۴۵ درجه ساعتگرد می‌چرخد.
۴) ۴۵ درجه پادساعتگرد می‌چرخد.

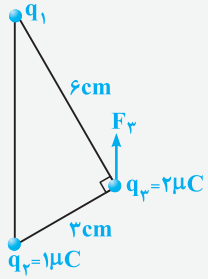
پاسخ: با سؤال جالب و مفهومی روبه‌رو شده‌ایم. برای پاسخ به این سؤال، اگر نیروی بین دو بار q در فاصلهٔ a را F فرض کنیم، در دو حالت برایند نیروهای وارد بر ذرهٔ مورد نظر (سمت راست و پایین) به صورت مقابل است:



همان‌طور که مشاهده می‌کنید، برایند نیروهای وارد بر ذرهٔ مورد نظر ۹۰ درجه پادساعتگرد دوران خواهد کرد و گزینهٔ (۲) صحیح است.

حالا می‌خوایم یه سؤال توپ و قشنگ که مربوط به کنکور ۹۶ تجربی میشه، براتون حل کنیم. خوب به ایدهٔ استفاده شده در حلش دقت کنید ...

تمرین ۱۶: **در شکل مقابل، سه بار نقطه‌ای در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. اگر F_3 برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 موازی خط واصل q_1 و q_2 باشد، F_3 چند نیوتون است؟** $(k=9\times10^9 N.m^2/C^2)$ (سراسری تجربی ۹۶)

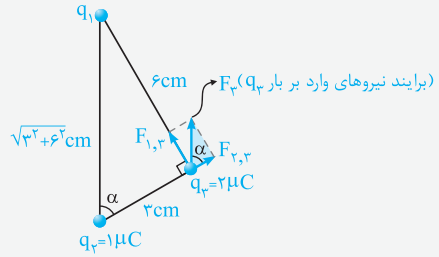


۱) $8\sqrt{5}$
۲) $12\sqrt{5}$
۳) $16\sqrt{5}$
۴) $20\sqrt{5}$

پاسخ: برای حل این سؤال، کافیست به دو مورد زیر توجه کنید:

۱- به ذرهٔ q_3، نیروهای عمود بر هم $\vec{F}_{1,3}$ و $\vec{F}_{2,3}$ وارد می‌شود که برایند آن‌ها F_3 را تشکیل می‌دهد.

۲- مقدار $\cos\alpha$ هم از روی مثلث آبی و هم از روی مثلث شکل اصلی سؤال قابل محاسبه است و رمز موفقیت در حل این سؤال، تساوی این دو مقدار است.



$$\cos\alpha=\frac{3}{\sqrt{3^2+6^2}}=\frac{3}{3\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}} \quad (1)$$ مثلث بزرگ سمت چپ:

$$\begin{cases}\cos\alpha=\dfrac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}=\dfrac{F_{2,3}}{F_3} : \text{مثلث آبی}\\ F_{2,3}=\dfrac{k|q_2||q_3|}{r^2}=\dfrac{9\times10^9\times2\times1\times10^{-12}}{(3\times10^{-2})^2}=20N\end{cases}$$

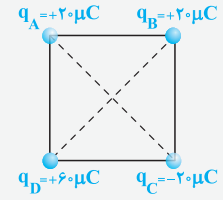
$$\Rightarrow \cos\alpha=\frac{F_{2,3}}{F_3}=\frac{20}{F_3} \quad (2)$$

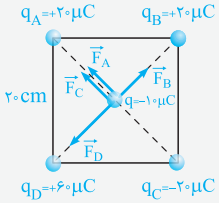
$$(1)=(2) \xrightarrow{\text{پاسخ نهایی}} \frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{20}{F_3}\Rightarrow F_3=20\sqrt{5}N$$ (گزینهٔ ۴)

چون مقدار q_1 رو نداشتیم، نمیشد $F_{1,3}$ رو دراورد و بعدش مقدار نیروی برایند F_3 رو پیدا کرد و مجبور شدیم یه کلکی سوار کنیم ...

تمرین ۱۷: در چهار رأس یک مربع به ضلع ۲۰ سانتی‌متر، مطابق شکل بارهای نقطه‌ای قرار داده‌ایم. اگر یک بار $-۱۰\mu C$ را در مرکز مربع قرار دهیم، نیروی وارد بر آن چند نیوتون و در کدام جهت خواهد بود؟ (سراسری قبل از ۹۰)

۱) $۱۸۰\sqrt{۲}$، به سمت چپ
۲) $۱۸۰\sqrt{۲}$، به سمت بالا
۳) $۲۷۰\sqrt{۲}$، به سمت بالا
۴) $۲۷۰\sqrt{۲}$، به سمت چپ





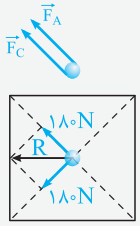
پاسخ: مطابق شکل، نیروهای وارد بر ذرهٔ q در مرکز مربع را رسم می‌کنیم. اندازهٔ قطر مربع $۲۰\sqrt{۲}\ cm$ می‌باشد، در نتیجه فاصلهٔ بار q در مرکز مربع با هریک از بارهای موجود بر روی رئوس مربع، نصف اندازهٔ قطر مربع $\left(\frac{a\sqrt{۲}}{۲}\right)$ بوده و برابر $۱۰\sqrt{۲}\ cm$ می‌باشد.

$$\begin{cases} F_B=\dfrac{k|q_B||q|}{r^۲}=\dfrac{۹\times۱۰^۹\times(۲۰\times۱۰^{-۶})\times(۱۰\times۱۰^{-۶})}{(۱۰\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲})^۲}=۹۰N \\ F_D=\dfrac{k|q_D||q|}{r^۲}\xrightarrow{|q_D|=۳|q_B|}F_D=۳F_B=۲۷۰N \end{cases}$$

$\Rightarrow$ ($\vec{F}_B$ و $\vec{F}_D$) $\Rightarrow R_{B,D}=F_D-F_B=۲۷۰-۹۰=۱۸۰N$ (در جهت نیروی $\vec{F}_D$)

$$F_A=\frac{k|q_A||q|}{r^۲}\xrightarrow{|q_A|=|q_C|=|q_B|}F_A=F_B=F_C=۹۰N$$

از طرفی برایند دو نیروی $\vec{F}_A$ و $\vec{F}_C$ نیز برابر است با:



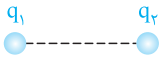
$R_{A,C}=F_A+F_C=۹۰+۹۰=۱۸۰N$ (در جهت این دو نیرو)

$R=۲\times۱۸۰\times\cos\frac{۹۰^\circ}{۲}=۱۸۰\sqrt{۲}$ (به سمت چپ)

همونطور که دیدید، با کمی تیزهوشی، به جای محاسبهٔ چهارتا نیرو، فقط یه نیرو رو حساب کردیم و مابقی نیروها رو با توجه به اون به‌دست آوردیم.

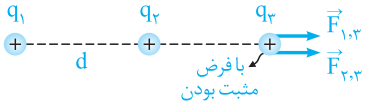
6-A صفر شدن نیروی الکتریکی وارد بر ذرات باردار

دو ذرهٔ باردار و مثبت $q_۱$ و $q_۲$ که در جای خود ثابت فرض شده‌اند را در نظر بگیرید:



سؤالی که در بسیاری از تست‌های کنکور و سؤالات امتحانی مطرح می‌شود آن است که بار $q_۳$ را در چه مکانی قرار دهیم تا نیروی الکتریکی برایند وارد بر آن، از طرف بارهای $q_۱$ و $q_۲$ صفر شود. اگر هر سه بار $q_۱$، $q_۲$ و $q_۳$ مثبت باشند، تحلیل این موضوع به‌صورت گام به گام ارائه شده در زیر انجام می‌شود:

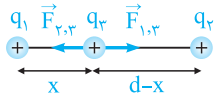
گام اول: در خارج از فاصلهٔ بین دو بار، نیروی الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار از طرف بارهای مثبت نشان داده شده هم‌جهت است و امکان ندارد برایند آن‌ها صفر شود، بنابراین ذرهٔ $q_۳$ در خارج از فاصلهٔ بین دو بار به تعادل نمی‌رسد.



$|\vec{F}_T|=F_{۱,۳}+F_{۲,۳}\neq ۰$

گام دوم: برای به‌تعادل رسیدن ذرهٔ $q_۳$، این ذره باید در فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی و نزدیک به بار با مقدار کوچک‌تر قرار گیرد.

به عبارت دیگر نیروهای وارد شده بر بار $q_۳$ از طرف دو بار دیگر باید برابر و در خلاف جهت یک‌دیگر باشند.



$F_T=۰\Rightarrow F_{۱,۳}=F_{۲,۳}$

$$\frac{k|q_۱||q_۳|}{x^۲}=\frac{k|q_۲||q_۳|}{(d-x)^۲}\Rightarrow\frac{|q_۱|}{x^۲}=\frac{|q_۲|}{(d-x)^۲}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، مقدار و علامت بار $q_۳$، تأثیری در به تعادل رسیدن آن ندارد که این موضوع خود، موضوع بسیار جالبی است.

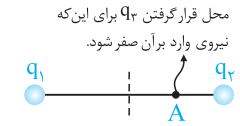
یک نتیجهٔ کاربردی

رمز موفقیت تو این قسمت اینه که نکته‌ای که یادتون میریم رو با کوشت و پوستتون هم بفهمید و هم به ذهن بسپرید ...

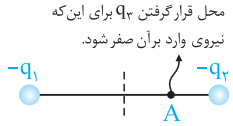
اگر دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصلهٔ d از یک‌دیگر قرار بگیرند و بخواهیم ذرهٔ باردار Q توسط این دو بار به تعادل برسد، اگر دو بار نقطه‌ای هم‌نام باشند، این ذره باید در فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی قرار گیرد و اگر ناهم‌نام باشند، باید در خارج از فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی قرار گیرد و باید توجه شود که این ذره را باید همواره نزدیک به بار با اندازهٔ کوچک‌تر قرار دهیم.

با توجه به نتیجهٔ به‌دست آمده، به‌طور مثال در هریک از شکل‌های زیر، اگر دو بار q_1 و q_2، هم‌نام و $|q_1|>|q_2|$ در نظر گرفته شوند، بار سوم را باید در نقطهٔ A قرار دهیم تا امکان صفر شدن نیروی وارد بر آن وجود داشته باشد (توصیه می‌شود که در هریک از شکل‌ها، محل نقطهٔ A و دلیل صفر شدن برایند نیروهای وارد بر بار q_3 را تحلیل کنید).

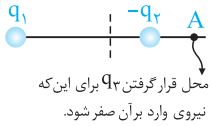
شکل (۱):



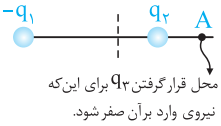
شکل (۲):



شکل (۳):



شکل (۴):

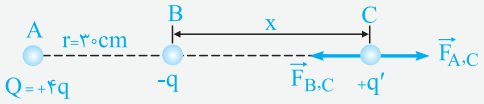


برای یادگیری و تسلط بیشتر بر روی مفاهیم ارائه شده، با همدیگه بریم چندتا سؤال ازشون حل کنیم ...

تمرین ۱۸: دو بار الکتریکی $-q$ و $Q=+4q$ در دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ $AB=30cm$ از هم قرار دارند. بار $+q'$ را در چه فاصله‌ای برحسب سانتی‌متر از بار Q قرار دهیم تا به حال تعادل قرار گیرد؟ (سراسری قبل از ۹۰)

۱) ۱۵ ۲) ۳۰ ۳) ۴۵ ۴) ۶۰

پاسخ: با توجه به این‌که بار $-q$ مقدار کوچک‌تری نسبت به $Q=+4q$ دارد، پس بار سوم برای تعادل باید نزدیک به بار $-q$ باشد و چون بارها ناهم‌نام هستند، بار سوم باید خارج از فاصلهٔ بین دو بار قرار گیرد. در ادامه اگر فاصلهٔ بار $+q'$ تا بار $-q$ را x درنظر بگیریم، مقدار x به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:



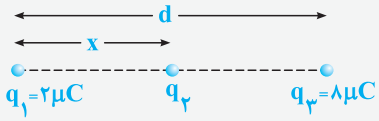
$$\text{بررسی تعادل برای بار } +q' : \sum F=0 \Rightarrow F_{A,C}=F_{B,C} \Rightarrow \frac{k|4q||q'|}{(30+x)^2}=\frac{k|q||q'|}{x^2} \Rightarrow \frac{4}{(30+x)^2}=\frac{1}{x^2}$$

$$\Rightarrow 4x^2=(30+x)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} 2x=30+x \Rightarrow x=30cm$$

در نهایت باید گفت فاصلهٔ بار Q تا بار $+q'$، برابر $60cm$ است $(30+x=30+30)$ و گزینهٔ (۴) صحیح می‌باشد.

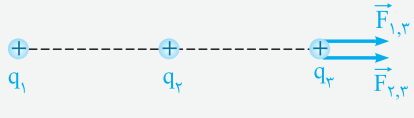
همون‌طور که دیدید، مقدار و علامت بار q'، در به تعادل رسیدن اون نقشی نداره و به عنوان مثال اگر اندازهٔ بار q' دو برابر بشه هم، مجدداً در محل به‌دست آمده تعادل برایش برقراره ... واقعاً جالب نیست؟!

تمرین ۱۹: سه بار نقطه‌ای مطابق شکل زیر قرار دارند. برایند نیروهای الکتروستاتیکی وارد بر هریک از بارها صفر است. بار q_2 چند میکروکولن است؟ (سراسری تجربی ۹۰ خارج از کشور)



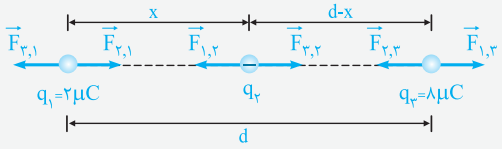
۱) $-\frac{2}{9}$ ۲) $+\frac{2}{9}$ ۳) $-\frac{8}{9}$ ۴) $+\frac{8}{9}$

پاسخ: گام اول: با توجه به این‌که برایند نیروهای الکتروستاتیکی وارد بر بار q_3 صفر است، نتیجه می‌گیریم بار q_2 منفی است، زیرا اگر q_1 و q_2 هر دو مثبت باشند، هر دو q_3 را دفع کرده و امکان ندارد برایند نیروهای وارد بر آن صفر شود.



$F_T=F_{1,3}+F_{2,3}\neq 0$ (تعادل ندارد)

گام دوم: در ادامه نیروهای وارد بر بارها را مشخص می‌کنیم و با توجه به این‌که همهٔ بارها متعادل‌اند، تلاش می‌کنیم $q_۲$ را محاسبه کنیم:



کنترل صفر شدن برایند نیروهای وارد بر $q_۲$: $F_{۱,۲}=F_{۳,۲} \Rightarrow k\frac{۲|q_۲|}{x^۲}=k\frac{۸|q_۲|}{(d-x)^۲} \Rightarrow ۴x^۲=(d-x)^۲ \Rightarrow ۲x=d-x \Rightarrow x=\frac{d}{۳}$

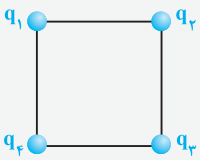
کنترل صفر شدن برایند نیروهای وارد بر $q_۱$: $F_{۲,۱}=F_{۳,۱} \Rightarrow k\frac{۲|q_۲|}{x^۲}=k\frac{۸\times ۲}{d^۲} \Rightarrow |q_۲|=\frac{۸}{۹}\mu C \xrightarrow{q_۲<۰} q_۲=-\frac{۸}{۹}\mu C$ (گزینهٔ ۳)

($x=\frac{d}{۳}$)

دقت: در رابطهٔ $F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$ اندازهٔ بارها یعنی $|q_۱|$ و $|q_۲|$ را قرار می‌دهیم و علامت بارها را وارد نمی‌کنیم.

تو ادامهٔ کار، یه تست خوب دیگه از بحث صفر شدن برایند نیروهای الکتریکی وارد بر یه ذره تو حالتی که بارها روی یه خط قرار ندارن بررسی می‌کنیم. تو این‌جور سؤالا برای تعادل، کل نیروها بالاخره یه‌جوری باید همدیگه رو خنثی کنن ...

تمرین ۲۰: در شکل زیر، چهار ذرهٔ باردار در رأس‌های یک مربع قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۳$ برابر صفر باشد، کدام رابطه درست است؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۰ خارج از کشور)



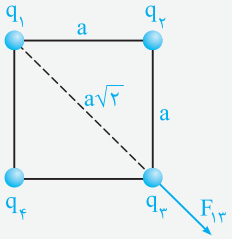
۱) $q_۴=q_۲=-۲\sqrt{۲}q_۱$

۲) $q_۴=q_۲=-\frac{\sqrt{۲}}{۴}q_۱$

۳) $q_۴=q_۲=۲\sqrt{۲}q_۱$

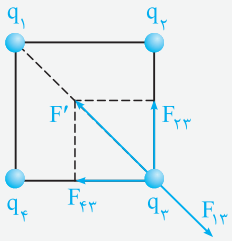
۴) $q_۴=q_۲=\frac{\sqrt{۲}}{۴}q_۱$

پاسخ: گام اول: فرض می‌کنیم علامت بار $q_۳$ مثبت باشد و بار $q_۱$ بار $q_۳$ را دفع کند. بدین ترتیب داریم:



$$F_{۱۳}=\frac{k|q_۱||q_۳|}{r^۲}=\frac{k|q_۱||q_۳|}{۲a^۲}$$

گام دوم: برای این‌که برایند نیروهای واردشده به $q_۳$ بتواند صفر شود، باید اندازهٔ بارهای $q_۲$ و $q_۴$ برابر باشند و علامت آن‌ها قرینهٔ علامت $q_۱$ باشد. به شکل مقابل دقت کنید:



$$F_{۲۳}=\frac{k|q_۲||q_۳|}{a^۲}$$

$$F'=\sqrt{۲}F_{۲۳}=\sqrt{۲}\times\frac{k|q_۲||q_۳|}{a^۲}$$

از آن‌جایی که برایند نیروهای واردشده به $q_۳$ صفر است، $F'=F_{۱۳}$ می‌باشد و داریم:

$$\frac{k|q_۲||q_۳|\sqrt{۲}}{a^۲}=\frac{k|q_۱||q_۳|}{۲a^۲} \Rightarrow |q_۲|=\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}|q_۱|=\frac{\sqrt{۲}}{۴}|q_۱|$$

و از آن‌جایی که $q_۲$ و $q_۴$ همنام بوده و $q_۱$ و $q_۴$ ناهمنام هستند، داریم:

$q_۴=q_۲=-\frac{\sqrt{۲}}{۴}q_۱$ (گزینهٔ ۲)

الان دیگه وقتشه شما خودتون رو نشون بدید، به خاطر همین به شما توصیه می‌کنیم که تستای ۱ تا ۵۷ از فاز کسب مهارت و تستای ۱۱۴ تا ۱۴۶ از فاز کنکور رو بزنید ...

در تست‌های این فاز که به صورت میکروطبقه‌بندی ارائه‌شده است، اولاً به‌خوبی می‌توانید بر روی درسنامه‌ها مسلط شوید و ثانیاً مهارت‌های زیادی را در هنگام تست‌زنی کسب کنید. این موضوع سبب می‌شود به بهترین شکل خود را برای تست‌های فاز دوم آماده کنید.

فاز اول
تست‌های کسب مهارت

آشنایی با مفهوم بار الکتریکی

تو شروع کار این فصل، می‌خوایم سؤالایی رو براتون بیاریم که شما رو با مفهوم پایه‌ای بار الکتریکی آشنا بکنه ...

۱- یک میلهٔ پلاستیکی خنثی را با یک پارچهٔ پشمی مالش داده و باردار کرده‌ایم. بار الکتریکی این میله:

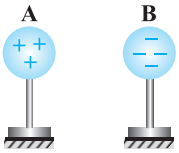
۱) مقداری منفی بوده و مضرب صحیحی از یک بار الکتریکی پایه است.

۲) مقداری منفی بوده و مضرب صحیحی از یک کولن است.

۳) مقداری مثبت بوده و مضرب صحیحی از یک بار الکتریکی پایه است.

۴) مقداری مثبت بوده و مضرب صحیحی از یک کولن است.

۲- مطابق شکل زیر، دو کرهٔ A و B بر روی پایه‌های عایق قرار گرفته و بار آن‌ها به‌ترتیب برابر $80\times10^{-9}C$ و $-4/8\times10^{-7}C$ می‌باشد. در مورد این دو جسم، کدام‌یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟ (اندازهٔ بار الکتریکی هر الکترون $1/6\times10^{-19}$ کولن می‌باشد.)



۱) به جسم A تعداد 5×10^{11} پروتون و به جسم B تعداد 3×10^{12} الکترون داده‌ایم.

۲) از جسم A تعداد 5×10^{11} الکترون و از جسم B تعداد 3×10^{11} پروتون گرفته‌ایم.

۳) از جسم A تعداد 5×10^{11} الکترون گرفته‌ایم و به جسم B تعداد 3×10^{12} الکترون داده‌ایم.

۴) از جسم A تعداد 8×10^{11} الکترون گرفته‌ایم و به جسم B تعداد 48×10^{11} الکترون داده‌ایم.

۳- یک میلهٔ شیشه‌ای به وسیلهٔ مالش با یک پارچهٔ ابریشمی، دارای بار الکتریکی شده است. این میله چند کولن الکتریسیته می‌تواند داشته باشد؟ (بار الکتریکی هر الکترون $1/6\times10^{-19}$ کولن می‌باشد، هم‌چنین در سری تریبوالکتریک، شیشه بالاتر از ابریشم قرار دارد.)

۱) $+2\times10^{-19}$ ۲) -2×10^{-19} ۳) $+8\times10^{-19}$ ۴) -8×10^{-19}

۴- جسمی دارای بار اولیهٔ q_0 می‌باشد. اگر این جسم 5×10^{15} الکترون از دست بدهد، بار آن قرینهٔ حالت اول می‌شود. بار اولیهٔ این جسم، چند میکروکولن بوده است؟ $(e=1/6\times10^{-19}C)$

۱) -400 ۲) 400 ۳) 800 ۴) -800

۵- جسم خنثی A را به جسم خنثی B مالش داده و دو جسم تنها با یک‌دیگر در تماس بوده‌اند. کدام‌یک از حالت‌های زیر، اصل پایستگی بار الکتریکی را نقض می‌کند؟

۱) حالتی که در آن جسم A دارای بار $+2\mu C$ و جسم B دارای بار $-2\mu C$ شود.

۲) حالتی که در آن جسم A دارای بار $-2\mu C$ و جسم B دارای بار $+2\mu C$ شود.

۳) حالتی که در آن جسم A دارای بار $-2\mu C$ و جسم B نیز دارای بار $-2\mu C$ شود.

۴) حالتی که در آن جسم A و جسم B در پایان آزمایش خنثی باقی بمانند.

۶- در یک اتم دو بار مثبت (X^{2+})، اندازهٔ بار الکتریکی الکترون‌های آن برابر $4/8\times10^{-18}C$ می‌باشد. تعداد پروتون‌های این اتم کدام است؟ (اندازهٔ بار الکتریکی یک الکترون برابر $1/6\times10^{-19}$ کولن می‌باشد.)

۱) ۳۰ ۲) ۲۸ ۳) ۳۲ ۴) ۳۶

راستی میدونید سری الکتریسیتهٔ مالشی (سری تریبوالکتریک) چیه؟! تو سؤالای بعدی با این موضوع سروکله می‌زنیم ...

۷- در شکل مقابل، جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی نشان داده شده است. اگر جسم A را به جسم B و جسم C را به جسم D مالش دهیم، کدام‌یک از اظهارنظرهای زیر در رابطه با آن‌ها صحیح است؟ (تألیفی)

انتهای مثبت سری
A
B
C
D
انتهای منفی سری

۱) دو جسم A و C هم‌دیگر را دفع می‌کنند.

۲) دو جسم B و D هم‌دیگر را جذب می‌کنند.

۳) دو جسم A و D هم‌دیگر را دفع می‌کنند.

۴) دو جسم B و C هم‌دیگر را دفع می‌کنند.

۸- پس از مالش دو جسم A و B بر یک‌دیگر، بار الکتریکی جسم B مثبت می‌شود. پس از مالش دو جسم C و D بر یک‌دیگر، جسم C جسم B را دفع می‌کند. محل قرارگیری این اجسام در سری الکتریسیتهٔ مالشی، به کدام صورت می‌تواند باشد؟ (تألیفی)

۱)
انتهای مثبت سری
A
B
C
D
انتهای منفی سری

۲)
انتهای مثبت سری
C
B
A
D
انتهای منفی سری

۳)
انتهای مثبت سری
B
A
D
C
انتهای منفی سری

۴)
انتهای مثبت سری
D
A
B
C
انتهای منفی سری

۹- یک میلهٔ شیشه‌ای خنثی را توسط یک پارچهٔ پشمی مالش می‌دهیم، سپس یک جسم نایلونی را توسط همان پارچهٔ پشمی مالش می‌دهیم. اگر بار نهایی میلهٔ شیشه‌ای، جسم نایلونی و پارچهٔ پشمی به ترتیب q_A، q_B و q_C باشد، با توجه به سری الکتریسیتهٔ مالشی، کدام گزینه الزاماً درست است؟

انتهای مثبت سری
شیشه
نایلون
پشم
انتهای منفی سری

۱) $q_A = q_B$

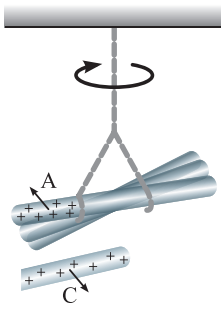
۲) $q_C = q_A + q_B$

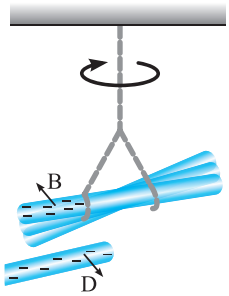
۳) $q_C = -q_A$

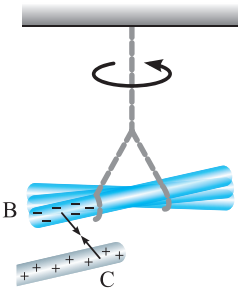
۴) $-q_C = q_A + q_B$

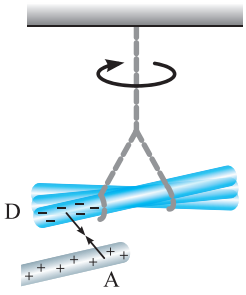
۱۰- با توجه به سری الکتریسیته مالشی داده شده، میلهٔ A را با میلهٔ B و میلهٔ C را با میلهٔ D مالش می‌دهیم. کدام‌یک از شکل‌های زیر، جهت چرخش میلهٔ آویخته شده، نیروی بین میله‌ها و بار الکتریکی آن‌ها را پس از مالش دادن به یک‌دیگر، به درستی نشان نمی‌دهد؟ (تألیفی)

انتهای مثبت سری
A
B
C
D
انتهای منفی سری

۱)


۲)


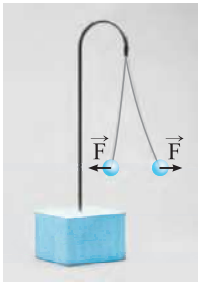
۳)


۴)


آشنایی اولیه با قانون کولن

حالا می‌خوایم بریم سراغ قانون کولن و یه سری سؤالای مقدماتی از اصل فرمول براتون بیاریم ...

۱۱- با توجه به قانون کولن، اندازهٔ نیرویی که دو گلولهٔ باردار نشان داده شده بر یک‌دیگر وارد می‌کنند، با ..... متناسب و با ..... نسبت عکس دارد. (کتاب درسی)



۱) اندازهٔ بار هر یک از آن‌ها ـ مجذور فاصلهٔ بین آن‌ها

۲) اندازهٔ بار هر یک از آن‌ها ـ فاصلهٔ بین آن‌ها

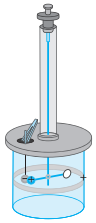
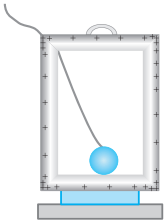
۳) مجذور اندازهٔ بار هر یک از آن‌ها ـ فاصلهٔ بین آن‌ها

۴) مجذور اندازهٔ بار هر یک از آن‌ها ـ مجذور فاصلهٔ آن‌ها

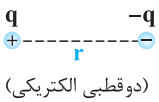
۱۲- یکای k (ثابت کولن) و ε_0 (ضریب گذردهی الکتریکی در خلأ) در SI به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) $\frac{C^2}{N.m^2}$ ، $\frac{N.m^2}{C^2}$ ۲) $\frac{C}{N.m}$ ، $\frac{N.m}{C}$ ۳) $\frac{N.m^2}{C^2}$ ، $\frac{C^2}{N.m^2}$ ۴) $\frac{N.m}{C^2}$ ، $\frac{C^2}{N.m}$

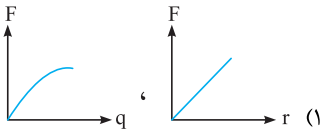
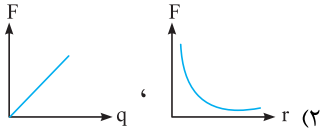
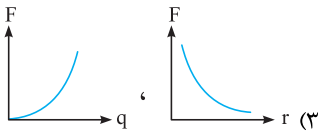
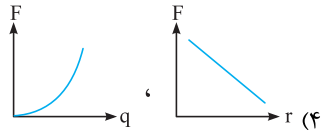
۱۳- به کمک کدام‌یک از وسایل زیر، کولن توانست عامل‌های مؤثر بر نیروی الکتریکی بین دو ذرهٔ باردار را شناسایی کند؟ (کتاب درسی)

۱)
۲) 
۳)
۴) 

۱۴- در شکل زیر، دو بار الکتریکی هم‌اندازه و ناهم‌نام نشان داده شده است. کدام‌یک از نمودارهای زیر، تغییرات نیروی کولنی بین دو بار الکتریکی را برحسب فاصلهٔ بین آن‌ها و برحسب اندازهٔ بار الکتریکی q به درستی نشان می‌دهد؟



(دوقطبی الکتریکی)

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

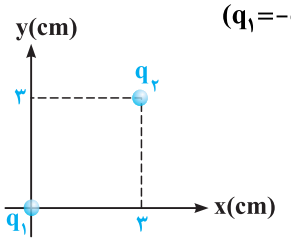
۱۵- بار الکتریکی ۵ میکروکولنی را در چند سانتی‌متری از یک بار ۴ میکروکولنی قرار دهیم تا بر آن نیروی ۱۸ نیوتون را وارد کند؟ (سراسری قبل از ۹۰)

۱) ۱ ۲) ۳/۱۴
۳) ۹ ۴) ۱۰

۱۶- دو ذرهٔ باردار با بارهای مثبت در فاصلهٔ ۳۰cm از یک‌دیگر با نیروی الکتریکی ۵N یک‌دیگر را می‌رانند. اگر مجموع بار دو ذره ۱۵ میکروکولن باشد، بار هر یک از این ذره‌ها چند میکروکولن است؟ $(k = 9\times10^9\ N.m^2/C^2)$

۱) ۷ و ۸ ۲) ۶ و ۹ ۳) ۵ و ۱۰ ۴) ۳ و ۱۲

۱۷- در شکل مقابل، بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 در SI کدام است؟ $(q_1=-q_2=2\mu C\ ,\ k=9\times10^9\ N.m^2/C^2)$



۱) $\vec{F}=10\sqrt{2}\,\vec{i}+10\sqrt{2}\,\vec{j}$
۲) $\vec{F}=-10\sqrt{2}\,\vec{i}-10\sqrt{2}\,\vec{j}$
۳) $\vec{F}=-20\sqrt{2}\,\vec{i}-20\sqrt{2}\,\vec{j}$
۴) $\vec{F}=20\sqrt{2}\,\vec{i}+20\sqrt{2}\,\vec{j}$

۱۸- دو بار نقطه‌ای q و $2q$ به فاصلهٔ d از یک‌دیگر بر روی محور x قرار دارند. اگر بار q بر بار $2q$ نیروی $\vec{F}=+10\vec{i}$ را در SI وارد کند، بار $2q$ بر بار q چه نیرویی وارد خواهد کرد؟

۱) $\vec{F}'=+20\vec{i}$ ۲) $\vec{F}'=+10\vec{i}$ ۳) $\vec{F}'=-20\vec{i}$ ۴) $\vec{F}'=-10\vec{i}$

۱۹- در شکل روبه‌رو، دو گوی مشابه و کوچک به جرم ۰/۹gr و با بار یکسان مثبت q در فاصلهٔ ۱cm از هم قرار دارند، به‌طوری که گوی بالایی به حالت معلق مانده است. تعداد الکترون‌های کنده‌شده از هر گوی چه‌قدر است؟ $(g=10\,N/kg\ ,\ e=1/6\times10^{-19}C)$ (کتاب درسی)

۱) $6/25\times10^{14}$ ۲) $6/25\times10^{10}$
۳) $2/25\times10^{12}$ ۴) $2/25\times10^{14}$

۲۰- ذرهٔ A به جرم m و بار الکتریکی q و ذرهٔ B به جرم ۲m و بار الکتریکی ۲q در نزدیکی هم قرار دارند. اگر تنها نیروی وارد بر این ذره‌ها، نیروی الکتریکی متقابل آن‌ها باشد و تحت آن نیروها ذرات شتاب بگیرند، بزرگی شتاب ذرهٔ A چند برابر بزرگی شتاب ذرهٔ B خواهد شد؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

بررسی تأثیر اندازهٔ بارها و فاصلهٔ بین دو بار بر نیروی کولنی

تو ادامهٔ کار، بریم ببینیم تغییر پارامترهای مختلف، چه‌جوری باعث تغییر نیروی کولنی میشه. تو این قسمت، چیزای جالبی یاد می‌گیرید ...

۲۱- در مدل بور برای اتم هیدروژن، فاصله الکترون از پروتون هسته در حالت پایه برابر a و در هستهٔ اتم هلیم دو پروتون به فاصلهٔ تقریبی $۲\times۱۰^{-۴}a$ از هم قرار دارند. اندازهٔ نیرویی که پروتون‌ها در هستهٔ اتم هلیم بر هم وارد می‌کنند، چند برابر نیروی بین الکترون و پروتون در هستهٔ اتم هیدروژن است؟ (برگرفته از کتاب درسی)

۱) ۵×۱۰^{۶} ۲) ۵×۱۰^{۷} ۳) $۲/۵\times۱۰^{۶}$ ۴) $۲/۵\times۱۰^{۷}$

۲۲- دو بار الکتریکی همنام و مساوی به فاصلهٔ d از یک‌دیگر قرار گرفته‌اند و با نیروی F یک‌دیگر را می‌رانند. این دو بار را در چه فاصله‌ای از یک‌دیگر باید قرار داد تا نیروی کولنی بین آن‌ها ۵۰ درصد کاهش یابد؟

۱) $\frac{d\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $d\sqrt{۲}$ ۳) $\frac{d}{۲}$ ۴) $۲d$

۲۳- بار الکتریکی ۸ میکروکولنی از فاصلهٔ r بر بار ۲ میکروکولنی نیروی F را وارد می‌کند. بار ۲ میکروکولنی در چه فاصله‌ای بر بار ۸ میکروکولنی نیرویی با اندازهٔ ۲F وارد می‌کند؟ (سراسری قبل از ۹۰)

۱) $۲r$ ۲) $\sqrt{۲}r$ ۳) $\frac{۱}{۲}r$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}r$

۲۴- فرض می‌کنیم دو بار مثبت Q که در یک فاصلهٔ معین قرار دارند نیرویی برابر F به یک‌دیگر وارد می‌کنند. چند درصد یکی را برداشته به دیگری اضافه کنیم تا در همان فاصله نیروی بین آن‌ها برابر $\frac{۱۵}{۱۶}F$ گردد؟ (سراسری قبل از ۹۰)

۱) ۱۵ ۲) ۱۶ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

۲۵- دو بار الکتریکی نقطه‌ای هم‌مقدار و ناهم‌نام، در فاصلهٔ r بر یک‌دیگر نیروی F را وارد می‌کنند. اگر ۲۰ درصد یکی از بارها را کم کرده و آن را بر دیگری بیفزاییم، فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی را چند برابر کنیم تا نیروی کولنی بین آن‌ها تغییر نکند؟

۱) $\frac{۵}{۴}$ ۲) $\frac{۴}{۵}$ ۳) $\frac{۴}{۲۵}$ ۴) $\frac{۱۶}{۲۵}$

۲۶- دو کرهٔ کوچک با بار الکتریکی مثبت با مقادیر $q_۱$ و $q_۲$ در فاصلهٔ r از هم ثابت شده‌اند و یک‌دیگر را با نیرویی به بزرگی $F_۱$ می‌رانند. اگر ۵۰ درصد از بار $q_۱$ را برداریم و به بار $q_۲$ اضافه کنیم، در همان فاصله، مقدار نیرویی که دو ذره به یک‌دیگر وارد می‌کنند، $F_۲$ می‌شود. در کدام حالت، $F_۲ > F_۱$ است؟

۱) $q_۱ < \sqrt{۲}q_۲$ ۲) $q_۱ > \sqrt{۲}q_۲$ ۳) $q_۱ < ۲q_۲$ ۴) $q_۱ > ۲q_۲$

۲۷- نیروی دافعهٔ بین دو بار الکتریکی نقطه‌ای مشابه در فاصلهٔ r از هم برابر با ۰/۰۲N است. اگر به یکی از بارها ۲μC اضافه کنیم این نیروی دافعه در همین فاصله برابر ۰/۰۳N می‌شود. اندازهٔ اولیهٔ هر یک از این بارهای الکتریکی چند میکروکولن بوده است؟ (سراسری قبل از ۹۰)

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

نحوهٔ توزیع بار الکتریکی بین دو کرهٔ مشابه با تماس با یک‌دیگر و بررسی نیروی کولنی بین آن‌ها

حالا بریم سراغ بحث اتصال دو کره به هم و تحلیل نیروی کولنی بین اونا. تستای این زیرشاخه هم، تو سال‌های اخیر پرتکرار بوده. راستی می‌دونید ایدهٔ اصلی حل این‌جور سؤالا چیه؟!

۲۸- دو گوی فلزی مشابه روی پایه‌های عایق قرار دارند. بار الکتریکی یکی از گوی‌ها $-۴\mu C$ و بار دیگری $+۶\mu C$ است. اگر دو گوی را به هم تماس دهیم، بار الکتریکی هر گوی ..... میکروکولن می‌شود و برای رسیدن به تعادل الکتروستاتیکی، ..... الکترون از یکی به دیگری منتقل شده است. $(e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$

۱) ۵، $۳/۱۲۵\times۱۰^{۱۳}$ ۲) ۱، $۶/۲۵\times۱۰^{۱۲}$ ۳) ۱، $۳/۱۲۵\times۱۰^{۱۳}$ ۴) ۵، $۶/۲۵\times۱۰^{۱۲}$

۲۹- دو گوی رسانای کوچک و با شعاع‌های برابر با بارهای $q_1 = 4nC$ و $q_2 = -6nC$ را با هم تماس می‌دهیم و سپس تا فاصلهٔ $r = 30cm$ از هم دور می‌کنیم. نیروی برهم‌کنش الکتریکی بین دو گوی در حالت جدید: $(k = 9\times10^9 N.m^2/C^2)$ (کتاب درسی)

۱) ۱۰۰ نانونیوتون و از نوع رانشی است.
۲) ۴۰۰ نانونیوتون و از نوع ربایشی است.
۳) ۴۰۰ نانونیوتون و از نوع رانشی است.
۴) ۱۰۰ نانونیوتون و از نوع ربایشی است.

۳۰- دو کرهٔ رسانای کوچک باردار با شعاع‌های برابر، قبل از تماس با هم، یک‌دیگر را جذب و بعد از تماس با هم، یک‌دیگر را دفع می‌کنند. کدام گزینه در مورد بار اولیهٔ این دو کره درست است؟

۱) بار دو کره هم‌نام و هم‌اندازه است.
۲) بار دو کره ناهم‌نام بوده و هم‌اندازه نیست.
۳) بار دو کره هم‌نام بوده و هم‌اندازه نیست.
۴) بار دو کره ناهم‌نام و هم‌اندازه است.

۳۱- دو کرهٔ فلزی که روی پایه‌های عایقی قرار دارند، دارای بار الکتریکی هستند. اندازهٔ نیروی الکتریکی بین این دو کره با فاصلهٔ d برابر F است. اگر آن دو را به هم تماس داده و دوباره در همان فاصله قرار دهیم، اندازهٔ نیرو F' می‌شود. کدام رابطه بین F و F' برقرار است؟

۱) $F > F'$
۲) $F < F'$ (سراسری قبل از ۹۰)
۳) $F = F'$
۴) بسته به شرایط، هر کدام ممکن است صحیح باشد.

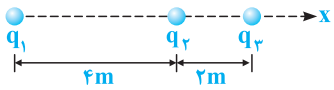
۳۲- در سؤال قبل، اگر قبل از تماس دادن دو کره به یک‌دیگر، بار الکتریکی آن‌ها هم‌نام و نامساوی باشند، آن‌گاه کدام رابطه بین F و F' برقرار است؟

۱) $F > F'$
۲) $F' > F$
۳) $F = F'$
۴) با توجه به شرایط، هر یک از سه گزینه ممکن است صحیح باشد.

محاسبهٔ نیروی کولنی بین چند بار الکتریکی واقع در یک راستا

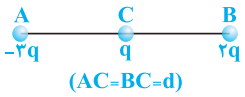
حالا می‌خوایم بریم روی برایند نیروهای وارد بر یک ذره، تو حالتی که بارهای الکتریکی روی یه راستا هستن، کار کنیم. بعضی سؤالا، ایده‌هاشون خیلی قشنگ و جدیده ...

۳۳- مطابق شکل روبه‌رو، سه ذره با بارهای الکتریکی $q_1 = +2/5\mu C$، $q_2 = -1\mu C$ و $q_3 = +4\mu C$ بر روی محور x ثابت شده‌اند. بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_3 در SI کدام است؟ $(k = 9\times10^9 N.m^2/C^2)$ (سراسری قبل از ۹۰)



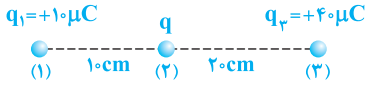
۱) $-6/5\times10^{-3}\vec{i}$
۲) $7/5\times10^{-3}\vec{i}$
۳) $10/5\times10^{-3}\vec{i}$
۴) $-11/5\times10^{3}\vec{i}$

۳۴- دو بار q در فاصلهٔ d بر یک‌دیگر نیروی F را وارد می‌کنند. در شکل روبه‌رو، نیروی وارد بر بار q کدام است؟



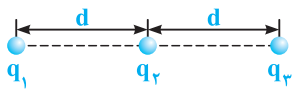
۱) $5F$ به طرف راست
۲) $5F$ به طرف چپ
۳) $4F$ به طرف چپ
۴) $4F$ به طرف راست

۳۵- در شکل مقابل، بار q چند میکروکولن باشد تا بزرگی برایند نیروهای وارد بر بارهای (۱) و (۳) برابر باشند؟ $(k = 9\times10^9 N.m^2/C^2)$



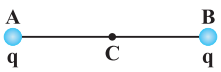
۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۳۰
۴) هر مقدار دلخواهی می‌تواند باشد.

۳۶- در شکل مقابل، سه بار نقطه‌ای روی سه نقطه بر روی یک خط راست ثابت شده‌اند. اگر بار q_3، بار q_2 را با نیروی الکتریکی F دفع کند و بزرگی برایند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر $\frac{F}{2}$ و به‌سمت چپ باشد، نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟



۱) $\frac{1}{6}$
۲) $-\frac{1}{6}$
۳) -6
۴) 6

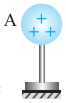
۳۷- مطابق شکل، بارهای الکتریکی همنام و هم‌اندازهٔ q در نقاط A و B ثابت شده‌اند. اگر بار الکتریکی q_0 بر روی عمودمنصف پاره‌خط AB، از فاصلهٔ خیلی دور تا نقطهٔ C جابه‌جا شود، بزرگی نیروی خالص وارد شده بر آن، چگونه تغییر می‌کند؟



۱) ابتدا کاهش، سپس افزایش می‌یابد.
۲) ابتدا افزایش، سپس کاهش می‌یابد.
۳) همواره افزایش می‌یابد.
۴) همواره کاهش می‌یابد.

۱ ۱ با توجه به سری تریبوالکتریک در درسنامه، با مالش میلهٔ پلاستیکی و پارچهٔ پشمی به یک‌دیگر، میلهٔ پلاستیکی بار منفی پیدا می‌کند که مقدار آن مضرب صحیحی از یک مقدار پایه (بار الکترون) می‌باشد و گزینهٔ (۱) صحیح است. $q=-ne$

۲ ۳ همان‌طور که در درسنامه مطرح شد، وقتی جسمی دارای بار الکتریکی مثبت و یا منفی است، در واقع الکترون از آن گرفته و یا به آن داده شده است، این موضوع یعنی باردار کردن یک جسم، تعداد پروتون‌های آن جسم را تغییر نمی‌دهد، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است. حال می‌توان نوشت:

جسم A: 

جسم A، ۵×۱۰^{۱۱} الکترون از دست داده است. $q_A=ne\Rightarrow ۸۰\times۱۰^{-۹}=n\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\Rightarrow n=۵\times۱۰^{۱۱}\Rightarrow$

جسم B:

به جسم B، ۳×۱۰^{۱۲} الکترون داده‌ایم. $q_B=-ne\Rightarrow -۴/۸\times۱۰^{-۷}=-n\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\Rightarrow n=۳\times۱۰^{۱۲}\Rightarrow$

۳ ۳ با مالش میلهٔ شیشه‌ای با پارچهٔ ابریشمی، بار الکتریکی آن مثبت می‌شود (با توجه به بالاتر بودن شیشه نسبت به ابریشم در سری تریبوالکتریک). از سوی دیگر مطابق با رابطهٔ $q=+ne$، بار الکتریکی میله، مضرب صحیحی از بار پایه می‌باشد:

$$q=ne\Rightarrow n=\frac{q}{e}$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ (۱): $n=\frac{q}{e}=\frac{۲\times۱۰^{-۱۹}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۱/۲۵\rightarrow$ عدد صحیح نمی‌باشد. ✗

گزینهٔ (۳): $n=\frac{q}{e}=\frac{۸\times۱۰^{-۱۹}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۵\rightarrow$ عدد صحیح است. ✓

با توجه به گزینه‌ها، تنها در گزینهٔ (۳) یک عدد صحیح و مثبت به‌دست آمده و جواب سؤال می‌باشد.

۱ ۴ چون جسم الکترون از دست می‌دهد، بنابراین در حالت ثانویه بار آن مثبت و در حالت اولیه بار آن منفی است (رد گزینه‌های ۲ و ۳). بار جسم به مقدار $-۲q_۰$ تغییر کرده است (از $q_۰$ به $-q_۰$ رسیده است) و داریم:

$$\begin{cases}\Delta q=-q_۰-(q_۰)=-۲q_۰\\ \Delta q=ne\end{cases}\Rightarrow -۲q_۰=ne=۵\times۱۰^{۱۵}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}=۸\times۱۰^{-۴}\Rightarrow q_۰=-۴\times۱۰^{-۴}C=-۴۰۰\mu C$$

۳ ۵ با توجه به اصل پایستگی بار الکتریکی، مجموع جبری بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی (دستگاهی که با محیط اطراف تبادل بار الکتریکی ندارد)، برابر صفر است. این موضوع در گزینهٔ (۳) رعایت نشده و اصل پایستگی بار الکتریکی نقض می‌شود.

۳ ۶ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: محاسبهٔ تعداد الکترون‌های اتم دو بار مثبت $X^{۲+}$:

$$q=-ne\Rightarrow -۴/۸\times۱۰^{-۱۸}=-n\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\Rightarrow n=۳۰$$

گام دوم: تعداد الکترون‌های اتم دو بار مثبت $(X^{۲+})$، ۲ واحد کم‌تر از تعداد پروتون‌های آن می‌باشد. بنابراین تعداد پروتون‌های این اتم برابر ۳۲ می‌باشد.

۱ ۷ چون جسم A نسبت به B به انتهای مثبت سری تریبوالکتریک نزدیک‌تر است، بنابراین در اثر مالش این دو جسم به یک‌دیگر، بار الکتریکی جسم A مثبت و بار الکتریکی جسم B منفی می‌شود. به طور مشابه، ثابت می‌شود که در تماس دو جسم C و D، بار الکتریکی C مثبت و بار الکتریکی D منفی می‌شود. بنابراین اجسام A و C و همچنین B و D یک‌دیگر را دفع می‌کنند، پس گزینهٔ (۱) صحیح است.

انتهای مثبت سری	
A	در مالش این دو جسم به یک‌دیگر، بار A مثبت و بار B منفی می‌شود. $(q_A>۰, q_B<۰)$
B	
C	در مالش این دو جسم به یک‌دیگر، بار C مثبت و بار D منفی می‌شود. $(q_C>۰, q_D<۰)$
D	
انتهای منفی سری	

۸ **۲** پس از مالش دو جسم A و B با یک‌دیگر، بار الکتریکی جسم B مثبت شده است، بنابراین B به انتهای مثبت سری نزدیک‌تر می‌باشد.
پس از مالش دو جسم C و D با یک‌دیگر، جسم C جسم B را دفع کرده است، بنابراین بار C با بار B هم‌نام است و در نتیجه بار C مثبت و بار D منفی است. بنابراین C نسبت به D به انتهای مثبت سری نزدیک‌تر است که این شرایط فقط در گزینهٔ (۲) رعایت شده است.

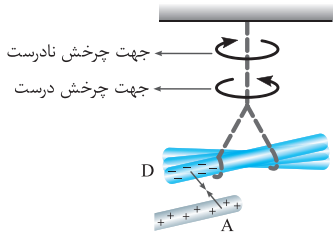
۹ **۴** همان‌طور که می‌دانید، هنگامی که در سری الکتریسیتهٔ مالشی، مادهٔ بالاتر را با مادهٔ پایین‌تر مالش می‌دهیم، الکترون‌ها از مادهٔ بالاتر به مادهٔ پایین‌تر منتقل می‌شوند، بنابراین در این سؤال، شیشه و نایلون الکترون از دست می‌دهند و پارچهٔ پشمی الکترون می‌گیرد. از طرف دیگر، تعداد الکترون‌هایی که پارچهٔ پشمی می‌گیرد، برابر مجموع تعداد الکترون‌هایی است که شیشه و نایلون از دست می‌دهند، بنابراین داریم:

$$q_C = -(q_A + q_B) \Rightarrow q_A + q_B = -q_C$$

نگاه دیگر: با توجه به اصل پایستگی بار الکتریکی، هنگامی که دو جسم را با هم مالش می‌دهیم، الکترون‌ها از یکی از آن‌ها به دیگری منتقل می‌شود، به طوری‌که مجموع بار الکتریکی آن‌ها برابر صفر است. در این سؤال نیز که سه جسم را مالش داده‌ایم، الکترون بین آن‌ها مبادله می‌شود، به طوری‌که مجموع بار الکتریکی آن‌ها برابر صفر است. بنابراین داریم:

$$q_A + q_B + q_C = 0 \Rightarrow q_A + q_B = -q_C$$

۱۰ **۴** با توجه به جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی داده شده، بار الکتریکی میله‌های A و C مثبت و بار الکتریکی میله‌های B و D منفی می‌شود. همان‌طور که می‌دانیم، بارهای هم‌علامت یک‌دیگر را دفع و بارهای مختلف‌العلامت یک‌دیگر را جذب می‌کنند. حال به بررسی گزینهٔ (۴) می‌پردازیم:



بررسی گزینهٔ (۴): چون بار الکتریکی دو میلهٔ A و D مختلف‌العلامت است، بنابراین این دو میله هم‌دیگر را جذب می‌کنند. در نتیجه جهت چرخش میلهٔ آویخته شده در این گزینه، نادرست نشان داده شده است.

۱۱ **۱** با توجه به قانون کولن می‌توان گفت:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \rightarrow \begin{cases} F \propto |q_1||q_2| \Rightarrow \text{رابطهٔ مستقیم با حاصل‌ضرب اندازهٔ بارها} \\ F \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \text{رابطهٔ معکوس با مجذور فاصلهٔ بین دو بار} \end{cases}$$

۱۲ **۱** برای پاسخ دادن به این سؤال، با توجه به رابطهٔ قانون کولن می‌توان نوشت:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow k = \frac{Fr^2}{|q_1||q_2|} \Rightarrow k \text{ یکای} \equiv \frac{\text{نیوتون} \times (\text{متر})^2}{\text{کولن} \times \text{کولن}} \equiv \frac{N.m^2}{C^2}$$

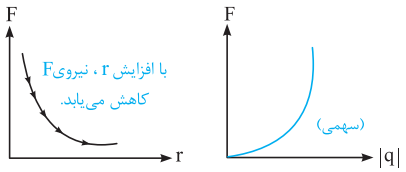
در ادامه با توجه به رابطهٔ $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$، یکای ضریب گذردهی الکتریکی در خلأ (ε_0)، برعکس یکای ثابت کولن (k) است و داریم:

$$k \text{ یکای} \equiv \frac{N.m^2}{C^2} \Rightarrow \varepsilon_0 \text{ یکای} \equiv \frac{C^2}{N.m^2}$$

۱۳ **۲** گزینهٔ (۱) یک الکتروسکوپ، گزینهٔ (۲) یک ترازوی پیچشی، گزینهٔ (۳) مولد وان‌دوگراف و گزینهٔ (۴) وسیلهٔ مورد نیاز برای انجام آزمایش فاراده را نشان می‌دهد. همان‌طور که می‌دانید، کولن به وسیلهٔ ترازوی پیچشی، عوامل مؤثر بر نیروی الکتریکی بین دو ذرهٔ باردار را شناسایی کرد.

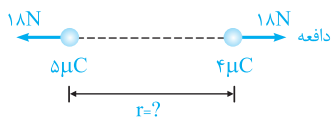
۱۴ **۳** با توجه به رابطهٔ نیروی کولنی بین دو بار، رابطهٔ F با r و q به‌صورت زیر است:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{|q_1|=|q_2|=q} F = \frac{kq^2}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F \propto q^2 \\ F \propto \frac{1}{r^2} \end{cases} \Rightarrow$$



تذکر: دو بار الکتریکی هم‌اندازه و غیرهم‌نام که در فاصلهٔ r از یک‌دیگر قرار دارند، یک دوقطبی الکتریکی نامیده می‌شوند.

۱۵ **۴**



$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow r^2 = \frac{k|q_1||q_2|}{F} = \frac{9\times10^9 \times (5\times10^{-6}) \times (4\times10^{-6})}{18} = 0/01 \Rightarrow r = 0/1\,m = 10\,cm$$

۱۶ **۳** با توجه به اطلاعات مسأله، می‌توان نوشت:

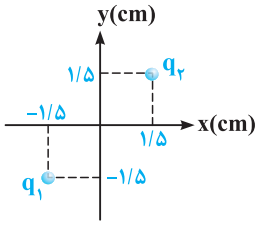
$$\begin{cases} F = k\dfrac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 5 = 9\times10^9 \times \dfrac{|q_1||q_2|}{(3\times10^{-1})^2} \Rightarrow |q_1||q_2| = 5\times10^{-11}\,C^2 = 50\mu C^2 \\ |q_1|+|q_2| = 15\mu C \end{cases}$$

حاصل‌ضرب دو بار هم‌نام $50\mu C^2$ و حاصل‌جمع آن‌ها $15\mu C$ است، بنابراین اندازهٔ بار الکتریکی دو ذره برابر $5\mu C$ و $10\mu C$ است. البته اگر علاقه‌مند باشید می‌توانید با حل معادلهٔ درجه دوم نیز دو معادله دو مجهول اخیر را حل کنید، ولی این‌کار، زمان‌بر و طولانی است.

۱۷ **۱** مشابه با تمرین (۵) درسنامه، گزینهٔ (۱) صحیح است.

برای تمرین بیشتر، تمرین زیر را نیز بررسی کنید.

تمرین: در شکل مقابل، بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 در SI کدام است؟



$(q_1 = q_2 = 2\mu C\,,\ k = 9\times10^9\ N.m^2/C^2)$

۱) $\vec{F} = 10\vec{i} + 10\vec{j}$

۲) $\vec{F} = -10\sqrt{2}\,\vec{i} - 10\sqrt{2}\,\vec{j}$

۳) $\vec{F} = -20\sqrt{2}\,\vec{i} - 20\sqrt{2}\,\vec{j}$

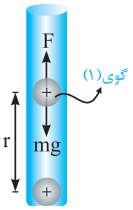
۴) $\vec{F} = -20\vec{i} + 20\vec{j}$

پاسخ: گزینهٔ (۲)

۱۸ **۴** با توجه به شکل زیر، نیرویی که بار q بر بار $2q$ وارد می‌کند، با نیرویی که بار $2q$ بر بار q وارد می‌کند، مساوی و در خلاف جهت هم است. این موضوع بیانی از قانون سوم نیوتون است (هر عملی را عکس‌العملی است مساوی و در خلاف جهت آن) و در نهایت می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \text{نیروی } q \text{ بر } 2q = \vec{F} = 10\vec{i} \\ \text{نیروی } 2q \text{ بر } q = -\vec{F} = -10\vec{i} \end{cases}$$

۱۹ **۲** برای معلق ماندن گوی بالایی، نیروی دافعهٔ الکتریکی بین دو گوی باید وزن گوی (۱) را خنثی کند و برای رسیدن به این هدف داریم:



$$\text{شرط معلق ماندن}: F = mg \Rightarrow \frac{kq\times q}{r^2} = mg$$

$$\Rightarrow \frac{9\times10^9\times q^2}{(1\times10^{-2})^2} = (0/9\times10^{-3})\times10 \Rightarrow q^2 = 10^{-16}\,C^2 \Rightarrow q = 10^{-8}\,C$$

و برای پیدا کردن تعداد الکترون‌های کنده شده از هر گوی می‌توان نوشت:

$$q = ne \Rightarrow 10^{-8} = n\times(1/6\times10^{-19}) \Rightarrow n = \frac{1}{1/6}\times10^{11} = 6/25\times10^{10}$$

۲۰ **۳** از آن جایی‌که نیرویی که ذرهٔ A بر ذرهٔ B وارد می‌کند، با نیرویی که ذرهٔ B بر ذرهٔ A وارد می‌کند، با توجه به قانون سوم نیوتون برابر است، می‌توان نوشت:

$$F_A = F_B \xrightarrow{F=ma} m_A a_A = m_B a_B \Rightarrow m a_A = 2m a_B \Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{2m}{m} = 2$$

روش بهتر: چون اندازهٔ نیروها با یک‌دیگر یکسان است، ذرهٔ A که جرم آن نصف جرم ذرهٔ B است، لزوماً شتابی ۲ برابر شتاب ذرهٔ B دارد.

۲۱ **۴** با استفاده از قانون کولن برای مقایسهٔ بزرگی نیروی الکتریکی بین دو ذرهٔ باردار در دو حالت داریم:

$$\begin{cases} F_1 = k\dfrac{|q_1||q_2|}{r_1^2} = k\dfrac{|q_e||q_p|}{r_1^2} = k\dfrac{e^2}{r_1^2} \\ F_2 = k\dfrac{|q_p||q_p|}{r_2^2} = k\dfrac{e^2}{r_2^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{a}{2\times10^{-4}a}\right)^2 = \frac{10^8}{4} = 2/5\times10^7$$

۲۲ **۲** برای این‌که نیروی کولنی بین دو بار نصف شود (۵۰ درصد کاهش یابد)، فاصلهٔ بین دو بار باید $\sqrt{2}$ برابر شود:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{d^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{d}{d'}\right)^2 \xrightarrow{F'=\frac{F}{2}} \frac{1}{2} = \left(\frac{d}{d'}\right)^2 \Rightarrow d' = \sqrt{2}d$$

۲۳ **۴** می‌دانیم نیروی کولنی با مجذور فاصلهٔ بین دو بار رابطهٔ عکس دارد، با جایگذاری در رابطهٔ کولن با توجه به دو برابر شدن نیروی کولنی می‌توان نوشت:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{F\propto\frac{1}{r^2}} \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{F'=2F} \frac{2F}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{r}{r'} = \sqrt{2} \Rightarrow r' = \frac{1}{\sqrt{2}}r \Rightarrow r' = \frac{\sqrt{2}}{2}r$$

۲۴ ۴ درصد باری که از یکی از بارها برداشته و به دیگری اضافه شده است را x درنظر می‌گیریم. حال با بررسی دو حالت، مقدار مجهول را به‌دست می‌آوریم:

حالت اولیه : $F \leftarrow +Q \quad r \quad +Q \rightarrow F$ **حالت ثانویه :** $F' \leftarrow Q-xQ \quad r \quad Q+xQ \rightarrow F'$

$$\begin{cases} (۱): F = \dfrac{k|q_۱||q_۲|}{r^۲} \xrightarrow{\text{بارها مشابه‌اند}} F = \dfrac{kQ^۲}{r^۲} \\ (۲): F' = \dfrac{k|q'_۱||q'_۲|}{r'^۲} = k\dfrac{\overbrace{(Q-xQ)}^{Q(۱-x)}\overbrace{(Q+xQ)}^{Q(۱+x)}}{r^۲} = \dfrac{kQ^۲}{r^۲}(۱-x^۲) \end{cases}$$

$$F' = \frac{۱۵}{۱۶}F \Rightarrow (۱-x^۲)\left(\frac{kQ^۲}{r^۲}\right) = \frac{۱۵}{۱۶}\left(\frac{kQ^۲}{r^۲}\right) \Rightarrow ۱-x^۲ = \frac{۱۵}{۱۶} \Rightarrow x^۲ = ۱-\frac{۱۵}{۱۶} = \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow x = \frac{۱}{۴} \equiv ٪۲۵$$

خلاقیت حرفه‌ای‌ها: به‌دلیل اهمیت این سؤال می‌خواهیم کمی بیشتر به بررسی آن بپردازیم. کافیست کمی ذهنی‌تر به این سؤال نگاه کنیم:

$$F \leftarrow q \quad r \quad q \rightarrow F \Rightarrow F' \leftarrow q+xq=q(۱+x) \quad r \quad q-xq=q(۱-x) \rightarrow F'$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_۱||q'_۲|}{|q_۱||q_۲|} \Rightarrow \frac{F'}{F} = ۱-x^۲ = \frac{۱۵}{۱۶} \Rightarrow x^۲ = \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow x = \frac{۱}{۴} \equiv ۲۵٪$$

باز هم سریع‌تر: نیرو چه‌قدر کم شده است؟ $\frac{۱}{۱۶}F \Leftarrow$ جذر $\frac{۱}{۱۶}$ برابر x است. $\Leftarrow x = \frac{۱}{۴}$ یا ۲۵٪ است.

تمرین: **اگر نیرو $\frac{۲۴}{۲۵}$ برابر شود، x چه‌قدر است؟**

پاسخ: نیرو چه‌قدر کم شده است؟ $\frac{۱}{۲۵}F \Leftarrow$ جذر $\frac{۱}{۲۵}$ برابر x است. $\Leftarrow x = \frac{۱}{۵}$ یا ۲۰٪ است.

۲۵ ۲ این سؤال، مکمل خوبی برای تست قبل محسوب می‌شود، زیرا در آن بارها برابر و مختلف‌العلامت هستند. در این سؤال ۲۰ درصد $\left(\frac{۲۰}{۱۰۰} = \frac{۱}{۵}\right)$ یکی از بارها را کم کرده و به دیگری اضافه کرده‌ایم. برای این‌که نیروی کولنی بین دو بار تغییر نکند، باید فاصلهٔ دو بار را تغییر دهیم. بنابراین می‌توان نوشت:

حالت اولیه : $q \rightarrow F \quad r \quad -q \rightarrow F$ **حالت ثانویه :** $F' \rightarrow r' \leftarrow F'$

$q'_۱ = q - \frac{۱}{۵}q = \frac{۴}{۵}q \qquad q'_۲ = -q + \frac{۱}{۵}q = -\frac{۴}{۵}q$

$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲} \xrightarrow{F'=F} k\frac{|q|\times|q|}{r^۲} = k\frac{\left|\frac{۴}{۵}q\right|\times\left|\frac{۴}{۵}q\right|}{(r')^۲} \Rightarrow \left(\frac{r'}{r}\right)^۲ = \frac{۱۶}{۲۵} \Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{۴}{۵}$$

۲۶ ۴ این یک سؤال بسیار جالب و جدید است. با توجه به قانون کولن در مقایسهٔ دو حالت می‌توان نوشت:

$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲} \Rightarrow \begin{cases} F_۱ = k\dfrac{|q_۱||q_۲|}{r^۲} \\ F_۲ = k\dfrac{\left|q_۱ - \frac{۱}{۲}q_۱\right|\left|q_۲ + \frac{۱}{۲}q_۱\right|}{r^۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_۲}{F_۱} = \frac{\frac{۱}{۲}|q_۱||q_۲| + \frac{۱}{۴}|q_۱^۲|}{|q_۱||q_۲|} = ۰/۵ + \frac{|q_۱|}{۴|q_۲|} \xrightarrow[F_۲>F_۱]{\text{خواسته سوال}} ۰/۵ + \frac{|q_۱|}{۴|q_۲|} > ۱$$

$$\Rightarrow \frac{|q_۱|}{۴|q_۲|} > ۰/۵ \Rightarrow |q_۱| > ۲|q_۲| \Rightarrow q_۱ > ۲q_۲$$

دقت: در این سؤال، دو حالت زیر نیز می‌تواند پرسیده شود:

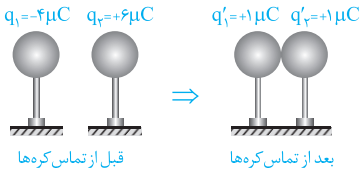
$$\Rightarrow \frac{F_۲}{F_۱} = ۰/۵ + \frac{|q_۱|}{۴|q_۲|} \Rightarrow \text{اگر} \begin{cases} \dfrac{|q_۱|}{۴|q_۲|} = ۰/۵ \Rightarrow q_۱ = ۲q_۲ \Rightarrow \dfrac{F_۲}{F_۱} = ۱ \Rightarrow F_۲ = F_۱ \\ \dfrac{|q_۱|}{۴|q_۲|} < ۰/۵ \Rightarrow q_۱ < ۲q_۲ \Rightarrow \dfrac{F_۲}{F_۱} < ۱ \Rightarrow F_۲ < F_۱ \end{cases}$$

۲۷ **۲** با بررسی دو حالت داریم:

حالت اولیه : q_1 ---- r ---- q_2 ، $F = ۰/۰۲\,N$ **حالت ثانویه :** $q'_1 = q_1$ ---- r ---- $q'_2 = q_2 + ۲\mu C$ ، $F' = ۰/۰۳\,N$

$$\begin{cases} (۱)\ F = \dfrac{k|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{\text{بارها مشابه‌اند}} ۰/۰۲ = \dfrac{kq^2}{r^2} \\ (۲)\ F' = \dfrac{k|q'_1||q'_2|}{r'^2} \Rightarrow ۰/۰۳ = \dfrac{kq(q+۲)}{r^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F}{F'} = \frac{۰/۰۲}{۰/۰۳} = \frac{k\frac{q^2}{r^2}}{k\frac{q(q+۲)}{r^2}} \Rightarrow \frac{۲}{۳} = \frac{q}{q+۲} \Rightarrow ۲q+۴ = ۳q \Rightarrow q = ۴\mu C$$

۲۸ **۳** با توجه به مشابه بودن گوی‌ها، پس از تماس آن‌ها با یک‌دیگر، بار الکتریکی کره‌ها با یک‌دیگر برابر شده و مقدار آن برابر است با:



$$\begin{cases} q_1 = -۴\mu C \\ q_2 = +۶\mu C \end{cases} \Rightarrow q'_1 = q'_2 = \frac{q_1+q_2}{۲} = \frac{(-۴)+۶}{۲} = ۱\mu C$$

به‌عبارت دیگر با تماس دادن دو کره با یک‌دیگر باید به میزان $-۵\mu C$ بار از کرهٔ اول به کرهٔ دوم منتقل شود. در ادامه با توجه به رابطهٔ $q = ne$ تعداد الکترون‌های مبادله‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$q = -ne \Rightarrow -۵\times۱۰^{-۶} = n\times(-۱/۶\times۱۰^{-۱۹}) \Rightarrow n = ۳/۱۲۵\times۱۰^{۱۳}$$

۲۹ **۱** در حالت جدید بار هر دو کره یکسان شده و مقدار آن برابر است با:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{-۶+(+۴)}{۲} = -۱nC$$

در ادامه می‌توان گفت نیروی بین آن‌ها از نوع رانشی بوده و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F' = k\frac{|q'_1||q'_2|}{r^2} = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{(۱\times۱۰^{-۹})\times(۱\times۱۰^{-۹})}{(۳۰\times۱۰^{-۲})^2} = ۱۰^{-۷}\,N = ۱۰۰nN$$

۳۰ **۲** می‌دانیم که دو کره قبل از تماس یک‌دیگر را جذب می‌کنند، بنابراین بار دو کره ناهم‌نام است. اکنون دو حالت را فرض می‌کنیم:

الف) اندازهٔ بار دو کره برابر است ($|q_1| = |q_2|$): در این حالت با تماس دو کره، بارها یک‌دیگر را خنثی می‌کنند و دیگر باری برای کره‌ها باقی نمی‌ماند، بنابراین در این حالت کره‌ها نمی‌توانند پس از اتصال یک‌دیگر را دفع کنند.

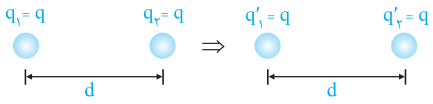
$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1+q_2}{۲} = ۰$$

ب) اندازهٔ بار دو کره برابر نباشد: در این حالت با تماس دو کره، مقداری از بار بزرگ‌تر توسط بار کوچک‌تر خنثی شده و مابقی آن بین دو کره به‌طور یکسان پخش می‌شود، بنابراین در این حالت کره‌ها پس از اتصال یک‌دیگر را دفع می‌کنند.

> **تذکر:** دقت کنیم در این سؤال مقدار نیروی بین دو کره در حالت قبل از تماس بیشتر از حالت بعد از تماس است (چرا؟).

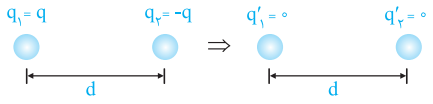
۳۱ **۴** در این سؤال با توجه به علامت بار دو کره، هر سه حالت می‌تواند رخ دهد. با سه مثال ساده این موضوع را بررسی می‌کنیم:

حالت اول: اگر دو کره بار هم‌علامت و مساوی داشته باشند، پس از اتصال نیروی بین دو کره تغییر نمی‌کند، زیرا حاصل‌ضرب $|q_1||q_2|$ تغییر نمی‌کند.



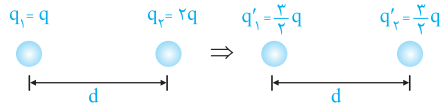
$$q'_1 = q'_2 = \frac{q+q}{۲} = q$$

حالت دوم: اگر دو کره بار مساوی و مختلف‌العلامت داشته باشند، پس از اتصال نیروی بین دو کره صفر شده و به عبارتی کاهش می‌یابد.



$$q'_1 = q'_2 = \frac{q+(-q)}{۲} = ۰ \Rightarrow F' = ۰ < F$$

حالت سوم: اگر دو کره بار نامساوی و هم‌علامت داشته باشند، پس از اتصال نیروی بین دو کره افزایش می‌یابد. برای درک بهتر این حالت به اعداد زیر توجه کنید:



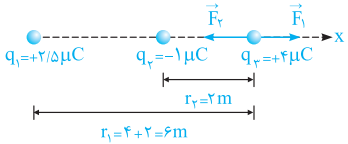
$$q'_1 = q'_2 = \frac{q+۲q}{۲} = \frac{۳}{۲}q$$

$$\begin{cases} |q'_1||q'_2| = \left|\frac{۳}{۲}q\right|\times\left|\frac{۳}{۲}q\right| = \frac{۹}{۴}q^2 \\ |q_1||q_2| = |q|\times|۲q| = ۲q^2 \end{cases} \xrightarrow{F\propto|q_1||q_2|} F' > F$$

بنابراین هر سه حالت ممکن است رخ دهد.

۳۲ ۲ در پاسخ سؤال قبل، در حالت سوم به کمک یک مثال عددی دیدیم که اگر دو کره دارای بار الکتریکی هم‌نام و نامساوی باشند، اندازهٔ نیروی بین دو کره بعد از تماس دادن به یک‌دیگر بیشتر از حالت قبل از تماس است (این موضوع با کمک اصول ریاضی نیز به سادگی قابل اثبات است).

۳۳ ۱ بار الکتریکی q_1 بار q_3 را دفع می‌کند $(\vec{F}_1)$ و بار الکتریکی q_2 بار q_3 را جذب می‌کند $(\vec{F}_2)$.



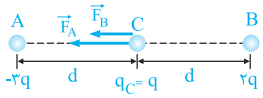
$$\begin{cases} (\text{دافعه}): F_1 = k\dfrac{|q_1||q_3|}{r_1^2} = 9\times10^9\times\dfrac{2/5\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(6)^2} = 2/5\times10^{-3}\ N \xrightarrow{\text{x در جهت محور } \vec{F}_1} \vec{F}_1 = 2/5\times10^{-3}\,\vec{i} \\ (\text{جاذبه}): F_2 = k\dfrac{|q_2||q_3|}{r_2^2} = 9\times10^9\times\dfrac{1\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(2)^2} = 9\times10^{-3}\ N \xrightarrow{\text{x در خلاف جهت محور } \vec{F}_2} \vec{F}_2 = -9\times10^{-3}\,\vec{i} \end{cases}$$

بنابراین برایند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر است با:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 2/5\times10^{-3}\,\vec{i} + (-9\times10^{-3}\,\vec{i}) = -6/5\times10^{-3}\,\vec{i}$$

به عبارت دیگر اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر $6/5\times10^{-3}$ نیوتون و در خلاف جهت محور x می‌باشد.

۳۴ ۲ فرض می‌کنیم اندازهٔ نیرویی که دو بار q در فاصلهٔ d بر یک‌دیگر وارد می‌کنند، برابر F باشد



در این صورت اندازهٔ نیروهای F_A و F_B برابر است با:

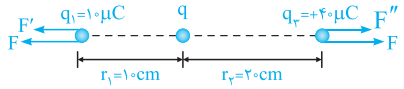
$$\text{نیروی بین B و C (دافعه)}: \overset{\text{۲ برابر}}{F} = \frac{k\overset{\text{۲ برابر}}{|q_B|}q}{d^2} \Rightarrow F_B = 2F$$

$$\text{نیروی بین A و C (جاذبه)}: \overset{\text{۳ برابر}}{F} = \frac{k\overset{\text{۳ برابر}}{|q_A|}|q|}{d^2} \Rightarrow F_A = 3F$$

با برایندگیری از نیروهای هم‌جهت به‌دست آمده، داریم:

$$R = 3F + 2F = 5F \quad (\text{به سمت چپ})$$

۳۵ ۴ این سؤال، یک سؤال جالب و مفهومی است. دو بار q_1 و q_3 یک‌دیگر را با نیروی F دفع می‌کنند. حال اگر بار q را مثبت فرض کنیم، این بار q دو بار q_1 و q_3 را نیز دفع می‌کند. با توجه به نیروهای نشان داده شده بر روی شکل، برای برابر بودن اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر دو بار q_1 و q_3 باید داشته باشیم:



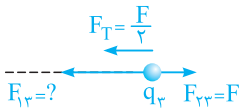
$$\begin{cases} F_{T_1} = F + F' = F + k\dfrac{|q_1||q|}{r_1^2} = F + k\times\dfrac{10\times10^{-6}|q|}{(10^{-1})^2} = F + 10^{-3}\,k|q| \\ F_{T_3} = F + F'' = F + k\dfrac{|q_3||q|}{r_3^2} = F + k\times\dfrac{40\times10^{-6}|q|}{(2\times10^{-1})^2} = F + 10^{-3}\,k|q| \end{cases}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، بدون توجه به این‌که اندازهٔ بار الکتریکی q چه مقدار باشد، همیشه دو نیروی F_{T_1} و F_{T_3} با هم برابر می‌باشند. بنابراین بار الکتریکی q هر مقدار دلخواهی را می‌تواند داشته باشد.

> **تذکر:** توصیه می‌شود که به عنوان تمرین نشان دهید که اگر بار q منفی باشد نیز به همین نتیجه می‌رسیم.

۳۶ ۳ **گام اول:** چون بارهای q_2 و q_3 یک‌دیگر را دفع می‌کنند، بنابراین هم‌نام می‌باشند و از طرفی نیرویی که q_2 به q_3 وارد می‌کند نیز طبق قانون سوم نیوتون برابر F و باید به‌سمت راست باشد (حالت دافعه).

گام دوم: همان‌طور که در صورت سؤال مطرح شده است، بزرگی برایند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر $\frac{F}{2}$ و به‌سمت چپ است، بنابراین مطابق شکل رسم شده، بار q_1، باید بار q_3 را با نیروی $F_{13}=\frac{3}{2}F$ به سمت خود، یعنی به سمت چپ، جذب کند:



$$F_T = F_{13} - F_{23} \Rightarrow \frac{F}{2} = F_{13} - F \Rightarrow F_{13} = \frac{3}{2}F$$

گام سوم: حال با توجه به این‌که $F_{13}=\frac{3}{2}F$ و $F_{23}=F$ می‌باشد، به سادگی می‌توان نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ را به‌دست آورد:

$$F_{13} = \frac{3}{2}F \Rightarrow F_{13} = \frac{3}{2}F_{23} \Rightarrow k\frac{|q_1||q_3|}{(2d)^2} = \frac{3}{2}\times k\frac{|q_2||q_3|}{d^2} \Rightarrow \left|\frac{q_1}{q_2}\right| = 6$$

بار q_1، بار q_3 را جذب و بار q_2، بار q_3 را دفع می‌کند، بنابراین بارهای q_1 و q_2 مختلف‌العلامت می‌باشد و $\frac{q_1}{q_2} = -6$ می‌باشد.