

فهرست

۵.....	فصل اول: راهبردهای حل مسئله
۱۶.....	فصل دوم: عددهای صحیح
۳۳.....	فصل سوم: جبر و معادله
۴۲.....	فصل چهارم: هندسه و استدلال
۵۸.....	فصل پنجم: شمارنده‌ها و اعداد اول
۷۱.....	■ آزمون نیم‌سال اول
۷۳.....	فصل ششم: سطح و حجم
۸۴.....	فصل هفتم: توان و جذر
۹۵.....	فصل هشتم: بردار و مختصات
۱۱۲.....	فصل نهم: آمار و احتمال
۱۲۴.....	■ آزمون نیم‌سال دوم
۱۲۶.....	■ پاسخ‌نامه تشریحی

نکته ...

به طور کلی هر جا عبارتی مانند «بالاتر»، «گرم‌تر» و «بیشتر» داشته باشیم از علامت + (مثبت) و هر جا عبارتی مانند «پایین‌تر»، «سردتر» و «کم‌تر» داشته باشیم از علامت - (منفی) استفاده می‌کنیم.

مثال هر کدام از عبارت‌های زیر را با یک عدد علامت‌دار نشان دهید.

الف: دمای ۵ درجه زیر صفر **ب:** ۲۰۰ تومان بدهکاری **پ:** ۴:۵۵' بعدازظهر (مبدأ زمان: ۱۲ ظهر)

پاسخ **الف:** دمای ۵ درجه زیر صفر یعنی ۵ درجه کم‌تر از صفر که آن را با عدد -۵ نمایش می‌دهیم.

ب: ۲۰۰ تومان بدهکاری را با توجه به این که مفهوم کمبود (کم‌تری) دارد با عدد -۲۰۰ نمایش می‌دهیم.

پ: با توجه به این که ۱۲ ظهر به عنوان مبدأ زمان در نظر گرفته شده است، بنابراین ۴:۵۵' بعدازظهر را با عدد +۴:۵۵' نمایش می‌دهیم.

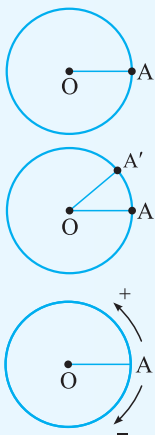
نشان دادن یک زاویه با عدد علامت‌دار

در شکل مقابل نقطه A روی محیط دایره قرار دارد و نشان‌دهنده زاویه صفر درجه است.

با حرکت نقطه A روی محیط دایره و رسیدن به نقطه A'، زاویه AOA' تشکیل می‌شود که بنا بر جهت حرکت نقطه A، می‌توان زاویه AOA' را با یک عدد علامت‌دار مشخص کرد.

زاویه مثبت: اگر نقطه A در خلاف جهت عقربه‌های ساعت، روی محیط دایره حرکت کند، زاویه به‌وجودآمده را با یک عدد مثبت نشان می‌دهیم.

زاویه منفی: اگر نقطه A در جهت عقربه‌های ساعت، روی محیط دایره حرکت کند، زاویه به‌وجودآمده را با یک عدد منفی نشان می‌دهیم.



مثال در هر یک از شکل‌های زیر، با توجه به جهت مشخص‌شده، اندازه زاویه AOA' را با یک عدد علامت‌دار مشخص کنید.



پاسخ **الف:** با حرکت از نقطه A، روی محیط دایره، برای رسیدن به نقطه A' در خلاف جهت عقربه‌های ساعت ۲۷° را طی می‌کنیم. بنابراین $\hat{AOA}' = +27^\circ$ است.

ب: با حرکت از نقطه A روی محیط دایره، برای رسیدن به نقطه A' در جهت عقربه‌های ساعت ۶° را طی می‌کنیم. پس $\hat{AOA}' = -6^\circ$ است.

پ: با شروع حرکت از نقطه A روی محیط دایره، برای رسیدن به نقطه A' در جهت عقربه‌های ساعت زاویه $36^\circ - 4^\circ = 32^\circ$ را طی می‌کنیم. پس $\hat{AOA}' = -32^\circ$ است.

ت: با شروع حرکت از نقطه A روی محیط دایره، برای رسیدن به نقطه A' در خلاف جهت عقربه‌های ساعت زاویه $36^\circ - 17^\circ = 19^\circ$ را طی می‌کنیم. پس $\hat{AOA}' = +19^\circ$ است.

دسته‌بندی اعداد صحیح

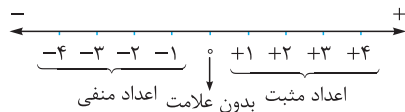
با کمی دقت مشخص است که هر عدد طبیعی، عددی صحیح است. به طور مثال ۷ یعنی همان +۷ و برعکس. از طرفی اعداد صحیح را با توجه به علامت آن‌ها می‌توان به سه دسته زیر تقسیم کرد.

الف: اعداد مثبت (اعداد طبیعی) **ب:** صفر **پ:** اعداد منفی (قرینه اعداد طبیعی)



نکته ...

در دسته‌بندی فوق دقت کنید که عدد صفر یک دسته جداگانه است؛ یعنی صفر نه مثبت است و نه منفی، به تعبیر دیگر می‌توان گفت عدد صفر، بدون علامت (خنثی) است.



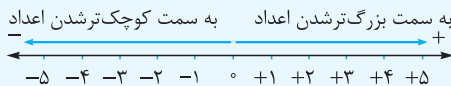
با توجه به محور بالا، اعداد صحیح از سمت مثبت‌ها (راست) و از سمت منفی‌ها (چپ) ادامه‌دار هستند، بنابراین می‌توان گفت بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد صحیح، نامشخص هستند

مثال چند عدد صحیح بین $+2018$ و -1397 قرار دارد؟

پاسخ چون تعداد اعداد صحیح بین $+2018$ و -1397 ، مدنظر است بنابراین باید تعداد اعداد صحیح از -1396 تا $+2017$ را مشخص کنیم. در حقیقت 1396 تا 2017 عدد منفی و 2017 تا عدد مثبت و عدد صفر را داریم که تعداد کل این اعداد برابر است با: $1396 + 1 + 2017 = 3414$

مقایسه اعداد صحیح

برای مقایسه اعداد صحیح، روی محور اعداد هر چه به سمت راست (مثبت‌ها) حرکت کنیم، اعداد بزرگ‌تر و هر چه به سمت چپ (منفی‌ها) حرکت کنیم، اعداد کوچک‌تر می‌شوند.



با توجه به محور بالا می‌توان گفت اعداد مثبت از صفر بزرگ‌تر و اعداد منفی از صفر کوچک‌تر هستند. همچنین اعداد منفی هر چه مقدار بزرگ‌تری داشته باشند، ارزش آن‌ها کم‌تر است.

مثال مقایسه‌های زیر را انجام دهید و در جای خالی علامت‌های $>$ یا $=$ یا $<$ قرار دهید.

- الف: $9 \square - 9$ ب: $87 \square - 87$ ج: $8 \square + 8$ د: $2 \square - 817$

پاسخ الف) می‌دانیم اعداد مثبت از اعداد منفی بزرگ‌تر هستند.

ب) می‌دانیم صفر از تمامی عددهای منفی بزرگ‌تر است.

ج) همان $+8$ است (اعداد طبیعی همان اعداد صحیح مثبت هستند).

د) می‌دانیم اعداد مثبت از اعداد منفی بزرگ‌تر هستند.

مثال در هر یک از قسمت‌های زیر، عدد خواسته‌شده را مشخص کنید.

الف: بزرگ‌ترین عدد صحیح مثبت دورقمی:

ب: بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی دورقمی:

ج: کوچک‌ترین عدد صحیح منفی سه‌رقمی:

پاسخ الف) با توجه به محور اعداد صحیح، بزرگ‌ترین عدد صحیح مثبت دورقمی برابر $+99$ است.

ب) با توجه به این که روی محور اعداد، هر چه به سمت چپ برویم اعداد کوچک‌تر می‌شوند، بنابراین بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی دورقمی برابر -10 است.

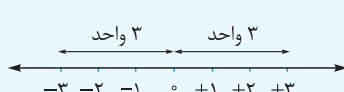
ج) با حرکت به سمت چپ روی محور اعداد صحیح، کوچک‌ترین عدد صحیح منفی سه‌رقمی برابر -999 است.

قرینه اعداد صحیح

محور اعداد صحیح مقابل را در نظر بگیرید، همان‌طور که مشخص است دو عدد 3 و -3 از مبدأ (صفر)، دارای فاصله یکسان هستند.

عدد 3 در طرف راست صفر و عدد -3 در طرف چپ صفر قرار دارد. به این دو عدد قرینه می‌گوییم. در حقیقت عدد $+3$ قرینه -3 و عدد -3 قرینه $+3$ است.

با توجه به مثال می‌توان نتیجه گرفت برای قرینه کردن هر عدد نسبت به صفر، کافی است علامت آن عدد را تغییر دهیم.



نکته ...

هر جا قرینه عددی خواسته شد، در حقیقت قرینه آن عدد نسبت به صفر مدنظر است. به این ترتیب قرینه عدد صفر برابر با خودش یعنی صفر است.

مثال جاهای خالی را با عدد مناسب تکمیل کنید.

الف: قرینه $+3 = \dots$ ب: قرینه $-10 = \dots$ پ: قرینه قرینه $+17 = \dots$ ت: $-(-(-11)) = \dots$

پاسخ الف منظور از قرینه $+3$ ، قرینه عدد $+3$ نسبت به مبدأ است که برابر با -3 است.

ب قرینه -10 برابر با $+10$ است.

پ قرینه قرینه $+17$ یعنی ابتدا قرینه $+17$ را به دست آوریم که برابر با -17 است و سپس قرینه -17 را مشخص کنیم که برابر با همان $+17$ است.

ت کافی است عدد 11 را سه بار قرینه کنیم که برابر با -11 است.

نکته ...

در قرینه کردن اعداد، اگر تعداد علامت‌های منفی پشت عدد و یا تعداد مراحل قرینه کردن، عددی زوج بود علامت نهایی برابر با علامت اولیه خود عدد و اگر فرد بود، علامت نهایی قرینه علامت اولیه است.

مثال در هر قسمت، عدد نهایی را مشخص کنید.

..... = عدد 271 را 521 بار قرینه می‌کنیم. **پ:** = $-(-(-(-39)))$ **ب:** = $-(-(-78))$ **الف:**

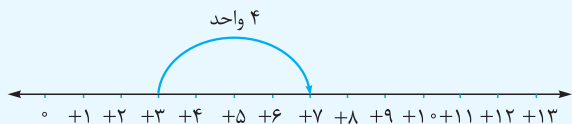
پاسخ الف با توجه به این که تعداد علامت‌های منفی عددی فرد است (3 تا)، حاصل برابر قرینه 78 یعنی -78 است.

ب با توجه به این که تعداد علامت‌های منفی، عددی زوج است (4 تا)، حاصل برابر با همان 39 است.

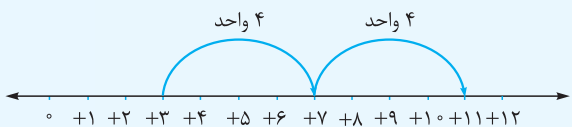
پ با توجه به این که تعداد مراحل قرینه کردن، عددی فرد است (521 بار) حاصل برابر با قرینه 271 یعنی -271 است.

قرینه نسبت به عددی غیر صفر

اگر قرینه عددی را نسبت به عددی غیر از صفر بخواهیم، مثلاً قرینه عدد $+3$ نسبت به $+7$ مدنظر باشد. ابتدا مطابق محور مقابل، دو عدد و فاصله بین آن‌ها را مشخص می‌کنیم.



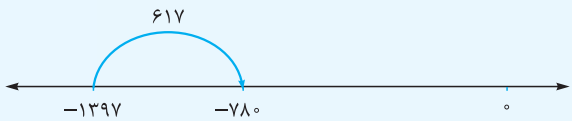
از طرفی می‌دانیم که باید $+3$ و قرینه آن، هر دو از $+7$ فاصله یکسانی داشته باشند. به عبارت دیگر $+7$ دقیقاً وسط آن‌ها قرار بگیرد. حال چون فاصله $+3$ از $+7$ برابر 4 واحد است و $+3$ در سمت چپ آن قرار دارد، پس قرینه $+3$ مطابق محور مقابل در سمت راست $+7$ قرار داشته و 4 واحد با آن فاصله دارد. بنابراین قرینه عدد $+3$ نسبت به $+7$ برابر با عدد $+11$ است.



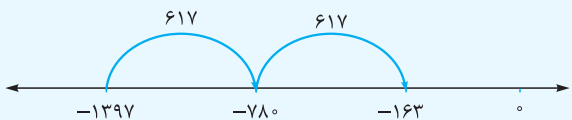
در حالت کلی، قرینه عدد a نسبت به عدد b برابر با $2b - a$ است.

نکته ...

مثال قرینه -1397 را نسبت به عدد -780 به دست آورید.



پاسخ ابتدا هر یک از اعداد -1397 و -780 را روی محور در نظر می‌گیریم. همان‌طور که مشخص است فاصله -1397 از -780 برابر با 617 واحد است. از طرفی فاصله قرینه -1397 نیز با -780 برابر 617 واحد است. بنابراین از عدد -780 به مقدار 617 واحد به سمت راست حرکت می‌کنیم.

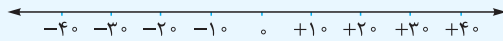


پس قرینه -1397 نسبت به -780 برابر با -163 است.

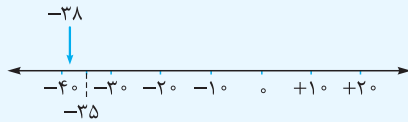
نمایش تقریبی اعداد صحیح روی محور

برای نمایش تقریبی اعداد صحیح روی محور، ابتدا با توجه به عدد موردنظر، شروع به تقسیم‌بندی محور (واحد) می‌کنیم. سپس وسط هر واحد را در نظر گرفته و با توجه به عدد، محل تقریبی آن را مشخص می‌کنیم.

به طور مثال برای نمایش تقریبی عدد -38 روی محور اعداد صحیح، با توجه به دورقمی بودن عدد، بهتر است هر واحد را مطابق محور زیر برابر 10 در نظر بگیریم.



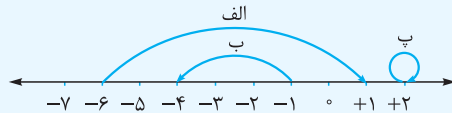
حال با توجه به این که عدد -38 بین -30 و -40 قرار دارد و به -40 نزدیک‌تر است، محل تقریبی عدد -38 را روی محور مشخص می‌کنیم.



حرکت بر روی محور اعداد صحیح

روی محور اعداد صحیح، اگر با شروع از عددی جابه‌جا شویم و به عددی دیگر برسیم، یک حرکت انجام داده‌ایم. هر حرکت روی محور اعداد صحیح را می‌توان با یک عدد علامت‌دار نشان داد، به طوری که حرکت به سمت راست را با علامت مثبت و حرکت به سمت چپ را با علامت منفی نشان می‌دهیم.

مثال هر یک از حرکت‌های مشخص شده را با یک عدد صحیح نشان دهید.



پاسخ هر یک از حرکت‌ها را بررسی می‌کنیم:

الف با شروع از عدد -4 و طی کردن 7 واحد به سمت راست، به عدد $+1$ رسیده‌ایم. بنابراین عدد صحیح متناظر با این حرکت برابر $+7$ است.

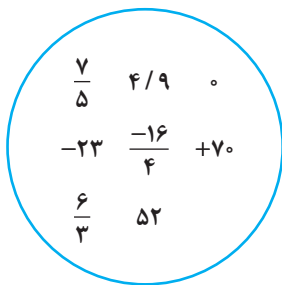
ب با شروع از عدد -1 و طی کردن 3 واحد به سمت چپ، به عدد -4 رسیده‌ایم. بنابراین عدد صحیح متناظر با این حرکت برابر -3 است.

پ ابتدا و انتهای این حرکت روی عدد $+2$ قرار دارد. بنابراین عدد متناظر با این حرکت برابر صفر است.

نکته ...

اگر روی محور اعداد صحیح، ابتدا و انتهای حرکتی هر دو روی یک عدد صحیح باشند، می‌گوییم عدد متناظر با آن حرکت برابر صفر است.

پرسش‌های درس اول



۱ به کادر روبه‌رو نگاه کنید و به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف: در بین اعداد داخل کادر چند عدد صحیح وجود دارد؟

ب: در بین اعداد داخل کادر چند عدد صحیح مثبت وجود دارد؟

پ: در بین اعداد داخل کادر چند عدد صحیح منفی وجود دارد؟

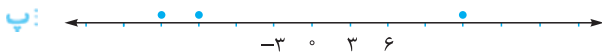
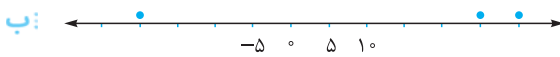
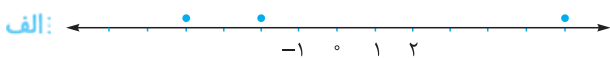
۲ جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

الف: قرینه هر عدد صحیح منفی از خود آن عدد است.

ب: کوچک‌ترین عدد صحیح منفی دورقمی عدد است.

پ: اگر عددی مثبت را 1397 بار قرینه کنیم، حاصل عددی خواهد بود.

۳ در هر قسمت با توجه به محور اعداد صحیح مشخص کنید که هر یک از نقاط چه عددی را نشان می‌دهند؟



۴ هر یک از عبارتهای زیر را با یک عدد علامتدار مشخص کنید.

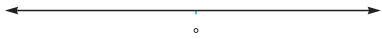
ب: ۱۵۰۰ تومان بدهکاری

الف: دمای ۷ درجه زیر صفر

ت: ساعت ۷:۱۵ بعدازظهر (مبدأ زمان ۱۲ ظهر)

پ: ۱۵۷۰ متر زیر سطح دریا (مبدأ سطح دریا)

۵ محور اعداد صحیح زیر را درجهبندی کنید و هر یک از اعداد ۳ و ۴- و قرینه آنها را روی آن نشان دهید.



۶ اعداد مقابل را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

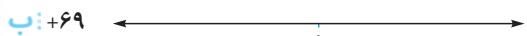
۷ اعداد زیر را با هم مقایسه کنید و در جاهای خالی یکی از علامتهای <، > و = را قرار دهید.

الف: کوچکترین عدد صحیح مثبت دورقمی □ قرینه ۱۵- □ ب: ۸- □ قرینه قرینه صفر

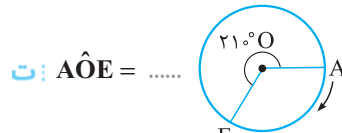
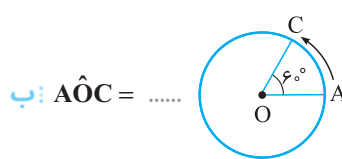
۸ در جاهای خالی یکی از علامتهای <، > و = را قرار دهید.

الف: ۹- □ ۱۰- □ ب: ۱۵ □ ۸- □ ت: ۳ □ ۳- □

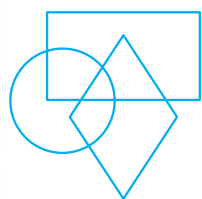
۹ مکان تقریبی هر یک از اعداد زیر را روی محور اعداد صحیح مشخص کنید.



۱۰ در هر یک از شکل‌های زیر، با توجه به جهت مشخص شده، اندازه هر زاویه را با یک عدد صحیح علامتدار نشان دهید:



۱۱ با توجه به اطلاعات زیر، داخل شکل‌ها اعداد مناسب بنویسید.



• عدد ۵ داخل هر ۳ شکل قرار دارد.

• عدد ۲- در لوزی و مستطیل است، ولی در دایره نیست.

• اعداد صحیح بین ۱- و ۳ فقط در دایره هستند.

• کوچکترین عدد صحیح منفی یکرقمی فقط در لوزی است.

• اعداد صحیح منفی بزرگتر از ۲- در مستطیل هستند، ولی در لوزی و دایره نیستند.

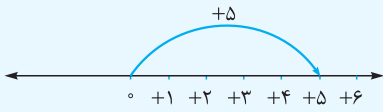
درس دوم: جمع و تفریق اعداد صحیح

برای جمع و تفریق اعداد صحیح به طور معمول از ۴ روش استفاده می‌کنیم.

۱- استفاده از محور اعداد: برای نمایش جمع اعداد صحیح روی محور اعداد، ابتدا با شروع از عدد صفر، حرکتی برابر با عدد اول (با در نظر گرفتن علامت) انجام داده و سپس از انتهای فلش حرکت اول، حرکتی مطابق با عدد دوم و با در نظر گرفتن علامت آن انجام می‌دهیم. به این ترتیب حاصل جمع موردنظر به دست می‌آید.

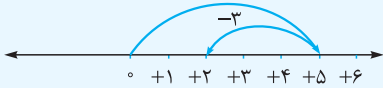


به طور مثال برای نمایش جمع $(-3) + 5$ و به دست آوردن حاصل، با شروع از نقطه صفر (مبدأ) مطابق محور زیر، ابتدا ۵ واحد به سمت راست حرکت می‌کنیم.



حالا از انتهای فلش حرکت اول، ۳ واحد به سمت چپ می‌رویم.

همان‌طور که در محور مقابل مشخص است، در نهایت با رسیدن به عدد ۲ می‌توان گفت که حاصل $(-3) + 5$ برابر با ۲ است.



نکته ...
برای محاسبه تفریق اعداد صحیح کافی است تفریق را به جمع تبدیل کنیم. برای تبدیل تفریق به جمع، عدد اول را با قرینه عدد دوم جمع می‌کنیم.

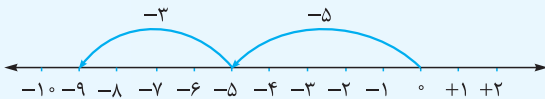
$$+7 - (-3) \xrightarrow[\text{قرینه می‌کنیم}]{\text{عدد دوم را}} +7 + (+3)$$

مثال حاصل تفریق $(+4) - 5$ را به کمک محور اعداد به دست آورید.

پاسخ ابتدا تفریق داده‌شده را با قرینه‌کردن عدد دوم به جمع تبدیل می‌کنیم:

$$-5 - (+4) = -5 + (-4)$$

برای به دست آوردن حاصل جمع بالا، با شروع از نقطه صفر (مبدأ)، ابتدا ۵ واحد به سمت چپ حرکت می‌کنیم، سپس از انتهای فلش حرکت اول (-5) ، به اندازه ۴ واحد دیگر به سمت چپ می‌رویم.



در نتیجه حاصل تفریق $(+4) - 5$ برابر ۹- است.

۲- روش محاسبه‌ای: برای به دست آوردن حاصل جمع دو عدد صحیح به روش محاسبه‌ای، دو حالت کلی داریم:

الف اگر دو عدد هم‌علامت باشند، عددها را با هم جمع می‌کنیم و در نهایت یکی از علامت‌ها را برای حاصل قرار می‌دهیم.

$$(-11) + (-17) = -(11 + 17) = -28$$

ب اگر دو عدد هم‌علامت نباشند، بدون در نظر گرفتن علامت دو عدد، اختلاف آن‌ها را حساب کرده و در نهایت علامت عددی که مقدار بزرگ‌تری دارد را برای حاصل قرار می‌دهیم.

$$16 + (-9) = +(16 - 9) = +7 \quad \text{و} \quad (-21) + 13 = -(21 - 13) = -8$$

نکته ...
برای به دست آوردن حاصل تفریق دو عدد صحیح به روش محاسبه‌ای، کافی است عدد اول را با قرینه عدد دوم جمع کنیم.

مثال حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به دست آورید.

الف: $+37 + (-11) =$ **ب:** $-51 + (-22) =$ **پ:** $+92 - (-71) =$

ت: $-89 - (-40) =$ **ث:** $-10 - 9 =$ **ج:** $17 + (+12) =$

پاسخ حاصل هر قسمت را به روش محاسبه‌ای به دست می‌آوریم.

الف با توجه به این که جمع دو عدد با علامت‌های مختلف خواسته شده است، داریم:

$$+37 + (-11) = +(37 - 11) = +26$$

ب جمع دو عدد با علامت‌های یکسان خواسته شده است، پس:

$$-51 + (-22) = -(51 + 22) = -73$$

پ با قرینه‌کردن عدد دوم، تفریق را به جمع تبدیل می‌کنیم:

$$+92 - (-71) = +92 + (+71)$$

حالا با توجه به این که جمع دو عدد هم‌علامت، خواسته شده است، داریم:

$$+92 + 71 = +(92 + 71) = +163$$

ت ابتدا با قرینه‌کردن عدد دوم، تفریق را به جمع تبدیل می‌کنیم:

$$-89 - (-40) = -89 + (+40)$$

حالا جمع دو عدد با علامت‌های مختلف خواسته شده است، پس:

$$-89 + (+40) = -(89 - 40) = -49$$

ث ابتدا با قرینه‌کردن عدد دوم، تفریق را به جمع تبدیل می‌کنیم:

$$-10 - 9 = -10 + (-9)$$

حالا با جمع دو عدد با علامت‌های یکسان مواجه هستیم، پس:

$$-10 + (-9) = -(10 + 9) = -19$$

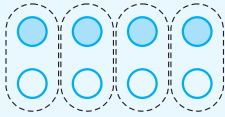
ج با توجه به این که جمع دو عدد هم‌علامت خواسته شده، داریم:

$$17 + (+12) = +(17 + 12) = +29$$

۳- استفاده از شکل‌های قراردادی: اگر هر \bigcirc نشان‌دهنده $+1$ و هر \bigcirc نشان‌دهنده -1 باشد، می‌توان حاصل جمع و تفریق عددهای صحیح را به کمک این شکل‌های قراردادی به دست آورد. دقت کنید در این روش نیز برای محاسبه حاصل تفریق، آن را به جمع تبدیل می‌کنیم.

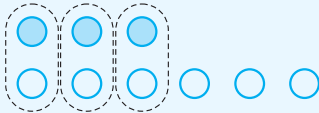
مثال اگر $\bigcirc = +1$ و $\bigcirc = -1$ باشند، حاصل جمع و تفریق‌های زیر را با کمک دایره‌ها به دست آورید.

الف: $(-7) + (+4) =$



$(-7) + (+4) = -3$

$-3 - (-6) = -3 + 6$



ب: $(-3) - (-6) =$

پاسخ الف ابتدا به جای -7 ، هفت دایره سیاه و به جای $+4$ ، چهار دایره سفید رسم می‌کنیم. هر یک دایره سفید با هر یک دایره سیاه، خنثی می‌شوند و در نهایت حاصل به دست می‌آید.

با توجه به این که ۳ دایره سیاه باقی مانده است، بنابراین حاصل برابر با -3 است.

ب ابتدا تفریق داده‌شده را به جمع تبدیل می‌کنیم:

حال با رسم ۳ دایره سیاه و ۶ دایره سفید حاصل را مشخص می‌کنیم.

با توجه به این که ۳ دایره سفید باقی مانده است، بنابراین حاصل برابر با $+3$ است.

	د	ی
+	۱	۷
-	۲	۳

۴- استفاده از جدول ارزش مکانی: برای استفاده از این روش، به طور مثال جمع $(-23) + (+17)$ را در نظر بگیرید.

ابتدا هر یک از اعداد $+17$ و -23 را با در نظر گرفتن علامت آن‌ها، به صورت مقابل در جدول ارزش مکانی قرار می‌دهیم.

حالا حاصل ستون یکان یعنی $3 - 7 + 0 = -4$ را مشخص می‌کنیم که برابر $+4$ است.

	د	ی
+	۱	۷
-	۲	۳

در ادامه به سراغ ستون دهگان می‌رویم، یعنی حاصل $1 - 2 + 0 = -1$ است.

در نتیجه حاصل جمع داده‌شده برابر است با:

مثال حاصل جمع و تفریق‌های زیر را با کمک جدول ارزش مکانی به دست آورید.

$(-10) + (+4) = -10 + 4 = -6$

الف: $-721 + 302 =$

ب: $57 - 45 - 21 =$

پاسخ در هر قسمت، ابتدا هر یک از اعداد را در جدول ارزش مکانی قرار می‌دهیم. در ادامه حاصل هر ستون را با توجه به علامت‌ها به صورت جداگانه به دست می‌آوریم.

الف:

	ص	د	ی
-	۷	۲	۱
+	۳	۰	۲

حاصل: $-4 \quad -2 \quad +1 \Rightarrow (-4 \times 100) + (-2 \times 10) + (+1) = (-400) + (-20) + 1 = -419$

یکن دهگان صدگان

ب:

	د	ی
+	۵	۷
-	۴	۵
-	۲	۱

حاصل: $-1 \quad +1 \Rightarrow (-1 \times 10) + (+1) = (-10) + (+1) = -9$

دهگان یکان

تعیین علامت حاصل جمع و تفریق اعداد صحیح

برای تعیین علامت حاصل جمع دو عدد صحیح روی محور اعداد به طور تقریبی، به ازای هر عدد، یک حرکت انجام می‌دهیم و با به دست آوردن محل تقریبی حاصل جمع، علامت آن را مشخص می‌کنیم.

نکته ...

۱ برای تعیین علامت حاصل تفریق اعداد صحیح، تفریق را به جمع تبدیل می‌کنیم.

به طور مثال برای مشخص کردن علامت حاصل $(-105) + (+90)$ ابتدا به طور تقریبی 90 واحد به سمت راست و

سپس از انتهای فلش حرکت اول، به طور تقریبی 105 واحد به سمت چپ می‌رویم. با توجه به این که نقطه پایانی



(حاصل جمع) در سمت چپ مبدأ قرار دارد، حاصل عدد منفی است.



۲) برای تعیین علامت حاصل جمع دو عدد صحیح بدون استفاده از محور اعداد، دو حالت وجود دارد:

حالت اول: اگر علامت دو عدد یکسان باشد، علامت حاصل جمع با علامت دو عدد یکسان است.

حالت دوم: اگر علامت دو عدد یکسان نباشد، علامت حاصل جمع برابر است با علامت عددی که مقدار بزرگ‌تری دارد.

مثال «علامت حاصل عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

الف: $-780 + (-221) =$ **ب:** $-805 + (670) =$ **پ:** $-315 - (+170) =$ **ت:** $-115 - (-231) =$

پاسخ < الف > هر دو عدد هم‌علامت و منفی هستند، بنابراین علامت حاصل حتماً منفی است.

ب دو عدد دارای علامت‌های مختلف هستند، از طرفی مقدار 805 از 670 بزرگ‌تر است. در نتیجه علامت حاصل منفی است.

پ ابتدا تفریق را به جمع تبدیل می‌کنیم: $-315 - (+170) = -315 + (-170) =$

هر دو عدد هم‌علامت و منفی هستند، در نتیجه علامت حاصل منفی است.

ت ابتدا تفریق را به جمع تبدیل می‌کنیم: $-115 - (-231) = -115 + (+231) =$

دو عدد دارای علامت‌های مختلف هستند، از طرفی مقدار 231 از 115 بزرگ‌تر است. در نتیجه علامت حاصل مثبت است.

< جمع و تفریق اعداد صحیح به صورت تقریبی

برای محاسبه حاصل جمع و تفریق اعداد صحیح به صورت تقریبی، ابتدا هر کدام از اعداد را با تقریب مناسب گرد می‌کنیم و سپس حاصل را به دست می‌آوریم.

مثال «حاصل عبارت‌های زیر را به صورت تقریبی به دست آورید.

الف: $-32 + 78$ **ب:** $-781 + 529$

پاسخ < الف > با توجه به دورقمی بودن اعداد، هر یک را با تقریب کم‌تر از 10 گرد می‌کنیم.

$-32 \approx -30$, $78 \approx 80$ $-32 + 78 \approx -30 + 80 = +50$

ب با توجه به سه‌رقمی بودن اعداد، هر یک را با تقریب کم‌تر از 100 گرد می‌کنیم.

$-781 \approx -800$, $529 \approx 500$ $-781 + 529 \approx -800 + 500 = -300$

< مسئله‌های جمع و تفریق اعداد صحیح

مسئله‌های مربوط به جمع و تفریق اعداد صحیح را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد.

۱- **جابه‌جایی (آسانسورها):** در این دسته از مسائل با شروع از یک نقطه یا طبقه و انجام چند حرکت متوالی، عدد یا طبقه نهایی مورد سؤال قرار می‌گیرد.

در این حالت با در نظر گرفتن هر حرکت به عنوان یک عدد علامت‌دار و نوشتن جمع، عدد یا طبقه نهایی را مشخص می‌کنیم.

نکته ...
اگر عدد یا طبقه شروع و هم‌چنین عدد یا طبقه نهایی را داشته باشیم و این که چند طبقه باید جابه‌جا بشویم مورد سؤال قرار بگیرد، کافی است عدد اولیه را از عدد نهایی کم کنیم.

مثال «علی برای خرید به یک مجتمع تجاری رفت. او ماشین خود را در ۳ طبقه زیر همکف پارک کرد و برای خرید، با آسانسور ۷ طبقه بالا رفت. او پس از خرید برای صرف شام ۲ طبقه پایین آمد و به رستوران رفت.

الف: رستوران در چه طبقه‌ای قرار دارد؟

ب: علی پس از صرف شام، برای بازگشت به پارکینگ باید چند طبقه پایین برود؟

پاسخ < الف > ۳ طبقه زیر همکف را می‌توان با عدد -3 نشان داد.

از طرفی ۷ طبقه بالا رفتن یعنی $+7$ و ۲ طبقه پایین آمدن یعنی -2 .

بنابراین رستوران در طبقه $+2$ قرار دارد.

$(-3) + (+7) + (-2) = +2$

ب طبقه پارکینگ -3 و طبقه رستوران $+2$ است.

$-3 - (+2) = -3 + (-2) = -(3 + 2) = -5$

بنابراین علی برای رسیدن به پارکینگ باید ۵ طبقه پایین برود.

۲- دما: در این دسته از مسائل به دو نکته اساسی دقت می‌کنیم.

نکته ...

- ۱ اگر تغییرات دمای یک شهر یا یک جسم را بخواهیم، کافی است دمای اولیه آن را از دمای ثانویه آن کم کنیم.
- ۲ هر جا عبارت سردتر داشتیم، از علامت منفی برای اختلاف دما و هر جا عبارت گرم‌تر داشتیم، از علامت مثبت برای اختلاف دما استفاده می‌کنیم.

مثال جسمی با دمای ۱۸ درجه بالای صفر را درون سردخانه گذاشته‌ایم. بعد از گذشت زمان کافی، دمای جسم به ۵ درجه زیر صفر رسیده است. جسم چند درجه سرد شده است؟

پاسخ تغییرات دمای جسم برابر است با:
بنابراین جسم ۲۳ درجه سردتر شده است.

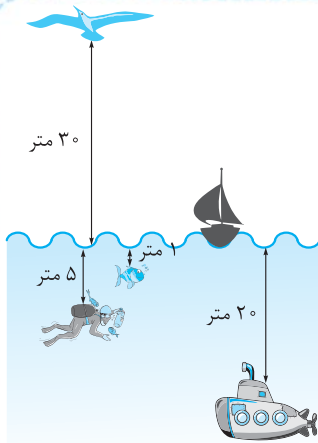
$$-23 = -(5 + 18) = -5 + (-18) = -5 - (+18)$$

مثال دمای هوای اصفهان ۳ درجه بالای صفر است. دمای هوای یزد ۲ درجه سردتر از اصفهان است. اگر دمای هوای مشهد ۷ درجه گرم‌تر از یزد باشد، دمای هوای یزد و دمای هوای مشهد را حساب کنید.

پاسخ می‌دانیم ۲ درجه سردتر یعنی -2 ، پس دمای هوای یزد برابر است با:
حالا با داشتن دمای هوای یزد، دمای هوای مشهد را محاسبه می‌کنیم. می‌دانیم ۷ درجه گرم‌تر یعنی $+7$ ، پس:

$$+8 = (+7) + (+1) \text{ دمای هوای مشهد}$$

پرسش‌های درس دوم



۱۲ با توجه به شکل مقابل به هر یک از سوالات پاسخ دهید.

- الف:** پرنده چند متر بالاتر از غواص پرواز می‌کند؟
ب: زیردریایی چند متر پایین‌تر از غواص است؟
پ: ماهی چند متر پایین‌تر از پرنده است؟

۱۳ شخصی روی یک پل نشسته است و چوب بلندی به طول ۷ متر را درون آب رودخانه فرو می‌کند. اگر سطح آب را مبدأ در نظر بگیریم و ۳ متر از چوب از آب بیرون باشد، هر کدام از موقعیت‌های سر و ته چوب را با یک عدد صحیح نشان دهید.

۱۴ به هریک از سوالات زیر پاسخ دهید.

الف: مجموع اعداد صحیح بین -5 و $+5$ چه قدر است؟
ب: مجموع اعداد صحیح بین -5 و $+9$ چه قدر است؟

۱۵ در الگوهای مقابل جاهای خالی را پر کنید. **الف:** $11, 7, \dots, -1, -5, \dots, \dots$ **ب:** $-1, \dots, -5, -7, \dots, \dots$

۱۶ جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

الف: حاصل جمع دو عدد صحیح مثبت، عددی است.

ب: $\odot = -1, \ominus = +1$ نمایشگر عدد صحیح است.

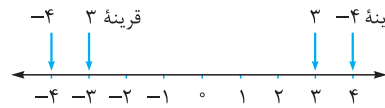
پ: در تبدیل تفریق به جمع اعداد صحیح، عدد اول را با جمع می‌کنیم.

پاسخ ۴

- الف -7 ب -1500 پ -1570 ت $+7:15'$

پاسخ ۵

می‌دانیم قرینه ۳ برابر با ۳- و قرینه ۴ برابر با ۴+ است.



پاسخ ۶

روی محور اعداد صحیح هر چه به سمت راست برویم، اعداد بزرگ‌تر و هر چه به سمت چپ برویم، اعداد کوچک‌تر می‌شوند.
 $-63 < -47 < -41 < -11 < -8 < -5 < -4 < 0 < 1 < 3 < 9 < 19$

پاسخ ۷

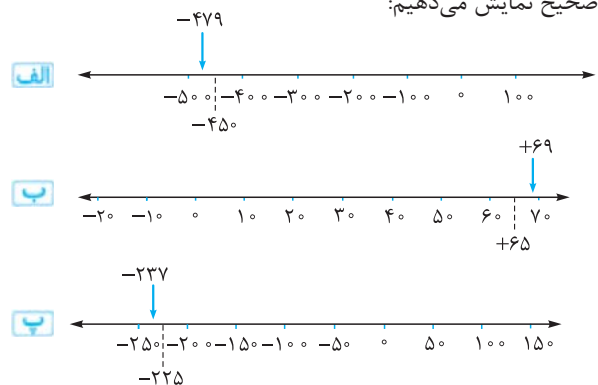
الف می‌دانیم کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت دورقمی برابر با 10^+ و قرینه 15^- برابر 15 است، پس $15 > 10$
 ب می‌دانیم قرینه قرینه صفر همان صفر است، پس: $0 > -8$

پاسخ ۸

- الف $-10 < -9$ ب $-8 < 15$
 پ $-100 < -10$ ت $3 > -3$

پاسخ ۹

ابتدا محورها را با توجه به اعداد، به صورت مناسب درجه‌بندی می‌کنیم، سپس مکان تقریبی هر یک از نقاط را روی محور اعداد صحیح نمایش می‌دهیم:



پاسخ ۱۰

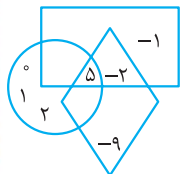
- الف $\hat{A}OB = +9^\circ$
 ب $\hat{A}OC = +6^\circ$
 پ $\hat{A}OD = -45^\circ$
 ت $\hat{A}OE = -(36^\circ - 21^\circ) = -15^\circ$

پاسخ ۱۱

با توجه به اطلاعات صورت سؤال اعداد ۵ و ۲- را در جایگاه مناسب قرار می‌دهیم.

اعداد صحیح بین ۱- و ۳ عبارت‌اند از ۰ و ۱ و ۲ که فقط در دایره قرار دارند.

کوچک‌ترین عدد صحیح منفی یک‌رقمی برابر با ۹- است که فقط در لوزی است.



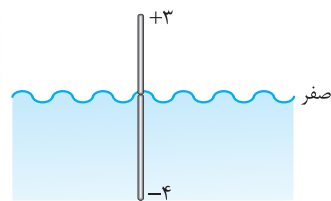
تنها عدد صحیح منفی بزرگ‌تر از ۲- نیز برابر با ۱- است که فقط در مستطیل قرار دارد. بنابراین شکل به صورت مقابل کامل می‌شود.

پاسخ ۱۲

- الف پرنده ۳۵ متر بالاتر از غواص پرواز می‌کند. $30 + 5 = 35$
 ب زیردریایی ۱۵ متر پایین‌تر از غواص است. $20 - 5 = 15$
 پ ماهی ۳۱ متر پایین‌تر از پرنده است. $30 + 1 = 31$

پاسخ ۱۳

به کمک راهبرد رسم شکل این مسئله را حل می‌کنیم:



با توجه به این که طول چوب ۷ متر است می‌توان نتیجه گرفت ۴ متر از آن درون آب رودخانه فرو رفته است.

پاسخ ۱۴

الف اعداد صحیح بین ۵- و ۵+ عبارت‌اند از:

$-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4$
 که دوه‌دو قرینه یکدیگرند، پس حاصل جمع آن‌ها برابر صفر است.

ب با توجه به قسمت «الف» مجموع اعداد صحیح بین ۵- و ۹+ برابر است با مجموع اعداد صحیح بین ۴+ و ۹+ که برابر است با:

$$+5 + 6 + 7 + 8 = 26$$

پاسخ ۱۵

- الف $-1, -3, -5, -7, -9, -11, -13$
 ب $11, 7, 3, -1, -5, -9, -13, -17$

پاسخ ۱۶

الف حاصل جمع دو عدد صحیح مثبت، عددی مثبت است.
 ب نمایشگر عدد صحیح ۲- است.
 پ در تبدیل تفریق اعداد صحیح به جمع، عدد اول را با قرینه عدد دوم جمع می‌کنیم.



پاسخ ۱۷

الف) نادرست، حاصل جمع دو عدد صحیح منفی، همواره عددی منفی است.

ب) درست، حاصل عبارت $8 - 7 + 6 - 5 + 4 - 3 + 2 - 1$ برابر با $4+$ است.

پ) درست، حاصل تقریبی عبارت $120 - 613 + 574$ با تقریب کم‌تر از صد برابر با $-100 = -100 + 600 - 600$ است.

پاسخ ۱۸

الف) $-742 = -700 - 40 - 2$

ب) $-684 = -600 - 80 - 4$

پ) $1397 = 1000 + 300 + 90 + 7$

پاسخ ۱۹

الف) $-479 + 815 = -500 + 800 = +300$

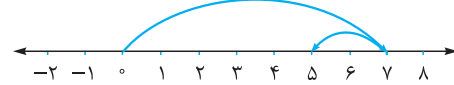
ب) $-69 - (-73) = -69 + 73 = -70 + 70 = 0$

پ) $423 - 89 = 420 - 90 = 330$

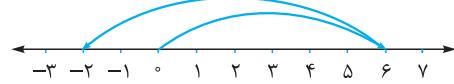
پاسخ ۲۰

ابتدا محورهای اعداد صحیح را درجه‌بندی کرده و سپس هر یک از جمع‌ها را روی آن‌ها نشان می‌دهیم.

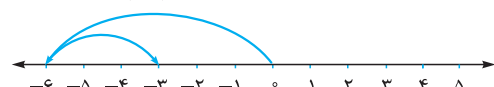
الف) $7 + (-2) = +5$



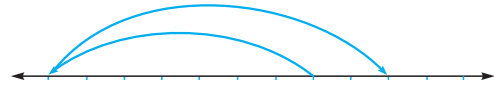
ب) $6 + (-8) = -2$



پ) $-6 + (+3) = -3$



ت) $-7 + (+9) = +2$



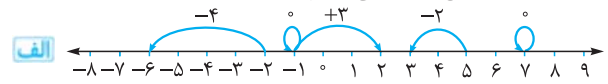
پاسخ ۲۱

الف) $5 + (-3) = +2$ ب) $2 + (-6) = -4$

پ) $-3 + (+1) = -2$ ت) $-2 + (+7) = +5$

پاسخ ۲۲

ابتدا درجه‌بندی محورها را کامل کرده و با توجه به آن، هر حرکت را با یک عدد صحیح نشان می‌دهیم.



پاسخ ۲۳

در هر قسمت با توجه به علامت اعداد، جاهای خالی را در هر جمع با اعداد مناسب پر می‌کنیم.

یکان دهگان	ب	یکان دهگان صدگان
۴ ۵		۷ ۲ ۴
+ -۳ -۲		+ -۱ -۲ (-۱)
<u>۱ ۳</u>		<u>۶ ۰ ۳</u>

پاسخ ۲۴

در هر قسمت، اعداد را در جدول ارزش مکانی قرار می‌دهیم و حاصل را به دست می‌آوریم.

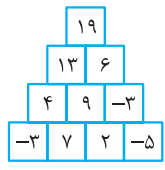
یکان دهگان	ب	یکان دهگان صدگان
۴ ۲		۳ ۵
-۱ -۷		۳ ۷
<u>۳ -۵</u>		<u>-۴ -۲</u>
$\rightarrow 3 \times 10 + (-5) = +25$		3

یکان دهگان صدگان	ب	یکان دهگان صدگان
۱ ۰ ۵		۳ ۵
-۸ ۰		۳ ۷
<u>۰ ۲ ۵</u>		<u>-۴ -۲</u>
		۳

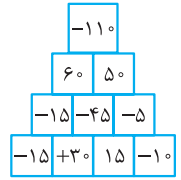
یکان دهگان صدگان	ت	یکان دهگان صدگان
۵ ۰ ۹		۳ ۵
-۶ -۲ -۹		۳ ۷
<u>-۱ -۲ ۰</u>		<u>-۴ -۲</u>
$\Rightarrow -100 - 20 = -120$		۳

پاسخ ۲۵

الف) در این شکل، عدد هر آجرک برابر حاصل جمع عدد دو آجرک پایینی‌اش است، پس داریم:



ب) در این شکل عدد هر آجرک برابر با قرینه مجموع عدد دو آجرک پایینی‌اش است، پس داریم:



پاسخ ۲۶

با توجه به این که هر حاصل جمع دو اطرافش است جاهای خالی را به دست می‌آوریم.

