

آزمون‌های موضوعی و جامع + پاسخ‌های تشریحی

موج آزمون ریاضه

ویراست چهارم

کاظم اجالی، ارشک حمیدی



انتگرالگو

پیشگفتار

سال‌هاست که در کشور ما اصلی‌ترین راه ورود به دانشگاه، قبولی در کنکور است. آزمونی که ویژگی اصلی‌اش چهارگزینه‌ای بودن پرسش‌هاست. از این‌رو، رویکرد آموزشی بسیاری از معلمان، به‌ویژه در سال‌های پایانی دوره متوسطه، تدریس مطالب درسی بر پایه پرسش‌های چهارگزینه‌ای است. به همین دلیل، هر چند بعید است شما پیش از سال دوازدهم تحصیل‌تان با پرسش‌های چهارگزینه‌ای دست و پنجه نرم نکرده باشید، اگر قصد ورود به دانشگاه را دارید، گریزی از مواجهه با پرسش‌های چهارگزینه‌ای نیست!

کتاب‌های **موج‌آزمون** ویژه آمادگی برای کنکور است. کتابی که در دست دارید، مربوط به درس‌های ریاضی ۱ سال دهم، حسابان ۱ سال یازدهم و حسابان ۲ سال دوازدهم است. این کتاب پنج بخش دارد. عنوان بخش اول «آزمون‌های دست‌گرمی» است. آزمون‌های این بخش برای اینکه از میزان آمادگی خودتان آگاه شوید، مناسب‌اند. طبیعتاً پرسش‌های این بخش ساده‌ترند. اگر فکر می‌کنید آمادگی لازم را دارید، می‌توانید از حل پرسش‌های این بخش صرف‌نظر کنید و به سراغ بخش دوم بروید.

عنوان بخش دوم «آزمون‌های موضوعی» است، که شامل آزمون‌های متنوع برای هر مبحث است. عمده تغییرات این ویراست نسبت به ویراست قبلی در همین بخش است. آزمون‌های این بخش را متناسب با کنکورها و آزمون‌های آزمایشی سال‌های اخیر تنظیم کرده‌ایم، پس طبیعی است که در این بخش با پرسش‌های جدیدتر و دشوارتری مواجه شوید. مهم‌ترین بخش برای یادگیری، پیشرفت و کسب مهارت لازم در مسیر موفقیت شما این بخش است. از این بخش می‌توانید در طول سال تحصیلی استفاده کنید.

عنوان بخش سوم «آزمون‌های فصلی» است که آزمون‌های آن برای جمع‌بندی و تثبیت یادگیری مهم‌اند. این بخش مناسب دوران جمع‌بندی است. در بخش چهارم که «آزمون‌های جامع تألیفی» نام دارد، آزمون‌هایی جامع و تألیفی آورده‌ایم که کنکورهای سراسری را شبیه‌سازی می‌کنند. در بخش پنجم «آزمون‌های کنکور» سال‌های اخیر را آورده‌ایم. از دو بخش اخیر می‌توانید برای جمع‌بندی استفاده کنید.

وظیفه خود می‌دانیم از همکاران عزیزمان در نشر الگو، دکتر ابوالفضل علی‌بمانی، دکتر آریس آقانیانس و خانم عاطفه ربیعی برای ویراستاری علمی کتاب، خانم فاطمه احدی برای صفحه‌آرایی کتاب، آقای سامان شاهین‌پور و خانم مرضیه کریمی برای رسم شکل‌ها و خانم سکنینه مختار مدیر واحد ویراستاری و حروفچینی تشکر و قدردانی کنیم.

فهرست

بخش اول: آزمون‌های دست گرمی

- آزمون ۱: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۱) ۲
- آزمون ۲: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۲) ۳
- آزمون ۳: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم ۴
- آزمون ۴: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۱) ۵
- آزمون ۵: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۲) ۶
- آزمون ۶: قدرمطلق و جزء صحیح (۱) ۷
- آزمون ۷: قدرمطلق و جزء صحیح (۲) ۸
- آزمون ۸: توابع نمایی و لگاریتمی (۱) ۹
- آزمون ۹: توابع نمایی و لگاریتمی (۲) ۱۰
- آزمون ۱۰: خط راست (۱) ۱۱
- آزمون ۱۱: خط راست (۲) ۱۲
- آزمون ۱۲: تابع (۱) ۱۳
- آزمون ۱۳: تابع (۲) ۱۴
- آزمون ۱۴: تابع (۳) ۱۵
- آزمون ۱۵: مثلثات (۱) ۱۶
- آزمون ۱۶: مثلثات (۲) ۱۷
- آزمون ۱۷: مثلثات (۳) ۱۸
- آزمون ۱۸: حد و پیوستگی (۱) ۱۹
- آزمون ۱۹: حد و پیوستگی (۲) ۲۰
- آزمون ۲۰: حد و پیوستگی (۳) ۲۱
- آزمون ۲۱: مشتق (۱) ۲۲
- آزمون ۲۲: مشتق (۲) ۲۳
- آزمون ۲۳: کاربردهای مشتق (۱) ۲۴
- آزمون ۲۴: کاربردهای مشتق (۲) ۲۵
- آزمون ۲۵: کاربردهای مشتق (۳) ۲۶

بخش دوم: آزمون‌های موضوعی

بازه و مجموعه

- آزمون ۲۶: بازه ۲۸
- آزمون ۲۷: مجموعه ۲۹

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی

- آزمون ۲۸: الگو و دنباله ۳۰
- آزمون ۲۹: دنباله حسابی (۱) ۳۱
- آزمون ۳۰: دنباله حسابی (۲) ۳۲
- آزمون ۳۱: دنباله هندسی (۱) ۳۳
- آزمون ۳۲: دنباله هندسی (۲) ۳۴
- آزمون ۳۳: دنباله حسابی و دنباله هندسی ۳۵
- آزمون ۳۴: مجموع جملات دنباله حسابی ۳۶
- آزمون ۳۵: مجموع جملات دنباله هندسی ۳۷

توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم

- آزمون ۳۶: توان و ریشه ۳۸
- آزمون ۳۷: اتحاد (۱) ۳۹
- آزمون ۳۸: اتحاد (۲) ۴۰
- آزمون ۳۹: تجزیه (۱) ۴۱
- آزمون ۴۰: تجزیه (۲) ۴۲
- آزمون ۴۱: گویا کردن مخرج‌های گنگ ۴۳
- آزمون ۴۲: بخش‌پذیری و تقسیم ۴۴

معادله، تعیین علامت و نامعادله

- آزمون ۴۳: حل معادله درجه دوم ۴۵
- آزمون ۴۴: روابط بین ضرایب و جواب‌های معادله درجه دوم (۱) ۴۶
- آزمون ۴۵: روابط بین ضرایب و جواب‌های معادله درجه دوم (۲) ۴۷
- آزمون ۴۶: رابطه بین ضرایب و علامت جواب‌های معادله درجه دوم ۴۸

آزمون ۴۷: معادله‌های درجه سوم و درجه چهارم خاص ۴۹

آزمون ۴۸: معادله‌های گویا (۱) ۵۰

آزمون ۴۹: معادله‌های گویا (۲) ۵۱

آزمون ۵۰: تعیین علامت و نامعادله (۱) ۵۲

آزمون ۵۱: تعیین علامت و نامعادله (۲) ۵۳

آزمون ۵۲: معادله‌های رادیکالی (گنگ) (۱) ۵۴

آزمون ۵۳: معادله‌های رادیکالی (گنگ) (۲) ۵۵

آزمون ۵۴: حل هندسی معادله ۵۶

قدرمطلق و جزء صحیح

آزمون ۵۵: معادلات قدرمطلق ۵۷

آزمون ۵۶: نامعادلات قدرمطلق ۵۸

آزمون ۵۷: توابع شامل قدرمطلق ۵۹

آزمون ۵۸: جزء صحیح و ویژگی‌های آن ۶۰

آزمون ۵۹: توابع شامل جزء صحیح ۶۱

توابع نمایی و لگاریتمی

آزمون ۶۰: تابع نمایی (۱) ۶۲

آزمون ۶۱: تابع نمایی (۲) ۶۳

آزمون ۶۲: معادلات نمایی ۶۴

آزمون ۶۳: نامعادلات نمایی ۶۵

آزمون ۶۴: لگاریتم (۱) ۶۶

آزمون ۶۵: لگاریتم (۲) ۶۷

آزمون ۶۶: تابع لگاریتمی (۱) ۶۸

آزمون ۶۷: تابع لگاریتمی (۲) ۶۹

آزمون ۶۸: معادلات لگاریتمی ۷۰

آزمون ۶۹: نامعادلات لگاریتمی ۷۱

خط راست

آزمون ۷۰: خط راست (۱) ۷۲

آزمون ۷۱: خط راست (۲) ۷۳

آزمون ۷۲: خط راست (۳) ۷۴

تابع

آزمون ۷۳: مفاهیم اولیه تابع ۷۵

آزمون ۷۴: توابع معروف ۷۶

آزمون ۷۵: سهمی و تابع درجه دوم (۱) ۷۷

آزمون ۷۶: سهمی و تابع درجه دوم (۲) ۷۸

آزمون ۷۷: دامنه و برد تابع و تساوی توابع ۷۹

آزمون ۷۸: مدل‌سازی با توابع ۸۰

آزمون ۷۹: جبر توابع (۱) ۸۲

آزمون ۸۰: جبر توابع (۲) ۸۳

آزمون ۸۱: ترکیب توابع (۱) ۸۴

آزمون ۸۲: ترکیب توابع (۲) ۸۵

آزمون ۸۳: ترکیب توابع (۳) ۸۶

آزمون ۸۴: تبدیل نمودار توابع (۱) ۸۷

آزمون ۸۵: تبدیل نمودار توابع (۲) ۸۹

آزمون ۸۶: توابع یک‌به‌یک ۹۰

آزمون ۸۷: توابع یکتوا (۱) ۹۱

آزمون ۸۸: توابع یکتوا (۲) ۹۲

آزمون ۸۹: تابع وارون (۱) ۹۳

آزمون ۹۰: تابع وارون (۲) ۹۴

آزمون ۹۱: تابع وارون (۳) ۹۵

مثلثات

آزمون ۹۲: نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه ۹۶

آزمون ۹۳: نسبت‌های مثلثاتی در دایره مثلثاتی ۹۷

آزمون ۹۴: اتحادهای مثلثاتی (۱) ۹۸

آزمون ۹۵: اتحادهای مثلثاتی (۲) ۹۹

آزمون ۹۶: واحدهای اندازه‌گیری زاویه ۱۰۰

آزمون ۹۷: نسبت‌های مثلثاتی همه زاویه‌ها (۱) ۱۰۱

آزمون ۹۸: نسبت‌های مثلثاتی همه زاویه‌ها (۲) ۱۰۲

آزمون ۹۹: سینوس و کسینوس مجموع دو زاویه (۱) ۱۰۳

آزمون ۱۰۰: سینوس و کسینوس مجموع دو زاویه (۲) ۱۰۴

آزمون ۱۰۱: سینوس و کسینوس زاویه 2α (۱) ۱۰۵

آزمون ۱۰۲: سینوس و کسینوس زاویه 2α (۲) ۱۰۶

آزمون ۱۰۳: سینوس و کسینوس زاویه 2α (۳) ۱۰۷

آزمون ۱۰۴: سینوس و کسینوس زاویه 2α (۴) ۱۰۸

- آزمون ۱۰۵: تانزانت مجموع دو زاویه (۱) ۱۰۹
- آزمون ۱۰۶: تانزانت مجموع دو زاویه (۲) ۱۱۰
- آزمون ۱۰۷: توابع مثلثاتی (۱) ۱۱۱
- آزمون ۱۰۸: توابع مثلثاتی (۲) ۱۱۲
- آزمون ۱۰۹: معادلات مثلثاتی (۱) ۱۱۳
- آزمون ۱۱۰: معادلات مثلثاتی (۲) ۱۱۴
- آزمون ۱۱۱: معادلات مثلثاتی (۳) ۱۱۵

حد و پیوستگی

- آزمون ۱۱۲: مفهوم حد و قضایای حد (۱) ۱۱۶
- آزمون ۱۱۳: مفهوم حد و قضایای حد (۲) ۱۱۷
- آزمون ۱۱۴: حالت مبهم $\frac{0}{0}$ در توابع گویا ۱۱۸
- آزمون ۱۱۵: حالت مبهم $\frac{0}{0}$ در توابع رادیکالی ۱۱۹
- آزمون ۱۱۶: حالت مبهم $\frac{0}{0}$ مثلثاتی (۱) ۱۲۰
- آزمون ۱۱۷: حالت مبهم $\frac{0}{0}$ مثلثاتی (۲) ۱۲۱
- آزمون ۱۱۸: پیوستگی (۱) ۱۲۲
- آزمون ۱۱۹: پیوستگی (۲) ۱۲۳
- آزمون ۱۲۰: حد بی‌نهایت (۱) ۱۲۴
- آزمون ۱۲۱: حد بی‌نهایت (۲) ۱۲۵
- آزمون ۱۲۲: مجانب قائم ۱۲۶
- آزمون ۱۲۳: حد در بی‌نهایت (۱) ۱۲۷
- آزمون ۱۲۴: حد در بی‌نهایت (۲) ۱۲۸
- آزمون ۱۲۵: مجانب افقی ۱۲۹
- آزمون ۱۲۶: حالت‌های مبهم $\infty - \infty$ و $\infty \times \infty$ (خارج از کتاب درسی) ۱۳۰

مشتق

- آزمون ۱۲۷: مفهوم مشتق (۱) ۱۳۱
- آزمون ۱۲۸: مفهوم مشتق (۲) ۱۳۲
- آزمون ۱۲۹: قواعد مشتق‌گیری (۱) ۱۳۳
- آزمون ۱۳۰: قواعد مشتق‌گیری (۲) ۱۳۴

- آزمون ۱۳۱: قواعد مشتق‌گیری در توابع مثلثاتی ۱۳۵
- آزمون ۱۳۲: مشتق تابع مرکب (۱) ۱۳۶
- آزمون ۱۳۳: مشتق تابع مرکب (۲) ۱۳۷
- آزمون ۱۳۴: مشتق تابع مرکب در توابع مثلثاتی ۱۳۸
- آزمون ۱۳۵: مشتق‌پذیری ۱۳۹
- آزمون ۱۳۶: خط مماس بر نمودار تابع ۱۴۰
- آزمون ۱۳۷: آهنگ تغییر ۱۴۱
- آزمون ۱۳۸: مشتق دوم ۱۴۲
- آزمون ۱۳۹: مشتق دوم در توابع مثلثاتی ۱۴۳
- آزمون ۱۴۰: قاعده هویتنال (۱) ۱۴۴
- آزمون ۱۴۱: قاعده هویتنال (۲) ۱۴۵

کاربردهای مشتق

- آزمون ۱۴۲: ارتباط مشتق و یکنوایی تابع (۱) ۱۴۶
- آزمون ۱۴۳: ارتباط مشتق و یکنوایی تابع (۲) ۱۴۷
- آزمون ۱۴۴: نقاط بحرانی ۱۴۸
- آزمون ۱۴۵: اکسترم‌های نسبی (۱) ۱۴۹
- آزمون ۱۴۶: اکسترم‌های نسبی (۲) ۱۵۰
- آزمون ۱۴۷: اکسترم‌های نسبی در توابع مثلثاتی ۱۵۱
- آزمون ۱۴۸: اکسترم‌های مطلق (۱) ۱۵۲
- آزمون ۱۴۹: اکسترم‌های مطلق (۲) ۱۵۳
- آزمون ۱۵۰: بهینه‌سازی (۱) ۱۵۴
- آزمون ۱۵۱: بهینه‌سازی (۲) ۱۵۵
- آزمون ۱۵۲: جهت تقعر (۱) ۱۵۷
- آزمون ۱۵۳: جهت تقعر (۲) ۱۵۸
- آزمون ۱۵۴: نقطه عطف (۱) ۱۵۹
- آزمون ۱۵۵: نقطه عطف (۲) ۱۶۰
- آزمون ۱۵۶: رسم نمودار (۱) ۱۶۱
- آزمون ۱۵۷: رسم نمودار (۲) ۱۶۲

بخش سوم: آزمون‌های فصلی

آزمون ۱۵۸: بازه و مجموعه ۱۶۴	آزمون ۱۸۶: تابع (۳) ۱۹۲
آزمون ۱۵۹: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۱) ۱۶۵	آزمون ۱۸۷: تابع (۴) ۱۹۳
آزمون ۱۶۰: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۲) ۱۶۶	آزمون ۱۸۸: تابع (۵) ۱۹۴
آزمون ۱۶۱: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۳) ۱۶۷	آزمون ۱۸۹: تابع (۶) ۱۹۵
آزمون ۱۶۲: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۴) ۱۶۸	آزمون ۱۹۰: تابع (۷) ۱۹۶
آزمون ۱۶۳: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۵) ۱۶۹	آزمون ۱۹۱: تابع (۸) ۱۹۷
آزمون ۱۶۴: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم (۱) ۱۷۰	آزمون ۱۹۲: مثلثات (۱) ۱۹۸
آزمون ۱۶۵: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم (۲) ۱۷۱	آزمون ۱۹۳: مثلثات (۲) ۱۹۹
آزمون ۱۶۶: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم (۳) ۱۷۲	آزمون ۱۹۴: مثلثات (۳) ۲۰۰
آزمون ۱۶۷: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم (۴) ۱۷۳	آزمون ۱۹۵: مثلثات (۴) ۲۰۱
آزمون ۱۶۸: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم (۵) ۱۷۴	آزمون ۱۹۶: مثلثات (۵) ۲۰۲
آزمون ۱۶۹: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۱) ۱۷۵	آزمون ۱۹۷: مثلثات (۶) ۲۰۳
آزمون ۱۷۰: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۲) ۱۷۶	آزمون ۱۹۸: مثلثات (۷) ۲۰۴
آزمون ۱۷۱: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۳) ۱۷۷	آزمون ۱۹۹: مثلثات (۸) ۲۰۵
آزمون ۱۷۲: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۴) ۱۷۸	آزمون ۲۰۰: مثلثات (۹) ۲۰۶
آزمون ۱۷۳: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۵) ۱۷۹	آزمون ۲۰۱: مثلثات (۱۰) ۲۰۷
آزمون ۱۷۴: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۶) ۱۸۰	آزمون ۲۰۲: حد و پیوستگی (۱) ۲۰۸
آزمون ۱۷۵: قدرمطلق و جزء صحیح (۱) ۱۸۱	آزمون ۲۰۳: حد و پیوستگی (۲) ۲۰۹
آزمون ۱۷۶: قدرمطلق و جزء صحیح (۲) ۱۸۲	آزمون ۲۰۴: حد و پیوستگی (۳) ۲۱۰
آزمون ۱۷۷: قدرمطلق و جزء صحیح (۳) ۱۸۳	آزمون ۲۰۵: حد و پیوستگی (۴) ۲۱۱
آزمون ۱۷۸: قدرمطلق و جزء صحیح (۴) ۱۸۴	آزمون ۲۰۶: حد و پیوستگی (۵) ۲۱۲
آزمون ۱۷۹: توابع نمایی و لگاریتمی (۱) ۱۸۵	آزمون ۲۰۷: حد و پیوستگی (۶) ۲۱۳
آزمون ۱۸۰: توابع نمایی و لگاریتمی (۲) ۱۸۶	آزمون ۲۰۸: حد و پیوستگی (۷) ۲۱۴
آزمون ۱۸۱: توابع نمایی و لگاریتمی (۳) ۱۸۷	آزمون ۲۰۹: حد و پیوستگی (۸) ۲۱۵
آزمون ۱۸۲: توابع نمایی و لگاریتمی (۴) ۱۸۸	آزمون ۲۱۰: حد و پیوستگی (۹) ۲۱۶
آزمون ۱۸۳: توابع نمایی و لگاریتمی (۵) ۱۸۹	آزمون ۲۱۱: مشتق (۱) ۲۱۷
آزمون ۱۸۴: تابع (۱) ۱۹۰	آزمون ۲۱۲: مشتق (۲) ۲۱۸
آزمون ۱۸۵: تابع (۲) ۱۹۱	آزمون ۲۱۳: مشتق (۳) ۲۱۹

آزمون ۲۴۰: جامع (۱۱) ۲۵۸
آزمون ۲۴۱: جامع (۱۲) ۲۶۰
آزمون ۲۴۲: جامع (۱۳) ۲۶۲

● بخش پنجم: آزمون‌های کنکور

آزمون ۲۴۳: کنکور ریاضی سال ۱۳۹۹ - داخل کشور ۲۶۶
آزمون ۲۴۴: کنکور ریاضی سال ۱۳۹۹ - خارج از کشور ۲۶۸
آزمون ۲۴۵: کنکور ریاضی سال ۱۴۰۰ - داخل کشور ۲۷۰
آزمون ۲۴۶: کنکور ریاضی سال ۱۴۰۰ - خارج از کشور ۲۷۳
آزمون ۲۴۷: کنکور ریاضی سال ۱۴۰۱ - داخل کشور ۲۷۵
آزمون ۲۴۸: کنکور ریاضی سال ۱۴۰۱ - خارج از کشور ۲۷۷
آزمون ۲۴۹: کنکور ریاضی سال ۱۴۰۲ (نوبت اول) ۲۷۹
آزمون ۲۵۰: کنکور ریاضی سال ۱۴۰۲ (نوبت دوم) - داخل کشور ۲۸۱
آزمون ۲۵۱: کنکور ریاضی سال ۱۴۰۲ (نوبت دوم) - خارج از کشور ۲۸۳

● بخش ششم: پاسخ‌های تشریحی

پاسخ‌های تشریحی ۲۸۶

● بخش هفتم: پاسخنامه کلیدی

پاسخنامه کلیدی ۵۴۴

آزمون ۲۱۴: مشتق (۴) ۲۲۰
آزمون ۲۱۵: مشتق (۵) ۲۲۱
آزمون ۲۱۶: مشتق (۶) ۲۲۲
آزمون ۲۱۷: مشتق (۷) ۲۲۳
آزمون ۲۱۸: مشتق (۸) ۲۲۴
آزمون ۲۱۹: مشتق (۹) ۲۲۵
آزمون ۲۲۰: مشتق (۱۰) ۲۲۶
آزمون ۲۲۱: کاربردهای مشتق (۱) ۲۲۷
آزمون ۲۲۲: کاربردهای مشتق (۲) ۲۲۸
آزمون ۲۲۳: کاربردهای مشتق (۳) ۲۲۹
آزمون ۲۲۴: کاربردهای مشتق (۴) ۲۳۰
آزمون ۲۲۵: کاربردهای مشتق (۵) ۲۳۱
آزمون ۲۲۶: کاربردهای مشتق (۶) ۲۳۲
آزمون ۲۲۷: کاربردهای مشتق (۷) ۲۳۳
آزمون ۲۲۸: کاربردهای مشتق (۸) ۲۳۴
آزمون ۲۲۹: کاربردهای مشتق (۹) ۲۳۵

● بخش چهارم: آزمون‌های جامع تألیفی

آزمون ۲۳۰: جامع (۱) ۲۳۸
آزمون ۲۳۱: جامع (۲) ۲۴۰
آزمون ۲۳۲: جامع (۳) ۲۴۲
آزمون ۲۳۳: جامع (۴) ۲۴۴
آزمون ۲۳۴: جامع (۵) ۲۴۶
آزمون ۲۳۵: جامع (۶) ۲۴۸
آزمون ۲۳۶: جامع (۷) ۲۵۰
آزمون ۲۳۷: جامع (۸) ۲۵۲
آزمون ۲۳۸: جامع (۹) ۲۵۴
آزمون ۲۳۹: جامع (۱۰) ۲۵۶

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۱)

آزمون ۱

محل انجام محاسبات

- ۱- کدام یک می‌تواند جمله عمومی دنباله $2, 3, 10, 15, \dots$ باشد؟
- (۱) $a_n = n + 1$ (۲) $a_n = n^2 - (-1)^n$ (۳) $a_n = 3n^2 - 8n + 7$ (۴) $a_n = 2n^2 - 5n + 5$
- ۲- جمله k ام دنباله با جمله عمومی $a_n = (-1)^n \frac{n-4}{7-n}$ برابر $\frac{5}{4}$ است. مقدار a_{k-3} کدام است؟
- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$
- ۳- در یک دنباله اعداد، $a_1 = 3$ و برای هر $n \geq 2$ ، $a_n = 2a_{n-1} - 2$. مقدار $a_8 - a_7$ کدام است؟
- (۱) ۳۲ (۲) ۴۸ (۳) ۵۶ (۴) ۶۴
- ۴- سه زاویه مثلثی دنباله‌ای حسابی تشکیل داده‌اند. میانگین اندازه بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین زاویه‌های این مثلث کدام است؟
- (۱) 45° (۲) 60° (۳) 75° (۴) 90°
- ۵- در یک دنباله حسابی با جمله اول a و قدرنسبت d تساوی $\frac{4a_7}{a} = \frac{5a_3}{a_7} + 2$ برقرار است. مقدار $\frac{a}{d}$ کدام است؟
- (۱) 2 یا $\frac{2}{3}$ (۲) -2 یا $\frac{2}{3}$ (۳) 2 یا $-\frac{2}{3}$ (۴) -2 یا $-\frac{2}{3}$
- ۶- اگر $\sqrt{a}, \sqrt[3]{2}, \sqrt[4]{2}$ سه جمله نخست دنباله‌ای هندسی باشند، جمله سیزدهم این دنباله کدام است؟
- (۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) $2\sqrt[3]{2}$ (۳) $2\sqrt[4]{2}$ (۴) $4\sqrt[4]{2}$
- ۷- اگر a, b, c جمله‌های متوالی دنباله‌ای حسابی و a, b, c جمله‌های متوالی دنباله‌ای هندسی باشند و
- $$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{12}$$
- مقدار b کدام است؟
- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴) ۳۶
- ۸- جمله نخست دنباله‌ای حسابی برابر ۶- و جمله آخر آن برابر ۳۰ است. اگر مجموع جمله‌های این دنباله حسابی ۱۲۰ باشد، تعداد جمله‌های آن چقدر است؟
- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲
- ۹- در یک دنباله حسابی مجموع جمله‌های هفتم و چهاردهم برابر ۶۰ است. مجموع بیست جمله اول دنباله کدام است؟
- (۱) ۶۰۰ (۲) ۶۲۰ (۳) ۶۴۰ (۴) ۶۵۰
- ۱۰- قدرنسبت دنباله‌ای هندسی برابر ۲ است. مجموع n جمله نخست این دنباله کدام است؟
- (۱) $2a_n - a_1$ (۲) $3a_n - a_1$ (۳) $2a_n + a_1$ (۴) $3a_n + a_1$

ارزیابی

درصد	نزده	نادرست	درست

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۲)

محل انجام محاسبات

- ۱۱- مجموع بیست جمله اول دنباله با جمله عمومی $a_n = \left[\frac{4}{n}\right] + \left[-\frac{5}{n}\right]$ کدام است؟
- (۱) -۲۰ (۲) -۱۹ (۳) -۱۶ (۴) -۱۵
- ۱۲- جمله عمومی دنباله‌ای حسابی به صورت $a_n = \frac{5-2n}{3}$ است. قدرنسبت دنباله چقدر از جمله اول کمتر است؟
- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{5}{3}$
- ۱۳- جمله عمومی دنباله حسابی $a, 2a-1, 1-3a, \dots$ کدام است؟
- (۱) $a_n = 1 - \frac{n}{2}$ (۲) $a_n = n - \frac{1}{2}$ (۳) $a_n = \frac{1}{2} - n$ (۴) $a_n = \frac{n}{2} + 1$
- ۱۴- عددهای طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جمله‌های هر دسته برابر شماره آن دسته باشد:
- $(1), (3, 5), (7, 9, 11), \dots$
- مجموع دو جمله اول و آخر دسته سی‌ام کدام است؟
- (۱) ۱۷۰۰ (۲) ۱۷۵۰ (۳) ۱۸۰۰ (۴) ۱۸۵۰
- ۱۵- چند عدد سه‌رقمی وجود دارد که در تقسیم بر ۷ باقی‌مانده ۳ دارند؟
- (۱) ۱۲۸ (۲) ۱۲۹ (۳) ۱۳۰ (۴) ۱۳۱
- ۱۶- در یک دنباله هندسی می‌دانیم $\frac{a_8}{a_6} = \sqrt{2}$. مقدار $\frac{a_7}{a_5}$ کدام است؟
- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) $\sqrt{8}$
- ۱۷- جملات دوم، پنجم و دوازدهم از یک دنباله حسابی، می‌توانند سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند.
- قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟
- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{7}{3}$
- ۱۸- اگر $\frac{n-2}{2n}, \frac{n-3}{2n}, \frac{n-4}{2n}$ سه جمله نخست دنباله‌ای حسابی باشند و مجموع n جمله نخست این دنباله برابر ۴۰ باشد، مقدار n کدام است؟
- (۱) ۱۵۷ (۲) ۱۶۰ (۳) ۱۶۳ (۴) ۱۶۵
- ۱۹- مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی از رابطه $S_n = \frac{4}{3}(3^n - 1)$ به دست می‌آید. جمله پنجم دنباله کدام است؟
- (۱) ۱۴۴ (۲) ۲۱۶ (۳) ۲۲۴ (۴) ۲۷۰
- ۲۰- در دنباله‌ای هندسی $a_7 = 96$ و $a_7 = 3$. مقدار S_{10} کدام است؟
- (۱) $\frac{3049}{2}$ (۲) $\frac{3057}{2}$ (۳) $\frac{3069}{2}$ (۴) $\frac{3071}{2}$

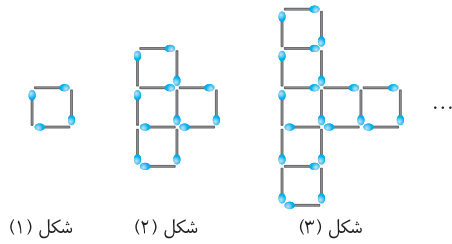
درصد	نزد	نادرست	درست

ارزیابی

الگو و دنباله

آزمون ۲۸

محل انجام محاسبات

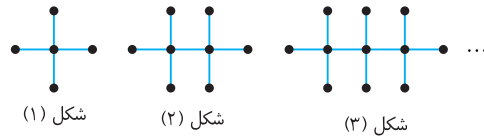


شکل (۱) شکل (۲) شکل (۳)

۲۷۱- تعداد چوب کبریت‌های به کار رفته برای ساختن

شکل چهاردهم در الگوی مقابل چندتا است؟

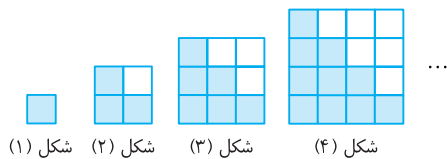
- (۱) ۱۰۳ (۲) ۱۱۲
(۳) ۱۲۱ (۴) ۱۳۰



شکل (۱) شکل (۲) شکل (۳)

۲۷۲- تعداد نقاط شکل بیستم در الگوی مقابل چندتا است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۶۱
(۳) ۶۲ (۴) ۶۴

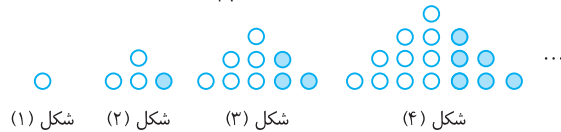


شکل (۱) شکل (۲) شکل (۳) شکل (۴)

۲۷۳- در الگوی مقابل، اختلاف تعداد مربع‌های رنگ شده

و رنگ نشده در شکل سی‌ام چندتا است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۰
(۳) ۳۰ (۴) ۳۵

۲۷۴- در الگوی زیر، در چه شکلی نسبت تعداد گوی‌های رنگی به تعداد کل گوی‌ها برابر با $\frac{1}{17}$ است؟

شکل (۱) شکل (۲) شکل (۳) شکل (۴)

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۷
(۳) ۱۶ (۴) ۱۵



شکل (۱) شکل (۲) شکل (۳) شکل (۴)

۲۷۵- در الگوی مقابل، در شکل چندم تعداد

گوی‌های رنگی برابر با ۱۱۳ است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۵
(۳) ۱۶ (۴) ۱۴

۲۷۶- همه جمله‌های دنباله با جمله عمومی $a_n = \frac{2n-k}{\Delta n + 3}$ با هم برابرند. مقدار k کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{5}$ (۲) $-\frac{4}{5}$ (۳) $-\frac{6}{5}$ (۴) $-\frac{7}{5}$

۲۷۷- در یک دنباله با جمله عمومی a_n ، $a_1 = 1$ و به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ رابطه $a_{n+1} = \frac{n}{n+1} a_n$ برقرار است. مقدار a_{100}

کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{99}$ (۲) $\frac{1}{100}$ (۳) $\frac{1}{101}$ (۴) $\frac{1}{102}$

۲۷۸- اگر بزرگ‌ترین جمله دنباله با جمله عمومی $a_n = -3n^2 + 12n + c$ برابر ۸ باشد، مقدار c کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) -۸ (۳) ۲۰ (۴) -۴

۲۷۹- چند جمله از ابتدای دنباله با جمله عمومی $a_n = \log_7 \frac{n}{n+1}$ را جمع کنیم تا حاصل برابر -۳ شود؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۲۸۰- مجموع سی جمله اول دنباله با جمله عمومی $a_n = \left[\frac{8n}{n+1} \right]$ کدام است؟

- (۱) ۲۰۱ (۲) ۲۰۲ (۳) ۲۰۳ (۴) ۲۰۴

درست	نادرست	نزده	درصد
------	--------	------	------

ارزیابی

دنباله حسابی (۱)

محل انجام محاسبات

۲۸۱- در یک دنباله، $a_1 = 3$ و برای هر $n \geq 1$ ، $a_n - a_{n+1} = 2$. در این دنباله مقدار $\frac{a_{100}}{a_{50}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{39}{19}$ (۴) $\frac{49}{39}$

۲۸۲- اگر در دنباله‌ای حسابی $3a_4 + 4a_5 - 7a_6 = 124$ ، مقدار $5a_8 + 7a_7 - 12a_{12}$ کدام است؟

- (۱) ۲۶۰ (۲) ۲۸۰ (۳) ۲۸۵ (۴) ۲۹۰

۲۸۳- در دنباله حسابی $2, -2, 4x-2, \dots, x^2-9, -1, 3x$ مجموع مقادیر ممکن برای قدرنسبت دنباله کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۲۸۴- چندمین جمله از دنباله حسابی $5, 2, -1, \dots$ برابر ۲۱۸ است؟

- (۱) هفتاد و یکم (۲) هفتاد و چهارم (۳) هفتاد و پنجم (۴) هفتاد و هشتم

۲۸۵- در دنباله حسابی $2, 6, 10, \dots$ چند جمله کوچک‌تر از ۵۰۰ وجود دارد؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۲۵ (۳) ۱۲۶ (۴) ۱۲۸

۲۸۶- در دنباله‌ای حسابی $a_1 + a_3 = 16$ و $a_4 + a_5 + a_6 = 51$. جمله نهم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۲۹ (۳) ۳۲ (۴) ۴۳

۲۸۷- زاویه‌های یک پنج‌ضلعی دنباله‌ای حسابی تشکیل داده‌اند. اگر اندازه کوچک‌ترین زاویه برابر 86° باشد، اندازه بزرگ‌ترین زاویه کدام است؟

- (۱) 110° (۲) 115° (۳) 120° (۴) 130°

۲۸۸- در جدول زیر، بین دو عدد $\sqrt{3}-5$ و $\sqrt{3}+5$ ، چهار واسطه حسابی می‌نویسیم. کوچک‌ترین عددی که نوشته‌ایم کدام است؟

$\sqrt{3}-5$					$\sqrt{3}+5$
--------------	--	--	--	--	--------------

- (۱) $\sqrt{3}-4$ (۲) $\sqrt{3}-3$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{3}-1$

۲۸۹- مجموع سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی برابر ۱۵ و حاصل ضرب آن‌ها برابر ۴۵ است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) $\pm \frac{1}{2}$ (۲) ± 2 (۳) ± 3 (۴) ± 4

۲۹۰- جمله نخست دنباله‌ای حسابی برابر قدرنسبت این دنباله است و حاصل ضرب نه جمله نخست این دنباله برابر $10^8 \times 10!$ است. جمله دهم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۹۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۹۰۰ (۴) ۱۰۰۰

درصد	نزده	نادرست	درست

ارزیابی

دنباله حسابی (۲)

آزمون ۳۰

محل انجام محاسبات

۲۹۱- دو دنباله حسابی یکی با جمله عمومی a_n و دیگری با جمله عمومی b_n داریم. اگر $a_1 + b_1 = 7$ و $a_3 + b_3 = 21$ ،

مقدار $a_5 + b_5$ کدام است؟

- ۱) ۱۴ ۲) ۲۸ ۳) ۳۵ ۴) ۴۲

۲۹۲- اگر $a+b, a+c, b+c$ سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی باشند، کدام گزینه دنباله‌ای حسابی را نشان می‌دهد؟

- ۱) b, a, c ۲) b, c, a ۳) a, c, b ۴) a, b, c

۲۹۳- در دنباله حسابی $196, 192, 188, \dots$ نخستین جمله کوچک‌تر از 10 چندمین جمله است؟

- ۱) ۴۶ ۲) ۴۷ ۳) ۴۸ ۴) ۴۹

۲۹۴- در دنباله‌ای حسابی، جمله دهم 32 واحد کمتر از دومین جمله است. اگر جمله چهارم دنباله برابر 15 باشد، چند جمله

از دنباله مثبت هستند؟

- ۱) ۸ ۲) ۷ ۳) ۶ ۴) ۵

۲۹۵- اگر جواب‌های معادله $(x-a)(x^2 - 8x + 12) = 0$ جمله‌های متوالی دنباله‌ای حسابی باشند، a چند مقدار مختلف

ممکن است باشد؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۲۹۶- جمله نخست دنباله‌ای حسابی عددی مثبت است و در این دنباله $3a_8 = 5a_{13}$. اگر S_n مجموع n جمله نخست

این دنباله حسابی باشد، کدام گزینه از بقیه بزرگ‌تر است؟

- ۱) S_{10} ۲) S_{20} ۳) S_{30} ۴) S_{40}

۲۹۷- اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای دنباله‌ای حسابی تشکیل می‌دهند. نسبت طول ضلع بلندتر زاویه قائمه به طول ضلع کوتاه‌تر

زاویه قائمه این مثلث کدام است؟

- ۱) $\frac{5}{4}$ ۲) $\frac{5}{3}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۲۹۸- مجموع چهار جمله متوالی دنباله‌ای حسابی برابر صفر و مجموع مربعات آن‌ها برابر 80 است. حاصل ضرب بزرگ‌ترین

و کوچک‌ترین این اعداد کدام است؟

- ۱) -18 ۲) -27 ۳) -36 ۴) -45

۲۹۹- بین دو عدد $m^2 + 3m + 4$ و $m^2 + 4$ ، تعداد $m-1$ عدد را طوری درج می‌کنیم که اعداد حاصل، یک دنباله

حسابی تشکیل دهند. قدرنسبت دنباله حاصل کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۰۰- جملات دنباله حسابی $2, 7, 12, 17, 22, 27, \dots$ را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که در هر دسته به تعداد شماره آن

دسته عدد وجود داشته باشد. میانگین اعداد واقع در دسته بیستم کدام است؟

$\{2\}, \{7, 12\}, \{17, 22, 27\}, \dots$

- ۱) 1001 ۲) $999/5$ ۳) 1002 ۴) 1004

درصد	نزده	نادرست	درست
------	------	--------	------

ارزیابی

دنباله هندسی (۱)

محل انجام محاسبات

 ۳۰۱- در دنباله‌ای با جمله عمومی a_n می‌دانیم $2a_{n+1} = 3a_n$. اگر $a_3 = 3$ ، مقدار $a_{17} - a_{16}$ کدام است؟

$$\frac{3^{30}}{2^{29}} \quad (۴) \quad \frac{3^{29}}{2^{28}} \quad (۳) \quad \frac{19}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^{16} \quad (۲) \quad \frac{19}{6} \left(\frac{3}{2}\right)^{16} \quad (۱)$$

 ۳۰۲- اگر $\dots, 8^{2-3x}, 4^{3x}, 2^{x-4}$ دنباله‌ای هندسی باشد، جمله یازدهم این دنباله چند برابر $\sqrt[3]{2}$ است؟

$$2^{39} \quad (۱) \quad 2^{40} \quad (۲) \quad 2^{41} \quad (۳) \quad 2^{42} \quad (۴)$$

 ۳۰۳- واسطه حسابی جواب‌های معادله‌ای درجه دوم $4/5$ و واسطه هندسی جواب‌های آن $1/5$ است. در این معادله نسبت

جواب بزرگ‌تر به جواب کوچک‌تر کدام است؟

$$17+12\sqrt{2} \quad (۱) \quad 12+11\sqrt{2} \quad (۲) \quad 6+4\sqrt{2} \quad (۳) \quad 4+6\sqrt{2} \quad (۴)$$

 ۳۰۴- در دنباله‌ای هندسی با جملات مثبت می‌دانیم $a_1 a_6 = 27$ و $a_4 a_4 = 9$. مقدار a_5 کدام است؟

$$3 \quad (۱) \quad 9 \quad (۲) \quad 27 \quad (۳) \quad 81 \quad (۴)$$

 ۳۰۵- در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت $-\frac{1}{2}$ ، مجموع جملات پنجم و هشتم چند برابر مجموع جملات هفتم و هشتم است؟

$$5 \quad (۱) \quad 7 \quad (۲) \quad 8 \quad (۳) \quad 12 \quad (۴)$$

 ۳۰۶- حاصل ضرب پنج جمله متوالی دنباله‌ای هندسی برابر 10^{24} است. جمله وسط کدام است؟

$$1 \quad (۱) \quad 2 \quad (۲) \quad 4 \quad (۳) \quad 8 \quad (۴)$$

 ۳۰۷- بین دو عدد $\sqrt{2}$ و $16\sqrt{2}$ هفت واسطه هندسی درج می‌کنیم (جمله اول $\sqrt{2}$ است). جمله سوم دنباله حاصل

کدام است؟

$$2\sqrt{2} \quad (۱) \quad 8\sqrt{2} \quad (۲) \quad 32\sqrt{2} \quad (۳) \quad 64\sqrt{2} \quad (۴)$$

 ۳۰۸- اگر جمله هفتم دنباله هندسی $\dots, \log_{16} a, \log_4 a$ برابر $\frac{1}{33}$ باشد، مقدار a کدام است؟

$$8 \quad (۱) \quad 16 \quad (۲) \quad 32 \quad (۳) \quad 64 \quad (۴)$$

 ۳۰۹- در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت بزرگ‌تر از ۱، $a_5 - a_1 = 130$ و $a_4 - a_2 = 25$. مقدار a_7 کدام است؟

$$\frac{1}{24} \quad (۱) \quad \frac{5}{24} \quad (۲) \quad \frac{15}{24} \quad (۳) \quad \frac{25}{24} \quad (۴)$$

 ۳۱۰- در دنباله‌ای هندسی با جمله عمومی a_n و قدرنسبت مخالف ۱ می‌دانیم $\frac{a_4 - a_1}{a_3 - a_2} = -1$. مقدار عبارت $\frac{a_4}{a_1} + \frac{a_3}{a_2}$

کدام است؟

$$-2 \quad (۱) \quad 2 \quad (۲) \quad 3 \quad (۳) \quad \text{صفر} \quad (۴)$$

درصد	نزده	نادرست	درست

ارزیابی

دنباله هندسی (۲)

آزمون ۳۲

محل انجام محاسبات

۳۱۱- اگر جمله عمومی دنباله‌ای هندسی باشد، $a_4 = 5$ و $a_7 = 2$ ، مجموع $\log a_1, \log a_2, \dots, \log a_8$ کدام است؟

- ۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

۳۱۲- بین اعداد مثبت a و b پنج واسطه هندسی درج می‌کنیم (جمله اول a است). اگر چهار واسطه هندسی درج می‌کردیم، قدرنسبت دو برابر حالت قبل می‌شد. قدرنسبت دنباله در حالتی که پنج واسطه هندسی درج می‌کنیم، کدام است؟

- ۱) ۸ ۲) ۱۶ ۳) ۳۲ ۴) ۶۴

۳۱۳- در دنباله‌ای هندسی، مجموع سه جمله متوالی ۱۴ و حاصل ضرب آن‌ها ۶۴ است. اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین این اعداد کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۳۱۴- مجموع جمله‌های اول و چهارم دنباله‌ای هندسی برابر $\frac{28}{9}$ و حاصل ضرب جمله‌های دوم و سوم این دنباله هندسی برابر $\frac{1}{3}$ است. بیشترین مقدار ممکن جمله پنجم این دنباله کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

۳۱۵- اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت بزرگ‌تر از ۱ تشکیل می‌دهند. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- ۱) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ۲) $\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$ ۳) $\frac{1+\sqrt{10}}{2}$ ۴) $\sqrt{\frac{1+\sqrt{10}}{2}}$

۳۱۶- اگر $a + \log_3 3$ ، $a + \log_4 3$ و $a + \log_8 3$ به ترتیب جمله‌های اول، دوم و سوم دنباله‌ای هندسی باشند، قدرنسبت این دنباله هندسی کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{1}{9}$ ۴) $\frac{2}{9}$

۳۱۷- هفت عدد مثبت دنباله‌ای هندسی تشکیل داده‌اند که مجموع پنج جمله نخست آن برابر $\frac{62}{7\sqrt{2}-6}$ و مجموع پنج جمله آخر آن برابر $12+14\sqrt{2}$ است. حاصل ضرب این هفت عدد کدام است؟

- ۱) ۲۵۶ ۲) ۲۲۸ ۳) ۲۲۲ ۴) ۲۱۴

۳۱۸- در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت مثبت، $a_4 = 64$. اگر مجموع n جمله نخست این دنباله باشد، می‌دانیم

$S_5 > S_8 + \frac{1}{25}$ و $S_7 < S_8 + \frac{1}{8}$. اگر قدرنسبت این دنباله برابر $\frac{1}{m}$ باشد، کدام یک از عددهای زیر می‌تواند مقدار m باشد؟

- ۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۱۹ ۴) ۴۰

۳۱۹- در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت ۲ می‌دانیم $a_1 a_2 a_3 \dots a_n = 2^{30}$. مقدار $a_1 a_2 a_3 \dots a_n$ کدام است؟

- ۱) 2^{10} ۲) 2^{20} ۳) $\frac{1}{2^{10}}$ ۴) $\frac{1}{2^{20}}$

۳۲۰- در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت منفی، $a_1 + a_2 + a_3 = 1$. مجموعه مقادیر $a_1 a_2 a_3$ کدام است؟

- ۱) $[-2, -1]$ ۲) $(-2, -1)$ ۳) $[-1, 0)$ ۴) $(-1, 0)$

درصد	نزده	نادرست	درست
------	------	--------	------

ارزیابی

دنباله حسابی و دنباله هندسی

محل انجام محاسبات

۳۲۱- جمله هشتاد و نهم دنباله حسابی $\dots, -\frac{95}{8}, -12$ با جمله ششم دنباله هندسی $\dots, 243$ برابر است. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

(۱) -3 (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) 3 (۴) $\frac{1}{3}$

۳۲۲- اگر اعداد $x+4$, $x+y$, $2x+y$ و $2y+x$ سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی و سه جمله متوالی دنباله‌ای هندسی باشند، مقدار $x+2y$ کدام است؟

(۱) 6 (۲) 4 (۳) 12 (۴) 8

۳۲۳- اگر a, b, c دنباله‌ای هندسی و $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ دنباله‌ای حسابی باشد، مقدار عبارت $\frac{a^2+b^2}{c^2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) 2 (۳) 1 (۴) $\frac{1}{4}$

۳۲۴- جملات دنباله‌ای حسابی را سه برابر می‌کنیم، سپس آن‌ها را با 5 جمع می‌کنیم. اگر دنباله حاصل دنباله‌ای هندسی باشد، نسبت جمله سوم به جمله اول دنباله اولیه کدام است؟

(۱) 1 (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) 2 (۴) 4

۳۲۵- $a, 8$ و b سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی‌اند. اگر 4 واحد به b اضافه کنیم، اعداد جدید دنباله‌ای هندسی می‌سازند. مجموع مقادیر ممکن a کدام است؟

(۱) 20 (۲) 18 (۳) 16 (۴) 14

۳۲۶- جملات دوم، ششم و چهاردهم دنباله‌ای حسابی، سه جمله نخست دنباله‌ای هندسی هستند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) 3 (۴) 2

۳۲۷- جملات سوم، پنجم و ششم دنباله حسابی با جمله عمومی $a_n = a - n$ سه جمله متوالی دنباله‌ای هندسی هستند. جمله دهم دنباله حسابی کدام است؟

(۱) -4 (۲) -3 (۳) -2 (۴) -1

۳۲۸- در یک دنباله حسابی غیرثابت، جملات سوم، پنجم و هشتم به ترتیب جملات اول تا سوم یک دنباله هندسی‌اند. نسبت جمله چهارم دنباله هندسی به جمله دوازدهم دنباله حسابی کدام است؟

(۱) $\frac{23}{26}$ (۲) $\frac{25}{26}$ (۳) $\frac{27}{26}$ (۴) $\frac{29}{26}$

۳۲۹- جملات دوم، پنجم و دهم یک دنباله حسابی غیرثابت به ترتیب جملات اول، سوم و پنجم یک دنباله‌ای هندسی‌اند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

(۱) $\pm\sqrt{\frac{5}{3}}$ (۲) $\pm\sqrt{\frac{3}{5}}$ (۳) $\pm\sqrt{\frac{3}{2}}$ (۴) $\pm\sqrt{\frac{2}{3}}$

۳۳۰- جملات اول، سوم و چهارم یک دنباله هندسی غیرثابت جملات متوالی دنباله‌ای حسابی‌اند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

(۱) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (۲) $1+\sqrt{5}$ (۳) $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ (۴) $-1+\sqrt{5}$

درصد	نزد	نادرست	درست
------	-----	--------	------

ارزیابی

مجموع جملات دنباله حسابی

آزمون ۳۴

محل انجام محاسبات

۳۳۱- مجموع تعدادی از جمله‌های دنباله حسابی $50, 46, 42, \dots$ از ابتدا حداکثر کدام است؟

- (۱) ۳۳۰ (۲) ۳۳۴ (۳) ۳۳۸ (۴) ۳۴۴

۳۳۲- در دنباله حسابی $3, 7, 11, \dots$ حداقل چند جمله از ابتدای آن را جمع کنیم تا حاصل بزرگ‌تر از ۳۰۰ شود؟

- (۱) یازده جمله (۲) دوازده جمله (۳) سیزده جمله (۴) چهارده جمله

۳۳۳- در یک دنباله حسابی ۲ واحد از قدرنسبت کم می‌کنیم. برای اینکه مجموع ده جمله اول ثابت بماند، چقدر باید به

جمله اول اضافه کنیم؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۵ (۳) ۱۷ (۴) ۱۹

۳۳۴- در دنباله‌ای حسابی و n جمله‌ای، $a_1 = -7$ ، $a_p = -3$ و $S_n - a_n = 56$. مقدار n کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۰ (۴) ۹

۳۳۵- در یک دنباله حسابی مجموع سه جمله اول برابر 10 و مجموع سه جمله آخر برابر 80 است. اگر مجموع تمام جمله‌هابرابر 300 باشد، تعداد جمله‌های دنباله کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

۳۳۶- اگر اعداد سمت چپ معادله $1 + 4 + 7 + \dots + x = 145$ جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند، مقدار x کدام است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۵ (۳) ۲۸ (۴) ۳۱

۳۳۷- در یک دنباله حسابی $2k+1$ جمله‌ای، نسبت مجموع $k+1$ جمله با ردیف فرد به مجموع k جمله با ردیف زوج

کدام است؟

- (۱) $\frac{2k}{2k+1}$ (۲) $\frac{4k+3}{2k+1}$ (۳) $\frac{4k+3}{4k+2}$ (۴) $\frac{k+1}{k}$

۳۳۸- فرض کنید A_n مجموع n جمله نخست دنباله‌ای حسابی با جمله عمومی a_n و B_n مجموع n جمله نخستدنباله‌ای حسابی با جمله عمومی b_n باشد. اگر همواره $\frac{A_n}{B_n} = \frac{7n+1}{4n+27}$ ، مقدار $\frac{a_{11}}{b_{11}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{78}{71}$

۳۳۹- در دنباله‌ای حسابی با جمله عمومی a_n می‌دانیم $a_{25} = 5$ و $S_{45} = 25$. مقدار $\frac{S_{65}}{a_{63}}$ کدام است؟

- (۱) ۶۵ (۲) ۹۰ (۳) ۱۳۰ (۴) ۴۵

۳۴۰- در دنباله‌ای حسابی $a_1 = 21$ و $d = -4$. اگر $|a_1| + |a_2| + \dots + |a_k| = 102$ ، مقدار k کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

ارزیابی

درصد	نزده	نادرست	درست

مجموع جملات دنباله هندسی

محل انجام محاسبات

- ۳۴۱- در دنباله هندسی $1, \sqrt[3]{3}, \sqrt[3]{9}, \dots$ مجموع شش جمله دوم چند برابر مجموع شش جمله اول است؟
- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲
- ۳۴۲- مجموع n جمله اول دنباله هندسی a, aq, aq^2, \dots چند برابر مجموع n جمله اول دنباله هندسی $a, \frac{a}{q}, \frac{a}{q^2}, \dots$ است؟
- (۱) q^n (۲) q^{n-1} (۳) q^{n+1} (۴) q^{n+2}
- ۳۴۳- در دنباله‌ای هندسی و غیرثابت با جمله‌های مثبت $S_7 = 21S_4$ ، قدرنسبت این دنباله هندسی کدام است؟
- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸
- ۳۴۴- در دنباله‌ای هندسی، مجموع ده جمله اول ۳۳ برابر مجموع پنج جمله اول است. جمله پنجم چند برابر جمله اول است؟
- (۱) ۸۱ (۲) ۲۴۳ (۳) ۱۶ (۴) ۷۲۹
- ۳۴۵- درباره دنباله a_1, a_2, \dots می‌دانیم $S_n = 2^n - 1$. حاصل $a_1^2 + \dots + a_n^2$ کدام است؟
- (۱) $(2^n - 1)^2$ (۲) $\frac{1}{3}(2^n - 1)$ (۳) $4^n - 1$ (۴) $\frac{1}{3}(4^n - 1)$
- ۳۴۶- تعداد جمله‌های یک دنباله هندسی عددی زوج است. اگر مجموع تمام جمله‌های دنباله ۳ برابر مجموع جمله‌های با ردیف زوج باشد، قدرنسبت آن کدام است؟
- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۳۴۷- حاصل $\frac{t^{11} + t^{10} + t^9 + \dots + t + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1}$ به‌ازای $t = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ کدام است؟
- (۱) $3 + \sqrt{5}$ (۲) $3 - \sqrt{5}$ (۳) $2 + \sqrt{5}$ (۴) $4 - \sqrt{5}$
- ۳۴۸- در دنباله‌ای هندسی و غیرثابت، $S_{100} = 10$ و $S_{300} = 210$ ، مقدار S_{600} کدام است؟
- (۱) ۸۵۰ (۲) ۸۶۰ (۳) ۸۷۰ (۴) ۸۸۰
- ۳۴۹- در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت بزرگ‌تر از ۱ می‌دانیم $a_{17} = a_{44}$. اگر $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_k} > a_1 + a_2 + \dots + a_k$ کمترین مقدار ممکن k کدام است؟
- (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱
- ۳۵۰- مجموع n جمله نخست دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت بزرگ‌تر از یک برابر S_n است. اگر S_6, S_8, S_9 سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی باشند، مقدار $\frac{S_6}{S_9}$ کدام است؟
- (۱) $2 + \frac{1}{\sqrt{5}}$ (۲) $2 + \frac{2}{\sqrt{5}}$ (۳) $2 - \frac{1}{\sqrt{5}}$ (۴) $2 - \frac{2}{\sqrt{5}}$

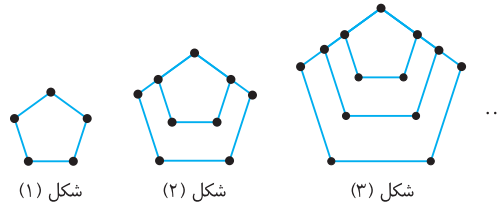
درصد	نزد	نادرست	درست

ارزیابی

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۱)

محل انجام محاسبات

۱۵۸۱- تعداد نقاط روی شکل چندم از الگوی مقابل برابر ۶۱ است؟



- (۱) چهاردهم
(۲) پانزدهم
(۳) شانزدهم
(۴) هفدهم

 ۱۵۸۲- در دنباله با جمله عمومی $a_n = 95n - n^2$ چند جمله مثبت وجود دارد؟

- ۸۹ (۴) ۹۰ (۳) ۹۴ (۲) ۹۵ (۱)

 ۱۵۸۳- اگر $\log_7(16a)$ ، $\log_7(3a+4)$ و $\log_7 a$ سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی باشند، مقدار a کدام است؟

- ۸ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

 ۱۵۸۴- جمله اول دنباله حسابی با جمله عمومی $a_n = 2 - 3n$ را 4 واحد کاهش و قدرنسبت را 6 واحد افزایش می‌دهیم.

جمله بیست و یکم دنباله حسابی جدید کدام است؟

- ۵۷ (۴) ۵۵ (۳) ۵۲ (۲) ۵۰ (۱)

 ۱۵۸۵- در یک دنباله حسابی با n جمله، مجموع سه جمله اول برابر $6 - \sqrt{2}$ و مجموع سه جمله آخر برابر $6 + \sqrt{2}$ است.

مجموع جمله اول و جمله آخر دنباله کدام است؟

- ۸ (۴) ۶ (۳) ۴ (۲) ۲ (۱)

 ۱۵۸۶- حاصل ضرب پانزده جمله اول دنباله هندسی $\frac{1}{p}, 1, 2, \dots$ کدام است؟

- 2^{90} (۴) 2^{75} (۳) 2^{60} (۲) 2^{30} (۱)

 ۱۵۸۷- اگر عددهای $3x-1$ ، $2x+3$ و $y-9$ جمله‌های متوالی دنباله‌ای حسابی و هندسی باشند، حاصل $x+y$ کدام است؟

- ۲۴ (۴) ۲۲ (۳) ۲۸ (۲) ۳۲ (۱)

 ۱۵۸۸- اگر x, y, z, t جمله‌های متوالی دنباله‌ای هندسی باشند، $x+z=20$ و $y+t=60$ ، قدرنسبت این دنباله هندسی

کدام است؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

 ۱۵۸۹- در دنباله‌ای هندسی $a_5 - a_3 = 96$ و $a_8 - a_6 = 12$. جمله پنجم این دنباله چقدر است؟

- ۸ (۴) -۳۲ (۳) -۱۶ (۲) -۶۴ (۱)

۱۵۹۰- در دنباله‌ای هندسی مجموع پنج جمله اول برابر ۸ و مجموع ده جمله اول برابر ۲۶۴ است. جمله هفتم دنباله کدام است؟

- $\frac{512}{31}$ (۴) $\frac{256}{31}$ (۳) $\frac{128}{31}$ (۲) $\frac{32}{31}$ (۱)

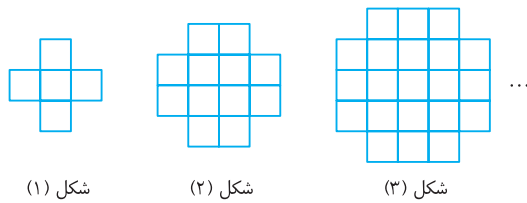
درصد	نزده	نادرست	درست

ارزیابی

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۲)

آزمون ۱۶۰

محل انجام محاسبات



شکل (۱)

شکل (۲)

شکل (۳)

۱۵۹۱- الگوی مقابل از مربع‌های 1×1 ساخته شده است.

مساحت شکل هشتم کدام است؟

۶۴ (۱)

۶۰ (۲)

۹۶ (۳)

۱۰۰ (۴)

۱۵۹۲- بزرگ‌ترین جمله دنباله با جمله عمومی $a_n = -2n^2 + 19n + 1$ چقدر است؟

۴۸ (۴)

۴۷ (۳)

۴۶ (۲)

۴۵ (۱)

۱۵۹۳- اگر جمله عمومی دنباله‌ای به صورت $a_n = \frac{2n-1}{n+2}$ باشد، چند جمله این دنباله در بازه $(\frac{1}{10}, \frac{9}{10})$ هستند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۵۹۴- در دنباله‌ای حسابی $a_3 + a_7 = 0$ و $a_4 + a_5 = 128$ ، قدرنسبت دنباله کدام است؟ ± 6 (۴) ± 4 (۳) ± 2 (۲) ± 3 (۱)۱۵۹۵- در دنباله‌ای حسابی مجموع جمله‌های سوم، هفتم، چهاردهم و هجدهم برابر با 10 شده است. مجموع جمله اول و

جمله بیستم دنباله چقدر است؟

۵ (۴)

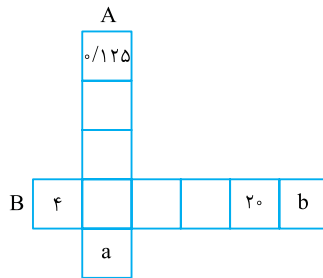
۱۰ (۳)

۱۵ (۲)

۲۰ (۱)

۱۵۹۶- اگر x واسطه حسابی $\sin^2 \alpha$ و $\cos^2 \alpha$ و y واسطه هندسی $\tan^2 \alpha$ و $\cot^2 \alpha$ باشد، مقدار $x+y$ کداماست؟ ($y > 0$) $\frac{5}{2}$ (۴)

۲ (۳)

 $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

۱۵۹۷- در جدول مقابل عددهای ستون A از بالا به پایین جمله‌های متوالی

دنباله‌ای هندسی هستند و عددهای سطر B از چپ به راست جمله‌های

متوالی دنباله‌ای حسابی. مقدار $a+b$ کدام است؟

۵۶ (۱)

۵۸ (۲)

۶۰ (۳)

۶۲ (۴)

۱۵۹۸- جمله‌های اول، دوم و چهارم یک دنباله هندسی غیرثابت متوالی یک دنباله حسابی اند. اگر قدرنسبت دنباله

هندسی عددی مثبت باشد، مقدار آن کدام است؟

 $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}-1}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (۱)۱۵۹۹- مجموع جمله‌های دنباله حسابی a, b, c برابر ۱۵ است. اگر $a+8, b+6, c+4$ دنباله‌ای هندسی باشد، مقدار ac

کدام است؟

۲۴ (۴)

۲۱ (۳)

۱۸ (۲)

۱۵ (۱)

۱۶۰۰- مربعی به طول ضلع a مفروض است. ابتدا نیمی از مساحت آن را رنگ می‌کنیم، سپس نیمی از مساحت باقی‌مانده رارنگ می‌کنیم و به همین ترتیب این کار را ادامه می‌دهیم. حداقل چند مرحله باید رنگ‌آمیزی کنیم تا بیش از $\frac{99}{9}$ درصد

مساحت مربع اولیه رنگ شود؟

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

درصد	نزده	نادرست	درست
------	------	--------	------

ارزیابی

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۳)

محل انجام محاسبات

 ۱۶۰۱- چند جمله دنباله با جمله عمومی $a_n = -(\log n)^2 + 3 \log n - 2$ مثبت اند؟

- ۸۸ (۱) ۸۹ (۲) ۹۰ (۳) ۹۱ (۴)

 ۱۶۰۲- در یک دنباله با جمله عمومی a_n ، $a_1 = 5$ و به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ رابطه $a_{n+1} + a_n = 2$ برقرار است. حاصل ضرب

بیست و یک جمله اول دنباله کدام است؟

- ۴۲۰۰ (۱) ۵۱۲۰ (۲) ۶۱۸۰ (۳) ۶۹۰۰ (۴)

 ۱۶۰۳- در مورد دنباله با جمله عمومی a_n می دانیم $a_1 = 5$ و به ازای هر عدد طبیعی n ، $a_{n+1} = 9 - a_n$. مجموع بیست

جمله اول این دنباله کدام است؟

- ۵۰ (۱) ۸۵ (۲) ۹۰ (۳) ۱۸۰ (۴)

 ۱۶۰۴- مجموع بیست جمله نخست دنباله با جمله عمومی $a_n = n - 2 \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ چقدر است؟

- ۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴)

 ۱۶۰۵- جملات دنباله با جمله عمومی $a_n = n^2 - n$ را طوری دسته بندی می کنیم که در هر دسته به تعداد دو برابر شماره

آن دسته عدد وجود داشته باشد. جمله اول دسته بیستم کدام است؟

- ۱۹۰×۱۹۱ (۱) ۳۸۰×۳۸۱ (۲) ۳۸۱×۳۸۲ (۳) ۱۸۹×۱۹۰ (۴)

 ۱۶۰۶- عددهای حقیقی و مثبت a ، b و c جمله های متوالی دنباله ای حسابی اند و $abc = 4$. کمترین مقدار ممکن b

کدام است؟

- $\sqrt[3]{2}$ (۱) $\sqrt[3]{4}$ (۲) $\sqrt[3]{16}$ (۳) $\sqrt[3]{32}$ (۴)

۱۶۰۷- جملات دوم، پنجم و دهم یک دنباله حسابی غیر ثابت به ترتیب جملات اول، سوم و پنجم یک دنباله هندسی با

قدرنسبت مثبت اند. مقدار این قدرنسبت کدام است؟

- $\frac{\sqrt{15}}{3}$ (۱) $\frac{15}{9}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (۴)

 ۱۶۰۸- a_1 ، a_2 و a_3 سه جمله نخست دنباله ای هندسی هستند، $a_1 > 0$ و $a_2 > 14a_3 + 5a_1 + 9a_2$. قدرنسبت این دنباله در

کدام بازه نمی تواند باشد؟

- $(-\infty, 0)$ (۴) $[1, \frac{9}{5}]$ (۳) $[\frac{5}{9}, 1]$ (۲) $[2, +\infty)$ (۱)

 ۱۶۰۹- اگر a ، b ، c سه جمله متوالی دنباله ای هندسی و غیر ثابت باشند و $a + b + c = kb$ ، کدام درست است؟

- $-1 \leq k < 3$ (۱) $k \leq -1$ یا $k > 3$ (۲) $-1 \leq k < 2$ (۳) $k > 2$ یا $k \leq -1$ (۴)

 ۱۶۱۰- مجموع ده جمله اول دنباله حسابی $a, a+2, a+4, \dots$ با مجموع ده جمله اول دنباله هندسی $1, 2, 4, \dots$ برابر است.

 مقدار a کدام است؟

- ۹۱/۲ (۱) ۹۲/۳ (۲) ۹۳/۳ (۳) ۹۴/۱ (۴)

درصد	نزده	نادرست	درست

ارزیابی

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۴)

آزمون ۱۶۲

محل انجام محاسبات

۱۶۱۱- در یک دنباله اعداد، $a_1 = 1$ و برای هر $n \geq 2$ ، $a_n = 2a_{n-1} + 1$. جمله هشتم این دنباله کدام است؟

تجربی ۹۵

۱۲۷ (۱) ۱۵۹ (۲) ۲۴۷ (۳) ۲۵۵ (۴)

۱۶۱۲- اعداد $2^a, 4\sqrt{2}, 2^b$ سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی‌اند. واسطه حسابی a و b کدام است؟

ریاضی ۸۷

۲/۵ (۱) ۲ (۲) ۱/۵ (۳) $\sqrt{2}$ (۴)

۱۶۱۳- تفاضل جمله دهم از جمله دوازدهم یک دنباله حسابی برابر ۵ و مجموع جمله دهم و دوازدهم برابر ۲۵ است. جمله

ریاضی خارج ۸۴

بیست و یکم این دنباله کدام است؟

۳۵ (۱) ۳۶ (۲) ۳۷/۵ (۳) ۳۸/۵ (۴)

۱۶۱۴- با توجه به دنباله حسابی، مجموع $\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20}$ ، کدام است؟

ریاضی خارج ۹۸

۰/۱۵ (۱) ۰/۱۸ (۲) ۰/۲۴ (۳) ۰/۲۵ (۴)

۱۶۱۵- اگر جملات چهارم، ششم و دوازدهم یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند،

ریاضی ۸۱

قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

۳ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴)

۱۶۱۶- در یک دنباله هندسی، مجموع جملات اول و سوم برابر ۱ و مجموع چهار جمله اول برابر ۳ است. مجموع شش

ریاضی ۸۸

جمله اول کدام است؟

۱۰/۸ (۱) ۱۱/۲ (۲) ۱۲/۶ (۳) ۱۳/۴ (۴)

۱۶۱۷- در یک دنباله حسابی مجموع بیست جمله اول سه برابر مجموع دوازده جمله اول آن است. اگر جمله سوم برابر ۶ باشد،

ریاضی ۹۰

جمله دهم کدام است؟

۳۲ (۱) ۳۴ (۲) ۳۶ (۳) ۳۸ (۴)

۱۶۱۸- در یک دنباله حسابی، مجموع پنج جمله اول آن، $\frac{1}{3}$ مجموع پنج جمله بعدی است. جمله دوم چند برابر جمله اول است؟

تجربی خارج ۹۱

$\frac{3}{2}$ (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۶۱۹- عددهای طبیعی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جمله‌های هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد:

$(1), (2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9, 10), \dots$

تجربی خارج ۹۴

مجموع جمله‌ها در دسته بیستم کدام است؟

۴۰۱۰ (۱) ۴۰۲۰ (۲) ۴۰۳۰ (۳) ۴۰۴۰ (۴)

ریاضی خارج ۹۳

۱۶۲۰- حاصل $\frac{t^8 - t^7 + t^6 - \dots - t + 1}{t^6 - t^3 + 1}$ به ازای $t = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$ کدام است؟

۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

درصد	نزده	نادرست	درست
------	------	--------	------

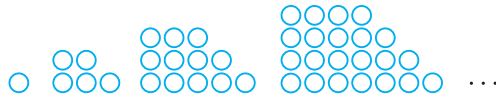
ارزیابی

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۵)

محل انجام محاسبات

۱۶۲۱- در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها در شکل نهم کدام است؟

تجربی ۹۸



۱۱۷ (۱)

۱۲۰ (۲)

۱۲۳ (۳)

۱۲۵ (۴)

۱۶۲۲- مجموع تمام اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۷، کدام است؟

ریاضی ۹۸

۷۴۲ (۴)

۷۳۵ (۳)

۷۲۸ (۲)

۷۲۱ (۱)

۱۶۲۳- در یک دنباله هندسی مجموع سه جمله متوالی برابر ۱۹ و حاصل ضرب آن‌ها برابر ۲۱۶ است. تفاضل کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین این سه عدد کدام است؟

تجربی ۹۰

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۱۶۲۴- در یک دنباله حسابی جملات اول، پنجم و یازدهم به ترتیب سه جمله متوالی از دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت بزرگ‌تر از ۱ هستند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

ریاضی خارج ۸۷

 $\frac{3}{2}$ (۴)

 $\frac{4}{3}$ (۳)

 $\frac{5}{4}$ (۲)

 $\frac{6}{5}$ (۱)

۱۶۲۵- در یک دنباله حسابی، جملات سوم، هفتم و نهم، می‌توانند سه جمله متوالی از دنباله هندسی باشند. چندمین جمله این دنباله، صفر است؟

تجربی ۸۸

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

۱۶۲۶- در یک دنباله هندسی، مجموع سه جمله اول ۱۳۶ و مجموع شش جمله اول ۱۵۳ است. جمله اول چند برابر جمله پنجم است؟

ریاضی ۸۹

۱۶ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

 $\frac{81}{16}$ (۱)

۱۶۲۷- در بیست جمله اول یک دنباله حسابی، مجموع جملات ردیف فرد ۱۳۵ و مجموع جملات ردیف زوج ۱۵۰ است. جمله اول کدام است؟

تجربی خارج ۸۵

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۱۶۲۸- عددهای طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جمله‌های هر دسته برابر شماره آن دسته باشد:

$$(1), (3, 5), (7, 9, 11), \dots$$

مجموع دو جمله اول و آخر دسته سی‌ام کدام است؟

تجربی ۹۴

۱۸۵۰ (۴)

۱۸۰۰ (۳)

۱۷۵۰ (۲)

۱۷۰۰ (۱)

۱۶۲۹- تعداد جمله‌های یک دنباله هندسی عددی زوج است. اگر مجموع تمام جمله‌های دنباله ۳ برابر مجموع جمله‌های با ردیف فرد باشد، قدرنسبت آن کدام است؟

ریاضی ۹۴

۳ (۴)

۲ (۳)

 $\frac{1}{2}$ (۲)

 $\frac{1}{3}$ (۱)

 ۱۶۳۰- حاصل $\frac{t^{11} + t^{10} + t^9 + \dots + t + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1}$ به‌ازای $t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ کدام است؟

ریاضی ۹۳

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

درصد	نزده	نادرست	درست

ارزیابی

جامع (۸)

آزمون ۲۳۷

محل انجام محاسبات

۲۴۳۱- اگر a, b, c جمله‌های متوالی دنباله‌ای حسابی و a, b, c جمله‌های متوالی دنباله‌ای هندسی باشند و $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{12}$

مقدار b کدام است؟

- ۳۶ (۴) ۲۴ (۳) ۱۲ (۲) ۶ (۱)

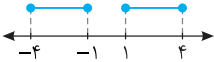
۲۴۳۲- اگر مجموعه جواب‌های معادله $mx^2 - nx + 1 = 0$ به صورت $\left\{-\frac{n}{1+n}, \frac{n}{1-n}\right\}$ باشد، مقدار n کدام است؟

- ۱۲ (۴) ۱۲ (۳) -۲۰ (۲) ۲۰ (۱)

۲۴۳۳- اگر $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$ مقدار $\frac{64}{\sin^3 x} + \frac{64}{\cos^3 x}$ کدام است؟

- ۳۵۱ (۴) ۶۵۶ (۳) -۲۴۶ (۲) ۵۶۵ (۱)

۲۴۳۴- عضوهای مجموعه شکل مقابل در کدام نابرابری‌ها صدق می‌کنند؟

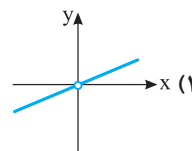
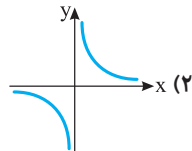
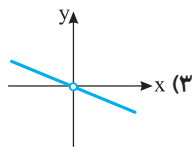
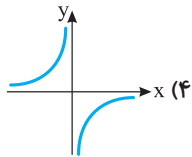


- $1 \leq |x+1| \leq 4$ (۲) $1 \leq |x| \leq 4$ (۱)
 $1 \leq |x-1| \leq 4$ (۴) $|x| \leq 4$ (۳)

۲۴۳۵- اگر $f(x) = \frac{x^2}{[x]+[-x]}$ و $D_f = (0, 10) - \mathbb{Z}$ ، چند عدد صحیح در برد تابع f قرار دارند؟

- ۹۹ (۴) ۹۱ (۳) ۹۰ (۲) ۸۹ (۱)

۲۴۳۶- اگر f و g دو تابع چندجمله‌ای باشند به طوری که $f(-x) = -f(x)$ ، $g(-x) = g(x)$ و $(f-g)(x) = 2x^2 - 3x$

نمودار تابع $\frac{f}{g}$ کدام است؟

۲۴۳۷- اگر $f = \{(1, 1), (2, 3), (3, 2)\}$ و $f \circ g = \{(1, 2), (2, 1), (3, 3)\}$ ، تابع g کدام می‌تواند باشد؟

- $\{(1, 3), (2, 1), (3, 2)\}$ (۲) $\{(1, 3), (2, 2), (3, 1)\}$ (۱)
 $\{(1, 1), (2, 3), (3, 3)\}$ (۴) $\{(1, 2), (2, 3), (3, 1)\}$ (۳)

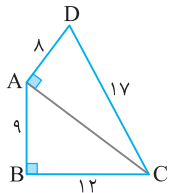
۲۴۳۸- نمودار تابع $f(x) = \sin(x - \frac{2\pi}{3})$ را k^2 واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم. سپس نمودار به دست آمده را نسبت

به محور طول‌ها و پس از آن نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم. اگر نمودار نهایی بر نمودار تابع f منطبق باشد،

کمترین مقدار ممکن k^2 کدام است؟

- $\frac{2\pi}{3}$ (۴) $\frac{5\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{6}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۱)

۲۴۳۹- در شکل مقابل مقدار $\cos(\widehat{BCD})$ کدام است؟



- $\frac{76}{85}$ (۲) $\frac{84}{85}$ (۱)
 $\frac{32}{85}$ (۴) $\frac{36}{85}$ (۳)

۲۴۴۰- جواب‌های کلی معادله $\tan\left(\frac{\pi}{4}+x\right)+\tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=2$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $\frac{k\pi}{2}$ (۲) $\frac{k\pi}{4}$ (۳) $k\pi$ (۴) $k\pi+\frac{\pi}{2}$

۲۴۴۱- اگر a جواب معادله $2^{x+1}-2^{2x-1}=3^{x+\frac{1}{2}}-3^{x-\frac{1}{2}}$ باشد، مقدار a^2-a کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۴۴۲- حاصل ضرب جواب‌های معادله $x^{(2+\log_2 x)}=4$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۲۴۴۳- مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\cos x - \sqrt{\cos 2x}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۲۴۴۴- تابع $f(x)=(x^2-6a)[x]$ روی بازه $[2, 4]$ پیوسته است. مقدار $f\left(\frac{4a}{3}\right)$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) -۵ (۴) -۱۰

۲۴۴۵- به‌ازای چند مقدار m نمودار تابع $f(x)=\frac{x-2}{4x^2-mx+1}$ فقط یک مجانب قائم دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۲۴۴۶- مشتق دوم تابع $f(x)=x^3\sqrt{x}$ در نقطه $x=4$ کدام است؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۷۰ (۳) $\frac{70}{3}$ (۴) ۱۴۰

۲۴۴۷- در نقطه‌های به طول $x=2$ و $x=-2$ روی نمودار تابع $f(x)=\frac{1}{x}$ دو مماس بر این نمودار رسم می‌کنیم. فاصله

این دو خط کدام است؟

- (۱) $\sqrt{17}$ (۲) $\frac{4}{\sqrt{17}}$ (۳) $\frac{8}{\sqrt{17}}$ (۴) $4\sqrt{17}$

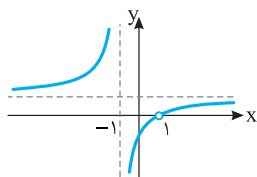
۲۴۴۸- طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $f(x)=x^3|x+3|+x^3$ روی آن نزولی است، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۲۴۴۹- جهت تقعر نمودار تابع $f(x)=\sin^2 x - 2 \sin x$ روی بازه $(0, \pi)$ چگونه است؟

- (۱) رو به بالا (۲) رو به پایین
(۳) ابتدا رو به بالا سپس رو به پایین (۴) ابتدا رو به پایین سپس رو به بالا

۲۴۵۰- نمودار تابع $f(x)=\frac{x^2+ax+1}{x^2+bx+c}$ به شکل مقابل است. مقدار a کدام است؟



- (۱) ۱ (۲) -۱
(۳) ۲ (۴) -۲

درصد	نزد	نادرست	درست	ارزیابی

۱ چند جمله اول هر کدام از دنباله‌ها به شکل زیر است:

گزینه (۱) $۲, ۳, ۴, ۵, \dots$ گزینه (۲) $۲, ۳, ۱۰, ۱۵, \dots$

گزینه (۳) $۲, ۳, ۱۰, ۲۳, \dots$ گزینه (۴) $۲, ۳, ۸, ۱۷, \dots$

بنابراین فقط $a_n = n^2 - (-1)^n$ می‌تواند جمله عمومی دنباله باشد.

۲ می‌خواهیم عدد طبیعی k را طوری پیدا کنیم که $(-1)^k \frac{k-4}{\gamma-k} = \frac{\delta}{4}$.

دو حالت در نظر می‌گیریم.

حالت (۱): k فرد است. در این صورت $(-1)^k = -1$. پس

$$(-1) \frac{k-4}{\gamma-k} = \frac{\delta}{4} \Rightarrow \frac{k-4}{\gamma-k} = \frac{\delta}{4} \Rightarrow 4(k-4) = \delta(\gamma-k)$$

$$4k - 16 = \delta k - 3\delta \Rightarrow k = 3\delta - 16 = 19$$

حالت (۲): k زوج باشد. در این صورت $(-1)^k = 1$. پس

$$\frac{k-4}{\gamma-k} = \frac{\delta}{4} \Rightarrow 4(k-4) = \delta(\gamma-k) \Rightarrow 4k - 16 = 3\delta - \delta k \Rightarrow 9k = 41$$

بنابراین $k = 19$. پس $a_{k-3} = a_{16} = (-1)^{16} \frac{16-4}{\gamma-16} = \frac{12}{3}$

۳ در این دنباله، هر جمله از دو برابر جمله قبل، دو واحد کمتر است. پس هشت جمله اول برابر است با

$$a_1 = 3, \quad a_2 = 2 \times 3 - 2 = 4, \quad a_3 = 2 \times 4 - 2 = 6$$

$$a_4 = 2 \times 6 - 2 = 10, \quad a_5 = 2 \times 10 - 2 = 18, \quad a_6 = 2 \times 18 - 2 = 34$$

$$a_7 = 2 \times 34 - 2 = 66, \quad a_8 = 2 \times 66 - 2 = 130$$

$$\text{بنابراین } a_8 - a_7 = 130 - 66 = 64$$

۴ اندازه زاویه‌های مثلث را به صورت $a-d, a, a+d$ در نظر می‌گیریم.

مجموع اندازه زاویه‌های مثلث برابر 180° است. پس

$$a-d+a+a+d=180^\circ \Rightarrow a=60^\circ$$

میانگین اندازه بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین زاویه مثلث همان a است که برابر 60° است.

۵ تساوی داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\frac{f(a+d)}{a} = \frac{\delta(a+2d)}{a+d} + 2 \Rightarrow f(a+d)^2 = \delta a(a+2d) + 2a(a+d)$$

$$3a^2 + fad - fd^2 = 0 \Rightarrow \frac{3a^2}{d^2} + \frac{fad}{d^2} - \frac{fd^2}{d^2} = 0 \Rightarrow 3\left(\frac{a}{d}\right)^2 + f\left(\frac{a}{d}\right) - f = 0$$

اگر فرض کنیم $k = \frac{a}{d}$ آن‌گاه

$$3k^2 + fk - f = 0 \Rightarrow k = \frac{f}{3} \text{ یا } k = -2$$

۶ ابتدا توجه کنید که $\sqrt[3]{2}$ واسطه هندسی \sqrt{a} و $\sqrt[3]{2}$ است. پس

$$(\sqrt[3]{2})^2 = \sqrt{a} \sqrt[3]{2} \Rightarrow \sqrt{2} = \sqrt{a} \sqrt[3]{2} \Rightarrow \sqrt{a} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}$$

از طرف دیگر، قدرنسبت این دنباله برابر است با $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}$. در نتیجه

$$a_{13} = a_1 r^{12} = \sqrt{a} \left(\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}\right)^{12} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} \left(\frac{2}{2}\right)^4 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} \times 2 = \frac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{2}} = 2 \sqrt[3]{2}$$

۷ اگر a, b, c جمله‌های متوالی دنباله‌ای حسابی باشند، آن‌گاه a, b, c هم جملات متوالی دنباله حسابی‌اند و چون c, b, a جملات متوالی دنباله‌ای هندسی

هم هستند، پس $a=b=c$ بنابراین

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{b} + \frac{1}{b} = \frac{1}{12} \Rightarrow b = 36$$

۸ توجه کنید که

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow 120 = \frac{n}{2}(-6 + 30) \Rightarrow n = 10$$

۹ راه‌حل اول توجه کنید که

$$a_\gamma + a_{14} = a_1 + 6d + a_1 + 13d = 2a_1 + 19d = 60$$

$$\text{بنابراین } S_{19} = \frac{19}{2}(2a_1 + 19d) = \frac{19}{2} \times 60 = 570$$

راه‌حل دوم چون $7+14=1+20$. پس $a_\gamma + a_{14} = a_1 + a_{20}$. بنابراین

$$S_{19} = \frac{19}{2}(a_1 + a_{20}) = 10 \times 60 = 600$$

۱۰ مجموع n جمله نخست برابر است با

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} = a_1(r^n - 1) = a_1 r^n - a_1 = r(a_1 r^{n-1}) - a_1 = r a_n - a_1$$

۱۱ توجه کنید که اگر $n \geq 5$. آن‌گاه $0 < \frac{r}{n} < 1$. پس $\left[\frac{r}{n}\right] = 0$. از طرف دیگر،

اگر $n \geq 5$. آن‌گاه $0 < -\frac{\delta}{n} \leq -1$. پس $\left[-\frac{\delta}{n}\right] = -1$. در نتیجه $a_\delta = a_\gamma = \dots = a_{\gamma_0} = -1$.

از طرف دیگر،

$$a_1 = \left[\frac{r}{1}\right] + \left[-\frac{\delta}{1}\right] = 0 - 1 = -1, \quad a_\gamma = \left[\frac{r}{\gamma}\right] + \left[-\frac{\delta}{\gamma}\right] = 0 - 1 = -1$$

$$a_\gamma = \left[\frac{r}{\gamma}\right] + \left[-\frac{\delta}{\gamma}\right] = 0 - 1 = -1, \quad a_\gamma = \left[\frac{r}{\gamma}\right] + \left[-\frac{\delta}{\gamma}\right] = 0 - 1 = -1$$

بنابراین مجموع بیست جمله اول برابر -20 است.

۱۲ راه‌حل اول با قرار دادن $n=1$ در جمله عمومی به دست می‌آید $a_1 = 1$.

با قرار دادن $n=2$ در جمله عمومی به دست می‌آید $a_2 = \frac{1}{3}$. بنابراین $d = a_2 - a_1 = -\frac{2}{3}$.

$$\text{پس } a_1 - d = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

راه‌حل دوم جمله عمومی دنباله حسابی با قدرنسبت d و جمله اول a_1 به صورت

$$a_n = dn + (a_1 - d) = -\frac{2}{3}n + \frac{5}{3}$$

$$a_1 - d = \frac{5}{3}$$

۱۳ چون دنباله حسابی است، پس $2a - 1 = \frac{a+1-3a}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

بنابراین $d = (2a - 1) - a = a - 1 = -\frac{1}{2}$. پس جمله عمومی دنباله به شکل زیر است:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(n-1) = 1 - \frac{n}{2}$$

۱۴ چون تعداد جمله‌های هر دسته برابر شماره آن دسته است، برای نوشتن

۲۹ دسته نخست از $1+2+3+\dots+29 = \frac{29 \times 30}{2} = 435$

۴۳۵ عدد فرد استفاده شده است. پس جمله اول دسته سی‌ام، 436 امین عدد فرد و

جمله آخر آن $(436+29)$ امین عدد فرد است. از طرف دیگر، جمله عمومی عددهای

فرد به صورت $a_n = 2n - 1$ است، پس

$$a_{435} + a_{436} = 2(435) - 1 + 2(436) - 1 = 2(435 + 436) - 2 = 2(871) - 2 = 1740$$

۱۵ اعدادی که در تقسیم بر ۷ باقی‌مانده ۳ دارند، به شکل $7n - 4$ هستند.

کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی به این شکل را پیدا می‌کنیم:

$$7n - 4 \geq 100 \Rightarrow 7n \geq 104 \Rightarrow n \geq \frac{104}{7} \Rightarrow n \geq 15$$

بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی به این شکل را هم پیدا می‌کنیم:

$$7n - 4 < 1000 \Rightarrow 7n < 1004 \Rightarrow n < \frac{1004}{7} \Rightarrow n \leq 143$$

بنابراین $15 \leq n \leq 143$. یعنی $143 - 14 + 1 = 129$ عدد سه‌رقمی وجود دارد که

باقی‌مانده آن‌ها در تقسیم بر ۷، برابر ۳ است.

۲۷۰ ۳ چون $A \subseteq B$ ، پس $A \cup B = B$. از طرف دیگر،

$$A \subseteq B \Rightarrow n(A) \leq n(B)$$

اکنون توجه کنید که $n(B) = n(A) + 2n(B) = 3n(B)$ و چون $n(B)$ عددی طبیعی است، پس $n(B) \geq 5$. بنابراین $n(A \cup B) = n(B) \geq 5$.

۲۷۱ ۳ شکل اول ۴ چوب کبریت دارد و برای ساختن هر شکل، ۹ چوب کبریت به شکل قبلی اضافه می‌شود. پس در شکل n ام، $4 + 9(n-1)$ یعنی $9n - 5$ چوب کبریت وجود دارد. بنابراین در شکل چهاردهم ۱۲۱ چوب کبریت وجود دارد.

۲۷۲ ۳ راه‌حل اول تعداد نقاط شکل‌ها را در جدول زیر ملاحظه می‌کنید:

شماره شکل	۱	۲	۳	...	n
تعداد نقاط	۱+۳+۱	۲+۴+۲	۳+۵+۳	...	n+(n+۲)+n

بنابراین در شکل n ام، $3n+2$ نقطه داریم. یعنی در شکل بیستم ۶۲ نقطه داریم. راه‌حل دوم اگر ۴ نقطه به چهار گوشه شکل‌ها اضافه کنیم، تعداد نقاط شکل n ام برابر $3(n+2)$ خواهد بود. پس در شکل n ام، $3(n+2) - 4$ نقطه داریم. یعنی در شکل بیستم ۶۲ نقطه داریم.

۲۷۳ ۳ تعداد مربع‌های رنگ‌شده در شکل n ام برابر است با $1+2+3+\dots+n$. بنابراین تعداد مربع‌های رنگ‌نشده در شکل n ام برابر است با $1+(n-1)+\dots+1$. بنابراین تعداد مربع‌های رنگ‌شده در شکل n ام، n تا بیشتر از تعداد مربع‌های رنگ‌نشده آن است. پس در شکل سی‌ام، اختلاف مربع‌های رنگ‌شده و رنگ‌نشده برابر ۳۰ تا است.

۲۷۴ ۲ تعداد کل گوی‌ها در شکل n ام برابر است با $1+3+5+\dots+(2n-1) = n^2$. تعداد گوی‌های رنگی در شکل n ام برابر است با $1+2+3+\dots+(n-1) = \frac{n(n-1)}{2}$.

بنابراین نسبت تعداد گوی‌های رنگی به تعداد کل گوی‌ها در شکل n ام برابر است با $\frac{n(n-1)}{n^2} = \frac{n-1}{n}$. به این ترتیب $\frac{2}{n^2} = \frac{n-1}{2n}$. پس $n=17$.

۲۷۵ ۲ با توجه به الگو، در شکل‌هایی که شماره آن‌ها زوج است، نصف تعداد گوی‌ها یعنی $\frac{n^2}{4}$ رنگ می‌شود. در شکل‌هایی که شماره آن‌ها فرد است، تعداد گوی‌ها

نیز فرد است. اگر گوی وسطی را کنار بگذاریم تعداد گوی‌ها $n^2 - 1$ خواهد بود که نصف آن‌ها را رنگ می‌کنیم و سپس گوی وسطی را نیز رنگ می‌کنیم. پس $1 + \frac{n^2 - 1}{2} = \frac{n^2 + 1}{2}$ گوی رنگ می‌شود. توجه کنید که اگر n عددی زوج باشد، $\frac{n^2}{4}$ نیز عددی زوج است.

پس در شکل‌های با شماره زوج، تعداد گوی‌های رنگ شده زوج است و در شکل‌هایی با شماره فرد، تعداد گوی‌های رنگ شده فرد است. چون ۱۱۳ گوی رنگی در شکل n ام وجود دارد، پس n باید فرد باشد. بنابراین

$$\frac{n^2 - 1}{2} + 1 = 113 \Rightarrow n^2 - 1 = 224 \Rightarrow n^2 = 225 \Rightarrow n = 15$$

۲۷۶ ۳ چون همه جمله‌های دنباله با هم برابرند، پس جمله‌های اول و دوم آن نیز با هم برابرند:

$$a_1 = a_2 \Rightarrow \frac{2-k}{8} = \frac{4-k}{13} \Rightarrow 26-13k = 32-8k \Rightarrow 5k = -6 \Rightarrow k = -\frac{6}{5}$$

توجه کنید که اگر $k = -\frac{6}{5}$ ، آن‌گاه $a_n = \frac{2}{5}$.

۲۷۷ ۲ به چند جمله اول دنباله توجه کنید:

$$a_2 = \frac{1}{3} a_1 = \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}, \quad a_3 = \frac{2}{3} a_2 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}, \quad a_4 = \frac{3}{4} a_3 = \frac{3}{4} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{6}$$

بنابراین با توجه به الگوی جملات می‌توان گفت $a_n = \frac{1}{n}$ ، پس $a_{100} = \frac{1}{100}$.

۲۶۴ ۴ راه‌حل اول مجموعه مرجع $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ است، پس

$$B' = \{1, 2, 4, 6, 8, 9\}, C = \{2, 3, 7, 8, 9\}$$

در نتیجه $A \cap B' = \{1, 6\} \Rightarrow (A \cap B') \cup C = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9\}$

$n((A \cap B') \cup C) = 7$. بنابراین مجموعه $(A \cap B') \cup C$ ، هفت عضو دارد.

راه‌حل دوم توجه کنید که $A \cap B' = A - B = \{1, 6\}$ ، $C = \{2, 3, 7, 8, 9\}$

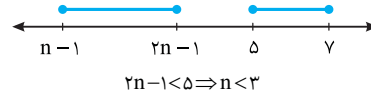
بنابراین $(A \cap B') \cup C = \{1, 6\} \cup \{2, 3, 7, 8, 9\} = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9\}$

پس مجموعه $(A \cap B') \cup C$ ، هفت عضو دارد.

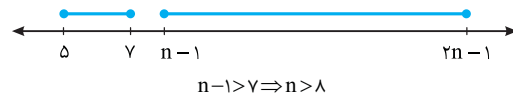
۲۶۵ ۴ ابتدا توجه کنید برای اینکه $[n-1, 2n-1]$ بازه باشد، باید $n > 0$.

اگر این دو مجموعه جدا از هم باشند، دو حالت زیر پیش می‌آید:

حالت اول



حالت دوم



بنابراین n اعداد طبیعی ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ نمی‌تواند باشد.

۲۶۶ ۱ توجه کنید که $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

پس $n(A) + n(B) = n(A \cup B) + n(A \cap B) = 24$

به این ترتیب $\begin{cases} n(A) + n(B) = 24 \\ n(A) - n(B) = 4 \end{cases} \Rightarrow n(B) = 10$

۲۶۷ ۱ توجه کنید که $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B \Rightarrow n(A \cup B) = n(B)$

طبق فرض $n(A \cup B) = 9$ ، پس $n(B) = 9$. از طرف دیگر،

$$n(A) + n(A') = n(B) + n(B') \Rightarrow n(A) + 14 = 9 + 10 \Rightarrow n(A) = 5$$

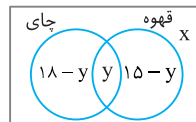
۲۶۸ ۲ فرض کنید مجموعه علاقه‌مندان به ریاضی و B مجموعه علاقه‌مندان به فیزیک باشد. اگر تعداد کسانی که به هیچ کدام از این دو درس علاقه‌مند نیستند x باشد، آن‌گاه

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 10 = x + 8 + 7 - n(A \cap B)$$

پس $n(A \cap B) = 55 + x$. برای اینکه $n(A \cap B)$ حداقل باشد، باید $x = 0$. بنابراین حداقل مقدار ممکن $n(A \cap B)$ برابر با ۵۵ است.

۲۶۹ ۲ راه‌حل اول فرض کنید x نفر نه چای

دوست دارند، نه قهوه، بنابراین $3-x$ نفر یا چای دوست دارند یا قهوه و y نفر هم چای و هم قهوه دوست دارند. تعداد کسانی را که چای یا قهوه یا هر دو را دوست دارند در نمودار ون مقابل مشخص کرده‌ایم.



$$x + 18 - y + y + 15 - y = 30 \Rightarrow x = 3 - y$$

با توجه به اینکه تعداد افراد هیچ گروهی منفی نیست، می‌توان نوشت

$$x \geq 0, y \geq 0, 15 - y \geq 0 \Rightarrow y \leq 15 \Rightarrow 0 \leq y \leq 15$$

$$0 \leq x = 3 - y \leq 12 \Rightarrow 0 \leq x \leq 12$$

پس

پس حداکثر ۱۲ نفر نه چای دوست دارند نه قهوه.

راه‌حل دوم فرض کنید A مجموعه دانش‌آموزانی باشد که چای دوست ندارند و B مجموعه دانش‌آموزانی باشد که قهوه دوست ندارند. در این صورت

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 12 + 15 - n(A \cup B) = 27 - n(A \cup B)$$

از طرف دیگر، $n(A \cup B) \geq n(B) = 15$. بنابراین

$$n(A \cap B) = 27 - n(A \cup B) \leq 27 - 15 = 12$$

بنابراین حداکثر ۱۲ دانش‌آموز ممکن است که نه چای دوست داشته باشند نه قهوه (توجه کنید که اگر $A \subseteq B$ ، این وضعیت پیش می‌آید).

۲۸۵ ۲ چون $a_1=2$ و $d=4$. پس جمله عمومی دنباله به صورت $a_n=2+4(n-1)=4n-2$ است. برای اینکه جمله‌ها کوچک‌تر از 500 باشند، باید $4n-2 < 500 \Rightarrow n < \frac{502}{4} \Rightarrow n \leq 125$ یعنی پس جمله اول دنباله کمتر از 500 هستند.

۲۸۶ ۲ از $a_1+a_p=16 \Rightarrow a_1+d=8$ چون $a_p+a_0+a_8=51$ پس

$$a_1+d+a_1+4d+a_1+7d=51 \Rightarrow 3a_1+11d=51 \Rightarrow a_1+4d=17$$

از حل دستگاه $\begin{cases} a_1+d=8 \\ a_1+4d=17 \end{cases}$ به دست می‌آید $a_1=5$ و $d=3$. بنابراین

$$a_9=a_1+8d=5+8 \times 3=29$$

۲۸۷ ۴ زاویه‌های پنج‌ضلعی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$a-2d, a-d, a, a+d, a+2d$$

در نتیجه، چون مجموع اندازه زاویه‌های پنج‌ضلعی برابر 540° است، پس

$$a-2d+a-d+a+a+d+a+2d=540^\circ$$

بنابراین $5a=540^\circ$ و در نتیجه $a=108^\circ$. اندازه کوچک‌ترین زاویه 86° است، پس $a-2d=86^\circ$ و در نتیجه $d=11^\circ$. پس اندازه بزرگ‌ترین زاویه یعنی $a+2d$ برابر است با $108^\circ+2 \times 11^\circ=130^\circ$.

۲۸۸ ۲ راه حل اول چون $a_1=\sqrt{3}-5$ و $a_6=\sqrt{3}+5$ پس

$$a_6=a_1+5d \Rightarrow \sqrt{3}+5=\sqrt{3}-5+5d \Rightarrow d=2$$

بنابراین کوچک‌ترین عددی که نوشته‌ایم، عدد $\sqrt{3}-5+2$ یا همان $\sqrt{3}-3$ است.

راه حل دوم قدرنسبت دنباله حسابی مورد نظر برابر است با

$$d=\frac{(\sqrt{3}+5)-(\sqrt{3}-5)}{4+1}=\frac{10}{5}=2$$

بنابراین کوچک‌ترین عددی که نوشته‌ایم، برابر است با $(\sqrt{3}-5)+2=\sqrt{3}-3$

۲۸۹ ۴ سه جمله متوالی دنباله را به صورت $a-d, a, a+d$ در نظر می‌گیریم.

بنابراین $a-d+a+a+d=15 \Rightarrow 3a=15 \Rightarrow a=5$

از طرف دیگر، $(a-d) \times a \times (a+d)=45 \Rightarrow a(a^2-d^2)=45$

چون $a=5$ پس $5(25-d^2)=45 \Rightarrow d^2=16 \Rightarrow d=\pm 4$

۲۹۰ ۲ فرض کنید قدرنسبت دنباله حسابی مورد نظر برابر d باشد. در این صورت

$$a_1=d, a_n=a_1+(n-1)d=d+(n-1)d=nd$$

به این ترتیب

$$a_1 a_2 a_3 \dots a_9 = 1 \cdot 10^9 \Rightarrow d(2d)(3d) \dots (9d) = 1 \cdot 10^9$$

$$d^9 \times 9! = 1 \cdot 10^9 \Rightarrow d=10$$

بنابراین $a_{10}=10d=100$.

۲۹۱ ۳ قدرنسبت این دنباله‌ها را به ترتیب با d_1 و d_2 نشان می‌دهیم. توجه کنید که

$$a_p+b_p=a_1+2d_1+b_1+2d_2=a_1+b_1+2(d_1+d_2)$$

$$21=7+2(d_1+d_2) \Rightarrow d_1+d_2=7$$

بنابراین

$$a_8+b_8=a_1+4d_1+b_1+4d_2=a_1+b_1+4(d_1+d_2)=7+4 \times 7=35$$

۲۹۲ ۴ راه حل اول چون $a+b, a+c, b+c$ دنباله‌ای حسابی است، پس

$$a+c-(a+b)=(b+c)-(a+c) \Rightarrow c-b=b-a$$

در نتیجه a, b, c دنباله‌ای حسابی است.

راه حل دوم چون $a+b, a+c, b+c$ دنباله‌ای حسابی است، پس

$$a+c=\frac{a+b+b+c}{2} \Rightarrow 2(a+c)=a+b+b+c \Rightarrow a+c=2b$$

در نتیجه a, b, c دنباله‌ای حسابی است.

۲۷۸ ۴ بیشترین مقدار تابع درجه دوم $y=-3x^2+12x+c$ به ازای

$$x=-\frac{b}{2a}=-\frac{12}{-6}=2$$

برابر a_p است. در نتیجه $a_p=8 \Rightarrow -3 \times 4 + 12 \times 2 + c = 8 \Rightarrow c = -4$

۲۷۹ ۳ توجه کنید که

$$a_1=\log_p \frac{1}{p}, a_2=\log_p \frac{2}{p^2}, a_3=\log_p \frac{3}{p^3}, \dots$$

بنابراین مجموع n جمله اول دنباله به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} S_n &= \log_p \frac{1}{p} + \log_p \frac{2}{p^2} + \log_p \frac{3}{p^3} + \dots + \log_p \frac{n-1}{p^{n-1}} + \log_p \frac{n}{p^n} \\ &= \log_p \left(\frac{1}{p} \times \frac{2}{p^2} \times \frac{3}{p^3} \times \dots \times \frac{n-1}{p^{n-1}} \times \frac{n}{p^n} \right) = \log_p \frac{1}{p^{n+1}} = -\log_p(n+1) \end{aligned}$$

بنابراین $-\log_p(n+1)=-3 \Rightarrow n+1=2^3=8 \Rightarrow n=7$

۲۸۰ ۱ ابتدا توجه کنید که

$$a_n = \left[\frac{\lambda n}{n+1} \right] = \left[\frac{\lambda n + \lambda - \lambda}{n+1} \right] = \left[\frac{\lambda(n+1) - \lambda}{n+1} \right] = \left[\lambda - \frac{\lambda}{n+1} \right] = \lambda + \left[-\frac{\lambda}{n+1} \right]$$

برای پیدا کردن مجموع a_1 تا a_p ابتدا جزء صحیح‌ها را حساب می‌کنیم. توجه کنید که

$$\left[-\frac{\lambda}{p} \right] = -4, \left[-\frac{\lambda}{3} \right] = -3$$

$$\left[-\frac{\lambda}{4} \right] = \left[-\frac{\lambda}{5} \right] = \left[-\frac{\lambda}{6} \right] = \left[-\frac{\lambda}{7} \right] = -2$$

$$\left[-\frac{\lambda}{8} \right] = \left[-\frac{\lambda}{9} \right] = \dots = \left[-\frac{\lambda}{11} \right] = -1$$

مجموع این جزء صحیح‌ها برابر است با $-4-3+(-2)+2+2+(-1)=-39$

$$a_1 + \dots + a_p = 30 \times 8 - 39 = 201$$

بنابراین

۲۸۱ ۳ چون $a_{n+1}-a_n=-2$ پس دنباله مورد نظر دنباله‌ای حسابی است

که قدرنسبت آن -2 است. چون جمله اول برابر 3 است، پس

$$a_{100}=a_1+99d=3+99(-2)=-195, a_{50}=a_1+49d=3+49(-2)=-95$$

$$\frac{a_{100}}{a_{50}} = \frac{-195}{-95} = \frac{39}{19}$$

بنابراین

۲۸۲ ۲ از رابطه داده شده به دست می‌آید

$$3(a_1+3d)+4(a_1+4d)-7(a_1+8d)=124 \Rightarrow -31d=124 \Rightarrow d=-4$$

بنابراین

$$5a_8+7a_9-12a_{10}=\Delta(a_1+4d)+7(a_1+6d)-12(a_1+11d)$$

$$=-7d=-7(-4)=28$$

۲۸۳ ۴ در دنباله حسابی میانگین جمله‌های اول و سوم برابر جمله دوم است.

بنابراین

$$\frac{3x-1+4x-2}{2}=x^2-9 \Rightarrow 2x^2-7x-15=0$$

$$(2x+3)(x-5)=0 \Rightarrow x=-\frac{3}{2}, x=5$$

اگر قدرنسبت دنباله برابر d باشد، آن‌گاه $2d=(4x-2)-(3x-1)=x-1 \Rightarrow d=\frac{x-1}{2}$

$$x=-\frac{3}{2} \Rightarrow d=\frac{-\frac{3}{2}-1}{2}=-\frac{5}{4}, x=5 \Rightarrow d=\frac{5-1}{2}=2$$

بنابراین

بنابراین مجموع مقادیر ممکن برای قدرنسبت دنباله برابر است با $-\frac{5}{4}+2=\frac{3}{4}$.

۲۸۴ ۲ چون $a_1=-1$ و $d=2-(-1)=3$ پس $a_n=-1+3(n-1)$ یعنی

$$a_n=3n-4$$

بنابراین $a_k=3k-4=218$ پس $k=74$.

۳۰۱ ۱ دنباله a_n دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت $\frac{3}{2}$ است. در نتیجه

$$a_p = a_1 r^p \Rightarrow a_p = a_1 \left(\frac{3}{2}\right)^p = 3 \Rightarrow a_1 = \frac{2}{3}$$

بنابراین

$$\begin{aligned} a_{20} - a_{17} &= a_1 r^{19} - a_1 r^{16} = a_1 r^{16} (r^3 - 1) \\ &= \frac{2}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^{16} \left(\left(\frac{3}{2}\right)^3 - 1\right) = \frac{2}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^{16} \frac{19}{8} = \frac{19}{6} \left(\frac{3}{2}\right)^{16} \end{aligned}$$

۳۰۲ ۳ چون 4^{2x} واسطه هندسی 2^{x-4} و 8^{2-3x} است، پس $(4^{2x})^2 = 2^{x-4} \times 8^{2-3x} \Rightarrow 4^{4x} = 2^{x-4} \times 2^{6-9x} \Rightarrow 2^{4x} = 2^{2-8x}$

بنابراین $12x = 2 - 8x$ ، یعنی $x = \frac{1}{10}$. بنابراین جمله نخست برابر است با

$$a_1 = \frac{1}{2} - \frac{29}{2} = \frac{-28}{2} = -14$$

$$r = \frac{4^{2x}}{2^{x-4}} = \frac{2^{4x}}{2^{x-4}} = 2^{3x+4}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{10}{2} \quad \text{که به ازای } x = \frac{1}{10} \text{ می‌شود}$$

بنابراین جمله یازدهم برابر است با $a_{11} = a_1 r^{10} = 2^{-\frac{29}{10}} \left(2^{\frac{41}{10}}\right)^{10} = 2^{41} = \sqrt[10]{2^{410}}$

نسبت جمله یازدهم به $\sqrt[10]{2}$ برابر است با $\frac{\sqrt[10]{2^{410}}}{\sqrt[10]{2}} = \sqrt[10]{2^{408}} = 2^{40.8}$

۳۰۳ ۱ فرض می‌کنیم جواب‌های معادله x_1 و x_2 باشند. در این صورت

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{4}{5} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{4}{5}, \quad \sqrt{x_1 x_2} = \frac{1}{5} \Rightarrow x_1 x_2 = \frac{1}{25}$$

بنابراین معادله مورد نظر به شکل $x^2 - 9x + \frac{4}{5} = 0$ است و جواب‌های آن برابرند با

$$\frac{9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot \frac{4}{5}}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - \frac{16}{5}}}{2}$$

$$\frac{9 + 6\sqrt{2}}{9 - 6\sqrt{2}} = \frac{9 + 6\sqrt{2}}{9 - 6\sqrt{2}} \times \frac{9 + 6\sqrt{2}}{9 + 6\sqrt{2}} = \frac{(9 + 6\sqrt{2})^2}{9} = (3 + 2\sqrt{2})^2 = 17 + 12\sqrt{2}$$

۳۰۴ ۳ از تساوی $a_5 a_9 = 27$ نتیجه می‌شود

$$a_1 \times a_9 r^8 = 27 \Rightarrow a_1^2 r^8 = 27$$

از تساوی $a_4 a_6 = 9$ به دست می‌آید $a_1 r \times a_1 r^5 = 9 \Rightarrow a_1^2 r^6 = 9$

از تقسیم طرفین دو تساوی به دست آمده نتیجه می‌شود $\frac{a_1^2 r^8}{a_1^2 r^6} = \frac{27}{9} \Rightarrow r = 3$

با جای گذاری $r = 3$ در یکی از رابطه‌ها نتیجه می‌شود $a_1 = \pm \frac{1}{3}$. چون جملات دنباله

مثبت هستند، پس $a_1 = \frac{1}{3}$ و در نتیجه $a_5 = a_1 r^4 = \frac{1}{3} \times 3^4 = 27$.

۳۰۵ ۲ مجموع جملات پنجم و هشتم برابر است با

$$a_5 + a_8 = a_1 r^4 + a_1 r^7 = a_1 r^4 (1 + r^3)$$

مجموع جملات هفتم و هشتم برابر است با $a_7 + a_8 = a_1 r^6 + a_1 r^7 = a_1 r^6 (1 + r)$

بنابراین $\frac{a_5 + a_8}{a_7 + a_8} = \frac{a_1 r^4 (1 + r^3)}{a_1 r^6 (1 + r)} = \frac{1 - \frac{1}{r}}{r^2 (1 + r)} = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{r}\right)$

۳۰۶ ۳ این جملات را به صورت $\frac{a}{r^2}, \frac{a}{r}, a, ar, ar^2$ در نظر می‌گیریم.

بنابراین $\frac{a}{r^2} \times \frac{a}{r} \times a \times ar \times ar^2 = 1024 \Rightarrow a^5 = 2^{10} = 4^5$

در نتیجه جمله وسط برابر ۴ است.

۲۹۳ ۳ جمله عمومی دنباله به صورت $a_n = 196 - 4(n-1) = 200 - 4n$ است.

بنابراین $a_{50} = 0$. در نتیجه، چون قدرنسبت دنباله برابر -4 است، پس

$$a_{47} = 12, \quad a_{48} = 8, \quad a_{49} = 4, \quad a_{50} = 0$$

۲۹۴ ۲ ابتدا قدرنسبت دنباله را پیدا می‌کنیم: $d = \frac{a_{10} - a_7}{10 - 7} = \frac{32 - 4}{3} = -4$

بنابراین $a_1 = 27$ و در نتیجه $a_6 = a_1 + 5d = 27 - 20 = 7$

دنباله می‌شود $a_n = 27 - 4(n-1) = 31 - 4n$. اکنون توجه کنید که

$$a_n > 0 \Rightarrow 31 - 4n > 0 \Rightarrow n \leq 7$$

بنابراین هفت جمله نخست دنباله مثبت هستند.

۲۹۵ ۲ چون $x^2 - 8x + 12 = (x-6)(x-2)$ ، پس جواب‌های معادله مورد نظر

a و 2 هستند. حالت‌های مختلفی که این سه عدد دنباله‌ای حسابی تشکیل می‌دهند،

در زیر آمده است (توجه کنید که عدد وسط میانگین حسابی دو عدد دیگر است):

$$6, 2, a \Rightarrow \frac{6+a}{2} = 2 \Rightarrow a = -2, \quad 2, 6, a \Rightarrow \frac{2+a}{2} = 6 \Rightarrow a = 10$$

$$6, a, 2 \Rightarrow \frac{6+2}{2} = a \Rightarrow a = 4, \quad 2, a, 6 \Rightarrow \frac{2+6}{2} = a \Rightarrow a = 4$$

$$a, 6, 2 \Rightarrow \frac{a+2}{2} = 6 \Rightarrow a = 10, \quad a, 2, 6 \Rightarrow \frac{a+6}{2} = 2 \Rightarrow a = -2$$

بنابراین a ممکن است سه مقدار مختلف داشته باشد.

۲۹۶ ۲ اگر قدرنسبت این دنباله برابر d باشد، آن‌گاه

$$3a_8 = 5a_{13} \Rightarrow 3(a_1 + 7d) = 5(a_1 + 12d)$$

$$3a_1 + 21d = 5a_1 + 60d \Rightarrow -29d = 2a_1 \Rightarrow d = -\frac{2a_1}{29}$$

بنابراین $a_n = a_1 + (n-1)d = a_1 - \frac{2a_1}{29}(n-1) = \frac{a_1}{29}(30 - 2(n-1)) = \frac{a_1}{29}(41 - 2n)$

چون a_1 مثبت است، پس $a_1, a_2, \dots, a_p, a_{p+1}, a_{p+2}, \dots$ مثبت‌اند و جملات a_{p+1}, a_{p+2}, \dots همگی منفی هستند. به این ترتیب، در بین گزینه‌های داده شده S_p از بقیه بزرگ‌تر است.

۲۹۷ ۳ اضلاع مثلث را $a-d, a, a+d$ در نظر می‌گیریم. طبق قضیه فیثاغورس،

$$(a-d)^2 + a^2 = (a+d)^2 \Rightarrow a^2 + d^2 - 2ad + a^2 = a^2 + d^2 + 2ad$$

$$a^2 = 4ad \Rightarrow a = 4d$$

چون وتر بلندترین ضلع مثلث قائم‌الزاویه است، پس طول ضلع‌های زاویه قائمه a و d

است، در نتیجه نسبت مورد نظر برابر است با $\frac{a}{a-d} = \frac{4d}{4d-d} = \frac{4d}{3d} = \frac{4}{3}$

۲۹۸ ۳ چهار جمله متوالی دنباله را به صورت $a-3d, a-d, a+d, a+3d$

در نظر می‌گیریم. بنابراین $a-3d+a-d+a+d+a+3d = 4a = 0 \Rightarrow a = 0$

پس دنباله به صورت $9d^2, d^2, -d, d, 3d$ است و $9d^2 + d^2 + d^2 + 9d^2 = 80 \Rightarrow d^2 = 4$

بنابراین، حاصل ضرب بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین اعداد برابر است با

$$(3d)(-3d) = -9d^2 = -36$$

۲۹۹ ۳ ابتدا توجه کنید که m باید عدد طبیعی و بزرگ‌تر از ۱ باشد. پس

$$m^2 + 4 < m^2 + 3m + 4$$

اگر $m-1$ عدد بین عددهای داده شده درج کنیم، آن‌گاه قدرنسبت دنباله حاصل برابر است با

$$d = \frac{m^2 + 3m + 4 - m^2 - 4}{(m-1) + 1} = \frac{3m}{m}$$

۳۰۰ ۲ جمله نخست دنباله برابر ۲ و قدرنسبت آن برابر ۵ است، پس جمله

عمومی دنباله به صورت $a_n = 2 + 5(n-1) = 5n - 3$ است. تعداد عددهایی که در

۱۹ دسته نخست آمده‌اند برابر است با $1+2+3+\dots+19 = 190$. بنابراین جمله

نخست دسته بیستم a_{191} و جمله آخر آن a_{191} است. میانگین این عددها برابر است با

$$\begin{aligned} \frac{a_{191} + \dots + a_{210}}{20} &= \frac{5(191) - 3 + \dots + 5(210) - 3}{20} \\ &= \frac{5(191 + \dots + 210) - 60}{20} = \frac{5((1+190) + \dots + (20+190)) - 60}{20} \\ &= \frac{5(1 + \dots + 20 + 20 \times 190) - 60}{20} = \frac{5 \times 210 + 19000 - 60}{20} = \frac{9994}{20} \end{aligned}$$