

درسنامه

(تیپ‌های ۲۸ گانه‌ی مکعب)



تیپ ۱: مکعب و اجزای آن

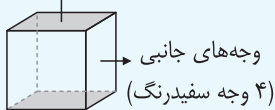
یادگیری و حل مسائل مربوط به مکعب، توانایی دانش‌آموزان را در تجسم سه‌بعدی و حل مسائل پیچیده‌ی سه‌بعدی افزایش می‌دهد.

اجزای مکعب:

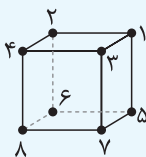
۱- وجه: هر مکعب از ۶ مربع یکسان ساخته شده است. به هریک از ۶ مربع تشکیل‌دهنده‌ی مکعب، وجه گفته می‌شود. هر مکعب ۶ وجه دارد.

نکته! به دو مربع بالا و پایین مکعب، قاعده و به مربع‌های کناری آن، وجه‌های جانبی یا پهلو می‌گویند.

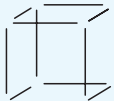
قاعده‌ها (۲ وجه طوسی‌رنگ)



۲- رأس: به محل برخورد هر سه وجه مکعب، رأس گفته می‌شود. هر مکعب ۸ رأس دارد.



۳- یال: از برخورد هر دو وجه مکعب، یال به وجود می‌آید. هر مکعب ۱۲ یال دارد.



برای تسلط بیشتر بر این بخش و تقویت تجسم سه‌بعدی آن، QR-Code روبه‌رو را اسکن کنید.

مثال (؟): مجموع تعداد رأس‌های یک مکعب و تعداد وجه‌های آن، منهای دو برابر تعداد یال‌های

مکعب کدام است؟

۱۲ (۴)

-۱۰ (۳)

۱۰ (۲)

-۲ (۱)

پاسخ: گزینه‌ی (۳)

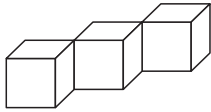
$۶ =$ تعداد وجه‌های مکعب , $۸ =$ تعداد رأس‌های مکعب , $۱۲ =$ تعداد یال‌های مکعب

$$۸ + ۶ - ۲ \times ۱۲ = ۱۴ - ۲۴ = -۱۰$$

آزمونک

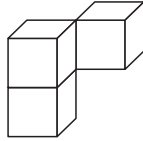
۱

۱) اختلاف تعداد یال و رأس در کدام سازه‌ها با هم برابر است؟



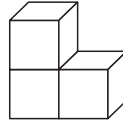
D

D و C ۴



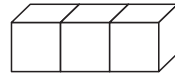
C

D و B ۲



B

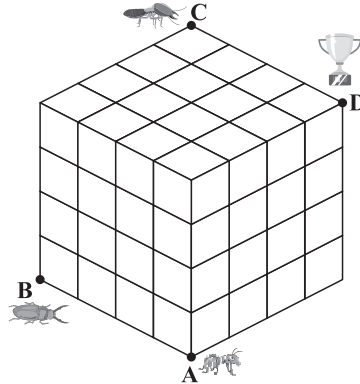
C و B ۲



A

B و A ۱

۲) مکعبی توپر به شکل زیر داریم که از مکعب‌های واحد تشکیل شده است. مورچه‌ای از نقطه‌ی A، سوسکی از نقطه‌ی B و موریانه‌ای از نقطه‌ی C با هم شروع به حرکت می‌کنند تا ببینند کدامشان زودتر به نقطه‌ی پایان (D) و مدال المپیک حشره‌ای می‌رسد. می‌دانیم سرعت سوسک دو برابر سرعت مورچه و سرعت مورچه دو برابر سرعت موریانه است. از طرفی مورچه و موریانه باهوش‌تر هستند و کوتاه‌ترین مسیر را طی می‌کنند، ولی سوسک از روی خطوط رسم‌شده، مسیر خود را پیدا می‌کند. کدام حشره قهرمان المپیک خواهد شد؟

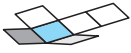


۱) مورچه

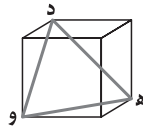
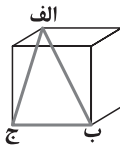
۲) موریانه

۳) سوسک

۴) مورچه و سوسک هم‌زمان به نقطه‌ی پایان می‌رسند.



۳ کدام گزینه درباره‌ی مثلث‌های ایجادشده در مکعب‌های زیر نادرست است؟



۱ مثلث «د ه و» متساوی‌الاضلاع است.

۲ مجموع زاویه‌های «ج الف ب» و «الف ب ج» برابر ۹۰ درجه است.

۳ مثلث «الف ب ج» متساوی‌الساقین است.

۴ مثلث «د ه و» می‌تواند یک سطح مقطع از مکعب باشد.

۴ مکعبی را به شیوه‌ای برش می‌زنیم که دقیقاً سه‌تا از رأس‌ها کاملاً در قسمت بریده‌شده قرار

بگیرند. سطح مقطع حاصل از این برش کدام می‌تواند باشد؟

۱ متوازی‌الاضلاع

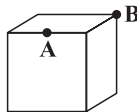
۲ شش‌ضلعی

۳ پنج‌ضلعی

۴ دوزنقه

۵ می‌خواهیم قطعه‌ای پنبه مکعبی را طوری برش بزنیم که چاقو دقیقاً از دو نقطه‌ی داده‌شده عبور

کند. کدام گزینه ممکن نیست سطح مقطع نهایی باشد؟



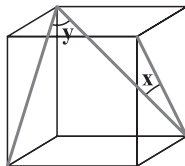
۱ مثلث متساوی‌الساقین

۲ مستطیل

۳ پنج‌ضلعی

۴ مثلث متساوی‌الاضلاع

۶ درباره‌ی زوایای x و y چه می‌توان گفت؟



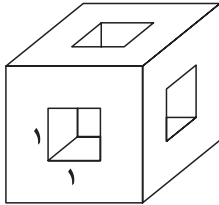
۱ $y > x$

۲ $y < x$

۳ $x = y = 45^\circ$

۴ $x = y = 60^\circ$

۷ در مکعبی به طول ضلع ۵ سانتی متر، سه سوراخ به ابعاد $۱ \times ۱ \times ۳$ و $۱ \times ۱ \times ۴$ و $۱ \times ۱ \times ۵$ دقیقاً در وسط وجوها ایجاد کرده‌ایم. حجم شکل باقی مانده چند سانتی متر مکعب خواهد بود؟



- ۱۱۳ ۱ ۱۱۵ ۲ ۱۱۲ ۳ ۱۱۶ ۴

۸ مکعبی توپُر داریم و می‌توانیم آن را با سه برش مختلف در جهت‌های دلخواه به قسمت‌های مختلفی تقسیم کنیم. بعد از انجام برش‌ها، کدام گزینه قطعاً شماره‌ی تعداد قطعات ایجادشده نخواهد بود؟

- ۴ ۱ ۵ ۲ ۷ ۳ ۳ ۴

۹ با چند برش به موازات وجوهای یک مکعب، می‌توانیم این مکعب را به ۶۵ بخش تقسیم کنیم؟

- ۱۶ ۱ ۶۶ ۲ ۱۹ ۳ ۳۲ ۴

۱۰ مکعبی به طول ضلع ۲ داریم. تمام گوشه‌های این مکعب را به شکلی برش می‌دهیم که در سطح مقطع، مثلث‌های متساوی‌الاضلاع به ضلع یک حاصل شود. شکل جدید چند رأس خواهد داشت؟

- ۲۴ ۱ ۱۲ ۲ ۱۶ ۳ ۱۸ ۴

۱۱ اگر همه‌ی رأس‌های یک مکعب را به گونه‌ای برش بزنیم که در جای هر رأس، سطح مقطعی مثلثی حاصل شود، نسبت بیشترین به کمترین تعداد یال ممکن ایجادشده، کدام خواهد بود؟

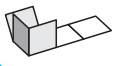
- ۲ به ۳ ۱ ۳ به ۴ ۲ ۱ به ۳ ۳ ۵ به ۶ ۴

۱۲ چندین تکه چوب یک‌اندازه به رنگ‌های مختلف و از هر رنگ به تعداد کافی در اختیار داریم و می‌خواهیم با آنها مکعبی بسازیم. کمترین تعداد رنگ مختلفی که باید استفاده کنیم تا هیچ دو یالی که با هم تماس دارند هم‌رنگ نباشند، کدام است؟

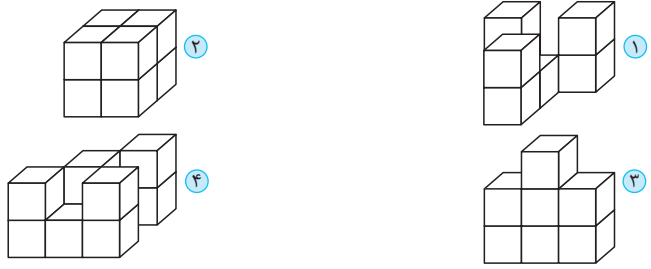
- ۲ ۱ ۳ ۲ ۴ ۳ ۵ ۴

۱۳ در ساخت یک مکعب $۵ \times ۵ \times ۵$ با مکعب‌های واحد شفاف و کدر، حداکثر چند مکعب کدر می‌توان به کار برد، به طوری که هیچ کدام از دو مکعب کدر در هیچ وجهی با هم در تماس نباشند؟

- ۳۳ ۱ ۳۲ ۲ ۶۴ ۳ ۶۳ ۴



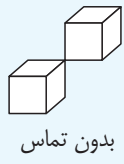
ج) با کنار هم قرار دادن تمام مکعب‌های دارای ۴ وجه رنگی، کدام سازه را می‌توان ساخت؟



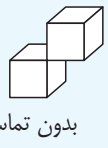
پاسخ: گزینه‌ی ۲ طبق پاسخ سؤال قبل، ما ۸ مکعب با چهار وجه رنگ‌شده داریم و با این ۸ مکعب می‌توانیم سازه‌ی گزینه‌ی «۲» را بسازیم. سایر گزینه‌ها به‌ترتیب از ۷، ۷ و ۹ مکعب تشکیل شده‌اند.

تیپ ۲۰: سطح تماس

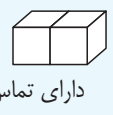
در هر چینه، مکعب‌های تشکیل‌دهنده‌ی چینه با یکدیگر در تماس هستند. این تماس می‌تواند در یک وجه، یک خط (بال) یا حتی در یک نقطه (رأس) باشد. در سؤالات این مبحث، هدف این است که بفهمیم هر مکعب با چند مکعب دیگر در تماس است. اما دقت کنید که در این سؤالات، فقط تماس‌های وجهی محاسبه می‌شوند و تماس‌های خطی و نقطه‌ای فقط در صورتی لحاظ می‌شوند که در صورت سؤال ذکر شده باشد.



بدون تماس

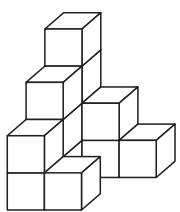


بدون تماس



دارای تماس

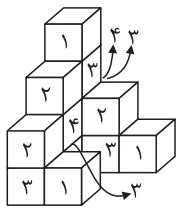
مثال؟ در چینه‌ی مقابل، چند مکعب وجود دارد که دقیقاً با سه مکعب دیگر



در تماس باشد؟

- ۱) ۲
- ۲) ۳
- ۳) ۴
- ۴) ۵

پاسخ: گزینه‌ی ۴ این چینه از ۱۳ مکعب تشکیل شده است. حال بررسی می‌کنیم هر مکعب با چند مکعب دیگر در تماس است.



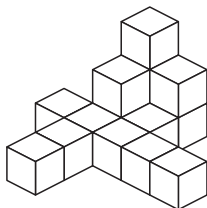
همان‌طور که می‌بینید، پنج مکعب در این چینه وجود دارد که با سه مکعب دیگر در تماس هستند.

تپ ۲۱: مساحت چینه

اگر به مباحث شمارش مکعب و انداختن چینه درون سطل رنگ مسلط باشید، این مبحث را همین حالا هم یاد گرفته‌اید!

برای محاسبه‌ی مساحت یک چینه، ابتدا خیلی سریع تعداد مکعب‌های واحد را بشمارید. سپس تعیین کنید اگر چینه درون سطل رنگ انداخته شود، هر مکعب واحد چند وجه رنگی خواهد داشت و عدد آن را روی مکعب مربوط به آن بنویسید. در نهایت چک کنید تعداد اعدادی که نوشته‌اید با تعداد مکعب‌های واحد برابر باشد تا مکعبی از دستتان در نرود. حالا برای محاسبه‌ی مساحت چینه، کافی است تمام اعدادی را که نوشته‌اید، با هم جمع کنید.

مثال ؟: مساحت چینه‌ی زیر چقدر است؟



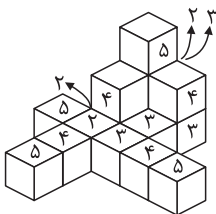
۵۴ (۴)

۵۰ (۳)

۴۴ (۲)

۶۴ (۱)

پاسخ: گزینه‌ی (۴)

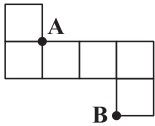


در این چینه ۱۵ مکعب واحد داریم (بشمارید). حال فرض می‌کنیم چینه را درون سطل رنگ انداخته‌ایم، مشخص می‌کنیم هر مکعب چند وجه رنگ شده خواهد داشت و عدد مربوط را روی آن می‌نویسیم.

۱۵ عدد نوشته‌ایم، پس چیزی را از قلم نینداخته‌ایم. حال برای محاسبه‌ی مساحت کل داریم:

$$(۴ \times ۵) + (۴ \times ۴) + (۴ \times ۳) + (۳ \times ۲) = ۵۴$$

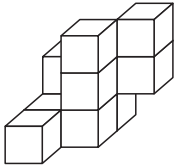
۶ اگر با گسترده‌ی زیر مکعب واحدی بسازیم، فاصله‌ی A تا B چقدر خواهد بود؟



- ۱ $\sqrt{2}$ ۲ ۱
۳ ۲ ۴ $\sqrt{3}$

۷ در چینه‌ی زیر، هر سطحی را که از بالا می‌بینیم سبز، هر سطحی را که از راست می‌بینیم بنفش

و هر سطحی را که از روبه‌رو می‌بینیم قرمز می‌کنیم. کدام رنگ کمتر به کار گرفته می‌شود؟



۱ بنفش

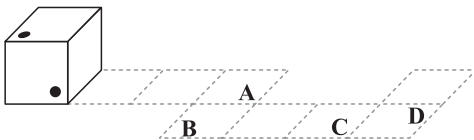
۲ سبز

۳ قرمز

۴ همگی به یک اندازه مصرف می‌شوند.

۸ مکعبی داریم که دو لکه‌ی جوهر در نقاط مشخص شده روی آن ریخته شده است. این مکعب

را در مسیر داده‌شده می‌غلطانیم. کدام نقطه، جوهری خواهد شد؟



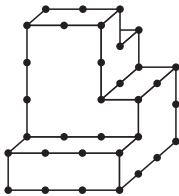
۱ A

۲ B

۳ C

۴ D

۹ در شکل زیر چند مکعب واحد وجود دارد؟



۱ ۲۱

۲ ۲۲

۳ ۱۹

۴ ۲۰

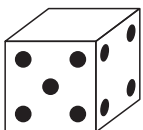
۱۰ مکعبی توپُر را برش داده‌ایم. کدام گزینه نمی‌تواند سطح مقطع ایجادشده باشد؟

۱ مثلث متساوی‌الاضلاع ۲ شش‌ضلعی منتظم

۳ مثلث قائم‌الزاویه ۴ متوازی‌الاضلاع

۱۱ تاس زیر، تاسی استاندارد است که بر اثر استفاده‌ی زیاد، عدد وجه بالایی آن پاک شده است.

اگر وجه زیری عددی زوج باشد، وجه پاک‌شده کدام خواهد بود؟



۱ ۳

۲ ۴