

زنگ حل مسئلہ



ہمگام با

ریاضیات کانگورو



انتشارات فاطمی

زنگ حل مسئله
همگام با ریاضیات کانگورو



گردآوری و تألیف: زهرا صباغی
دبیر علمی مجموعه: سپیده چمن‌آرا
ناشر: انتشارات فاطمی
چاپ اول، ۱۳۹۵
شمارگان: ۳۰۰۰ نسخه
قیمت: ۹۰۰۰ تومان
شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۳۱۸-۸۶۴-۱
ISBN: 978-964-318-864-1

نظارت بر چاپ: علی محمدپور
لیتوگرافی: نقش سبز
چاپ و صحافی: خاشع

مدیر تولید: فرید مصلحی مصلح‌آبادی
طراحی صفحات داخلی و صفحه‌آرایی: همتا بیداریان
طراحی جلد: علی ابوالحسنی
حروف‌چینی: زهرا ایمانی نصر



کلیه حقوق این اثر برای انتشارات فاطمی محفوظ است.



نشانی دفتر: تهران، میدان فاطمی، خیابان جویبار، خیابان میرهادی، شماره‌ی ۱۴،
کدپستی ۱۴۱۵۸۸۴۷۴۱، تلفن: ۸۸۹۴۵۵۴۵ (۲۰ خط)، نامبر: ۸۸۹۴۴۰۵۱
www.fatemi.ir * info@fatemi.ir
نشانی فروشگاه: تهران، خیابان انقلاب، خیابان دانشگاه، تقاطع شهدای ژاندارمری
تلفن: ۶۶۹۶۱۷۲۸

ISBN: 978-964-318-864-1

صباغی، زهرا، ۱۳۶۷-
همگام با ریاضیات کانگورو: ۸/گردآوری و تألیف: زهرا صباغی - تهران: فاطمی، ۱۳۹۵.
هشت، ۸۸ ص: مصور، جدول، نمودار.
فروست: زنگ حل مسئله.

فیپای مختصر.
فهرست‌نویسی کامل این اثر در نشانی: <http://opac.nlai.ir> قابل دسترسی است.
الف. چمن‌آرا، سپیده، ۱۳۵۰- .

۴۳۰۸۸۹۱

کتابخانه‌ی ملی ایران

فهرست مطالب

پنج

۱

پیشگفتار

فصل اول

عددهای صحیح

عددهای گویا

چندضلعی‌ها

۲۱

فصل دوم

جبر و معادله

بردار و مختصات

مثلث

۴۱

فصل سوم

توان

آمار و احتمال

دایره

۵۹

فصل چهارم

منطق و استدلال

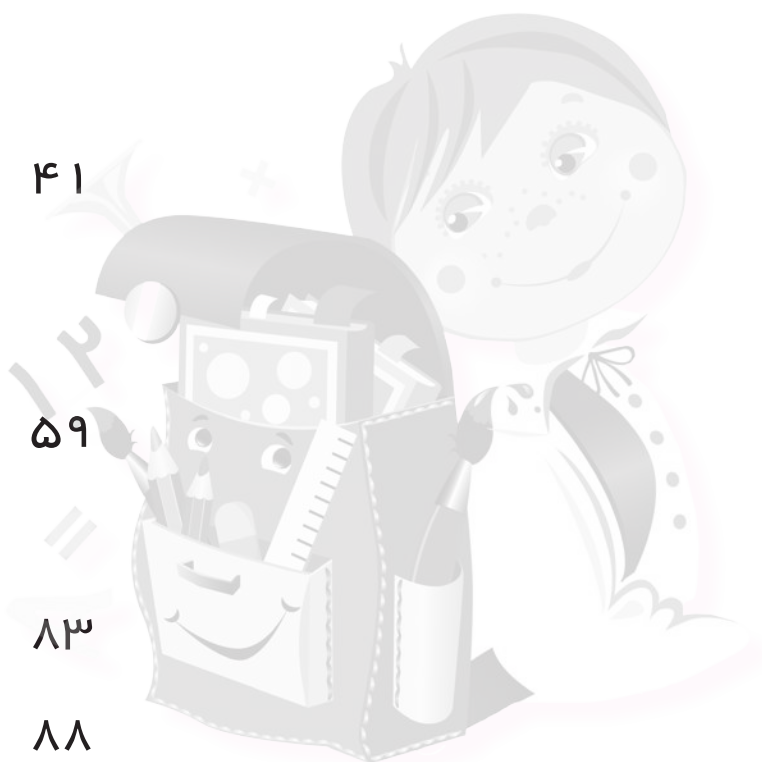
حل مسئله‌ی خلاقانه

۸۳

خود را بیازمایید

۸۸

منابع



پیشگفتار



سخنی با معلّمان، مسئولان آموزشی مدرسه‌ها، مادرها و پدرها این کتاب، ویراست دوم یکی از کتاب‌های مجموعه‌ی «زنگ حلّ مسئله همگام با ریاضیات کانگورو» است. این مجموعه، با هدف تقویت توانایی حلّ مسئله در دانش‌آموزان برای پایه‌های مختلف دبستان و دوره‌ی متوسطه‌ی اول، در ۹ جلد تهیه شده است.

بیش‌تر مسئله‌های این کتاب‌ها از میان مسئله‌های مسابقه‌های ریاضی کانگورو انتخاب شده‌اند. کوشیده‌ایم در هر کتاب این مجموعه، سؤال‌هایی را انتخاب کنیم که به موضوع‌های درسی ریاضی آن پایه مربوط، و با توان ذهنی دانش‌آموزان آن پایه متناسب باشند. در مسابقه‌های ریاضی کانگورو، از بعضی از موضوع‌های مطرح شده در کتاب‌های درسی ریاضی کشورمان سخنی به میان نیامده یا تعداد کمی مسئله درباره‌ی آن‌ها مطرح شده است. مؤلفان با توجه به هدف‌های این مجموعه، در این موارد سؤال‌های مناسبی را طراحی کرده‌اند و به این مجموعه افزوده‌اند.

در ویراست دوم کتاب‌های این مجموعه، علاوه بر بررسی دوباره‌ی سطح دشواری سؤال‌ها و ویرایش آن‌ها، چندین سؤال نیز از میان سؤال‌های مطرح شده در مسابقه‌ی کانگوروی سال ۲۰۱۵ و نیز مجموعه سؤال‌های پیشنهادی در گردهم‌آیی سالانه‌ی کانگوروی بدون مرز (در اکتبر سال ۲۰۱۴) به سؤال‌های قبلی این مجموعه افزوده شده است.

ساختار کتاب‌ها

مسئله‌های هریک از کتاب‌های این مجموعه در چهار فصل مطرح شده‌اند. مسئله‌های سه فصل اول، به موضوع‌های درسی کتاب ریاضی همان پایه مربوط‌اند که در هر سال تحصیلی در سه فصل پاییز، زمستان

و بهار در مدرسه آموزش داده می‌شوند. مسئله‌های فصل چهارم، مجموعه مسئله‌هایی هستند که به رشد تفکر، خلاقیت و توانایی استدلال در دانش‌آموزان کمک می‌کنند و ممکن است به‌طور مستقیم به هیچ‌یک از موضوع‌های کتاب درسی مربوط نباشند. «خود را بیازمایید» که در انتهای کتاب‌ها آمده است، سؤال‌هایی درباره‌ی موضوع‌های مختلف درسی ریاضی با سطح‌های مختلف دشواری دارد که می‌توان از آن به‌عنوان ابزاری برای سنجش توانایی‌های دانش‌آموزان استفاده کرد.

مسئله‌های هر فصل در سه سطح (۱)، (۲) و (۳) طبقه‌بندی شده‌اند که همان مسئله‌های ۳، ۴ و ۵ امتیازی یا سطح‌های ساده، متوسط و دشوار مسابقه‌ی ریاضی کانگورو هستند. سؤال‌های این کتاب‌ها مانند سؤال‌های مسابقه‌ی ریاضی کانگورو، چهار یا پنج‌گزینه‌ای هستند؛ ولی پاسخ‌گویی به آن‌ها به توانایی ذهنی، تفکر و توانایی حل مسئله نیاز دارد و از این نظر، با بسیاری از سؤال‌های چندگزینه‌ای رایج تفاوت دارند.

در سه فصل اول هر یک از کتاب‌های پایه‌های اول تا ششم این مجموعه، جورچینی معرفی می‌شود که حل آن‌ها علاوه بر افزایش توانایی استدلال و تفکر، به پرورش استعداد‌های دانش‌آموزان و نیز تقویت مهارت‌های محاسباتی آن‌ها کمک می‌کند. در فصل چهارم نیز از هر سه نوع جورچین معرفی شده، چند نمونه‌ی دیگر آورده شده است.

راهنمای حل مسئله‌ها و پاسخ جورچین‌های هر کتاب، برای استفاده‌ی معلمان و والدین در کتابی به‌نام «راهنمای معلمان و والدین» منتشر شده است.

روش‌های استفاده از کتاب‌ها

با توجه به ویژگی‌های بیان‌شده، کتاب‌های این مجموعه می‌توانند به صورت‌های گوناگون مورد استفاده قرار گیرند:

● معلمان می‌توانند از این کتاب‌ها به عنوان کتاب حل تمرین در کلاس درس ریاضی مدرسه، و نیز به عنوان تکلیف در منزل استفاده کنند. همچنین مسئله‌های فصل چهارم، مجموعه‌ی مناسبی برای فعالیت‌های تابستانی دانش‌آموزان است.

● مسئولان آموزشی مدرسه‌ها می‌توانند از این کتاب‌ها به عنوان منبعی مناسب برای استفاده در کلاس‌های پرورش خلاقیت یا آمادگی برای شرکت در مسابقه‌ی ریاضی کانگورو که در آخرین هفته‌ی فروردین‌ماه هر سال در سراسر کشور برگزار می‌شود، استفاده کنند.

● پدران و مادرانی که به پرورش توانایی‌های ذهنی فرزندانشان اهمیت می‌دهند و مایلند فرزندانشان با شیوه‌های درست فکر کردن و حل مسئله آشنا شوند، می‌توانند از این کتاب‌ها استفاده کنند.

کتاب‌های «زنگ حل مسئله» و برنامه‌ی درسی رسمی

در کتاب‌های جدید ریاضی دبستان و دوره‌ی متوسطه‌ی اول، بر اساس برنامه‌ی درسی ملی، بر تفکر، حل مسئله و رفع نیازهای شهروندی انسان قرن بیست و یکم تأکید شده است. کتاب‌های «زنگ حل مسئله همگام با ریاضیات کانگورو»، با انتخاب دقیق مسئله‌هایی در راستای همین هدف‌ها، می‌توانند منابع بسیار مناسبی برای غنی‌تر ساختن آموزش ریاضی مدرسه‌ای باشند.

کتاب‌های این مجموعه و کتاب‌های «راهنمای معلمان و والدین»، و نیز «طرح درس حل مسئله» - برای معلمان - و «دو کلمه حرف ماشین حساب» انتشارات فاطمی، بسته‌ی آموزشی نسبتاً کاملی برای آموزش ریاضی در دبستان و دوره‌ی متوسطه‌ی اول است.

درباره‌ی ریاضیات کانگورو

مسابقه‌ی ریاضی «کانگورو»، یک مسابقه‌ی بین‌المللی است که از پایه‌ی اول دبستان تا پایه‌ی ۱۲ به وسیله‌ی انجمن «کانگورو بدون مرز» در بیش از هفتاد کشور دنیا برگزار می‌شود. مسابقه‌ی ریاضی کانگورو بازنده ندارد و همه‌ی دانش‌آموزان شرکت‌کننده در آن برنده هستند؛ زیرا در رقابتی سالم، ساعتی را به تفکر برای حل مسئله‌ها می‌پردازند، توانایی‌های خود را محک می‌زنند و آن را ارتقا می‌دهند. هدف اصلی برگزارکنندگان مسابقه‌ی ریاضی کانگورو، ارتقای درک ریاضی و رشد توانمندی‌های دانش‌آموزان برای لذت‌بردن از فعالیت‌های هوشمندانه و تقویت اعتماد به نفس دانش‌آموزان در یادگیری ریاضی و کمک به آن‌ها در درک کاربردهای ریاضی در فعالیت‌های روزانه و قانون‌های طبیعت است. کشور ما نیز از سال ۲۰۰۹ به جمع کشورهای پیوسته است که در آن‌ها مسابقه‌ی ریاضی کانگورو برگزار می‌شود. برای طراحی مسئله‌های مسابقه‌ی بین‌المللی کانگورو، در فصل پاییز هر سال، گردهم‌آیی سالانه‌ی کانگورو با حضور نماینده‌های کشورهای شرکت‌کننده، در یکی از کشورها برگزار می‌شود. در این گردهم‌آیی، سؤال‌های پیشنهادی کشورهای مختلف در گروه‌های کاری پایه‌های ۱ و ۲ (PreEcolier)، ۳ و ۴ (Ecolier)، ۵ و ۶ (Benjamin)، ۷ و ۸ (Cadet)، ۹ و ۱۰ (Junior)، و ۱۱ و ۱۲ (Student) ساعت‌ها مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد تا سؤال‌های نهایی برگزیده شوند. بد نیست بدانید که در مسابقه‌ی سال ۲۰۱۴ دو سؤال، در سال

۲۰۱۵ یک سؤال و در سال ۲۰۱۶ نیز سه سؤال از سؤال‌های پیشنهادی ایران در میان سؤال‌های برگزیده‌ی نهایی بودند.

انتشارات فاطمی که با انتشار سؤال‌های مسابقه‌های کانگورو در ایران، به ترویج و شناسایی این مسابقه در کشور کمک شایانی کرده است، نماینده‌ی رسمی ریاضیات کانگورو در ایران و برگزارکننده‌ی روز ریاضی کانگورو در سراسر ایران است. هم‌چنین با پشتیبانی این مؤسسه، سایت رسمی کانگورو در ایران، به زبان فارسی و انگلیسی به نشانی www.mathkangaroo.ir راه‌اندازی شده است.

در پایان لازم است از آقای بردیا حسام و خانم زهره پندی که در ترجمه‌ی سؤال‌های مسابقه‌های ریاضی کانگورو با ما همکاری کرده‌اند و همچنین از آقایان مرتضی سلیمی، شهاب شامرانی و آرش کریمی و خانم‌ها زهرا حاتمی، سونا غلامی، کتایون مهرآبادی و شیوا شامرانی که در بازبینی و ویرایش کتاب‌های این مجموعه با ما همکاری داشته‌اند و همگی از کارشناسان و معلمان مجرب ریاضی هستند سپاسگزاری کنم.

دبیر علمی مجموعه

سپیده چمن‌آرا

تابستان ۱۳۹۵

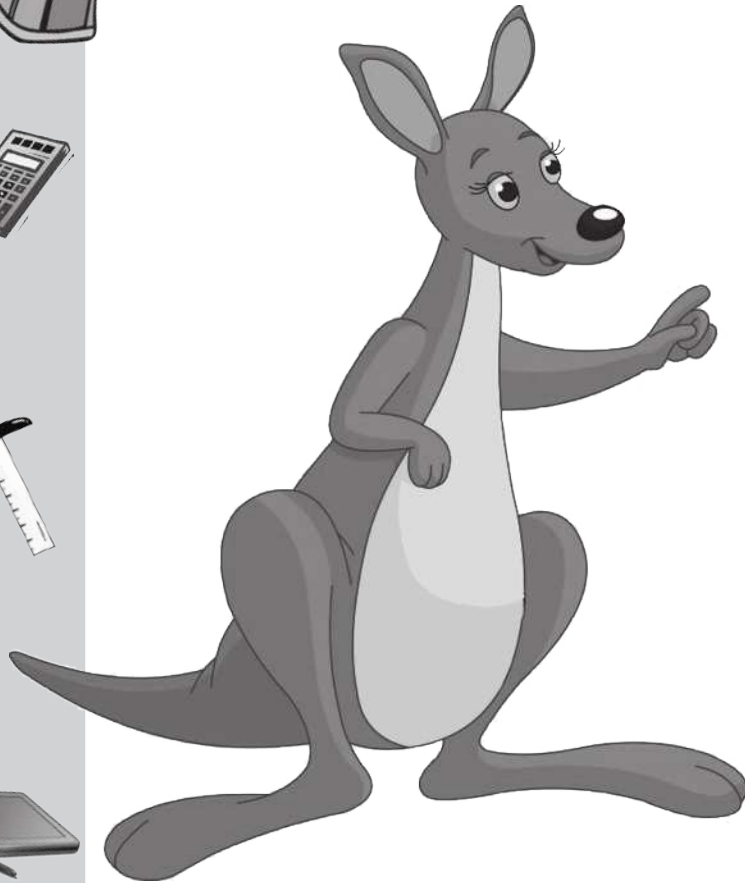


فصل اوّل

– عددهای صحیح

– عددهای گویا

– چندضلعی‌ها



۱ نصفِ ثلثِ ربعِ روز چند ساعت است؟

۱

۱) $\frac{1}{3}$

۲) $\frac{1}{2}$

۳) ۱

۴) ۲

۵) ۳

۲

۲ در سطلی تا نیمه آب ریخته بودند. علی دو لیتر ماده‌ی شوینده به سطل اضافه کرد و سه چهارم

سطل پر شد. گنجایش این سطل چند لیتر بوده است؟

۱) ۱۰

۲) ۸

۳) ۶

۴) ۴

۵) ۲



۳ می‌دانیم که $11 = \frac{1111}{101}$ ، مقدار عبارت $\frac{6666}{303} + \frac{3333}{101}$ کدام است؟

- ۵ (۱) ۹ (۲) ۱۱ (۳) ۵۵ (۴) ۹۹ (۵)



۴ هفت عدد صحیح متوالی را به ترتیب از کوچک به بزرگ می‌نویسیم. مجموع سه‌تای اول ۳۳

است. مجموع سه عدد آخر کدام است؟

- ۳۹ (۱) ۳۷ (۲) ۴۲ (۳) ۴۸ (۴) ۴۵ (۵)



۵ حاصل عبارت

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2003}\right)$$

برابر است با

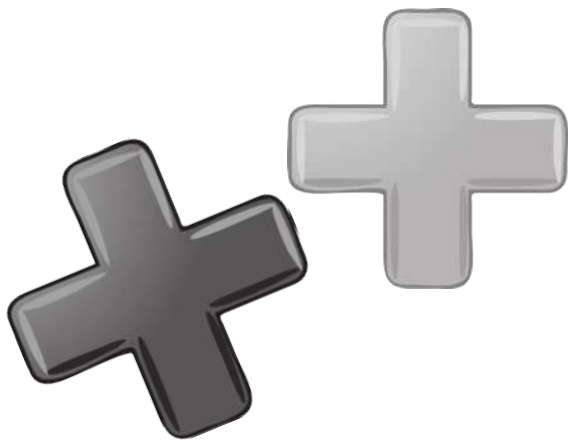
۲۰۰۴ (۱)

۲۰۰۳ (۲)

۲۰۰۲ (۳)

۱۰۰۲ (۴)

۱۰۰۱ (۵)



۶ اگر $2 = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{n}{12}$ ، مقدار n برابر است با

۱۸ (۳) ۱۳ (۲) -۴ (۱)

۴ (۴) ۱ (۵)





اگر $M = 2007 \div 3$ و $N = M \div 3$ و $X = M - N$ مقدار X برابر است با

۷

- ۶۶۹ (۱) ۲۲۳ (۲) ۱۳۳۸ (۳) ۸۹۲ (۴) ۴۴۶ (۵)



اگر $3 \leq p \leq 10$ و $12 \leq q \leq 21$ باشد، اختلاف بین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مقدار ممکن

۸

برای $\frac{p}{q}$ کدام است؟

- $\frac{29}{42}$ (۱) $\frac{29}{5}$ (۲) $\frac{19}{70}$ (۳) $\frac{19}{12}$ (۴) $\frac{19}{84}$ (۵)



کوچک‌ترین عدد اولی که مجموع $5^{13} + 3^{11}$ را می‌شمارد کدام است؟

۹

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) $3^{11} + 5^{13}$ (۴) ۱ (۵)

کدام یک از عددهای زیر، مقسوم‌علیه (شمارنده‌ی) حاصل تفریق $2012 - 200012$ نیست؟

۱۰

- ۲ (۱) ۵ (۲) ۱۱ (۳) ۳ (۴) ۷ (۵)



M حاصل ضرب اولین 2002 عدد اول است. در پایان M چند صفر وجود دارد؟

۱۱

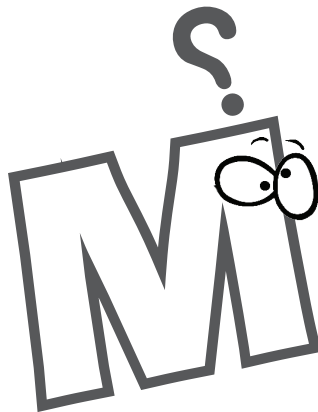
۰ (۱)

۱ (۲)

۱۰ (۳)

۲۰ (۴)

۱۰۰ (۵)



بزرگ‌ترین عدد در میان عددهای $\left\{ \frac{3}{10}, \frac{9}{20}, \frac{12}{25}, \frac{27}{50}, \frac{49}{100} \right\}$ کدام است؟

۱۲

- $\frac{3}{10}$ (۱) $\frac{9}{20}$ (۲) $\frac{12}{25}$ (۳) $\frac{27}{50}$ (۴) $\frac{49}{100}$ (۵)





۱۳ عدد $۰/۲۰۱۲$ بین دو عدد است.

- (۱) ۰ و $۱/۱۰$ (۲) $۱/۱۰$ و $۱/۵$ (۳) $۱/۵$ و $۱/۴$ (۴) $۱/۴$ و $۱/۳$ (۵) $۱/۳$ و $۱/۲$



۱۴ مقدار $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$ برابر است با

- (۱) $۳/۵$ (۲) $۵/۳$ (۳) $۱/۳$ (۴) ۳ (۵) $۳/۲$

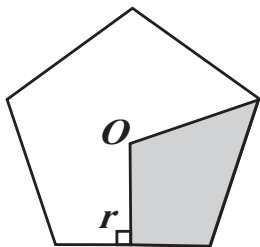


۱۵ بیشترین تعداد زاویه‌های راست داخلی که یک شش ضلعی می‌تواند داشته باشد چندتاست؟
(شش ضلعی لزوماً محدب نیست.)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵) ۶



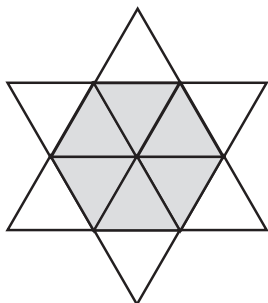
۱۶ نقطه‌ی O مرکز یک پنج ضلعی منتظم است. چه بخشی از کل پنج ضلعی خاکستری است؟



- (۱) ۱۰٪ (۲) ۲۰٪ (۳) ۲۵٪ (۴) ۳۰٪ (۵) ۴۰٪



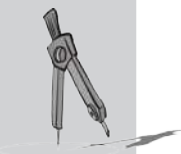
۱۷ ستاره‌ی زیر از ۱۲ مثلث متساوی‌الاضلاع یکسان تشکیل شده و محیط آن ۳۶cm است.



محیط شش ضلعی خاکستری چه قدر است؟

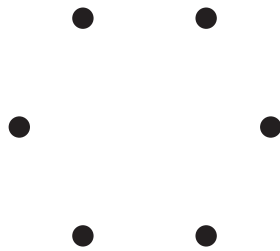
- (۱) ۶cm (۲) ۱۲cm (۳) ۱۸cm (۴) ۲۴cm (۵) ۳۰cm





۱۸

احمد شش نقطه را که می‌توانند رأس‌های یک شش ضلعی منتظم باشند، روی صفحه قرار می‌دهد و سپس بعضی از آن نقطه‌ها را به هم وصل می‌کند تا یک شکل هندسی به دست بیاید. کدام یک



از شکل‌های زیر، نمی‌تواند شکل حاصل باشد؟

- (۱) ذوزنقه
- (۲) مثلث قائم‌الزاویه
- (۳) مربع
- (۴) مثلث متساوی‌الاضلاع
- (۵) مثلثی که زاویه‌ی باز دارد.

۱۹

آرش طول ضلع‌ها و قطرهای یک چهارضلعی را اندازه گرفت. ۶ عدد به دست آورد که دوتا دوتا با هم مساوی بودند، اما هیچ سه‌تایی از آن‌ها با هم مساوی نبودند. چهارضلعی آرش کدام است؟

؟

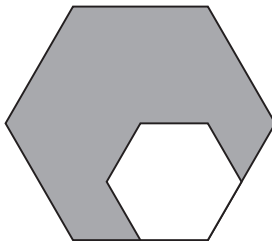
(توضیح: شبه لوزی، چهارضلعی‌ای است که قطرهایش بر هم عمودند.)



- (۱) مستطیل یا لوزی
- (۲) مستطیل یا متوازی‌الاضلاع
- (۳) مربع یا لوزی
- (۴) مستطیل یا شبه لوزی
- (۵) فقط مستطیل

۲۰

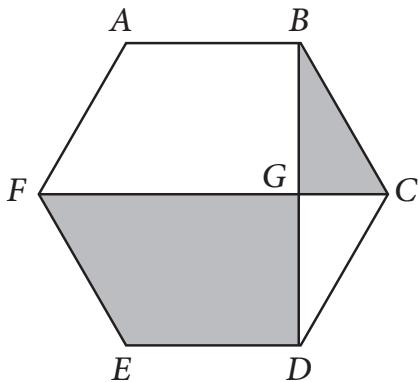
طول ضلع شش ضلعی بزرگ دو برابر طول ضلع شش ضلعی کوچک است. اگر محیط شش ضلعی کوچک ۴ cm باشد، محیط شش ضلعی بزرگ چه قدر است؟



- (۱) ۸
- (۲) ۶
- (۳) ۹
- (۴) ۱۰
- (۵) ۱۲



۲۱ در شش ضلعی منتظم $ABCDEF$ ، نسبت مساحت چهارضلعی $FEDG$ به مساحت مثلث

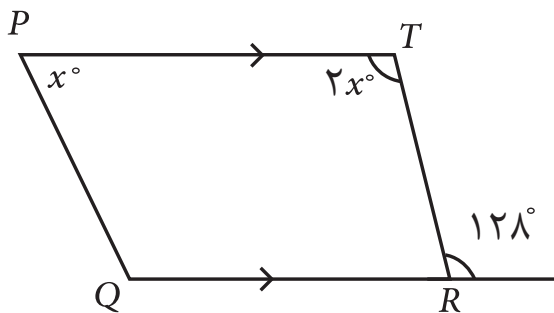


BCG کدام است؟

- (۱) $۳\sqrt{۳}$ به ۱
- (۲) ۴ به ۱
- (۳) ۶ به ۱
- (۴) $۲\sqrt{۳}$ به ۱
- (۵) ۵ به ۱



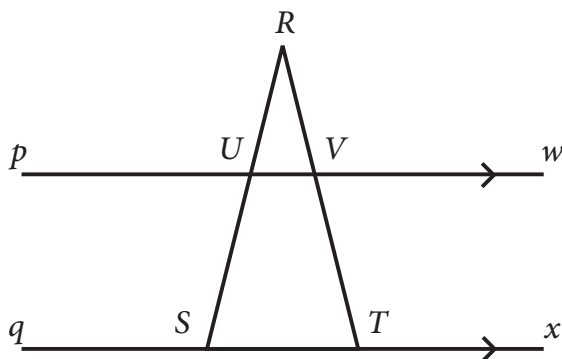
۲۲ در شکل زیر، PT و QR موازی اند. اندازه‌ی زاویه‌ی PQR چه قدر است؟



- (۱) ۱۱۶
- (۲) ۱۶۸
- (۳) ۱۳۸
- (۴) ۱۴۴
- (۵) ۱۲۲



۲۳ در شکل زیر، دو خط pw و qx موازی اند. اگر $\angle SUV = ۱۲^\circ$ و $\angle VTX = ۱۱۲^\circ$ ،



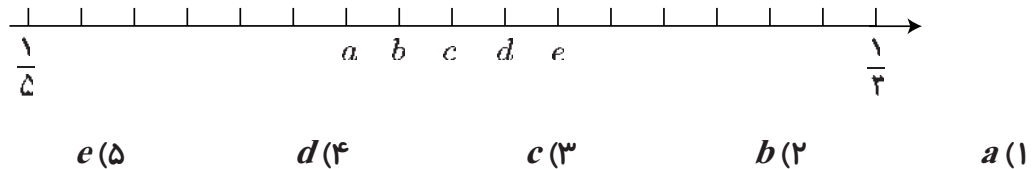
اندازه‌ی $\angle URV$ چه قدر است؟

- (۱) ۵۲°
- (۲) ۵۶°
- (۳) ۶۰°
- (۴) ۶۴°
- (۵) ۶۸°





۱ کسرهای $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ روی محور عددهای زیر نشان داده شده‌اند. کدام حرف نمایشگر کسر $\frac{1}{4}$ است؟



۲ همه‌ی عددهای مثبت چهار رقمی را که رقم‌هایشان همان رقم‌های عدد ۲۰۱۳ هستند به ترتیب از کوچک به بزرگ نوشته‌ایم. بزرگ‌ترین اختلاف دو عدد کنار هم کدام است؟

۷۰۲ (۱) ۷۰۳ (۲) ۶۹۳ (۳) ۷۹۳ (۴) ۱۹۸ (۵)

۳ سارا ۱۰ عدد صحیح را نوشت و سپس تمام جفت‌های ممکن از عددها را ضرب کرد. او دقیقاً ۲۰ حاصل ضرب منفی دارد. چند حاصل ضرب می‌تواند مثبت باشد؟

۱۰ (۱) ۱۶ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۳۰ (۵)

۴ عددهای \overline{ab} و \overline{ba} دو عدد دو رقمی‌اند. حاصل ضرب آن‌ها عددی چهار رقمی با یکان ۳ است. حاصل ضرب آن‌ها چه عددی است؟

۷۵۶۳ (۱) ۷۶۶۳ (۲) ۸۶۶۳ (۳) ۷۶۵۳ (۴) ۸۵۵۳ (۵)