

۵ مفهوم‌کاپیدی

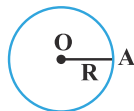
ترسیم‌های هندسی

دایره - دو خط موازی - نیمساز - عمودمنصف - چهارضلعی



ترسیم‌های هندسی

نقاط متساوی‌فاصله از یک نقطه



دایره: مجموعه نقاطی از صفحه است که به فاصله ثابتی از یک نقطه ثابت قرار دارند. این نقطه ثابت را مرکز دایره و آن مقدار ثابت را شعاع دایره می‌نامند. بنابراین مجموعه نقاطی از صفحه که از نقطه O واقع در آن صفحه به فاصله ثابت R باشند، روی دایره‌ای به مرکز O و به شعاع R قرار می‌گیرند.

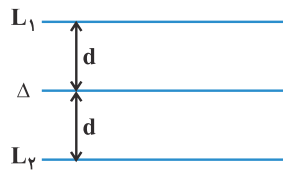
نکته: برای پیدا کردن مجموعه نقاطی از صفحه که از دو نقطه A و B به ترتیب به فاصله‌های R_1 و R_2 قرار داشته باشند، کافی است دو دایره، یکی به مرکز A و به شعاع R_1 و دیگری به مرکز B و به شعاع R_2 رسم کنیم. محل تلاقی این دایره‌ها، جواب مسأله است که تعداد این جواب‌ها بستگی به مقادیر R_1 و R_2 و همچنین فاصله دو نقطه A و B از یکدیگر دارد. اگر طول پاره خط AB برابر d فرض شود، آن‌گاه داریم:

الف) اگر $d > R_1 + R_2$ یا $d < |R_1 - R_2|$ ، دو دایره همدیگر را قطع نمی‌کنند و مسأله فاقد جواب است.

ب) اگر $d = R_1 + R_2$ یا $d = |R_1 - R_2|$ ، دو دایره در یک نقطه بر هم مماس‌اند و مسأله یک جواب دارد.

پ) اگر $|R_1 - R_2| < d < R_1 + R_2$ ، دو دایره همدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند و مسأله دو جواب دارد.

نقاط متساوی‌فاصله از یک خط

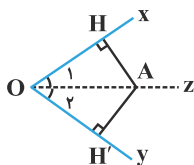


مجموعه نقاطی از یک صفحه که از یکی از خطوط صفحه به فاصله ثابتی باشند، دو خط موازی با آن خط هستند که در طرفین آن قرار گرفته‌اند. به عنوان مثال دو خط L_1 و L_2 در شکل مقابل، مجموعه نقاطی از صفحه را تشکیل می‌دهند که از خط Δ به فاصله ثابت d قرار دارند.

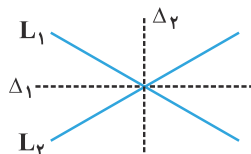
نکته: تعداد نقاطی در صفحه که از نقطه A به فاصله ثابت R و از خط Δ به فاصله ثابت d قرار دارند، تابع تعداد نقاط برخورد دایره‌ای به مرکز A و به شعاع R و دو خط موازی با خط Δ و به فاصله d از آن است که تعداد این جواب‌ها بسته به شرایط مسأله بین صفر و ۴، متغیر است.

تذکره: مجموعه نقاطی از صفحه که از دو خط موازی L_1 و L_2 در آن صفحه به یک فاصله باشند، خطی است موازی با آن دو خط که دقیقاً در وسط آن دو خط قرار گرفته است.

ویژگی نیمساز یک زاویه



نیمساز هر زاویه، نیم‌خطی است که از رأس آن زاویه رسم می‌شود و زاویه را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند. اگر نقطه‌ای روی نیمساز یک زاویه قرار داشته باشد، آن‌گاه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است، یعنی در شکل مقابل، اگر $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ و در نتیجه Oz نیمساز زاویه XOY باشد، آن‌گاه $AH = AH'$ است و برعکس، اگر نقطه‌ای از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله قرار داشته باشد، آن‌گاه روی نیمساز این زاویه واقع است. یعنی اگر در شکل فوق، $AH = AH'$ باشد، آن‌گاه نیم‌خط Oz که نقطه A بر آن قرار دارد، نیمساز زاویه XOY می‌باشد.



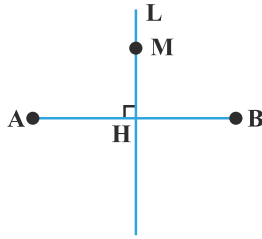
تذکره: مجموعه نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع L_1 و L_2 در آن صفحه به یک فاصله باشند،

نیمسازهای زوایایی هستند که از تلاقی این دو خط تشکیل می‌شوند. از آن‌جا که دو زاویه ایجاد شده

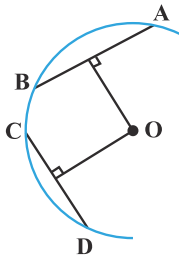
بین دو خط L_1 و L_2 مکمل یکدیگرند، نیمسازهای زوایای بین آن‌ها یعنی خطوط Δ_1 و Δ_2 ،

همواره بر هم عمودند.

ویژگی عمودمنصف یک پاره‌فا



عمودمنصف یک پاره‌خط، خطی است که بر آن پاره‌خط، عمود است و آن را نصف می‌کند. هر نقطه که روی عمودمنصف یک پاره‌خط قرار دارد، از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است. یعنی اگر در شکل مقابل، خط L عمودمنصف پاره‌خط AB باشد، آن‌گاه $MA = MB$ است. برعکس هر نقطه که از دو سر پاره‌خطی به یک فاصله است، بر روی عمودمنصف آن پاره‌خط قرار دارد، یعنی اگر در شکل فوق $MA = MB$ باشد، آن‌گاه M روی عمودمنصف پاره‌خط AB واقع است.

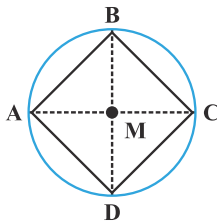


نکته: مرکز دایره‌هایی که از دو نقطه A و B عبور می‌کنند روی عمودمنصف پاره‌خط AB واقع‌اند، چون مراکز این دواير از دو نقطه A و B به یک فاصله هستند. در نتیجه یکی از کاربردهای عمودمنصف، یافتن مرکز دایره‌ای است که بخشی از آن رسم گردیده است. برای این کار می‌توان دو وتر دلخواه و غیرموازی AB و CD از دایره را مطابق شکل انتخاب کرد و عمودمنصف هر کدام از این دو پاره‌خط را رسم نمود. محل تلاقی این دو عمودمنصف، از هر چهار نقطه A ، B ، C و D به یک فاصله است، پس مرکز دایره‌ای است که از این چهار نقطه عبور می‌کند.

تذکره: با استفاده از ویژگی‌های عمودمنصف یک پاره‌خط، می‌توان از یک نقطه واقع بر یک خط یا در خارج آن، خطی را بر خط مفروض عمود رسم کرد و یا از یک نقطه خارج یک خط، خطی به موازات خط مفروض رسم نمود.

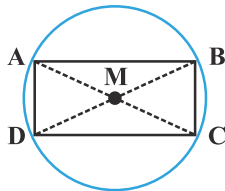
ترسیم چهارضلعی‌های مهم

۱) طریقهٔ رسم مربعی به طول قطر d :



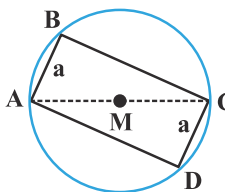
ابتدا پاره‌خط AC را به طول d رسم می‌نماییم و سپس عمودمنصف این پاره‌خط را رسم می‌کنیم. اکنون به مرکز وسط پاره‌خط AC (نقطه M) و به شعاع $\frac{d}{2}$ ، دایره‌ای رسم می‌کنیم تا این عمودمنصف را در نقاط B و D قطع کند. مربع $ABCD$ جواب مسأله است و تنها یک مربع با مشخصات داده شده قابل رسم است.

۲) طریقهٔ رسم مستطیلی به طول قطر d :



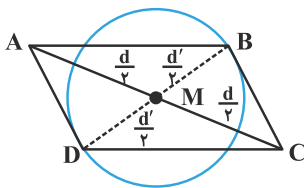
ابتدا پاره‌خط AC را به طول d رسم کرده و سپس به کمک عمودمنصف این پاره‌خط، وسط این پاره‌خط (نقطه M) را پیدا می‌کنیم. اکنون به مرکز نقطه M و به شعاع $\frac{d}{2}$ ، دایره‌ای رسم می‌کنیم. از برخورد هر یک از قطرهای این دایره با دایره، دو نقطه B و D حاصل می‌شود که دو رأس دیگر این مستطیل است. بدیهی است بی‌شمار جواب برای چنین مستطیلی وجود دارد.

۳) طریقهٔ رسم مستطیلی به طول ضلع a و طول قطر d :



ابتدا پاره‌خط AC را به طول d رسم کرده و سپس به کمک عمودمنصف این پاره‌خط، وسط این پاره‌خط (نقطه M) را پیدا می‌کنیم و به مرکز نقطه M و به شعاع $\frac{d}{2}$ ، دایره‌ای رسم می‌نماییم. اکنون به مرکز A و به شعاع a ، کمانی رسم می‌کنیم تا دایره را در نقطه‌ای مانند B قطع کند و سپس به مرکز C و به شعاع a ، کمانی رسم می‌کنیم تا دایره را در طرف دیگر قطر AC در نقطه‌ای مانند D قطع نماید. مستطیل $ABCD$ جواب مسأله است و تنها یک مستطیل با این مشخصات قابل رسم است.

۴) طریقهٔ رسم متوازی‌الاضلاعی به طول قطرهای d و d' :



ابتدا پاره‌خطی مانند AC به طول d رسم کرده و سپس به کمک عمودمنصف، وسط آن یعنی نقطه M را تعیین می‌کنیم. سپس به مرکز M و به شعاع $\frac{d}{2}$ ، دایره‌ای رسم می‌نماییم. هر یک از قطرهای این دایره (به جزء قطری که در راستای AC قرار دارد)، دایره را در دو نقطه مانند B و D قطع می‌کند که دو رأس دیگر این متوازی‌الاضلاع هستند.

۱. در مثلث ABC ، دو رأس A و B ثابت هستند. با داشتن طول ارتفاع وارد بر AB ، رأس C همواره روی کدام قرار دارد؟
(آزمون کانون ۲۳ مهر ۹۵) (مرتبط با فعالیت صفحه ۱۵ کتاب درسی)

- (۱) نیم‌دایره‌ای به قطر AB
(۲) دایره‌ای به قطر AB
(۳) یک خط موازی AB
(۴) دو خط موازی AB

۲. تعداد نقاطی در صفحه که از خط d و نقطه A به فاصله ۸ باشند، چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟
(آزمون کانون ۷ آبان ۹۵) (مرتبط با فعالیت‌های صفحه‌های ۱۰ و ۱۵ کتاب درسی)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳. دو نقطه A و B به فاصله $3a + 7$ واحد از هم قرار دارند. اگر فقط یک نقطه در صفحه وجود داشته باشد که از هر کدام از دو نقطه A و B به فاصله $2a + 2$ باشد، مقدار a کدام است؟
(آزمون کانون ۲۱ مهر ۹۶) (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱ کتاب درسی)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۴. چند نقطه در صفحه وجود دارد که فاصله آن‌ها از هر کدام از دو خط متقاطع d_1 و d_2 برابر ۲ سانتی‌متر باشد؟
(آزمون کانون ۲۱ مهر ۹۶) (مرتبط با تمرین ۶ صفحه ۱۷ کتاب درسی)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۵. به مرکز O واقع بر خط d ، کمانی به شعاع دلخواه رسم می‌کنیم تا خط d را در نقطه A قطع کند. سپس به مرکز A و همان شعاع قبلی کمان دیگری رسم می‌کنیم تا کمان قبلی را در نقطه B قطع کند. زاویه AOB چند درجه است؟
(آزمون کانون ۲۱ مهر ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)

- (۱) $22/5^\circ$ (۲) 30° (۳) 45° (۴) 60°

۶. نقطه A روی خط d قرار دارد. چند نقطه در صفحه می‌توان یافت که به فاصله برابر ۲ واحد از نقطه A و خط d باشند؟
(آزمون کانون ۵ آبان ۹۶) (مرتبط با فعالیت‌های صفحه‌های ۱۰ و ۱۵ کتاب درسی)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۷. نقاط A و B به فاصله ۴ سانتی‌متر از هم هستند. دو نقطه متمایز U و V فاصله‌شان از A برابر ۳ سانتی‌متر و از B برابر x سانتی‌متر است. x در کدام محدوده است؟
(آزمون کانون ۱۹ آبان ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)

- (۱) $1 < x$ (۲) $x < 1$
(۳) $1 < x < 7$ (۴) $1 < x < 11$

۸. مثلثی با معلوم بودن طول سه ضلع آن قابل رسم است. برای رسم این مثلث چند کمان باید رسم کنیم؟
(مرتبط با کار در کلاس ۱ و ۲ صفحه ۱۱ کتاب درسی)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) حداقل ۲ (۴) حداکثر ۲

۹. نقطه A به فاصله ۴ سانتی‌متر از نقطه B قرار دارد. در صفحه چند نقطه وجود دارد که از A به فاصله ۷ سانتی‌متر و از B به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد؟
(مرتبط با کار در کلاس ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰. سه نقطه A ، B و C مفروض‌اند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A ، B و C به ترتیب به فاصله ۴، ۳ و ۲ باشد؟
(مرتبط با صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) حداقل ۱ (۴) حداکثر ۲

۱۱. خط موربی دو خط موازی d و d' را به ترتیب در نقاط B و C قطع می‌کند. اگر نقطه O از هر سه خط به یک فاصله باشد، زاویه BOC چند درجه است؟
(آزمون کانون ۸۶) (مرتبط با نتیجه صفحه ۱۲ کتاب درسی)

- (۱) ۱۰۵ (۲) ۹۵ (۳) ۹۰ (۴) ۷۵

۱۲. در مثلث ABC ، نیمساز زاویه داخلی A ، ضلع BC را در نقطه D قطع می‌کند. از نقطه D عمودهای DE و DF را به ترتیب بر اضلاع AB و AC رسم می‌کنیم. طول‌های کدام دو پاره‌خط، همواره با هم مساوی است؟
(آزمون کانون ۸۸) (مرتبط با نتیجه صفحه ۱۲ کتاب درسی)

- (۱) BE و CF (۲) CF و AE (۳) AE و AF (۴) BE و AF

۱۳. ۲ در مثلث ABC ، نقاط D و E را به ترتیب روی اضلاع AB و AC به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که $AD = AE$ باشد. از D عمودی بر AB و از E عمودی بر AC رسم می‌کنیم تا همدیگر را در نقطه M قطع کنند. نقطه M همواره بر کدامیک از خطوط زیر واقع است؟

(آزمون کانون ۲۳ مهر ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

(۱) نیمساز زاویه A (۲) میانه نظیر رأس A (۳) ارتفاع نظیر رأس A (۴) عمودمنصف ضلع BC

۱۴. ۴ در شکل زیر، AD نیمساز زاویه BAC است. x چند واحد است؟



- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) ۶

۱۵. ۵ در مثلث ABC طول‌های دو ضلع AB و AC به ترتیب ۴ و ۶ سانتی‌متر و مقدار مساحت برابر 10 سانتی‌مترمربع است. اگر نیمساز داخلی \hat{A} ، ضلع BC را در نقطه D قطع کرده باشد، فاصله نقطه D از ضلع AB کدام است؟

(آزمون کانون ۹۳) (مرتبط با نتیجه صفحه ۱۲ کتاب درسی)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۶. ۶ دو خط d و d' برهم عمودند. اگر خط L ، این دو خط را در نقاط متمایز A و B قطع کند، آن‌گاه حداکثر چند نقطه روی خط L می‌توان یافت که از d و d' به یک فاصله باشند؟

(آزمون کانون ۲۳ مهر ۹۵) (مرتبط با نتیجه صفحه ۱۲ کتاب درسی)

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۱۷. ۷ در چهارضلعی $ABCD$ ، $\hat{B} = 90^\circ$ و رأس C محل تقاطع نیمساز داخلی زاویه A و عمودمنصف ضلع AD است. اگر $AB = 4$ و مساحت چهارضلعی 18 باشد، محیط $ABCD$ کدام است؟

(آزمون کانون ۲۱ آبان ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳ کتاب درسی)

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲۴

۱۸. ۸ در مثلث ABC ، نقطه H (پای ارتفاع AH) از اضلاع AB و AC به یک فاصله است. مثلث ABC لزوماً چگونه است؟

(آزمون کانون ۱۹ آذر ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

(۱) فقط قائم‌الزاویه (۲) فقط متساوی‌الساقین

(۳) متساوی‌الاضلاع (۴) متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه

۱۹. ۹ در یک دوزنقه، نقطه‌ای از دو سر قاعده CD به یک فاصله و هم‌چنین از قاعده AD و ساق CD به یک فاصله است. این نقطه حاصل برخورد کدام است؟

(آزمون کانون ۲۳ مهر ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳ کتاب درسی)

(۱) نیمسازهای \hat{D} و \hat{C}

(۲) عمودمنصف‌های دو ساق

(۳) عمودمنصف CD و نیمساز زاویه D

(۴) دو دایره با شعاع یکسان و به مرکز اوساط قاعده‌ها

۲۰. ۱۰ در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$)، به طول ساق 5 و قاعده 6 ، نیمساز زاویه B ، ضلع AC را در نقطه D قطع می‌کند. فاصله نقطه D از ضلع AB چند برابر $\frac{1}{11}$ است؟

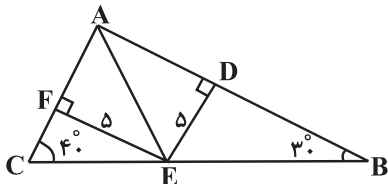
(آزمون کانون ۹۴) (مرتبط با صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۱ (۳) ۲۶ (۴) ۲۳

۲۱. ۱۱ در شکل زیر، اندازه زاویه \hat{CAE} کدام است؟

(آزمون کانون ۲۱ مهر ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

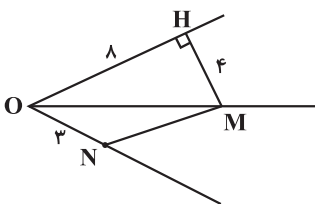
- (۱) 40°
(۲) 45°
(۳) 50°
(۴) 55°



۲۲. ۱۲ در شکل زیر هرگاه M نقطه‌ای روی نیمساز زاویه O باشد، مساحت مثلث OMN کدام است؟

(آزمون کانون ۲۱ مهر ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

- (۱) ۸
(۲) ۶
(۳) ۱۰
(۴) ۹

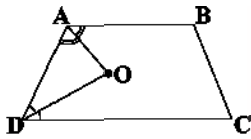


۲۳. ۱۳ در صفحه شامل مثلث متساوی‌الساقین ABC ، چند نقطه وجود دارد که از B و C به یک فاصله بوده و از AB و AC نیز به یک فاصله باشد؟

(آزمون کانون ۲۱ مهر ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

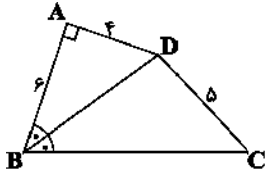
- (۱) صفر (۲) همواره یک (۳) همواره بی‌شمار (۴) یک یا بی‌شمار

۱۴ ۲۴. در دوزنقه $ABCD$ ، O محل تقاطع دو نیم‌ساز زاویه‌های A و D است. مجموع فاصله‌های نقطه O از دو قاعده و ساق AD برابر با کدام است؟
(آزمون کانون ۲۱ آبان ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)



- (۱) $1/5$ برابر ساق AD
(۲) مجموع قاعده‌ها
(۳) مجموع ساق‌ها
(۴) $1/5$ برابر ارتفاع دوزنقه

۱۵ ۲۵. در شکل زیر، BD نیم‌ساز زاویه ABC است. طول BC کدام است؟
(آزمون کانون ۲۳ مهر ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)



- (۱) ۷
(۲) ۸
(۳) ۹
(۴) ۱۰

۱۶ ۲۶. دو خط d و d' موازی‌اند و خط m ، دو خط d و d' را به ترتیب در نقاط A و B قطع کرده است. اگر O نقطه برخورد نیم‌ساز زاویه منفرجه A و زاویه حاده B باشد، کدام گزینه لزوماً درست نیست؟
(آزمون کانون ۲۳ مهر ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

- (۱) زاویه AOB قائمه است.
(۲) با تغییر زوایای A و B ، زاویه AOB تغییر نمی‌کند.
(۳) O روی عمودمنصف AB قرار دارد.
(۴) نقطه O از d و d' به یک فاصله است.

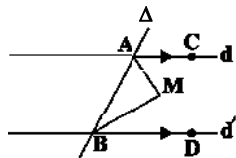
۱۷ ۲۷. در چهارضلعی $ABCD$ ، $\hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$ و قطر BD نیم‌ساز زاویه‌های B و D است. اگر $BD = 15$ ، $AD = 2x - 1$ و $DC = x + 4$ باشد، محیط چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟
(آزمون کانون ۲۳ مهر ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

- (۱) ۲۴ (۲) ۳۰ (۳) ۳۶ (۴) ۴۲

۱۸ ۲۸. در کدام یک از چهارضلعی‌های زیر، همواره نقطه‌ای وجود دارد که فاصله یکسانی از هر چهار ضلع داشته باشد؟
(آزمون کانون ۲۳ مهر ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

- (۱) متوازی‌الاضلاع (۲) مستطیل (۳) دوزنقه متساوی‌الساقین (۴) لوزی

۱۹ ۲۹. دو خط موازی d و d' و خط مورب Δ مطابق شکل مفروضند. نیم‌سازهای دو زاویه BAC و ABD در نقطه M متقاطع‌اند. نسبت فاصله نقطه M از خط d به فاصله آن تا خط d' برابر با کدام است؟
(آزمون کانون ۲۳ مهر ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)



- (۱) $\frac{2}{3}$
(۲) $\frac{MA}{MB}$
(۳) ۱

(۴) بستگی به زوایای A و B دارد.

۲۰ ۳۰. دو خط متقاطع d و d' را در نظر بگیرید. دایره‌ای به شعاع دلخواه و مرکز محل برخورد این دو خط رسم شده است. چند نقطه روی این دایره وجود دارد که از این دو خط به یک فاصله هستند؟
(آزمون کانون ۲۳ مهر ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

- (۱) دقیقاً ۲ نقطه (۲) حداکثر ۲ نقطه (۳) دقیقاً ۴ نقطه (۴) حداکثر ۴ نقطه

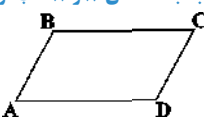
ویژگی عمودمنصف یک پاره خط

سؤال ۲۰

۱ ۳۱. در مثلث متساوی‌الساقین ABC داریم $AB = AC$ و $\hat{A} = 80^\circ$. عمودمنصف‌های ساق‌ها هم‌دیگر را در نقطه O قطع می‌کنند. کوچک‌ترین زاویه مثلث OBC چند درجه است؟
(آزمون کانون ۹۳) (مرتبط با نتیجه صفحه ۱۳ کتاب درسی)

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

۲ ۳۲. از تقاطع عمودمنصف‌های اضلاع متوازی‌الاضلاع زیر، لزوماً کدام شکل ایجاد می‌شود؟
(آزمون کانون ۲۳ مهر ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)



- (۱) مستطیل (۲) مربع (۳) لوزی (۴) متوازی‌الاضلاع

۳ ۳۳. مثلث OAB مفروض است. عمودمنصف پاره‌خط‌های OA و OB را رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه T قطع کنند. نقطه T لزوماً ...

(آزمون کانون ۲۱ آبان ۹۵) (مرتبط با صفحه ۱۹ کتاب درسی)

- (۱) روی نیم‌ساز زاویه AOB قرار دارد. (۲) روی پاره‌خط AB قرار دارد.
(۳) روی عمودمنصف پاره‌خط AB قرار دارد. (۴) درون مثلث است.

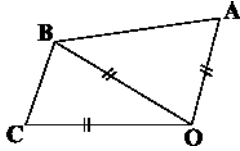
۳۴ (۴) در شکل زیر، کدام گزینه لزوماً صحیح است؟

- (۱) O روی نیم‌ساز \widehat{ABC} واقع است.
 (۲) B روی نیم‌ساز \widehat{AOC} واقع است.
 (۳) O روی عمودمنصف AC واقع است.
 (۴) B روی عمودمنصف AC واقع است.

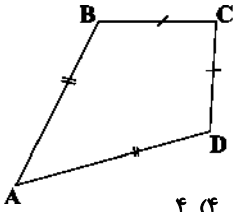
۳۵ (۵) در چهارضلعی $ABCD$ مطابق شکل، چه تعداد از موارد زیر همواره صحیح است؟

- (الف) قطر AC نیم‌ساز زاویه C است.
 (ب) قطر BD نیم‌ساز زاویه B است.
 (پ) قطر AC بخشی از عمودمنصف قطر BD است.
 (ت) قطر BD بخشی از عمودمنصف قطر AC است.

(آزمون کانون ۷ آبان ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳ کتاب درسی)



(آزمون کانون ۷ آبان ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳ کتاب درسی)



(۴) ۴

(۳) ۲

(۲) ۱

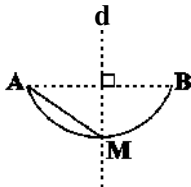
(۱) صفر

۳۶ (۶) از مثلث ABC ، ضلع BC و نقطه H پای ارتفاع وارد بر ضلع BC ثابت است. با تغییر نقطه A در صفحه، وسط ضلع AB بر روی کدام یک از خطوط زیر جابه‌جا می‌شود؟

- (۱) عمودمنصف BH
 (۲) خطی موازی BC
 (۳) عمودمنصف BC
 (۴) نیم‌ساز زاویه AHB

۳۷ (۷) مطابق شکل، کمان AB قسمتی از یک دایره به شعاع ۳ و خط d عمودمنصف پاره‌خط AB است. اگر $AM = ۲$ ، فاصله مرکز دایره تا وسط AM کدام است؟

(آزمون کانون ۲۱ آبان ۹۵) (مرتبط با صفحه ۱۳ کتاب درسی)



(۱) ۱

(۲) $\sqrt{۲}$

(۳) $۲\sqrt{۲}$

(۴) $\sqrt{۵}$

۳۸ (۸) دو نقطه A و B و خط d داده شده‌اند. می‌خواهیم مثلث متساوی‌الساقینی رسم کنیم که رأسش روی d و قاعده آن پاره‌خط AB باشد، با توجه به اوضاع A ، B و d ، تعداد جواب‌های ممکن برای رسم مثلث کدام نمی‌تواند باشد؟

(آزمون کانون ۲۱ آبان ۹۵) (مرتبط با صفحه ۱۳ کتاب درسی)

- (۱) یک جواب
 (۲) دو جواب
 (۳) هیچ جواب
 (۴) بی‌شمار جواب

۳۹ (۹) در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، عمودمنصف ساق AB با ساق AC در نقطه M متقاطع است. اگر $\widehat{MBC} = ۵۷^\circ$ ، آنگاه زاویه حاده A چند درجه است؟ ($\widehat{A} < ۹۰$)

(آزمون کانون ۹۲) (مرتبط با صفحه ۱۳ کتاب درسی)

(۲) ۲۲

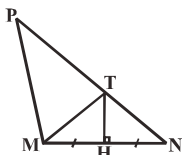
(۱) ۲۱

(۴) ۲۴

(۳) ۲۳

۴۰ (۱۰) در مثلث MNP ، $\widehat{PMN} = ۳\widehat{PNM}$ و عمودمنصف ضلع MN ، ضلع PN را در نقطه T قطع کرده است. اگر $PM = ۶$ و $PN = ۱۰$ ، آنگاه طول MT چقدر است؟

(آزمون کانون ۸۸) (مرتبط با صفحه ۱۳ کتاب درسی)



(۱) ۸

(۲) ۶

(۳) ۴

(۴) $۳/۵$

۴۱ (۱۱) نقاط A و B در صفحه ثابت هستند و نقطه C طوری در صفحه تغییر می‌کند که $\widehat{ABC} = ۲\widehat{BAC}$. وقتی C تغییر می‌کند، مجموعه نقاطی که محل تلاقی نیم‌ساز زاویه ABC با پاره‌خط AC هستند، کدام است؟

(آزمون کانون ۸ بهمن ۹۵) (مرتبط با صفحه ۱۳ کتاب درسی)

- (۱) یک نقطه
 (۲) یک دایره
 (۳) خطی موازی با AB
 (۴) عمودمنصف AB

۴۲ ۱۲. در چهارضلعی $ABCD$ ، اگر $AB=AD$ و $CB=CD$ ، آن گاه روی قطر AC چند نقطه وجود دارد که از دو رأس B و D به یک فاصله باشند؟
(آزمون کانون ۹۲) (مرتبط با نتیجه صفحه ۱۳ کتاب درسی)

- ۱ (۱) ۲ (۲)
۳ (۳) ۴ (۴) بی‌شمار

۴۳ ۱۳. در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، $\hat{A} = \hat{B}$ ($AB = AC$) است. عمودمنصف اضلاع AB و AC ، ضلع BC را به ترتیب در نقاط M و N قطع می‌کنند. اگر $BC = 24$ باشد آنگاه طول پاره‌خط BN کدام است؟
(آزمون کانون ۸۸) (مرتبط با نتیجه صفحه ۱۳ کتاب درسی)

- ۱ (۱) ۱۵
۲ (۲) ۲۰
۳ (۳) ۱۶
۴ (۴) ۱۸

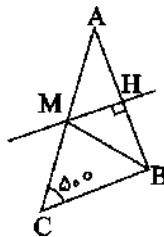
۴۴ ۱۴. قطر AB در دایره‌ای مفروض است. عمودمنصف AB دایره را در نقطه C قطع می‌کند. مثلث ABC همواره چگونه مثلثی است؟
(آزمون کانون ۷ آبان ۹۵) (مرتبط با صفحه ۱۳ کتاب درسی)

- ۱) متساوی‌الساقین غیرقائم‌الزاویه
۲) متساوی‌الاضلاع
۳) قائم‌الزاویه غیرمتساوی‌الساقین
۴) قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین

۴۵ ۱۵. در مثلثی که زاویه‌های آن حاده هستند، اگر عمودمنصف‌های دو ضلع AC و AB یکدیگر را در نقطه O قطع کنند، آنگاه $\hat{B}OC$ همواره برابر کدام است؟
(آزمون کانون ۹۰) (مرتبط با نتیجه صفحه ۱۳ کتاب درسی)

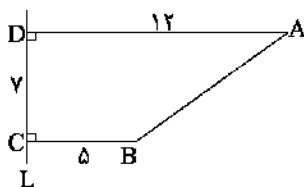
- ۱) $90^\circ + \frac{1}{2}\hat{A}$
۲) $\hat{B} + \hat{C}$
۳) $\frac{1}{2}(\hat{B} + \hat{C})$
۴) $2\hat{A}$

۴۶ ۱۶. در مثلث مفروض ABC ، MH عمودمنصف ضلع AB می‌باشد. اگر $\hat{C} = 50^\circ$ و $MC = MB$ باشد، آن گاه $\hat{M}BA$ چند درجه است؟
(آزمون کانون ۱۹ آذر ۹۵) (مرتبط با نتیجه صفحه ۱۳ کتاب درسی)



- ۱) 55°
۲) 50°
۳) 45°
۴) 40°

۴۷ ۱۷. در شکل زیر با کمک خط‌کش و پرگار، نقطه O را چنان پیدا کرده‌ایم که از A و B به یک فاصله بوده و فاصله O از خط L برابر 8 است. طول OA کدام می‌تواند باشد؟
(آزمون کانون ۱۸ فروردین ۹۶) (مرتبط با صفحه ۱۳ کتاب درسی)



- ۱) $2\sqrt{3}$
۲) $3\sqrt{2}$
۳) 5
۴) $4\sqrt{2}$

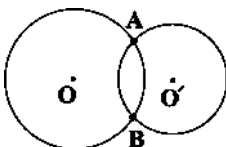
۴۸ ۱۸. نقاط A و B و خط d در صفحه مفروض‌اند. تعداد نقاطی از خط d که فاصله‌شان از دو نقطه‌ی A و B یکسان است، کدام نمی‌تواند باشد؟
(آزمون کانون ۱۷ فروردین ۹۷) (مرتبط با مثال صفحه ۲۰ کتاب درسی)

- ۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) بی‌شمار

۴۹ ۱۹. در مثلث ABC داریم $AB = AC$ و $\hat{A} = 80^\circ$ ، عمودمنصف‌های دو ساق مثلث، قاعده BC را در M و N قطع می‌کند. کوچک‌ترین زاویه مثلث AMN چند درجه است؟
(سراسری تجربی ۹۲) (نتیجه صفحه ۱۳ کتاب درسی)

- ۱) ۱۵
۲) ۲۰
۳) ۲۵
۴) ۳۰

۵۰ ۲۰. مطابق شکل، دو دایره به مراکز O و O' در نقاط A و B متقاطع می‌باشند. در این صورت لزوماً:
(آزمون کانون ۲۳ مهر ۹۵) (مرتبط با صفحه ۱۳ کتاب درسی)



- ۱) OO' از وسط AB می‌گذرد.
۲) OO' بر AB عمود است.
۳) $\hat{O}AO' = \hat{O}BO'$
۴) هر سه گزینه صحیح است.

۱ ۵۱. پاره خط AB به طول ۸ واحد مفروض است. چند متوازی‌الاضلاع می‌توان رسم کرد که یکی از قطرهای آن، پاره خط AB و قطر دیگر آن به طول ۶ واحد باشد؟
(آزمون کانون ۹۲) (مشابه تمرین ۱ صفحه ۱۶ کتاب درسی)

- (۱) هیچ
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) بی‌شمار

۲ ۵۲. در کدام یک از گزینه‌های زیر، پاسخ ترسیم منحصر به فرد نیست؟
(آزمون کانون ۲۳ مهر ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷ کتاب درسی)

- (۱) رسم لوزی با داشتن طول دو قطر آن
(۲) رسم مربعی با داشتن قطر آن
(۳) متوازی‌الاضلاع با داشتن طول دو قطر آن
(۴) مثلث با داشتن اندازه سه ضلع

۳ ۵۳. چند مستطیل می‌توان رسم کرد که طول یک ضلع آن، $5\sqrt{3}$ و طول قطر آن، ۸ باشد؟
(آزمون کانون ۷ آبان ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷ کتاب درسی)

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) هیچ

۴ ۵۴. کدام چهارضلعی را نمی‌توان رسم کرد؟
(آزمون کانون ۲۱ آبان ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷ کتاب درسی)

- (۱) مستطیلی که طول یک ضلع آن ۴ و طول قطر آن ۱۰ باشد.
(۲) متوازی‌الاضلاعی که طول ضلع‌هایش ۳ و ۵ و طول یک قطر آن ۶ باشد.
(۳) مستطیلی که طول قطر آن ۱۰ و زاویه بین دو قطر 60° باشد.
(۴) لوزی که طول ضلع آن ۵ و طول یک قطر آن ۱۲ باشد.

۵ ۵۵. کدام یک از چهارضلعی‌های زیر را نمی‌توان به صورت منحصر به فرد رسم کرد؟
(آزمون کانون ۵ آبان ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷ کتاب درسی)

- (۱) متوازی‌الاضلاعی که طول‌های قطرهای آن ۶ و ۸ سانتی‌متر است.
(۲) لوزی‌ای که طول قطرهای آن ۶ و ۱۰ سانتی‌متر است.
(۳) مربعی که طول قطر آن ۷ سانتی‌متر است.
(۴) لوزی‌ای که طول ضلع و قطر آن به ترتیب ۵ و ۶ سانتی‌متر است.

۶ ۵۶. در کدام یک از ترسیم‌های زیر، یک شکل منحصر به فرد حاصل نمی‌شود؟
(مرتبط با صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷ کتاب درسی)

- (۱) رسم یک لوزی با معلوم بودن دو قطر
(۲) رسم یک مستطیل با معلوم بودن یک قطر و یک ضلع
(۳) رسم یک مربع با معلوم بودن قطر
(۴) رسم متوازی‌الاضلاع با معلوم بودن یک قطر و یک ضلع

۷ ۵۷. چند لوزی متمایز با قطرهای به طول ۱۲ و ۱۶ و طول ضلع ۹ می‌توان رسم کرد؟
(مرتبط با تمرین ۵ صفحه ۱۷ کتاب درسی)

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) بی‌شمار

۸ ۵۸. چند متوازی‌الاضلاع متمایز با معلوم بودن طول دو قطر و زاویه بین آن‌ها می‌توان رسم کرد؟
(مرتبط با تمرین ۱ صفحه ۱۶ کتاب درسی)

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) صفر
(۴) بی‌شمار

۹ ۵۹. پاره خط AB به طول ۶ مفروض است. عمود منصف AB را رسم می‌کنیم. از نقطه A دایره‌ای به شعاع ۵ رسم کرده تا عمود منصف AB را در نقاط C و D قطع کند. چهارضلعی $ACBD$ کدام است؟
(مرتبط با تمرین ۵ صفحه ۱۷ کتاب درسی)

- (۱) مربع به قطر ۶
(۲) لوزی به قطرهای ۵ و ۶
(۳) مستطیل به اضلاع ۵ و ۶
(۴) لوزی به قطرهای ۶ و ۸

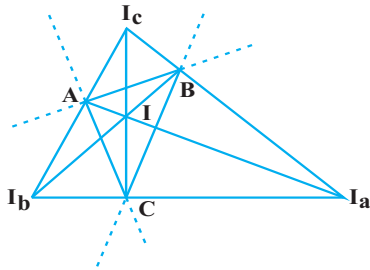
۱۰ ۶۰. در کدام مورد زیر، با اطلاعات داده شده، فقط یک شکل قابل رسم است؟
(آزمون کانون ۲۷ آبان ۹۵) (مکمل تمرین‌های صفحه‌های ۱۶ و ۱۷ کتاب درسی)

- (۱) متوازی‌الاضلاعی با طول قطر ۲ و ۷
(۲) مربعی با طول قطر ۶
(۳) لوزی با طول ضلع ۵
(۴) دایره‌ای با یک وتر به طول ۲ که آن وتر قطر دایره نیست.



استدلال

✓ همرسی نیمسازها:



سه نیمساز داخلی هر مثلث هم‌رسانند، نقطه هم‌رسانی نیمسازهای داخلی، از هر سه ضلع مثلث، به یک فاصله است و همواره داخل مثلث قرار دارد. همچنین هر دو نیمساز خارجی مثلث با نیمساز داخلی زاویه سوم هم‌رسانند، این نقطه هم‌رسانی از یک ضلع و امتداد دو ضلع دیگر، به یک فاصله است، یعنی در شکل مقابل داریم:

I : نقطه هم‌رسانی نیمسازهای داخلی مثلث ABC که از هر سه ضلع AB ، AC و BC به یک فاصله است.

I_a : نقطه هم‌رسانی نیمساز داخلی \hat{A} و نیمسازهای خارجی \hat{B} و \hat{C} که از ضلع BC و امتداد AB و AC به یک فاصله است.

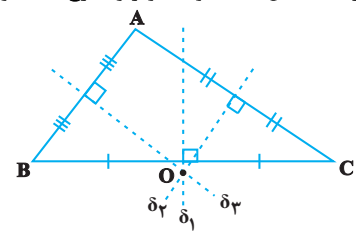
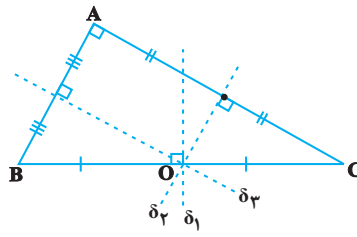
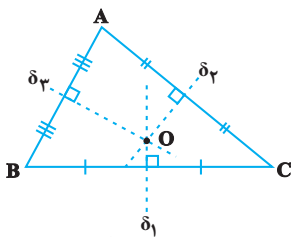
I_b : نقطه هم‌رسانی نیمساز داخلی \hat{B} و نیمسازهای خارجی \hat{A} و \hat{C} که از ضلع AC و امتداد AB و BC به یک فاصله است.

I_c : نقطه هم‌رسانی نیمساز داخلی \hat{C} و نیمسازهای خارجی \hat{A} و \hat{B} که از ضلع AB و امتداد AC و BC به یک فاصله است.

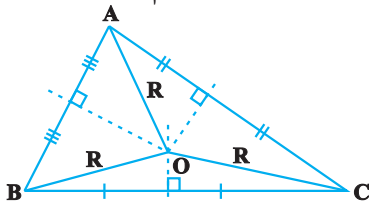
یعنی چهار نقطه I ، I_a ، I_b و I_c از اضلاع مثلث ABC یا امتداد آن‌ها، به یک فاصله هستند.

✓ همرسی عمودمنصف‌ها:

عمودمنصف‌های ضلع‌های هر مثلث هم‌رسانند. نقطه هم‌رسانی عمودمنصف‌ها بسته به این که مثلث حاده‌الزاویه، قائم‌الزاویه و یا منفرجه‌الزاویه باشد، به ترتیب داخل مثلث، وسط وتر و خارج مثلث واقع است.

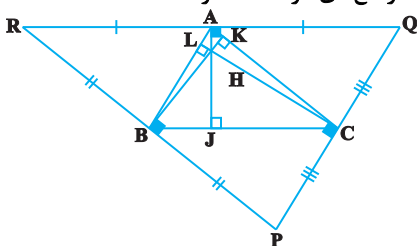


نقطه هم‌رسانی عمودمنصف‌های هر مثلث، از سه رأس آن مثلث به یک فاصله است.

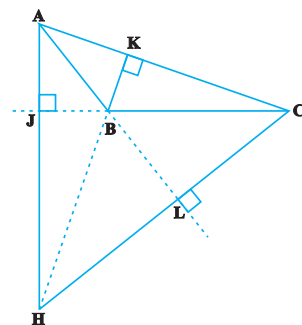
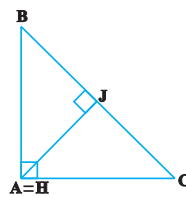
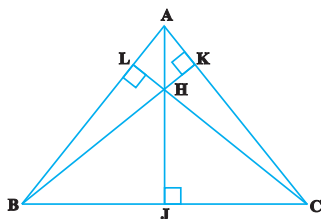


✓ همرسی ارتفاع‌ها:

☞ **قضیه:** اگر از رئوس مثلث ABC ، خطوطی به موازات اضلاع آن رسم کنیم تا مثلث PQR به‌دست آید، آن‌گاه ارتفاع‌های مثلث ABC ، عمودمنصف‌های مثلث PQR هستند. از این قضیه می‌توان نتیجه گرفت که ارتفاع‌های هر مثلث هم‌رسانند.



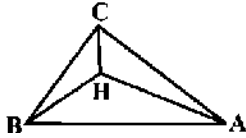
نقطه هم‌رسانی ارتفاع‌های مثلث، بسته به این که آن مثلث حاده‌الزاویه، قائم‌الزاویه و یا منفرجه‌الزاویه باشد، به ترتیب داخل مثلث، رأس قائمه و خارج مثلث واقع است.



۱. ۶۱ در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$)، $BC = 8$ و فاصله نقطه همرسی عمود منصف‌های اضلاع از قاعده مثلث برابر ۳ است. طول ساق مثلث به شرط آن که از قاعده بزرگ‌تر باشد، کدام است؟
(آزمون کانون ۸۰) (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)

- (۱) ۹
(۲) $3\sqrt{5}$
(۳) ۶
(۴) $4\sqrt{5}$

۲. ۶۲ در مثلث ABC که در آن $\hat{A} = 40^\circ$ و $\hat{B} = 60^\circ$ و H محل تلاقی سه ارتفاع است، زاویه AHC چند برابر زاویه BHC است؟
(مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)



- (۱) $\frac{5}{6}$
(۲) $\frac{5}{7}$
(۳) $\frac{6}{7}$
(۴) $\frac{7}{5}$

۳. ۶۳ در مثلث ABC ، داریم $\hat{A} = 40^\circ$ و $\hat{B} = 60^\circ$ ، اگر نقطه تلاقی سه ارتفاع H باشد، زاویه CHA چند درجه است؟
(مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)

- (۱) ۱۰۰
(۲) ۱۲۰
(۳) ۱۴۰
(۴) ۸۰

۴. ۶۴ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، از نقطه O محل تلاقی نیمسازهای داخلی مثلث، دو عمود OH و OH' به ترتیب بر دو ضلع AB و AC رسم شده است. اگر فاصله نقطه O از وتر، برابر $2\sqrt{2}$ باشد، طول HH' چه قدر است؟
(آزمون کانون ۹۲) (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)

- (۱) ۴
(۲) $2\sqrt{6}$
(۳) $4\sqrt{2}$
(۴) ۳

۵. ۶۵ مثلث دلخواه ABC را در نظر می‌گیریم. از رئوس A ، B و C خطوطی به موازات اضلاع روبه‌رویشان رسم می‌کنیم تا این خطوط مثلث $A'B'C'$ را تشکیل دهند. نقطه تلاقی ارتفاع‌های مثلث ABC برای مثلث $A'B'C'$ چه نقطه‌ای است؟
(آزمون کانون ۹۲) (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)

- (۱) نقطه تلاقی میانه‌ها
(۲) نقطه تلاقی ارتفاع‌ها
(۳) محل تلاقی نیمسازها
(۴) محل تلاقی عمود منصف‌ها

۶. ۶۶ اگر در مثلث ABC ، $\hat{A} = 92^\circ$ ، کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟
(مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)

- (۱) نقطه تلاقی سه میانه خارج مثلث است.
(۲) نقطه تلاقی سه نیمساز خارج مثلث است.
(۳) نقطه تلاقی سه ارتفاع خارج مثلث است.
(۴) نقطه تلاقی سه ارتفاع روی ضلع BC است.

۷. ۶۷ در مثلث غیر قائم‌الزاویه ABC ، اگر نقطه O محل تلاقی سه ارتفاع باشد، نقطه A برای مثلث OBC چه نقطه‌ای است؟
(آزمون کانون ۹۱) (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)

- (۱) محل تلاقی سه ارتفاع
(۲) محل تلاقی سه میانه
(۳) محل تلاقی نیمسازها
(۴) محل تلاقی عمود منصف‌ها

۸. ۶۸ اگر \hat{A} ، \hat{B} ، \hat{C} زاویه‌های یک مثلث به ترتیب با اعداد ۱، ۲ و ۳ متناسب باشند و نیمسازهای داخلی در نقطه D متقاطع باشند، زاویه ADC کدام است؟
(مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)

- (۱) 145°
(۲) 120°
(۳) 95°
(۴) 140°

۹. ۶۹ در مثلث ABC که زاویه‌ها به نسبت ۲، ۳ و ۷ است، زاویه بزرگ‌تر A بوده و D محل تلاقی سه نیمساز است. حاصل $ADC - BDC + ADB$ کدام است؟
(مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)

- (۱) 105°
(۲) 75°
(۳) 60°
(۴) 90°

۱۰. ۷۰ کدام یک از نقاط زیر از سه ضلع مثلث به یک فاصله است؟
(مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)

- (۱) نقطه تلاقی سه میانه
(۲) نقطه تلاقی سه ارتفاع
(۳) نقطه تلاقی سه عمود منصف
(۴) نقطه تلاقی سه نیمساز

۷۱ ۱۱. در صفحه یک مثلث، چند نقطه می‌توان یافت که از سه ضلع آن مثلث یا امتداد آن‌ها به یک فاصله باشند؟

(سراسری تجربی ۸۰) (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۷۲ ۱۲. در مثلث ABC ، بین زوایا رابطه $\hat{A} = \hat{B} + \hat{C}$ برقرار است. محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث کجا قرار دارد؟

(آزمون کانون ۵ آبان ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)

- (۱) درون مثلث
(۲) روی رأس A
(۳) بیرون مثلث
(۴) روی ضلع BC

۷۳ ۱۳. اگر نقطه همرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC باشد و داشته باشیم $OA = x + ۲$ ، $OB = ۳x - ۴$ ، $OC = y + ۲$ ، حاصل

(آزمون کانون ۵ آبان ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)

$x + y$ کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) ۵
(۳) ۶
(۴) ۷

۷۴ ۱۴. در مثلث ABC ($b > c > a$) از سه رأس به موازات اضلاع مقابل خطوطی رسم می‌کنیم تا از تلاقی آن‌ها مثلث MNP حاصل شود. طول

(آزمون کانون ۵ آبان ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)

بزرگ‌ترین ضلع مثلث حاصل چقدر است؟

- (۱) $a + c$
(۲) $۲b$
(۳) $a + b + c$
(۴) $۲a$

۷۵ ۱۵. اندازه‌های دو ضلع از مثلثی ۱۰° و ۸ سانتی‌متر هستند. اگر فاصله نقطه همرسی نیمسازهای این مثلث از ضلع سوم ۴ سانتی‌متر و مساحت مثلث

(آزمون کانون ۵ آبان ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)

۵۴ سانتی‌متر مربع باشد، محیط مثلث چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۲۵
(۲) ۲۷
(۳) ۲۹
(۴) ۳۱

(آزمون کانون ۱۹ آبان ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)

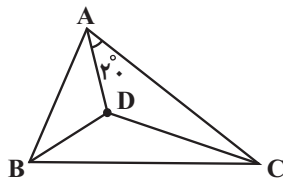
۷۶ ۱۶. چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره صحیح است؟

- (الف) نقطه همرسی عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث، همواره داخل مثلث است.
(ب) نقطه همرسی نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث، همواره داخل مثلث است.
(پ) نقطه همرسی ارتفاع‌های هر مثلث، همواره داخل مثلث است.

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

۷۷ ۱۷. در شکل زیر CD و BD به ترتیب نیمساز زوایای داخلی C و B در مثلث ABC هستند. اندازه زاویه BDC کدام است؟

(آزمون کانون ۱۹ آبان ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)



- (۱) ۱۱۰°
(۲) ۱۱۵°
(۳) ۱۲۰°
(۴) ۱۲۵°

۷۸ ۱۸. در مثلث ABC که در آن $\hat{B} = ۶۰^\circ$ و $\hat{C} = ۵۰^\circ$ است، اگر O نقطه همرسی عمودمنصف‌های اضلاع باشد، اندازه زاویه BOC چند درجه

(آزمون کانون ۱۹ آبان ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)

است؟

- (۱) ۱۱۰
(۲) ۱۲۰
(۳) ۱۳۰
(۴) ۱۴۰

۷۹ ۱۹. در مثلثی با طول اضلاع ۹، ۱۲ و ۱۵، فاصله نقطه همرسی ارتفاع‌ها از نقطه همرسی عمودمنصف‌ها چقدر است؟

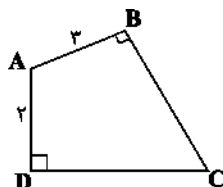
(آزمون کانون ۲۱ آبان ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)

- (۱) ۵
(۲) $۷/۵$
(۳) ۱۰
(۴) ۱۵

۸۰ ۲۰. در چهارضلعی $ABCD$ زوایای B و D قائمه‌اند. امتداد دو ضلع BC و AD یکدیگر را در نقطه M و امتداد دو ضلع AB و CD

(آزمون کانون ۲۱ آبان ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ کتاب درسی)

یکدیگر را در نقطه N قطع می‌کنند. کدام گزینه همواره صحیح است؟



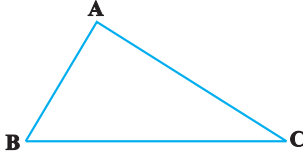
(۱) AC از وسط MN می‌گذرد.

(۲) AC بر MN عمود است.

(۳) AC پاره‌خط MN را به نسبت ۲ به ۳ قطع می‌کند.

(۴) اگر E محل برخورد AC و MN باشد، BDE متساوی‌الاضلاع است.

نامساوی‌های هندسی:



قضیه ضلع برتر:

اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، آن‌گاه زاویه روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، از زاویه روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر، بزرگ‌تر است. در مثلث ABC ، اگر $AC > AB$ ، آن‌گاه $\hat{B} > \hat{C}$.

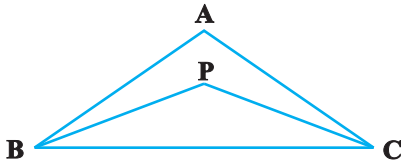
قضیه زاویه برتر:

اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، آن‌گاه ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر، بزرگ‌تر است. در مثلث ABC ، اگر $\hat{B} > \hat{C}$ ، آن‌گاه $AC > AB$.

قضیه نامساوی مثلث:

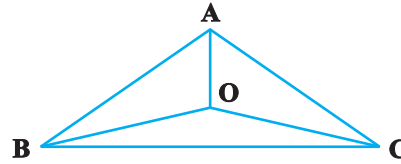
در هر مثلث، مجموع طول هر دو ضلع، از طول ضلع سوم بزرگ‌تر است، یعنی در مثلث ABC داریم: $AB + AC > BC$ ، $AB + BC > AC$ و $AC + BC > AB$.

نکته: اگر a ، b و c ، طول اضلاع یک مثلث باشند، آن‌گاه $|b - c| < a < b + c$. به بیان دیگر در هر مثلث، طول هر ضلع از مجموع دو ضلع دیگر کم‌تر و از قدرمطلق تفاضل دو ضلع دیگر بیش‌تر است.



نکته: اگر از نقطه دلخواه P درون مثلث ABC ، به دو رأس B و C وصل کنیم،

آن‌گاه $\hat{P} > \hat{A}$ و $PB + PC < AB + AC$.



نکته: مجموع فواصل هر نقطه دلخواه داخل مثلث از سه رأس آن، از محیط مثلث کوچک‌تر و از نصف محیط مثلث بزرگ‌تر است.

$$\frac{AB + AC + BC}{2} < OA + OB + OC < AB + AC + BC$$

سؤال ۲۰

نامساوی‌های هندسی

۱-۱ در مثلث ABC اگر $AB + AC = 2BC$ و $AB > AC$ ، آن‌گاه در مورد زاویه‌های این مثلث کدام گزینه درست است؟
(آزمون کانون ۹۲) (مرتبط با صفحه‌های ۲۳ تا ۲۱ کتاب درسی)

- (۱) $\hat{C} > \hat{A} > \hat{B}$ (۲) $\hat{C} < \hat{A} < \hat{B}$ (۳) $\hat{A} > \hat{B} > \hat{C}$ (۴) $\hat{B} < \hat{C} < \hat{A}$

۱-۲ در مثلث ABC نیم‌ساز داخلی زاویه A ضلع BC را در نقطه D قطع می‌کند، کدام نامساوی همواره صحیح است؟

(سراسری ریاضی ۸۰) (مرتبط با صفحه‌های ۲۳ تا ۲۱ کتاب درسی)

- (۱) $BA > BD$ (۲) $DA > DB$ (۳) $AB > AD$ (۴) $DB > DA$

(مرتبط با صفحه‌های ۲۳ تا ۲۱ کتاب درسی)

۱-۳ با کدام سه طول داده شده می‌توان مثلث ساخت؟ ($a, b, c > 0$)

- (۱) $a, b, a + b + 1$ (۲) $a + 1, b + 1, a + b$

- (۳) $a^2, (a + 1)^2, 2a^2 + 3a + 1$ (۴) $a - 2, 2a, 3a$

۱-۴ فرض کنیم $0 < a < b < c$ باشد، برای آن‌که a و b و c اضلاع مثلثی باشند، لازم و کافی است داشته باشیم:

- (۱) $c < a + b$ (۲) $a < b + c$ (۳) $b < a + c$ (۴) $c^2 < a^2 + b^2$

(مرتبط با صفحه‌های ۲۳ تا ۲۱ کتاب درسی)

۱-۵ کدام دسته از اعداد زیر می‌تواند سه ضلع یک مثلث باشد؟

- (۱) ۳ و ۵ و ۷ (۲) ۲ و ۳ و ۶ (۳) ۱ و ۲ و ۳ (۴) ۱ و ۳ و ۴

(مرتبط با صفحه‌های ۲۳ تا ۲۱ کتاب درسی)

۱-۶ اگر a ، b و c طول اضلاع یک مثلث باشند، کدام گزینه لزوماً درست نیست؟

- (۱) $2a, 2b$ و $2c$ طول سه ضلع مثلثی هستند. (۲) a^2, ab و ac طول سه ضلع مثلثی هستند.

- (۳) $\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, \frac{c}{2}$ طول سه ضلع مثلثی هستند. (۴) $a + 2, b + 4$ و $c + 7$ طول سه ضلع مثلثی هستند.

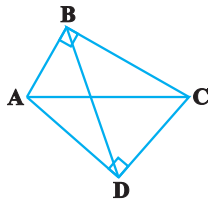
۱-۷ سه پاره‌خط به طول‌های $4 - 4x$ و $x + 7$ و $6x$ اضلاع مثلثی هستند، مقادیر x به کدام صورت است؟

(سراسری ریاضی ۸۲) (مرتبط با صفحه‌های ۲۳ تا ۲۱ کتاب درسی)

- (۱) $\frac{11}{9} < x < 3$ (۲) $\frac{5}{3} < x < 3$ (۳) $2 < x < 3$ (۴) $\frac{11}{9} < x < 4$

۸۸. در چهارضلعی $ABCD$ ، $\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$ و $AB < CD$ است. کدام یک از نامساوی‌های زیر همواره درست است؟

(آزمون کانون ۸۵) (مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳ کتاب درسی)



(۱) $BC < AD$

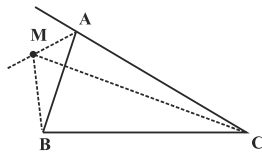
(۲) $BD < AC$

(۳) $AB < AD$

(۴) $CD < BC$

۸۹. در شکل زیر، نقطه M روی نیمساز خارجی زاویه A است. نسبت $\frac{MB + MC}{AB + AC}$ ، چگونه است؟

(سراسری خارج از کشور ریاضی ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳ کتاب درسی)



(۱) بزرگ‌تر از ۱

(۲) کمتر از ۱

(۳) برابر ۱

(۴) غیرمشخص

۹۰. مثلث ABC با محیط $2P$ مفروض است، اگر M نقطه‌ای در درون این مثلث و مجموع فاصله‌های M از سه رأس مثلث برابر L باشد، همواره داریم:

(۴) $L < P$

(۳) $L = P$

(۲) $L > P$

(۱) $L > 2P$

۹۱. در مثلثی به طول اضلاع ۳، $3 - \sqrt{2}$ و $2 + \sqrt{2}$ واحد، نقطه M داخل مثلث تغییر مکان می‌دهد. کدام عدد برای مجموع فواصل نقطه M از سه رأس مثلث، مورد قبول است؟

(سراسری خارج از کشور ریاضی ۸۸) (مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳ کتاب درسی)

(۴) ۸

(۳) $4\sqrt{2}$

(۲) ۴

(۱) $5 - \sqrt{2}$

۹۲. از نقطه دلخواه O در داخل مثلث ABC به سه رأس آن وصل می‌کنیم. اگر مجموع طول این سه پاره‌خط، برابر ۸ باشد، محیط مثلث در کدام بازه زیر قرار دارد؟ (P محیط مثلث ABC است.)

(آزمون کانون ۸۵) (مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳ کتاب درسی)

(۴) $8 < P < 16$

(۳) $P > 17$

(۲) $P > 16$

(۱) $16 < P < 24$

۹۳. در چهارضلعی محدب $ABCD$ ، اندازه ضلع AD با قطر AC برابر است. رابطه بین ضلع BC و قطر BD چگونه است؟

(آزمون کانون ۱۹ آبان ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳ کتاب درسی)

(۱) $BC > BD$

(۲) $BC < BD$

(۳) $BC = BD$

(۴) بسته به شرایط، هر یک از سه گزینه دیگر می‌تواند صحیح باشد.

۹۴. در مثلث ABC ، زاویه A برابر 50° است، کدام یک از نتیجه‌گیری‌های زیر همواره صحیح است؟

(آزمون کانون ۳ آذر ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳ کتاب درسی)

(۲) ضلع BC کوچک‌ترین ضلع مثلث ABC است.

(۱) ضلع BC بزرگ‌ترین ضلع مثلث ABC است.

(۴) ضلع BC کوچک‌ترین ضلع مثلث ABC نیست.

(۳) ضلع BC بزرگ‌ترین ضلع مثلث ABC نیست.

۹۵. در یک مثلث متساوی‌الساقین، طول هر یک از ساق‌ها و قاعده به ترتیب $x - 2$ و $3x - 9$ سانتی‌متر است. حدود x بر حسب سانتی‌متر کدام است؟

(آزمون کانون ۳ آذر ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳ کتاب درسی)

(۴) $x > 5$

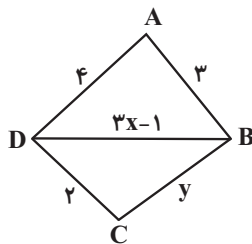
(۳) $2 < x < 4$

(۲) $3 < x < 5$

(۱) $x > 3$

(آزمون کانون ۳ آذر ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳ کتاب درسی)

۹۶. در شکل زیر، حداکثر مقدار طبیعی y کدام است؟



(۱) ۶

(۲) ۷

(۳) ۸

(۴) ۹

۹۷. در مثلث ABC ، اگر $\hat{A} < \hat{C}$ و $\hat{A} + \hat{C} = 2\hat{B}$ باشد، بین سه ضلع کدام رابطه برقرار است؟

(آزمون کانون ۱۷ آذر ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳ کتاب درسی)

(۲) $BC < AC < AB$

(۱) $BC < AB < AC$

(۴) $AC < BC < AB$

(۳) $AC = BC < AB$

۹۸ ۱۸. پاره‌خط AB به طول ۱ واحد و پاره‌خط CD به طول ۲ واحد مفروض‌اند و نقطه M روی پاره‌خط CD به گونه‌ای انتخاب می‌شود که $CM = x$ باشد. حدود x برای آن‌که سه پاره‌خط CM، DM و AB تشکیل مثلث دهند، کدام است؟ (کامل‌ترین گزینه را انتخاب کنید).
(آزمون کانون ۱۷ آذر ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳ کتاب درسی)

$$1 < x < \frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2} \quad (1)$$

$$0 < x < 2 \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} < x < 1 \quad (3)$$

۹۹ ۱۹. در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، در کدام یک از حالت‌های زیر، طول نیم‌ساز AD از یکی از اضلاع قائمه بزرگ‌تر است؟
(آزمون کانون ۲۱ آبان ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳ کتاب درسی)

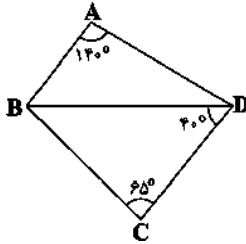
$$\hat{B} = 45^\circ \quad (4)$$

$$\hat{B} = 30^\circ \quad (3)$$

$$\hat{B} = 22/5^\circ \quad (2)$$

$$\hat{B} = 15^\circ \quad (1)$$

۱۰۰ ۲۰. با توجه به شکل زیر، کدام پاره‌خط بیش‌ترین طول را دارد؟
(آزمون کانون ۲۱ آبان ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳ کتاب درسی)



AD (۱)

BD (۲)

BC (۳)

CD (۴)

✓ مفاهیم استدلال:

قضیه:

برخی نتایج مهم و پرکاربرد که با استدلال استنتاجی به دست می‌آید، قضیه نامیده می‌شود.

✓ عکس قضیه:

اگر در یک قضیه، جای فرض و حکم را عوض کنیم به آن چه حاصل می‌شود «عکس قضیه» گفته می‌شود. عکس قضیه ممکن است درست یا نادرست باشد.

✓ قضیه دو شرطی:

اگر عکس یک قضیه شرطی، خود یک قضیه شرطی باشد، آن‌گاه این دو قضیه شرطی را می‌توان به صورت یک قضیه بیان کرد. چنین قضیه‌ای، قضیه دوشروطی نامیده می‌شود.
قضیه‌های دوشروطی را می‌توان با نماد \Leftrightarrow (اگر و تنها اگر) بیان کرد.

✓ گزاره:

گزاره یک جمله خبری است که دقیقاً درست یا نادرست باشد، اگرچه درست یا نادرست بودن آن بر ما معلوم نباشد، گزاره می‌تواند تنها یک خبر را اعلام کند که به آن گزاره ساده می‌گویند و می‌تواند بیش از یک خبر را اعلام کند و ترکیبی از چند گزاره ساده باشد که به آن گزاره مرکب می‌گویند.

نقیض یک گزاره: همان‌طور که می‌دانیم، ارزش یک گزاره یا درست است یا نادرست. نقیض یک گزاره، ارزشی دقیقاً مخالف ارزش خود گزاره دارد.

✓ مثال نقض:

به مثالی که نشان دهد یک نتیجه‌گیری کلی یا حدس کلی نادرست است، مثال نقض گفته می‌شود. به عنوان مثال برای حکم کلی «همه اعداد اول، فرد هستند.» می‌توان عدد ۲ را به عنوان مثال نقض ارائه کرد که عدد اول است ولی فرد نیست.

✓ برهان خلف:

نوعی از استدلال که در مسائل ریاضی و هندسی کاربرد دارد، برهان غیرمستقیم یا برهان خلف است. بدین صورت که به جای آن‌که به طور مستقیم از فرض شروع کنیم و به درستی حکم برسیم، فرض می‌کنیم حکم غلط باشد (نقیض حکم درست باشد) و به یک تناقض با فرض یا یک امر غیرممکن می‌رسیم.

۲۰ سؤال

مفاهیم استدلال

۱۰۱ ۱. در اثبات حکم «عمودمنصف هر پاره‌خط یکتاست.» به روش برهان خلف، تناقض پدید آمده کدام است؟
(آزمون کانون ۱۹ آذر ۹۵) (مرتبط با صفحه ۲۵ کتاب درسی)

(۱) از یک نقطه خارج یک خط، دو خط به موازات آن خط رسم شده است.

(۲) از یک نقطه خارج یک خط، دو خط بر آن خط عمود رسم شده است.

(۳) مجموع زوایای یک مثلث بیش‌تر از 180° رسم شده است.

(۴) دو خط متقاطع، موازی یکدیگر شده‌اند.

(سراسری ریاضی ۷۸) (مرتبط با صفحه ۲۶ کتاب درسی)

- ۱۰۲ ۲ کدام قضیه به صورت دو شرطی بیان نمی‌شود؟
 (۱) در مثلث متساوی‌الساقین ارتفاع و میانه یک ضلع بر هم منطبق‌اند.
 (۲) در مثلث قائم‌الزاویه عمودمنصف‌های اضلاع بر روی وتر متقاطع‌اند.
 (۳) در مثلث قائم‌الزاویه یکی از میانه‌ها نصف وتر است.
 (۴) در هر مثلث ضلع مقابل به زاویه 90° بزرگ‌ترین ضلع است.

(آزمون کانون ۵ آذر ۹۵) (مرتبط با صفحه ۲۶ کتاب درسی)

- ۱۰۳ ۳ کدام یک از قضیه‌های زیر را نمی‌توان به صورت یک قضیه دوشروطی نوشت؟
 (۱) اگر در مثلث ABC ، $AB > AC$ باشد، آن‌گاه $\hat{C} > \hat{B}$ است.
 (۲) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، آن‌گاه قطرهایش عمودمنصف یکدیگرند.
 (۳) اگر دو مثلث هم‌نهشت باشند، آن‌گاه هم‌مساحت‌اند.
 (۴) اگر دو دایره محیط‌های برابر داشته باشند، آن‌گاه مساحت برابر دارند.

(آزمون کانون ۵ آذر ۹۵) (مرتبط با صفحه ۲۶ کتاب درسی)

- ۱۰۴ ۴ کدام یک از احکام زیر را نمی‌توان به صورت یک قضیه دوشروطی نوشت؟
 (۱) مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب، 360° است.
 (۲) نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث، از سه رأس آن مثلث به یک فاصله است.
 (۳) قضیه فیثاغورس
 (۴) ارتفاع‌های نظیر اضلاع مساوی در هر مثلث، باهم برابرند.

(آزمون کانون ۱۹ آذر ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۲۶ و ۲۷ کتاب درسی)

- ۱۰۵ ۵ کدام گزینه تنها یک مثال نقض دارد؟
 (۱) محل هم‌رسی ارتفاع‌های هر مثلث یا داخل آن است و یا خارج آن.
 (۲) چندضلعی که همه زوایای آن با هم برابر باشند، منتظم است.
 (۳) هر دو مستطیل هم‌مساحت، هم‌نهشت می‌باشند.
 (۴) حاصل ضرب هر عدد صحیح در $\sqrt{2}$ عددی گنگ است.

(آزمون کانون ۵ آذر ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۲۶ و ۲۷ کتاب درسی)

- ۱۰۶ ۶ کدام گزینه مثال نقض دارد؟
 (۱) مجذور هر عدد بین صفر و یک کوچک‌تر از خود عدد است.
 (۲) برای هر دو مجموعه A و B داریم $A \subseteq B$ یا $B \subseteq A$.
 (۳) هر دو مثلث هم‌نهشت هم مساحت هستند.
 (۴) در هر مثلث که همه زوایای آن کوچک‌تر از 90° باشد محل برخورد ارتفاع‌ها داخل مثلث است.

(آزمون کانون ۵ آذر ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۲۶ و ۲۷ کتاب درسی)

- ۱۰۷ ۷ کدام مورد مثال نقض دارد؟
 (۱) عمودمنصف‌های هر مثلث هم‌رسی‌اند.
 (۲) چهارضلعی که قطرهایش منصف یکدیگر باشند، متوازی‌الاضلاع است.
 (۳) در حالت کلی تعداد نقاط برخورد دو خط موازی با دایره، پنج حالت مختلف می‌تواند داشته باشد.
 (۴) مربع چهارضلعی است که قطرهایش هم‌اندازه و عمود برهم باشند.

(آزمون کانون ۵ آذر ۹۵) (مرتبط با صفحه ۲۴ کتاب درسی)

- ۱۰۸ ۸ نقیض چه تعداد از گزاره‌های زیر، درست نوشته شده است؟
 الف) گزاره: « a بزرگ‌تر از b است.» - نقیض گزاره: « b بزرگ‌تر از a است.»
 ب) گزاره: «مربع هر عدد صحیح، بزرگ‌تر از صفر است.» - نقیض گزاره: «مربع هر عدد صحیح، کوچک‌تر یا مساوی صفر است.»
 پ) گزاره: «محل هم‌رسی عمودمنصف‌های هر مثلث، داخل یا خارج مثلث است.» - نقیض گزاره: «محل هم‌رسی عمودمنصف‌های هر مثلث، روی محیط آن مثلث است.»

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

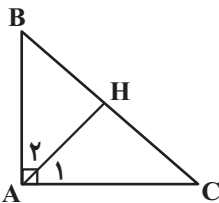
(آزمون کانون ۵ آذر ۹۵) (مرتبط با صفحه ۲۴ کتاب درسی)

- ۱۰۹ ۹ نقیض گزاره «هیچ مثلثی بیش از یک زاویه قائمه ندارد.» کدام است؟
 (۱) هر مثلثی بیش از یک زاویه قائمه دارد.
 (۲) هر مثلثی بیش از یک زاویه قائمه ندارد.
 (۳) مثلثی وجود دارد که بیش از یک زاویه قائمه ندارد.
 (۴) مثلثی وجود دارد که بیش از یک زاویه قائمه دارد.

(آزمون کانون ۱۹ آذر ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۲۶ و ۲۷ کتاب درسی)

- ۱۱۰ ۱۰ کدام گزینه در مورد مثال نقض صحیح نمی‌باشد؟
 (۱) اگر در مورد یک حکم کلی نتوانیم مثال نقض بیاوریم، نمی‌توانیم در مورد درستی آن نتیجه‌ای بگیریم.
 (۲) به مثالی که نشان می‌دهد یک حکم کلی نادرست است، مثال نقض گفته می‌شود.
 (۳) نتایج حاصل از این نوع استدلال به عنوان یک قضیه مطرح می‌شود.
 (۴) احکامی وجود دارند که برای رد آن‌ها بیش از یک مثال نقض وجود دارد.

- ۱۱۱ ۱۱. نقیض کدام گزاره زیر یک قضیه شرطی درست است؟
(آزمون کانون ۱۹ آذر ۹۵) (مرتبط با صفحه ۲۴ کتاب درسی)
- یک چهارضلعی محدب وجود دارد که مجموع زوایای داخلی اش برابر 360° نیست.
 - مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است.
 - در هر مثلث متساوی الساقین ارتفاع‌های نظیر دو ساق برابرند.
 - از نقطه A واقع بر خط d در صفحه نمی‌توان بیش از یک عمود بر آن خط رسم کرد.
- ۱۱۲ ۱۲. عکس کدام یک از قضیه‌های شرطی زیر، درست نیست؟
(آزمون کانون ۱۹ آذر ۹۵) (مرتبط با صفحه ۲۳ کتاب درسی)
- اگر متوازی‌الاضلاع ABCD، لوزی باشد، آن گاه قطرهای آن بر هم عمود هستند.
 - اگر مستطیل ABCD، مربع باشد، آن گاه طول قطرهای آن مساوی یکدیگرند.
 - اگر لوزی ABCD، مربع باشد، آن گاه اضلاع مجاور آن بر هم عمود هستند.
 - اگر دوزنقه ABCD، متساوی‌الساقین باشد، آن گاه طول قطرهای آن مساوی یکدیگرند.
- ۱۱۳ ۱۳. عکس کدام قضیه شرطی زیر درست نیست؟
(آزمون کانون ۱۹ آذر ۹۵) (مرتبط با صفحه ۲۳ کتاب درسی)
- در یک دایره اگر دو کمان برابر باشند، وترهای نظیر آن‌ها با هم برابرند.
 - اگر دو زاویه مساوی باشند، مکمل‌های آن‌ها نیز با یکدیگر مساوی‌اند.
 - اگر یک چهارضلعی مستطیل باشد، قطرهای آن یکدیگر را نصف می‌کنند.
 - اگر در یک چهارضلعی اضلاع روبه‌رو دوه‌دو مساوی باشند، آن چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.
- ۱۱۴ ۱۴. اگر با رسم چند مثلث مختلف و اندازه‌گیری مجموع زوایای داخلی آن‌ها به این نتیجه برسیم که مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است، از چه نوع استدلالی استفاده کرده‌ایم؟
(آزمون کانون ۵ آبان ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)
- ۱) استنتاجی ۲) شهودی ۳) استقرایی ۴) محاسباتی
- ۱۱۵ ۱۵. در اثبات قضیه «در مثلث ABC، اگر $AB \neq AC$ باشد، آن گاه $\hat{B} \neq \hat{C}$ » به کمک برهان خلف، با کدام فرض اثبات را شروع می‌کنیم؟
(آزمون کانون ۱۹ آبان ۹۶) (مرتبط با صفحه ۲۵ کتاب درسی)
- ۱) $\hat{B} > \hat{C}$ یا $\hat{B} < \hat{C}$ ۲) $AB > AC$ یا $AB < AC$
- ۳) $\hat{B} = \hat{C}$ ۴) $AB = AC$
- ۱۱۶ ۱۶. نقیض گزاره «هر دو خط موازی یکدیگر را قطع نمی‌کنند» کدام است؟
(آزمون کانون ۱۹ آبان ۹۶) (مرتبط با صفحه ۲۴ کتاب درسی)
- دو خط وجود دارد که یکدیگر را قطع می‌کنند ولی موازی نیستند.
 - دو خط وجود دارد که یکدیگر را قطع می‌کنند و موازی هستند.
 - چنین نیست که هر دو خط موازی یکدیگر را قطع کنند.
 - چنین نیست که دو خطی که یکدیگر را قطع می‌کنند موازی باشند.
- ۱۱۷ ۱۷. کدام گزینه می‌تواند مثال نقض برای عبارت زیر باشد؟
(آزمون کانون ۳ آذر ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۲۶ و ۲۷ کتاب درسی)
- «در هر مثلث، هر ارتفاع از سه ضلع مثلث کوچک‌تر است.»
- مثلث متساوی‌الاضلاع
 - مثلث قائم‌الزاویه
 - مثلث متساوی‌الساقینی با یک زاویه 100°
 - عبارت فوق همواره درست است.
- ۱۱۸ ۱۸. کدام یک از قضایای زیر دو شرطی نیست؟
(آزمون کانون ۳ آذر ۹۶) (مرتبط با صفحه ۲۶ کتاب درسی)
- مثلث‌های همنهشت، زاویه‌های نظیر مساوی دارند.
 - زوایای مجاور هر متوازی‌الاضلاع مکمل یکدیگرند.
 - در مثلث متساوی‌الساقین، نیمساز زاویه رأس، ضلع مقابل آن را نصف می‌کند.
 - هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.
- ۱۱۹ ۱۹. کدام گزینه یک مثال نقض برای حکم کلی «چهارضلعی که قطرهاش مساوی باشند، مستطیل است.» محسوب می‌شود؟
(آزمون کانون ۳ آذر ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۲۶ و ۲۷ کتاب درسی)
- لوزی
 - مربع
 - دوزنقه متساوی‌الساقین
 - متوازی‌الاضلاع
- ۱۲۰ ۲۰. مطابق شکل زیر در مثلث قائم‌الزاویه ABC، $\hat{A}_1 \neq \hat{B}$ است. کدام گزینه همواره صحیح است؟
(آزمون کانون ۱۷ آذر ۹۶) (مرتبط با صفحه ۲۵ کتاب درسی)



- $\hat{B} > \hat{C}$ (۱)
- $\hat{B} < \hat{C}$ (۲)
- $\hat{A}_1 \neq 90^\circ$ (۳)
- $\hat{A}_1 = 90^\circ$ (۴)

۱۲۱. ۱ در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، $AB = AC = ۵$ و $BC = ۶$ است و عمودمنصف‌های دو ساق AB و AC یک‌دیگر را در M قطع می‌کنند. طول پاره‌خط AM کدام است؟
(مرتبط با فعالیت صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

(۱) $\frac{۱۱}{۵}$ (۲) $\frac{۱۳}{۶}$ (۳) $\frac{۱۶}{۷}$ (۴) $\frac{۲۵}{۸}$

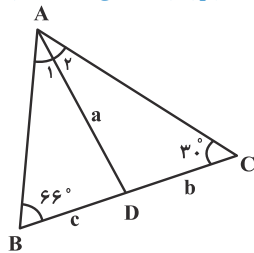
۱۲۲. ۲ عکس کدام یک از قضیه‌های شرطی زیر، خود یک قضیه شرطی است؟
(۱) مساحت‌های هر دو مثلث همنهشت با هم برابرند.

(۲) اگر در دو مثلث، طول ضلع‌ها نظیر به نظیر با هم برابر باشند، آنگاه زاویه‌ها نظیر به نظیر با هم برابرند.

(۳) متوازی‌الاضلاع، چهارضلعی‌ای است که قطرهایش منصف یک‌دیگرند.

(۴) مستطیل، چهارضلعی‌ای است که قطرهایش با هم برابرند.

۱۲۳. ۳ در شکل زیر $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ است. کدام یک از روابط زیر برقرار است؟
(مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳ کتاب درسی)



(۱) $b > c > a$

(۲) $a > b > c$

(۳) $b > a > c$

(۴) $a > c > b$

۱۲۴. ۴ در دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ ($AB \parallel CD$)، عمودمنصف قطر AC ، قاعده CD را در نقطه E قطع می‌کند. اگر چهارضلعی $ABED$ یک مستطیل به طول اضلاع $AB = ۳$ و $AD = ۴$ باشد، طول AC کدام است؟
(مرتبط با فعالیت صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

(۱) $۴\sqrt{۵}$ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) $۶\sqrt{۲}$

۱۲۵. ۵ اگر نقطه O درون چهارضلعی محدب $ABCD$ باشد، آنگاه کم‌ترین مقدار مجموع فواصل این نقطه تا چهار رأس چگونه است؟
(مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳ کتاب درسی)

(۱) برابر مجموع دو ضلع کوچک چهارضلعی است.

(۲) برابر مجموع دو ضلع بزرگ چهارضلعی است.

۱۲۶. ۶ در مستطیل $ABCD$ به طول a و به عرض b ، اگر $AB = CD = a$ و نیم‌سازهای دو رأس A و B یک‌دیگر را در M قطع کنند، فاصله M تا ضلع CD کدام است؟
(مرتبط با فعالیت صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

(۱) $a - b$ (۲) $a - \frac{b}{۲}$ (۳) $|\frac{a}{۲} - b|$ (۴) $|a - ۲b|$

۱۲۷. ۷ دایره C به شعاع ۵ و خط L مفروض‌اند. اگر سه نقطه روی محیط دایره وجود داشته باشد که از خط L به فاصله ۳ باشد، فاصله مرکز دایره از خط L کدام است؟
(مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷ کتاب درسی)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۸. ۸ نیم‌سازهای داخلی دو زاویه B و C از مثلث ABC ، یک‌دیگر را در نقطه O قطع کرده‌اند. اگر نقاط M ، N و P به ترتیب پای عمودهای رسم شده از نقطه O بر اضلاع BC ، AC و AB باشند، آن‌گاه نقطه O برای مثلث MNP چه نقطه‌ای است؟
(مرتبط با صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱ کتاب درسی)

(۱) محل هم‌رسی عمودمنصف‌ها

(۲) محل هم‌رسی ارتفاع‌ها

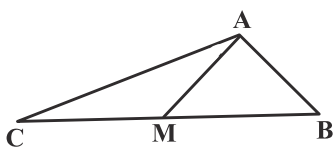
(۳) محل هم‌رسی نیم‌سازها

۱۲۹. ۹ پاره‌خط AC به طول ۶ مفروض است. از نقطه M وسط پاره‌خط AC دایره‌ای به شعاع ۴ رسم کرده و قطر BD از این دایره را نیز رسم می‌کنیم. چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟
(مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)

(۱) متوازی‌الاضلاع به قطرهای ۶ و ۸

(۲) متوازی‌الاضلاع به اضلاع ۶ و ۸

۱۳۰. ۱۰ در شکل زیر AM میانه وارد بر ضلع BC است. اگر $\hat{C}AM > \hat{C}AM$ باشد، کدام گزینه لزوماً صحیح نیست؟
(مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳ کتاب درسی)



(۱) $AC < BC$

(۲) $\hat{A}MB > \hat{C}AM$

(۳) $\hat{A}BM > \hat{A}MB$

(۴) $MB > AM$