

آموزش و آزمون
پاسخ تشریحی سوالات
و مسائل ریاضیات
نهم ۹
برای دانش آموزان تیزهوش



خواهی بشوی قبول آسان
با رتبه عالی و درخشان
برخیز و کنون ریاضی آموز
از دست مده فرصت امروز
همراه توایم با رشادت
تا باز کنی در سعادت

از مجموعه **رشادت**

رمز شکوفایی استعدادهای دانش آموزان تیزهوش

محمد بُرجی اصفهانی - هادی عزیززاده
مریم بُرجی اصفهانی

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

به نام خداوند جان و خرد کزین برتر اندیشه برنگذرد

بسیار خرسندیم که کتاب «ریاضیات نهم برای دانش‌آموزان تیزهوش» از مجموعه «رشادت» را تقدیم دانش‌آموزان می‌کنیم. این کتاب مطالب ریاضی پایه سوم دوره اول متوسطه را در سطح پیشرفته ارائه می‌دهد. دانش‌آموز، ابتدا با خلاصه مباحث و نکته‌های مهم هر فصل آشنا می‌شود و با مثال‌هایی بر حل آنها اشراف پیدا می‌کند. سپس برای هر فصل، تعدادی سؤال چهارگزینه‌ای و تعدادی مسئله تشریحی را حل می‌کند تا بر موضوع تسلط یابد. سؤالات چهارگزینه‌ای و مسائل تشریحی این کتاب به سه گروه آغازین (ساده)، میانی (متوسط) و پایانی (دشوار) تقسیم شده‌اند که ترتیب مطالعه و حل آنها باید رعایت شود. انتظار می‌رود کتاب حاضر، همه نیازهای دانش‌آموزان نهم مدارس خاص و تیزهوش را پاسخگو باشد.

در اینجا لازم می‌دانیم از جناب آقای یحیی دهقانی مدیرعامل محترم شرکت آموزشی، فرهنگی و انتشاراتی مبتکران که شرایط و امکانات لازم را برای چاپ این کتاب فراهم آوردند، تشکر کنیم. از خانم‌ها آذر حسین‌زاده و شبنم کیان‌پیشه و آقایان سید فرید حسینیان، امیررضا مزیدآبادی و اشکان رزاقی هم که با مطالعه و ویرایش بخش‌هایی از کتاب، مؤلفان را در آماده کردن به موقع کتاب یاری کرده‌اند، سپاسگزاریم.

همچنین از خانم‌ها ناهید صبائی (حروفچین و صفحه‌آرا)، ملیحه محمدی، بهاره خُدای و مینا هرمزی (گرافیک‌ها) و مدیران و همکاران واحدهای حروفچینی، تولید و فروش سپاسگزاریم. امیدواریم دبیران محترم ریاضی و دانش‌آموزان و خانواده‌های عزیز آنها ما را با اعلام نظرات، پیشنهادها و انتقادهای خود درباره این کتاب یاری فرمایند.

محمد بُرجی اصفهانی

هادی عزیززاده

مریم بُرجی اصفهانی

راهنمای استفاده از کتاب ۶

پاسخ‌نامه تشریحی

مجموعه‌ها ۸	فصل اول
اعداد حقیقی ۳۴	فصل دوم
استدلال و اثبات در هندسه ۶۱	فصل سوم
توان و ریشه ۹۵	فصل چهارم
عبارت‌های جبری ۱۳۳	فصل پنجم
خط و معادله‌های خطی ۱۶۹	فصل ششم
عبارت‌های گویا ۲۱۶	فصل هفتم
حجم و مساحت ۲۴۱	فصل هشتم
هوش و استعداد تحلیلی ۲۷۸	فصل نهم
آزمون ۱ استعداد تحلیلی (۹۶ - ۱۳۹۵) ۲۹۴	
آزمون ۲ استعداد تحلیلی (۹۷ - ۱۳۹۶) ۲۹۶	
آزمون ۳ استعداد تحلیلی (۹۸ - ۱۳۹۷) ۲۹۸	
آزمون ۱ ریاضی (۹۶ - ۱۳۹۵) ۳۰۰	
آزمون ۲ ریاضی (۹۷ - ۱۳۹۶) ۳۰۶	
آزمون ۳ ریاضی (۹۸ - ۱۳۹۷) ۳۱۱	

راهنمای استفاده از کتاب

دانش آموز گرامی

قبل از آغاز مطالعه این کتاب به توصیه‌ها و موارد زیر توجه فرمایید:

۱- ابتدا خلاصه درس و مثال‌های فصل موردنظر را مطالعه کنید.

۲- سؤالات چهارگزینه‌ای و تشریحی هر فصل را پاسخ دهید. سؤالات از ساده به سخت تنظیم و به سه گروه آغازین (ساده)، میانی (متوسط) و پایانی (مشکل) تقسیم شده‌اند. پس از آنکه به همه سؤالات چهارگزینه‌ای و تشریحی یک گروه پاسخ دادید، به کتاب پاسخ‌نامه مراجعه کنید و پاسخ‌های خود را با پاسخ‌های درست سؤالات مقایسه کنید. حتماً پاسخ‌نامه را دقیق بخوانید حتی اگر پاسخ شما به سؤالی درست باشد. ممکن است ما راه حل ساده‌تری را پیشنهاد کرده باشیم.

۳- تا زمانی که به سؤالات یک گروه پاسخ ندهاید، سراغ سؤالات گروه بالاتر نروید. سؤالات گروه پایانی باید در آخرین مرحله پاسخ داده شوند.

۴- برای آنکه بدانید سطح علمی شما در درس ریاضی چیست، پس از پاسخ دادن به سؤالات چهارگزینه‌ای پایانی، تعداد انتخاب‌های درست و تعداد انتخاب‌های غلط خود را بشمارید و نمره خودتان را با رابطه زیر محاسبه کنید:

$$\text{نمره} = \frac{\text{تعداد پاسخ‌های غلط}}{۳} - \text{تعداد پاسخ‌های درست} = \text{نمره}$$

(یعنی هر سه انتخاب غلط، یک انتخاب درست را خنثی می‌کند). سپس نمره خود را از ۲۰ محاسبه کرده و با مراجعه به جدول زیر، سطح علمی خود را مشخص کنید.

سطح علمی	نمره
متوسط	۱ - ۵
خوب	۶ - ۱۰
خیلی خوب	۱۱ - ۱۵
عالی	۱۶ - ۱۹
نابغه	۲۰

۵- برای آنکه با روش درست مطالعه و روش درست تست زدن آشنا شوید و از خدمات مشاوره‌ای آموزشی بهره‌مند گردید، به شما توصیه می‌شود که با آرمان و آیدا در سفر مطالعه این کتاب همراه شوید و نکات مهمی را که همراه با تصویر آنها، در قالب شعر یا نثر بیان شده است به دقت مطالعه و به آنها عمل کنید.

موفق باشید.

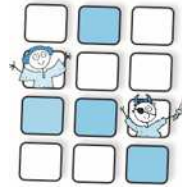
پاسخ نامه

لطفاً بکن تو هر سؤال این کتاب
پاسخت بی شک نباشد بی خط
نمره‌ی منفی بود گاهی میان
روی یک نمره بدان که فورده خط
شیر و خط ننداز و بازی درنیا را

با تمرکز، با تفکر، بی شتاب
گر بود غایب یکی از این سه تا
در سؤالی که بود تستی بدان
با سه پاسخ که دهی جانا غلط
دقتی بسیار کن ای هوشیار



پاسخ‌نامه تشریحی مجموعه‌ها



★ آغازین

۱- گزینه (۱)

حل: اعداد اول بین ۲۰ و ۳۰ = {۲۹, ۳۱}

۲- گزینه (۱)

۳- گزینه (۳)

حل:

x	۰	۱	۲	۳	۴
$\frac{x}{x-2}$	۰	-۱	تعریف نشده	۳	۲

۴- گزینه (۴)

حل: برای نوشتن زیرمجموعه‌های ۴ عضوی مجموعه A کافی است هر بار یکی از اعضا را حذف کنیم. یعنی:

{۲, ۳, ۴, ۵}, {۱, ۳, ۴, ۵}, {۱, ۲, ۴, ۵}, {۱, ۲, ۳, ۵}, {۱, ۲, ۳, ۴}

۵- گزینه (۲)

حل: باید دقت کرد که مجموعه $\{\emptyset\}$ ، مجموعه‌ای تک‌عضوی است.

۶- گزینه (۳)

$n(B) = 3, \emptyset \subseteq B, \{\emptyset\} \notin B$

حل: صورت صحیح سایر گزینه‌ها این‌طور است:

۷- گزینه (۴)

$(A \cap B) - C = \{3, 2\} - C = \{3\}$

حل:

۸- گزینه (۴)

حل: با توجه به اینکه $x - 4 \in Z$ است، هر کدام از اعضای مجموعه A ، ۴ تا بیشتر از اعضای مجموعه Z هستند و در حقیقت A همان Z است.

۹- گزینه (۳)

حل: ک.م.م دو عدد ۴ و ۶ برابر با ۱۲ است؛ بنابراین $(A \cap B)$ مضارب طبیعی عدد ۱۲ می‌باشند.

$$A \cap B = \{12, 24, 36, \dots\}$$

۱۰- گزینه (۴)

حل: بین هر دو عدد صحیح، بی‌شمار کسر (عدد گویا) می‌توان نوشت.

۱۱- گزینه (۲)

$$\frac{\sqrt{25}}{\frac{3}{2}} = \frac{5}{\frac{3}{2}} = \frac{5}{3} = \frac{5 \times 2}{3 \times 1} = \frac{10}{3}$$

حل:

هرچند $\frac{\sqrt{25}}{\frac{3}{2}}$ عضو Q است، اما داشتن آکولاد باعث نادرست بودن گزینه (۲) می‌شود.

۱۲- گزینه (۲)

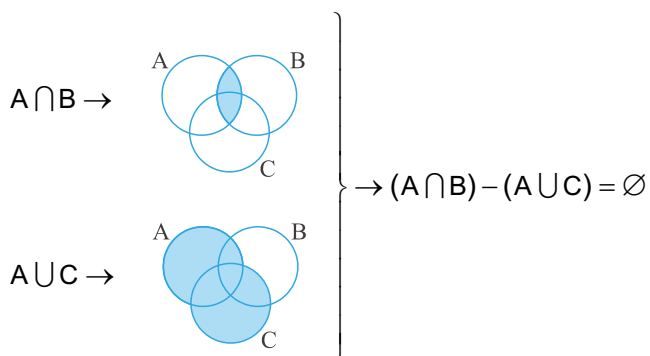
نادرست است. $\{2, 3\} \in E$ ، $\{\{2, 3\}\} \subseteq E \rightarrow \{2, 3\} \subseteq E$

حل:

۱۳- گزینه (۴)

حل: باید دقت کرد که این مجموعه باید شامل تمام اعداد بین -۵ و ۱۱ (کسرها، اعداد اعشاری و...) باشد.

۱۴- گزینه (۳)



حل:



۱۵- گزینه (۴)

$$9 - 3 = 6$$

$$5 - 12 = -7$$

حل: حاصل تفریق دو عدد فرد، همواره عددی زوج است. مانند:
و حاصل تفریق اعداد طبیعی، الزاماً عددی طبیعی نیست. مانند:

۱۶- گزینه (۳)

۱۷- گزینه (۱)

حل: حاصل $(3-x)^2$ همواره عددی مثبت است و در کوچکترین حالت برابر صفر می‌باشد؛ بنابراین حداقل مقدار $(3-x)^2 - 1$ برابر با -1 است.

۱۸- گزینه (۲)

$$G = \{2^{-1}, 2^0, 2^1, \dots, 2^5\} = \left\{ \frac{1}{2}, 1, 2, \dots, 32 \right\}$$

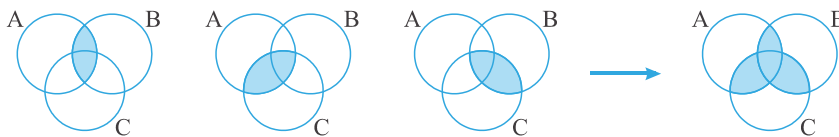
حل:

۱۹- گزینه (۳)

$$A = \{ \underline{10}, 11, \underline{12}, 13, \underline{14} \}$$

حل: اعداد ۱۰، ۱۲ و ۱۴، اعضای غیر اول مجموعه هستند.

۲۰- گزینه (۴)



$$(A \cap B)$$

$$(A \cap C)$$

$$(B \cap C)$$

$$(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

حل:

۲۱- گزینه (۱)

$$A \cap B = \emptyset \rightarrow A - B = A$$

۲۲- گزینه (۳)

حل:

۲۳- گزینه (۴)



۲۴- گزینه (۴)

حل: حاصل جمع سه عدد فرد همواره عددی فرد است؛ بنابراین گزینه (۲) برابر با مجموعه تهی است. از سویی تنها عدد اول زوج، عدد ۲ است و مقسوم‌علیه‌های آن برابرند با: $\{1, 2\}$

۲۵- گزینه (۴)

حل: پاسخ گزینه‌ها برابر است با:

گزینه (۱) $\{-1, 0, 1\}$

گزینه (۲) $\{2\}$

گزینه (۳) $\{4\}$

۲۶- گزینه (۴)

$$A = \{1, 3\}$$

حل:

باید دقت کرد که علامت آکولاد باعث نادرست بودن گزینه (۲) شده است.

۲۷- گزینه (۴)

۲۸- گزینه (۴)

حل: تعداد حالات ممکن در پرتاب n سکه برابر است با: 2^n

$$n = 5 \rightarrow 2^5 = 32$$

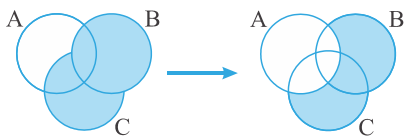
۲۹- گزینه (۳)

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{9}$$

حل: اعداد ۸ و ۱۲ مضرب ۴ هستند و مجموعه S ، ۹ عضو دارد؛ بنابراین:

۳۰- گزینه (۳)

حل:



$(B \cup C)$

$(B \cup C) - A$

۳۱- گزینه (۳)

$$A = \{-4, -3, \dots, 3, 4\} \rightarrow A = B \rightarrow \begin{cases} A \subseteq B \\ B \subseteq A \end{cases}$$

حل:



۳۲- گزینه (۴)

حل:

$$C = \{1, 2, 4, 8, 16\}$$

$$D = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

۳۳- گزینه (۱)

حل: اعضای تکراری در تعداد اعضای یک مجموعه بی‌تأثیر است؛ پس این مجموعه سه عضو دارد:

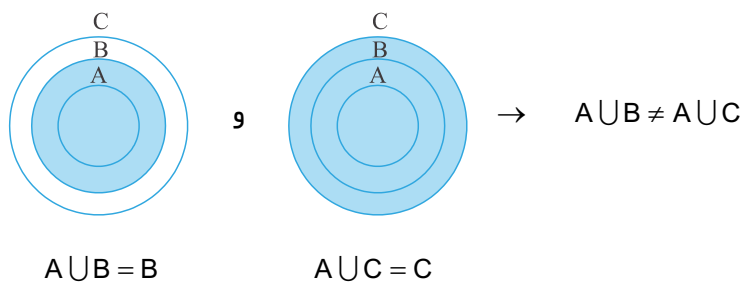
$$\left\{ \frac{5}{9}, 3, \frac{1}{5} \right\}$$

تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی آن نیز ۳ تا است:

$$\left\{ 3, \frac{5}{9} \right\}, \left\{ \frac{5}{9}, \frac{1}{5} \right\}, \left\{ \frac{1}{5}, 3 \right\}$$

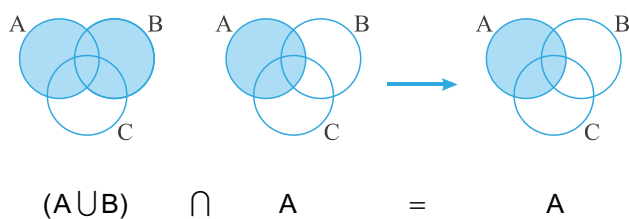
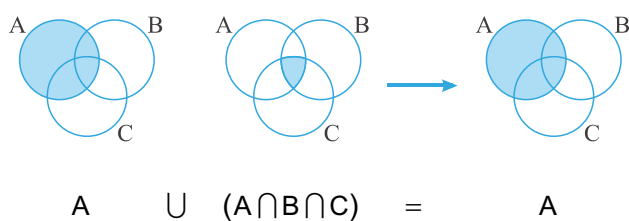
۳۴- گزینه (۴)

حل:



۳۵- گزینه (۱)

حل:



★ میانی

۳۶- گزینه (۱)

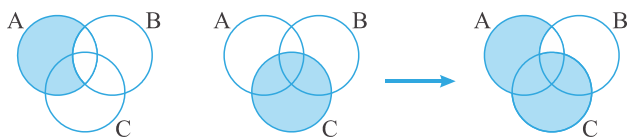
حل: از آنجا که تکرار اعضا در مجموعه بی‌تأثیر است، مجموعه‌های ۱ تا ۴ به ترتیب ۶، ۱، ۵ و ۲ عضو دارند.

۳۷- گزینه (۳)

$$\left. \begin{aligned} A \cup B &= \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\} \\ A - B &= \{x \mid x \in A, x \notin B\} \\ A \cup B &= A - B \end{aligned} \right\} \rightarrow B = \emptyset$$

حل:

۳۸- گزینه (۴)



$$(A - B) \cup C = (A - B) \cup C$$

۳۹- گزینه (۴)

۴۰- گزینه (۳)

$$M = \{\{6\}, \{6, 2\}, \{6, 4\}, \{6, 2, 4\}\}$$

حل:

۴۱- گزینه (۱)

حل: باید دقت کرد که تکرار اعضا در مجموعه بی‌تأثیر است و مجموعه B تنها دو عضو دارد:

$$B = \{1, 7/5\} \rightarrow n(B) = 2$$

از سویی مجموعه اعداد اول زوج تک‌عضوی است $(\{2\})$ و شامل دو زیرمجموعه \emptyset و $\{2\}$ می‌باشد.

۴۲- گزینه (۴)

۴۳- گزینه (۴)

$$K = \{2(-2), 2(-1), \dots, 2(4)\} = \{-4, -2, \dots, 8\}$$

حل:



۴۴- گزینه (۳)

حل:

$$W = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

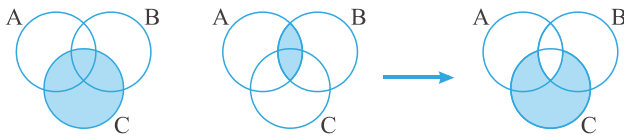
$$T = \{2, 1, 0, -1, -2, \dots\}$$

۴۵- گزینه (۴)

حل: باید دقت کرد که هر چند $(\frac{24}{3} = 8) \in N$ است، اما $\{\frac{24}{3}\} \notin N$ ؛ بنابراین $\{\frac{2}{3}, \{\frac{24}{3}\}\} \notin N$

۴۶- گزینه (۳)

حل:



$$C - (A \cap B)$$

۴۷- گزینه (۱)

حل:

$$M = \{1, 2, 3, \dots, 99\}$$

$$A = \{5, 10, 15, \dots, 95\}$$

$$B = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$$

$$C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$$

$$\rightarrow B - C = \{1, 4, 8, 10, 20, 40\} \rightarrow n(B - C) = 6$$

تعداد زیرمجموعه‌ای (B - C) برابر است با: $2^6 = 64$

۴۸- گزینه (۲)

حل:

$$(A \cap B \cap C) = \{5\}$$

$$(A \cap B) = \{5, 10, 20, 40\} \rightarrow n(A \cap B) = 4$$

$$A \cap C = \{5\}$$

$$n(C) > n(B)$$

۴۹- گزینه (۱)

حل:

$$(A - C) = \{10, 15, \dots, 95\}$$

$$\rightarrow A - C = A - \{5\}$$

$$A - \{5\} = \{10, 15, \dots, 95\}$$



۵۰- گزینه (۳)

$$B - A = \{1, 2, 4, 8\} \rightarrow n(B - A) = 4$$

حل:

$$2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$$

تعداد زیرمجموعه‌های محض $B - A$ برابر است با:

۵۱- گزینه (۲)

$$2^{3n-1} = 32 = 2^5 \rightarrow 3n-1 = 5 \rightarrow n = \frac{5+1}{3} = 2 \rightarrow 2^2 = 4$$

حل:

این مجموعه ۴ زیرمجموعه و ۳ زیرمجموعه محض دارد ($4-1=3$).

۵۲- گزینه (۱)

$$A = \{3, 6, 9, \dots, 99\}$$

حل:

$$C = \{77, 88, 99, 110, \dots\} \rightarrow A \cap B \cap C = \{99\} \rightarrow P(A \cap B \cap C) = \{\emptyset, \{99\}\}$$

$$B = \{99, 101, 103, \dots, 397\}$$

$$n(P(A \cap B \cap C)) = 2$$

۵۳- گزینه (۲)

حل: باید دقت کرد که $(Z - N) \cap W$ یک مجموعه است و حتماً باید داخل آکولاد قرار بگیرد.

$$(Z - N) \cap W = \{0\}$$

۵۴- گزینه (۳)

$$\left. \begin{aligned} (Q)' = Q \\ 7/0.125 = \frac{7 \cdot 125}{10000} \end{aligned} \right\} \rightarrow 7/0.125 \in Q$$

حل:

۵۵- گزینه (۲)

$$(1 + \sqrt{2}) \in Q'$$

$$\rightarrow (2 + \sqrt{2}) - (1 + \sqrt{2}) = 1 \notin Q'$$

حل: به عنوان مثال:

$$(2 + \sqrt{2}) \in Q'$$

۵۶- گزینه (۱)

$$\left. \begin{aligned} D = \left\{ 2x \mid x \neq \frac{2}{3} \right\} = \left\{ x \mid x \neq \frac{4}{3} \right\} \\ E = \left\{ \frac{1}{x} \mid x = \frac{3}{4} \right\} = \left\{ x \mid x = \frac{4}{3} \right\} = \left\{ \frac{4}{3} \right\} \end{aligned} \right\} \rightarrow E \cap D = \emptyset$$

حل:



۵۷- گزینه (۱)

$$\left. \begin{array}{l} D = R - \left\{ \begin{array}{l} ۴ \\ ۳ \end{array} \right\} \\ E = \left\{ \begin{array}{l} ۴ \\ ۳ \end{array} \right\} \end{array} \right\} \rightarrow D \cup E = R$$

حل:

۵۸- گزینه (۴)

حل:

$a + b = ۴ \rightarrow$

a	۱	۲	۳	۴	۰
b	۳	۲	۱	۰	۴
ab	۳	۴	۳	۰	۰
۴^{ab}	$۴^۳ = ۶۴$	$۴^۲ = ۲۵۶$	$۴^۳ = ۶۴$	$۴^۰ = ۱$	$۴^۰ = ۱$

$\rightarrow \{1, 64, 256\}$

$$\{x^y \mid x \in \{1, 8, 16\}\} = \{1, 64, 256\}$$

۵۹- گزینه (۲)

حل:

$$\begin{aligned} \sqrt{۳} &= 1/7 \\ \{x \mid x \in \mathbb{Q}, -x < \sqrt{۳}\} &= \{x \mid x \in \mathbb{Q}, x > -\sqrt{۳}\} \\ \frac{-9}{-5} = \frac{9}{5} = \frac{18}{10} &= 1/8 > -\sqrt{۳} \\ -2\frac{1}{7} &< -\sqrt{۳} \\ \frac{-7}{5} = \frac{-14}{10} &= -1/4 > -\sqrt{۳} \\ \frac{26}{20} = \frac{13}{10} &= 1/3 > -\sqrt{۳} \end{aligned}$$

۶۰- گزینه (۱)

حل:

$$1 = 1^0 = 1^1 = 1^2 = 1^3 = \dots \rightarrow (-1^x + 5) = -1 + 5 = 4$$

پس عدد ۴ تنها عضو مجموعه است.

۶۱- گزینه (۴)

حل:

$$F = \{3, 4, 5, \dots\}$$



۶۲- گزینه (۳)

$$2^{K+5} - 28 \times 2^K = 64 \rightarrow 2^K(2^5 - 28) = 64$$

حل:

$$2^K(32 - 28) = 64$$

$$2^K \times 4 = 64$$

$$2^K \times 2^2 = 2^6 \rightarrow 2^{K+2} = 2^6 \rightarrow K+2 = 6 \rightarrow K = 4$$

این مجموعه ۴ عضو و $(2^4 - 1 = 15)$ زیرمجموعهٔ محض دارد.

۶۳- گزینه (۱)

$$\left. \begin{array}{l} x = -5 \rightarrow 3x - 1 = -16 \\ x = -6 \rightarrow 3x - 1 = -19 \\ x = -7 \rightarrow 3x - 1 = -22 \end{array} \right\} \rightarrow F = \{\dots, -22, -19, -16, \dots\}$$

حل:

۶۴- گزینه (۱)

$$\{a\}, \{a, 1\}, \{a, b\}, \{a, 1, b\}$$

حل:

۶۵- گزینه (۱)

حل: اعداد ۱، ۲، ۴، ۵ مضرب ۳ نیستند؛ بنابراین در پرتاب همزمان دو تاس، در ۱۶ حالت ($4 \times 4 = 16$) از

۳۶ حالت ممکن ($6 \times 6 = 36$) هر دو عدد رو شده مضرب ۳ نیستند و احتمال آن $\frac{16}{36}$ است:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

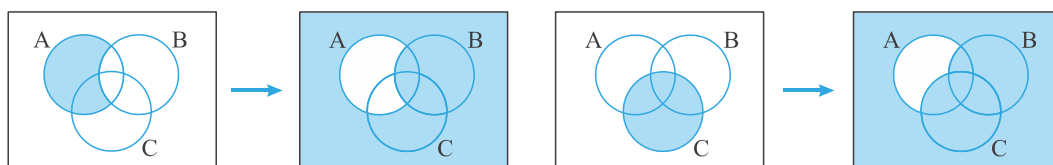
۶۶- گزینه (۲)

$$2^{n+2} + 2^{n-3} = 66 \rightarrow 2^n(2^2 + 2^{-3}) = 66 \rightarrow 2^n(4 + \frac{1}{8}) = 66$$

حل:

$$\rightarrow 2^n(\frac{33}{8}) = 66 \rightarrow 2^n = 66 \div \frac{33}{8} = \frac{66}{1} \times \frac{8}{33} = 16 \rightarrow 2^n = 2^4 \rightarrow n = 4$$

۶۷- گزینه (۱)



A - B

$(A - B) \cup C$



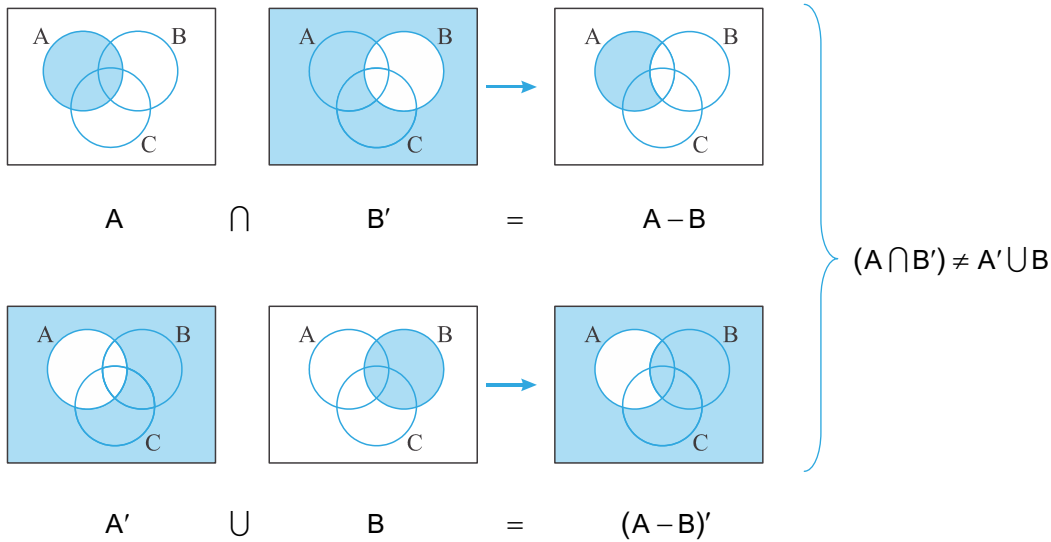
۶۸- گزینه (۲)

۶۹- گزینه (۲)

حل: $A, B \rightarrow A \cap B = \emptyset \rightarrow (A \cap B)' = \emptyset' = M$ جدا از هم هستند.

۷۰- گزینه (۳)

حل:



۷۱- گزینه (۴)

حل: اگر $B - A$ با $A - B$ مساوی باشد، دو مجموعه A و B برابر هستند.

اثبات:

$$A - B = B - A \rightarrow A \cap B' = B \cap A' \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} A \cup (A \cap B') = A \cup (B \cap A') \rightarrow A = A \cup B \\ B \cup (A \cap B') = B \cup (B \cap A') \rightarrow B \cup A = B \end{array} \right\} \rightarrow A = B$$

(طبق قوانین جذب و شبه‌جذب)

$$A = B \rightarrow \begin{cases} A \subseteq B \\ A \cap B = B \end{cases}$$

۷۲- گزینه (۱)

$$2^k + 2^{k+3} = 36 \rightarrow 2^k(1 + 2^3) = 36 \rightarrow 2^k \times 9 = 36 \rightarrow 2^k = \frac{36}{9} = 4 \rightarrow k = 2$$

حل:

مجموعه B ، ۳ زیرمجموعه محض ($2^3 - 1 = 3$) دارد.

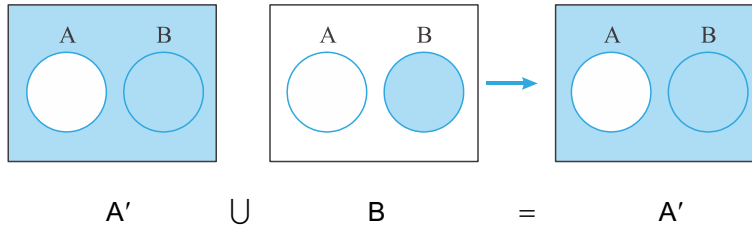
۷۳- گزینه (۳)

حل: باید دقت کرد که تکرار در مجموعه، بی‌تأثیر است.



۷۴- گزینه (۲)

حل:



۷۵- گزینه (۳)

حل:

$$\{2x + 4 \mid x \in \mathbb{Z}\} = \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\} \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$\{x - 3 \mid x \in \mathbb{Z}\} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} = \mathbb{Z}$$

★ پایانی

۷۶- گزینه (۱)

حل: باید دقت کرد که a دو بار در مجموعه تکرار شده است و مجموعه A ، مجموعه‌ای پنج عضوی است که اگر b

و c را در نظر نگیریم، 8 زیرمجموعه ($2^3 = 8$) دارد که می‌توان b و c را به هر کدام از آنها افزود.

۷۷- گزینه (۳)

حل: می‌دانیم که مجموعه اعداد حسابی نسبت به عمل ضرب، بسته است؛ بنابراین:

$$\begin{aligned} a^3 &\in W \\ b^3 &\in W \\ \left. \begin{aligned} a^3 \times b^3 &= (ab)^3 \\ ab &\in W \end{aligned} \right\} (ab)^3 &\in W \end{aligned}$$

۷۸- گزینه (۲)

۷۹- گزینه (۳)

حل: نادرستی سایر گزینه‌ها را با یک مثال نشان می‌دهیم:

$$\begin{aligned} 1 &\in A, 1 \notin A \\ \{3\} &\in B, \{3\} \notin B \end{aligned}$$

۸۰- گزینه (۴)

حل: تعداد زیرمجموعه‌های این مجموعه $n+1$ (مجموع زیرمجموعه‌های محض و تهی) و تعداد زیرمجموعه‌های

توانی آن 2^{n+1} و تعداد زیرمجموعه‌های محض مجموعه توانی آن $2^{n+1} - 1$ است.



۸۱- گزینه (۴)

$$[(A \cap M) \cup (A \cap B')] \cap [(A' \cap M) \cup (A' \cap B)]$$

$$= [A \cup (A \cap B')] \cap [A' \cup (A' \cap B)] = A \cap A' = \emptyset$$

حل:

۸۲- گزینه (۲)

حل: مجموعه‌های B، اعداد اول را دربر می‌گیرند. یعنی اولین عدد اول، B_1 دو عدد اول بعدی و B_3 سه عدد اول بعدی را نشان می‌دهد؛ بنابراین:

$$B_5 = \{31, 37, 41, 43, 47\}$$

$$B_6 = \{53, 59, 61, 67, 71, 73\}$$

$$B_7 = \{79, 83, 89, 97, 101, 103, 107\}$$

۸۳- گزینه (۳)

$$\left\{ \frac{3}{5}, \frac{6}{7}, 1, 1\frac{1}{11}, \dots \right\} = \left\{ \frac{3}{5}, \frac{6}{7}, \frac{9}{9}, \frac{12}{11}, \dots \right\} = \left\{ \frac{3(x+1)}{2x+5} \mid x \in W \right\}$$

حل:

۸۴- گزینه (۳)

۸۵- گزینه (۴)

$$\{(1^{100} + 4), (1^{100} + 16), (1^{100} + 64), \dots, 1^{101}\}$$

حل:

$$= \left\{ (1^{100} + 2^2), (1^{100} + 2^4), (1^{100} + 2^6), \dots, \underbrace{(1^{100} + 1^{100})}_{2 \times 1^{100} = 1^{101}} \right\}$$

همان‌طور که می‌بینید تعداد اعضای مجموعه برابر با تعداد اعداد زوج کوچک‌تر یا مساوی ۱۰۰، یعنی ۵۰ عضو است؛ بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های آن برابر است با:

$$2^{50} = (2^5)^{10} = 32^{10}$$

۸۶- گزینه (۱)

$$2^{k+3} - 2^k = 224 \rightarrow 2^k \left(\frac{2^3 - 1}{2} \right) = 224 \rightarrow 2^k = \frac{224}{2} = 112 \rightarrow 2^k = 2^5 \rightarrow k = 5$$

حل:

۸۷- گزینه (۳)

حل: مجموعه B مقسوم‌علیه‌های صحیح عدد B را نشان می‌دهد و نمایش ریاضی آن برابر است با:

$$\left\{ x \mid \left(\frac{15}{x} \right) \in Z \right\}$$

