فصل ۱

فیزیک و اندازه‌گیری

۱ گزینهٔ ۲

گزارهٔ (الف) نادرست است؛ زیرا علی‌رغم اهمیت زیاد آزمایش و مشاهده در فیزیک، آن‌چه بیش از همه در پیشبرد و تکامل علم فیزیک نقش ایفا کرده و می‌کند، تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیکدانان نسبت به پدیده‌هایی است که با آن‌ها مواجه می‌شوند.

گزارهٔ (ب) نادرست است؛ زیرا فیزیک، علمی تجربی بوده و تمامی قوانین، مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی آن باید توسط آزمایش مورد آزمون قرار گیرند.

گزارهٔ (پ) درست است؛ زیرا مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی در طول زمان همواره معتبر نیستند و این امکان وجود دارد که نتایج آزمایش‌های جدید منجر به بازنگری در مدل یا نظریه‌ای شود و حتی ممکن است نظریه‌ای جدید جایگزین آن گردد.

۲ گزینهٔ ۴

ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، نقطهٔ قوت دانش فیزیک است و نقش مهمی در فرآیند پیشرفت دانش و تکامل شناخت ما از جهان پیرامون داشته است.

۳ گزینهٔ ۱

رادرفورد نخستین دانشمندی بود که در سال ۱۹۱۱ میلادی در مدل اتمی خود (مدل هسته‌ای)، برای اتم هسته در نظر گرفت. ۲ سال بعد و در سال ۱۹۱۳ میلادی، بور پس از رفع برخی از اشکالات مدل هسته‌ای رادرفورد، مدلی جدید به نام مدل سیاره‌ای ارائه داد که در آن الکترون‌ها در مدارهایی دایره‌ای شکل به دور هسته گردش می‌کردند.

۴ گزینهٔ ۳

برای توصیف نتایج کارهای ایزاک نیوتون در زمینهٔ نیروشناسی، از اصطلاح «قانون» استفاده می‌شود، زیرا در دامنهٔ وسیعی از پدیده‌های طبیعت معتبر هستند. (قانون دوم نیوتون، رابطهٔ بین سه کمیت **F**، **m** و **a** را بیان می‌کند و قانون سوم نیوتون، به بیان رابطهٔ بین نیروهای کنش و واکنش با گزاره‌ای کلی و در عین حال مختصر می‌پردازد.)

۵ گزینهٔ ۴

می‌دانیم که قانون‌های فیزیکی در دامنهٔ وسیعی از پدیده‌های گوناگون طبیعت معتبرند، در حالی که اصل‌های فیزیکی دامنهٔ محدودتری از پدیده‌های فیزیکی با عمومیت کم‌تر را پوشش می‌دهند. در نتیجه مجموعهٔ بزرگ‌تر (**A**)، بیان‌گر «قانون» و مجموعهٔ کوچک‌تر (**B**)، بیان‌گر «اصل» است. دقت کنید که برای توصیف قانون‌های فیزیکی (مجموعهٔ **A**)، اغلب از گزاره‌های کلی و در عین حال مختصر استفاده می‌کنند.

۶ گزینهٔ ۲

گزارهٔ (الف) نادرست است؛ زیرا مدل‌سازی فرآیندی است که طی آن یک پدیدهٔ فیزیکی، آن‌قدر ساده و آرمانی می‌شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم گردد.

گزارهٔ (ب) درست است؛ زیرا هنگام مدل‌سازی یک پدیدهٔ فیزیکی، باید اثرهای جزئی‌تر را نادیده بگیریم نه اثرهای مهم و تعیین‌کننده را.

گزارهٔ (پ) نادرست است؛ زیرا در شاخهٔ مکانیک به دلیل بررسی حرکت اجسام و نیروهای وارد شده بر آن‌ها، مدل‌سازی بسیار پرکاربرد است.

۷ گزینهٔ ۱

گزینهٔ «۱» درست است؛ زیرا در مدل‌سازی‌های مکانیک، برای نشان دادن اندازه و جهت نیروها از بردار استفاده می‌شود.

گزینهٔ «۲» نادرست است؛ زیرا نادیده گرفتن نیروهای جزئی یکی از اصول ساده‌سازی پدیده‌هاست که پیش‌بینی رفتار پدیده را با مشکل مواجه نمی‌کند.

گزینهٔ «۳» نادرست است؛ زیرا در مدل‌سازی‌های نورشناسی، به دلیل این‌که هر باریکهٔ نور در عمل از تعداد بی‌شماری پرتو نور موازی تشکیل شده است، برای سادگی فقط تعدادی از آن‌ها نمایش داده می‌شوند.

گزینهٔ «۴» نادرست است؛ زیرا در نورشناسی، هر پرتو نور با یک خط راست دارای فلش مدل می‌شود، نه هر باریکهٔ نور که خود از تعداد بی‌شماری پرتو نور تشکیل شده است.

۸ گزینهٔ ۲

می‌دانیم که در مدل‌سازی یک پدیدهٔ فیزیکی، باید اثرهای جزئی‌تر را نادیده گرفته و فقط اثرهای مهم و تعیین‌کننده را در بررسی وارد کرد. در واقع حذف هر اثری که نادیده گرفتن آن پیش‌بینی مدل را از واقعیت دور کند، مجاز نیست. در این سؤال، به دلیل این‌که نادیده گرفتن «وزن گلوله» و «نیروی مقاومت هوا» به‌ترتیب «رفت و برگشتی بودن حرکت گلوله» و «توقّف آن پس از چند رفت و برگشت» را دچار اشکال می‌کند، مجاز نمی‌باشد. اما با لحاظ کردن همین اصول، در نظر گرفتن «اندازه و شکل گلوله» و «جرم نخ» در پیش‌بینی مدل خللی ایجاد نکرده و آزاد است.

۹ گزینهٔ ۴

به دلیل شکل ظاهری و جرم اندک پَر، اثر وزش نسیم و مقاومت هوا جزئی نبوده و نمی‌توان از آن‌ها صرف‌نظر نمود. ضمناً صرف‌نظر کردن از نیروی وزن پَر، موجب نادرست شدن پیش‌بینی مدل دربارهٔ نحوهٔ حرکت پَر می‌گردد. لذا هر سه نیرو می‌بایست در مدل‌سازی حرکت پَر مورد توجه قرار گیرند.

۱۰ گزینهٔ ۴

وجود یا عدم وجود موارد گزینه‌های «۱» تا «۳» می‌تواند در محاسبات تأثیر زیادی داشته باشد، اما با توجه به این‌که در مسأله از ابعاد گلوله صرف‌نظر شده، در نظر گرفتن چرخش گلوله تأثیر زیادی در محاسبات نخواهد داشت.

۱۱ گزینهٔ ۱

در مورد «الف»، یکای دما در **SI** کلوین است نه درجهٔ سلسیوس؛ پس این عبارت نادرست است.

در مورد «پ»، جرم جسم یک کمیت نرده‌ای است و نباید برای آن جهت ذکر شود؛ پس این عبارت نادرست است.

در مورد «ت»، نیرو یک کمیت برداری است و علاوه بر عدد و یکای مناسب، باید جهت نیز برای آن ذکر شود؛ پس این عبارت ناقص است.

در مورد «ث»، تندی یک کمیت نرده‌ای است و نباید برای آن جهت ذکر شود؛ پس این عبارت نادرست است.

پس از ۵ عبارت داده شده، فقط عبارت (ب) درست و کامل است و ۴ مورد دیگر نادرست یا ناقص هستند.

۱۲ گزینهٔ ۲

در عبارت داده شده، از ۵ کمیت برای توصیف گلوله و نحوهٔ حرکت آن استفاده شده که ۳ کمیت «جرم گلوله (جرم)»، «شعاع گلوله (طول)» و «مدت زمان حرکت گلوله (زمان)» نرده‌ای بوده و فقط از یک عدد و یکای مناسب برای توصیف آن‌ها بهره برده شده است. در مقابل ۲ کمیت «سرعت اولیهٔ گلوله (سرعت)» و «جابه‌جایی گلوله (جابه‌جایی)» برداری هستند و برای بیان آن‌ها علاوه بر یک عدد و یکای مناسب، از جهت نیز استفاده شده است.

۱۳ گزینهٔ ۳

برای انجام اندازه‌گیری‌های درست و قابل اطمینان به یکاهای اندازه‌گیری نیاز داریم که تغییر نکنند و دارای قابلیت بازتولید در مکان‌های مختلف باشند.

۱۴ گزینهٔ ۲

در سال ۱۹۷۱ میلادی، مجمع عمومی اوزان و مقیاس‌ها، هفت کمیت «طول»، «جرم»، «زمان»، «دما»، «مقدار ماده»، «جریان الکتریکی» و «شدت روشنایی» را به عنوان کمیت‌های اصلی انتخاب کرد که اساس دستگاه بین‌المللی یکاها را تشکیل می‌دهند. لذا تنها در گزینهٔ «۲»، هر سه کمیت ذکر شده یعنی طول، جرم و مقدار ماده در **SI** اصلی هستند.

۱۵ گزینهٔ ۲

گزارهٔ (الف) نادرست است؛ زیرا کمیت شدت روشنایی (با یکای کَندِلا یا شمع) در **SI** اصلی است، نه یکای آمپر.

گزارهٔ (ب) نادرست است؛ زیرا یکای کمیت دما در **SI**، کلوین است.

گزارهٔ (پ) درست است؛ زیرا متر، ثانیه و آمپر به‌ترتیب یکای کمیت‌های اصلی طول، زمان و جریان الکتریکی در **SI** هستند.

گزارهٔ (ت) درست است؛ زیرا نمادهای **cd** (کندلا یا شمع)، **mol** (مول) و **K** (کلوین) به‌ترتیب نماد یکای کمیت‌های اصلی شدت روشنایی، مقدار ماده و دما در **SI** هستند.

۱۶ گزینهٔ ۴

با توجه به آموخته‌های شما در کتاب‌های فیزیک (۱) و فیزیک (۲) و طبق تعریف کمیت‌های اصلی یا فرعی و نرده‌ای یا برداری، در جدول زیر، نوع کمیت‌های استفاده شده در گزینه‌ها آورده شده است.

نام کمیت	اصلی یا فرعی	نرده‌ای یا برداری
جرم	اصلی	نرده‌ای
شتاب	فرعی	برداری
نیرو	فرعی	برداری
انرژی جنبشی	فرعی	نرده‌ای
فشار	فرعی	نرده‌ای
گرمای ویژه	فرعی	نرده‌ای
میدان مغناطیسی	فرعی	برداری
شار مغناطیسی	فرعی	نرده‌ای

لذا طبق جدول فوق، کمیت جرم، اصلی و نرده‌ای؛ ۳ کمیت شتاب، نیرو و میدان مغناطیسی، فرعی و برداری و ۴ کمیت انرژی جنبشی،فشار، گرمای ویژه و شار مغناطیسی، فرعی و نرده‌ای هستند که در گزینهٔ «۴» به سه مورد از این چهار مورد به‌درستی اشاره شده است.

۱۷ گزینهٔ ۳

با استفاده از روابط فیزیکی‌ای که در سال‌های گذشته آموخته‌ایم، هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌نماییم:

بررسی گزینهٔ «۱»:

$$\text{نیرو} = \text{جرم} \times \text{شتاب} \Rightarrow F = ma$$

$$\Rightarrow [F] = kg \times \frac{m}{s^2} = \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

بررسی گزینهٔ «۲»:

$$\text{کار} = \text{نیرو} \times \text{جابه‌جایی} \Rightarrow W = Fd$$

$$\Rightarrow [W] = N \times m = \frac{kg \cdot m}{s^2} \times m = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$$

بررسی گزینهٔ «۳»:

$$\text{شتاب متوسط} = \frac{\text{تغییرات سرعت}}{\text{مدت زمان تغییرات سرعت}} \Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow [a_{av}] = \frac{\frac{m}{s}}{s} = \frac{m}{s^2}$$

بررسی گزینهٔ «۴»:

$$\text{گشتاور} = \text{نیرو} \times \text{فاصلهٔ محل اثر نیرو تا نقطهٔ چرخش}$$

$$\Rightarrow T = FL \Rightarrow [T] = N \times m = \frac{kg \cdot m}{s^2} \times m = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، شتاب متوسط به‌وسیلهٔ دو یکای اصلی طول (متر) و زمان (ثانیه) تعریف می‌شود؛ در حالی که در سایر گزینه‌ها، سه یکای اصلی طول (متر)، زمان (ثانیه) و جرم (کیلوگرم) به‌کار رفته است.

۱۸ گزینهٔ ۱

برای سازگاری یکاهای دو طرف رابطه، باید یکای هر یک از عبارت‌های سمت راست با یکای عبارت سمت چپ (x) یکی باشد؛ یعنی:

$$[x] = [\alpha t^3] \Rightarrow [x] = [\alpha][t^3] \Rightarrow m = [\alpha] \times s^3 \Rightarrow [\alpha] = \frac{m}{s^3}$$

$$[x] = [\frac{\beta}{t+3}] \Rightarrow [x] = \frac{[\beta]}{[t+3]} \Rightarrow m = \frac{[\beta]}{s} \Rightarrow [\beta] = m \cdot s$$

۱۹ گزینهٔ ۴

برای سازگاری یکاهای دو طرف رابطه، باید یکای هر یک از عبارت‌های سمت راست با یکای عبارت سمت چپ (d) یکی باشد. با درنظر گرفتن این‌که یکای نیرو (F) برحسب یکاهای اصلی به‌صورت $\frac{kg.m}{s^2}$ است، داریم:

$$[d] = [Av^2] \Rightarrow [d] = [A][v^2] \Rightarrow m = [A] \times (\frac{m}{s})^2$$

$$\Rightarrow [A] = \frac{m}{(\frac{m}{s})^2} = \frac{s^2}{m}$$

$$[d] = [BF] \Rightarrow [d] = [B]\,[F] \Rightarrow m = [B] \times \frac{kg.m}{s^2}$$

$$\Rightarrow [B] = \frac{m}{\frac{kg.m}{s^2}} = \frac{s^2}{kg}$$

۲۰ گزینهٔ ۱

ابتدا با به توان ۲ رساندن طرفین رابطهٔ داده شده، مقدار μ_0 را برحسب دو کمیت دیگر به‌دست می‌آوریم:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \Rightarrow \mu_0 = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}$$

اکنون با توجه به یکسان بودن یکای کمیت‌های فیزیکی در دو طرف یک تساوی، داریم:

$$[\mu_0] = [\frac{1}{\varepsilon_0 c^2}] \Rightarrow [\mu_0] = \frac{1}{[\varepsilon_0][c^2]}$$

$$\Rightarrow [\mu_0] = \frac{1}{\frac{A^2 s^2}{N.m^2} \times (\frac{m}{s})^2} \Rightarrow [\mu_0] = \frac{N}{A^2}$$

۲۱ گزینهٔ ۲

یک «میکرون» معادل یک میکرومتر $(1\mu m)$ است که برابر با $10^{-6}\,m$ می‌باشد.

۲۲ گزینهٔ ۳

برای پاسخ به این سؤال، یکای جرم‌های داده شده در هر یک از گزینه‌ها را به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای به یکای کیلوگرم تبدیل می‌نماییم. هریک از آن‌ها که کم‌تر از $10kg$ باشد، پاسخ سؤال است و با ریختن آن جرم درون پلاستیک، دستهٔ آن پاره نخواهد شد. داریم:

$$4\,\text{من تبریز} = 4\,\cancel{\text{من تبریز}} \times \frac{640\,\cancel{\text{مثقال}}}{1\,\cancel{\text{من تبریز}}} \times \frac{5\,\cancel{g}}{1\,\cancel{\text{مثقال}}} \times \frac{1kg}{10^3\,\cancel{g}}$$

$$= 12.8kg > 10kg$$

گزینهٔ «۲»:

$$0.2\,\text{خروار} = 0.2\,\cancel{\text{خروار}} \times \frac{640\,\cancel{\text{مثقال}}}{0.01\,\cancel{\text{خروار}}} \times \frac{5\,\cancel{g}}{1\,\cancel{\text{مثقال}}} \times \frac{1kg}{10^3\,\cancel{g}}$$

$$= 64kg > 10kg$$

گزینهٔ «۳»:

$$80\,\text{سیر} = 80\,\cancel{\text{سیر}} \times \frac{640\,\cancel{\text{مثقال}}}{40\,\cancel{\text{سیر}}} \times \frac{5\,\cancel{g}}{1\,\cancel{\text{مثقال}}} \times \frac{1kg}{10^3\,\cancel{g}}$$

$$= 6.4kg < 10kg \;☑$$

گزینهٔ «۴»:

$$2200\,\text{مثقال} = 2200\,\cancel{\text{مثقال}} \times \frac{5\,\cancel{g}}{1\,\cancel{\text{مثقال}}} \times \frac{1kg}{10^3\,\cancel{g}}$$

$$= 11kg > 10kg$$

۲۳ گزینهٔ ۲

به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای، هر یک از تساوی‌های داده شده را بررسی می‌کنیم.

گزارهٔ (الف) درست است؛ زیرا:

$$10^{-6} daA = 10^{-6}\,\cancel{daA} \times \frac{10^1\,\cancel{A}}{1\,\cancel{daA}} \times \frac{1mA}{10^{-3}\,\cancel{A}} = 10^{-2} mA$$

گزارهٔ (ب) درست است؛ زیرا:

$$10^{-6} dm = 10^{-6}\,\cancel{dm} \times \frac{10^{-1}\,\cancel{m}}{1\,\cancel{dm}} \times \frac{1nm}{10^{-9}\,\cancel{m}} = 10^2 nm$$

گزارهٔ (پ) نادرست است؛ زیرا:

$$1kg = 1\cancel{kg}\times\frac{10^{3}\cancel{g}}{1\cancel{kg}}\times\frac{1Tg}{10^{12}\cancel{g}} = 10^{-9}Tg$$

گزارهٔ (ت) نادرست است؛ زیرا:

$$10^{-22}Gm = 10^{-22}\cancel{Gm}\times\frac{10^{9}\cancel{m}}{1\cancel{Gm}}\times\frac{1pm}{10^{-12}\cancel{m}} = 10^{-1}pm$$

۲۴ گزینهٔ ۲

ابتدا به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای شعاع کرهٔ زمین و فاصلهٔ بین دو سیاره را بر حسب متر به‌دست می‌آوریم. توجه داشته باشید که پیشوند پتا (P) به معنای ضریب 10^{15} است. داریم:

$$R = 6/4\,Mm = 6/4\,\cancel{Mm}\times\frac{10^{6}m}{1\cancel{Mm}} = 6/4\times10^{6}m$$

$$L = 16Ly = 16\cancel{Ly}\times\frac{9\cancel{Pm}}{1\cancel{Ly}}\times\frac{10^{15}m}{1\cancel{Pm}} = 1/44\times10^{17}m$$

لذا تعداد کرهٔ زمین‌هایی که باید کنار هم قرار دهیم تا بتوانیم فاصلهٔ بین زمین و این سیاره را پر کنیم، برابر است با حاصل تقسیم فاصلهٔ دو سیاره بر قطر کرهٔ زمین، یعنی:

$$n = \frac{L}{D} = \frac{L}{2R} = \frac{1/44\times10^{17}}{2\times(6/4\times10^{6})} = 11/25\times10^{9}$$

که این عدد به‌صورت «یازده میلیارد و دویست و پنجاه میلیون» خوانده می‌شود.

۲۵ گزینهٔ ۴

با استفاده از اطلاعات داده در صورت سؤال و به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای، هریک از گزاره‌ها را بررسی می‌کنیم.

گزارهٔ (الف) درست است؛ زیرا:

$$18\,in = 18\,\cancel{in}\times\frac{2/54\,cm}{1\,\cancel{in}} = 45/72\,cm$$

$$0/5\,\text{ذرع} = 0/5\,\cancel{\text{ذرع}}\times\frac{104\,cm}{1\,\cancel{\text{ذرع}}} = 52\,cm$$

$$\Rightarrow 18\,in < 0/5\,\text{ذرع}$$

گزارهٔ (ب) درست است؛ زیرا:

$$2000\,ft = 2000\,\cancel{ft}\times\frac{12\,\cancel{in}}{1\,\cancel{ft}}\times\frac{2/54\,cm}{1\,\cancel{in}} = 60960\,cm$$

$$1\,\text{فرسنگ} = 1\,\cancel{\text{فرسنگ}}\times\frac{6000\,\cancel{\text{ذرع}}}{1\,\cancel{\text{فرسنگ}}}\times\frac{104\,cm}{1\,\cancel{\text{ذرع}}} = 624000\,cm$$

$$\Rightarrow 2000\,ft < 1\,\text{فرسنگ}$$

گزارهٔ (پ) درست است؛ زیرا:

$$12\,\text{فرسنگ} = 12\,\cancel{\text{فرسنگ}}\times\frac{6000\,\cancel{\text{ذرع}}}{1\,\cancel{\text{فرسنگ}}}\times\frac{104\,\cancel{cm}}{1\,\cancel{\text{ذرع}}}\times\frac{10^{-2}\cancel{m}}{1\cancel{cm}}\times\frac{1\,km}{10^{3}\cancel{m}}$$
$$= 74/88\,km \simeq 75\,km$$

گزارهٔ (ت) درست است؛ زیرا:

$$5\,in = 5\,\cancel{in}\times\frac{2/54\,\cancel{cm}}{1\,\cancel{in}}\times\frac{10^{-2}\cancel{m}}{1\cancel{cm}}\times\frac{1mm}{10^{-3}\cancel{m}} = 127\,mm$$

۲۶ گزینهٔ ۲

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، داریم:

$$54\frac{km}{h} = 54\frac{\cancel{km}}{\cancel{h}}\times\frac{10^{3}m}{1\cancel{km}}\times\frac{1\cancel{h}}{60\,min} = 900\frac{m}{min}$$

۲۷ گزینهٔ ۲

ابتدا به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای یکای گرهٔ دریایی را به یکای m/s و سپس m/s را به km/h تبدیل می‌نماییم. داریم:

$$v = 20\,\cancel{\text{گرهٔ دریایی}}\times\frac{0/5\frac{m}{s}}{1\,\cancel{\text{گرهٔ دریایی}}} = 10\frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$v = 10\frac{\cancel{m}}{\cancel{s}}\times\frac{1km}{10^{3}\cancel{m}}\times\frac{3600\cancel{s}}{1h} = 36\frac{km}{h}$$

از آن‌جایی که کشتی دریایی رفت و برگشت را با تندی ثابت در مدت ۵ ساعت انجام داده، می‌توان نتیجه گرفت که زمان طی مسیر بین جزیرهٔ لاوان و بندرعباس برابر با $\frac{5}{2} = 2/5$ ساعت است. با استفاده از تعریف تندی متوسط که در علوم تجربی نهم آموخته‌اید، داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t = 2/5h]{v = 36\frac{km}{h}} 36 = \frac{\Delta x}{2/5} \Rightarrow \Delta x = 2/5\times36 = 90km$$

اکنون کافی است یکای km را به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای به یکای مایل دریایی تبدیل نماییم. می‌توان نوشت:

$$\Delta x = 90\cancel{km}\times\frac{10^{3}\cancel{m}}{1\cancel{km}}\times\frac{1\,\text{مایل دریایی}}{1800\cancel{m}} = 50\,\text{مایل دریایی}$$

۲۸ گزینهٔ ۱

طبق تعریف تندی متوسط که در علوم تجربی نهم فراگرفته‌اید $(v_{av} = v = \frac{\Delta x}{\Delta t})$، چون یکای Δx در صورت سؤال Au است، در صورتی که v را با یکای $\frac{Au}{h}$ در رابطه قرار دهیم، زمان بر حسب ساعت به‌دست می‌آید.

پس در نخستین قدم یکای $\frac{Ly}{h}$ را به یکای $\frac{Au}{h}$ تبدیل می‌نماییم. داریم:

$$v = 2\times10^{-6}\frac{\cancel{Ly}}{h}\times\frac{6\times10^{4}Au}{1\cancel{Ly}} = 0/12\frac{Au}{h}$$

$$v_{av} = v = \frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow[v = 0/12\frac{Au}{h}]{\Delta x = 576\,Au} 0/12 = \frac{576}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{576}{0/12} = 4800h$$

اکنون کافی است یکای ساعت را به یکای روز تبدیل نماییم. از آن‌جایی که هر شبانه‌روز زمینی $24h$ است، داریم:

$$\Delta t = 4800\cancel{h}\times\frac{1\,\text{روز}}{24\cancel{h}} = 200\,\text{روز}$$

۲۹ گزینهٔ ۳

با توجه به این‌که مساحت ذوزنقه برحسب یکای cm^{2} خواسته شده، لازم است در ابتدا همهٔ ابعاد شکل به یکای cm تبدیل شوند. با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، داریم:

$$\text{قاعدهٔ بزرگ}: a = 400\times10^{3}\mu m$$
$$= 400\times10^{3}\cancel{\mu m}\times\frac{10^{-6}\cancel{m}}{1\cancel{\mu m}}\times\frac{1cm}{10^{-2}\cancel{m}} = 40cm$$

$$\text{قاعدهٔ کوچک}: b = 2dm = 2\cancel{dm}\times\frac{10^{-1}\cancel{m}}{1\cancel{dm}}\times\frac{1cm}{10^{-2}\cancel{m}} = 20cm$$

$$\text{ارتفاع}: h = 10^{-3}hm = 10^{-3}\cancel{hm}\times\frac{10^{2}\cancel{m}}{1\cancel{hm}}\times\frac{1cm}{10^{-2}\cancel{m}} = 10cm$$

در نتیجه مساحت ذوزنقه برابر خواهد بود با:

$$S = \frac{1}{2}(a+b)h = \frac{1}{2}(40+20)\times10 = 300cm^{2}$$

۳۰ گزینهٔ ۴

ابتدا ارتباط بین فوت مربع و اینچ مربع و نیز اینچ مربع و سانتی‌متر مربع را به‌دست می‌آوریم:

$$1ft = 12in \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1ft^{2} = 144in^{2}$$

$$1in = 2/5cm \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1in^{2} = 6/25cm^{2}$$

اکنون با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای می‌توان نوشت:

$$S=۱۸\,\text{mha}=۱۸\,\cancel{\text{mha}}\times\frac{۱۰^{-۳}\,\cancel{\text{ha}}}{۱\,\cancel{\text{mha}}}\times\frac{۱۰^{۴}\,\cancel{\text{m}^{۲}}}{۱\,\cancel{\text{ha}}}\times\frac{۱\,\cancel{\text{cm}^{۲}}}{(۱۰^{-۲})^{۲}\,\cancel{\text{m}^{۲}}}\times\frac{۱\,\cancel{\text{in}^{۲}}}{۶/۲۵\,\cancel{\text{cm}^{۲}}}\times\frac{۱\,\text{ft}^{۲}}{۱۴۴\,\cancel{\text{in}^{۲}}}$$
$$\Rightarrow S=۲\times ۱۰^{۳}\,\text{ft}^{۲}=۲۰۰۰\,\text{ft}^{۲}$$

۳۱ گزینهٔ ۲

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای و به کمک اصول نمادگذاری علمی، داریم:

$$۰/۰۰۰۰۰۰۲۴۵\,\text{km}^{۳}\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}}۲/۴۵\times ۱۰^{-۷}\,\text{km}^{۳}$$
$$\xrightarrow{\text{تبدیل یکای km}^{۳}\text{ به cm}^{۳}}۲/۴۵\times ۱۰^{-۷}\,\cancel{\text{km}^{۳}}\times\frac{(۱۰^{۳})^{۳}\,\cancel{\text{m}^{۳}}}{۱\,\cancel{\text{km}^{۳}}}\times\frac{۱\,\text{cm}^{۳}}{(۱۰^{-۲})^{۳}\,\cancel{\text{m}^{۳}}}=۲/۴۵\times ۱۰^{۸}\,\text{cm}^{۳}$$

که با مقایسه با فرم $a\times ۱۰^{b}$، درمی‌یابیم که $a=۲/۴۵$ و $b=۸$ است. لذا خواستهٔ مسأله برابر است با:

$$a+b=۲/۴۵+۸=۱۰/۴۵$$

۳۲ گزینهٔ ۲

با توجه به این‌که حجم مخزن استوانه‌ای شکل برحسب یکای لیتر خواسته شده، لازم است در ابتدا همهٔ ابعاد مخزن به یکای cm تبدیل شوند. با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، داریم:

شعاع مقطع: $r=۱\text{ft}=۱\,\cancel{\text{ft}}\times\frac{۱۲\,\cancel{\text{in}}}{۱\,\cancel{\text{ft}}}\times\frac{۲/۵\,\text{cm}}{۱\,\cancel{\text{in}}}=۳۰\,\text{cm}$

ارتفاع: $h=۴\,\text{ft}=۴\,\cancel{\text{ft}}\times\frac{۱۲\,\cancel{\text{in}}}{۱\,\cancel{\text{ft}}}\times\frac{۲/۵\,\text{cm}}{۱\,\cancel{\text{in}}}=۱۲۰\,\text{cm}$

در نتیجه حجم مخزن استوانه‌ای شکل برابر خواهد بود با:

$$V=\pi r^{۲}h\xrightarrow[h=۱۲۰\text{cm}]{r=۳۰\text{cm}}V=۳\times(۳۰^{۲})\times ۱۲۰$$
$$=۳۲۴۰۰۰\,\text{cm}^{۳}\xrightarrow{\text{تبدیل یکای cm}^{۳}\text{ به L}}$$
$$V=۳۲۴۰۰۰\,\cancel{\text{cm}^{۳}}\times\frac{۱\,\text{L}}{۱۰۰۰\,\cancel{\text{cm}^{۳}}}=۳۲۴\,\text{L}$$

۳۳ گزینهٔ ۲

می‌دانیم که در فیزیک، برای جمع یا تفریق دو یا چند عدد، آن اعداد باید یکایی یکسان داشته باشند. بنابراین یکای هر دو عدد را به یکای مدنظر سؤال یعنی میلی‌متر مکعب تبدیل کرده، سپس با هم جمع می‌کنیم، داریم:

$$۸\times ۱۰^{-۸}\,\text{dm}^{۳}=۸\times ۱۰^{-۸}\,\cancel{\text{dm}^{۳}}\times\frac{(۱۰^{-۱})^{۳}\,\cancel{\text{m}^{۳}}}{۱\,\cancel{\text{dm}^{۳}}}\times\frac{۱\,\text{mm}^{۳}}{(۱۰^{-۳})^{۳}\,\cancel{\text{m}^{۳}}}=۸\times ۱۰^{-۲}\,\text{mm}^{۳}$$

$$۲۴\times ۱۰^{۸}\,\mu\text{m}^{۳}=۲۴\times ۱۰^{۸}\,\cancel{\mu\text{m}^{۳}}\times\frac{(۱۰^{-۶})^{۳}\,\cancel{\text{m}^{۳}}}{۱\,\cancel{\mu\text{m}^{۳}}}\times\frac{۱\,\text{mm}^{۳}}{(۱۰^{-۳})^{۳}\,\cancel{\text{m}^{۳}}}=۲۴\times ۱۰^{-۱}\,\text{mm}^{۳}$$

لذا حاصل عبارت برابر است با:

$$۸\times ۱۰^{-۸}\,\text{dm}^{۳}+۲۴\times ۱۰^{۸}\,\mu\text{m}^{۳}=۸\times ۱۰^{-۲}\,\text{mm}^{۳}$$
$$+۲۴\times ۱۰^{-۱}\,\text{mm}^{۳}=۰/۰۸\,\text{mm}^{۳}+۲/۴\,\text{mm}^{۳}=۲/۴۸\,\text{mm}^{۳}$$

۳۴ گزینهٔ ۳

می‌دانیم که در فیزیک به تغییر یک کمیت نسبت به زمان، آهنگ آن کمیت گفته می‌شود. لذا داریم:

$$\text{آهنگ متوسط کاهش جرم}=\frac{۱۱۰-۸۳}{۵۰}=۰/۵۴\,\frac{\text{kg}}{\text{day}}$$

اکنون با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای و قواعد نمادگذاری علمی، داریم:

$$\text{آهنگ متوسط کاهش جرم}=۰/۵۴\,\frac{\text{kg}}{\text{day}}=۰/۵۴\,\frac{\cancel{\text{kg}}}{\cancel{\text{day}}}\times\frac{۱\,\cancel{\text{day}}}{۲۴\,\cancel{\text{h}}}$$
$$\times\frac{۱\,\cancel{\text{h}}}{۶۰\,\text{min}}\times\frac{۱۰^{۳}\,\cancel{\text{g}}}{۱\,\cancel{\text{kg}}}\times\frac{۱\,\mu\text{g}}{۱۰^{-۶}\,\cancel{\text{g}}}\Rightarrow$$
$$\text{آهنگ متوسط کاهش جرم}=۳۷۵۰۰۰\,\frac{\mu\text{g}}{\text{min}}\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}}$$
$$\text{آهنگ متوسط کاهش جرم}=۳/۷۵\times ۱۰^{۵}\,\frac{\mu\text{g}}{\text{min}}$$

۳۵ گزینهٔ ۳

ابتدا آهنگ خروج آب از استخر را بر حسب $\text{m}^{۳}/\text{s}$ می‌یابیم. به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$۰/۳\,\frac{\text{gal}}{\text{min}}=۰/۳\,\frac{\cancel{\text{gal}}}{\cancel{\text{min}}}\times\frac{۴/۴\,\cancel{\text{L}}}{۱\,\cancel{\text{gal}}}\times\frac{۱\,\text{m}^{۳}}{۱۰^{۳}\,\cancel{\text{L}}}\times\frac{۱\,\cancel{\text{min}}}{۶۰\,\text{s}}$$
$$=۲۲\times ۱۰^{-۶}\,\frac{\text{m}^{۳}}{\text{s}}$$

حال آهنگ کاهش ارتفاع آب استخر را محاسبه می‌کنیم که برابر است با:

$$\text{آهنگ کاهش ارتفاع آب استخر}=\frac{\text{آهنگ کاهش حجم استخر}}{\text{مساحت قاعده استخر}}$$
$$=\frac{۲۲\times ۱۰^{-۶}}{۱۰\times ۴/۴}=۵\times ۱۰^{-۷}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\xrightarrow{\text{تبدیل یکای }\frac{\text{m}}{\text{s}}\text{ به }\frac{\text{cm}}{\text{s}}}$$
$$۵\times ۱۰^{-۷}\,\frac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}}\times\frac{۱\,\text{cm}}{۱۰^{-۲}\,\cancel{\text{m}}}=۵\times ۱۰^{-۵}\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

۳۶ گزینهٔ ۴

می‌دانیم که یکای نیرو یعنی نیوتون (N) برحسب یکاهای اصلی به‌صورت $\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^{۲}}$ نوشته می‌شود. لذا با نشان دادن یکای مجهول با علامت x، داریم:

$$\frac{۱۰۰\,\text{mg.x}}{\text{das}^{۲}}=۰/۰۰۱\,\text{kN}\Rightarrow\frac{۱۰۰\,\text{mg.x}}{\text{das}^{۲}}=۰/۰۰۱\,\text{k}\left(\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^{۲}}\right)$$
$$\xrightarrow[\text{توانی پیشوندها}]{\text{قرار دادن معادل}}\frac{۱۰۰\times ۱۰^{-۳}\,\text{g}\times\text{x}}{(۱۰^{۱})^{۲}\text{s}^{۲}}=۱۰^{-۳}\times ۱۰^{۳}\left(\frac{۱۰^{۳}\,\text{g.m}}{\text{s}^{۲}}\right)$$
$$\Rightarrow\frac{۱۰^{-۳}\,\text{g.x}}{\text{s}^{۲}}=\frac{۱۰^{۳}\,\text{g.m}}{\text{s}^{۲}}\Rightarrow\text{x}=۱۰^{۶}\,\text{m}=\text{Mm}$$

یعنی در جای خالی باید از پیشوند مگا (M) استفاده کرد.

۳۷ گزینهٔ ۴

برای تبدیل شدن یکای فعلی به یکای SI، باید میلی‌ژول به ژول، هکتو ثانیه به ثانیه و میکرومتر مربع به متر مربع تبدیل شود. بنابراین:

$$۲/۴\times ۱۰^{-۱۸}\,\frac{\text{mJ}}{\text{hs}.\mu\text{m}^{۲}}$$
$$=۲/۴\times ۱۰^{-۱۸}\,\frac{\cancel{\text{mJ}}}{\cancel{\text{hs}}.\cancel{\mu\text{m}^{۲}}}\times\frac{۱۰^{-۳}\,\text{J}}{۱\,\cancel{\text{mJ}}}\times\frac{۱\,\cancel{\text{hs}}}{۱۰^{۲}\,\text{s}}\times\frac{۱\,\cancel{\mu\text{m}^{۲}}}{(۱۰^{-۶})^{۲}\,\text{m}^{۲}}$$
$$=۲/۴\times ۱۰^{-۱۱}\,\frac{\text{J}}{\text{s.m}^{۲}}$$

۳۸ گزینهٔ ۱

ابتدا با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، یکاهای فعلی جرم و نیرو را به یکای SI آن‌ها تبدیل می‌نماییم. داریم:

$$\text{جرم}: m=۱۰۰\,\text{مثقال}=۱۰۰\,\cancel{\text{مثقال}}\times\left(\frac{۴/۶\,\cancel{\text{g}}}{۱\,\cancel{\text{مثقال}}}\right)\times\left(\frac{۱\,\text{kg}}{۱۰^{۳}\,\cancel{\text{g}}}\right)=۰/۴۶\,\text{kg}$$

$$\text{نیرو}: F=۱۶۵۶\,\frac{\text{g.km}}{(\text{min})^{۲}}$$
$$=۱۶۵۶\,\frac{\cancel{\text{g}}.\cancel{\text{km}}}{(\cancel{\text{min}})^{۲}}\times\left(\frac{۱\,\text{kg}}{۱۰^{۳}\,\cancel{\text{g}}}\right)\times\left(\frac{۱۰^{۳}\,\text{m}}{۱\,\cancel{\text{km}}}\right)\times\left(\frac{۱\,\cancel{\text{min}}}{۶۰\,\text{s}}\right)^{۲}$$

$$=۱۶۵۶\times۱۰^{-۳}\times۱۰^{۳}\times\frac{۱}{۶۰\times۶۰}\frac{kg.m}{s^{۲}}=۰/۴۶N$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$a=\frac{F}{m}=\frac{۰/۴۶}{۰/۴۶}=۱\frac{m}{s^{۲}}$$

۳۹ گزینهٔ ۳

ابتدا یکای هر یک از دو کمیت داده شده را با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای به یکای SI تبدیل می‌کنیم:

$$۱۰^{۸}\frac{cm}{\mu g.ms^{۲}}$$

$$=۱۰^{۸}\frac{\cancel{cm}}{\cancel{\mu g}.\cancel{ms^{۲}}}\times\frac{۱۰^{-۲}m}{۱\cancel{cm}}\times\frac{۱\cancel{\mu g}}{۱۰^{-۶}g}\times\frac{۱۰^{۳}g}{۱kg}\times(\frac{۱\cancel{ms}}{۱۰^{-۳}s})^{۲}$$

$$=۱۰^{۲۱}\frac{m}{kg.s^{۲}}$$

$$۱۰^{-۴}\frac{mg^{۲}}{km.ns}=\frac{۱۰^{-۴}\cancel{mg^{۲}}}{\cancel{km}.\cancel{ns}}\times\frac{۱\cancel{km}}{۱۰^{۳}m}\times\frac{۱\cancel{ns}}{۱۰^{-۹}s}\times$$

$$(\frac{۱۰^{-۳}g}{۱mg}\times\frac{۱۰^{-۳}kg}{۱\cancel{g}})^{۲}=۱۰^{-۱}\frac{kg^{۲}}{m.s}$$

بنابراین حاصل ضرب آن‌ها برابر خواهد بود با:

$$۱۰^{۸}\frac{cm}{\mu g.ms^{۲}}\times۱۰^{-۴}\frac{mg^{۲}}{km.ns}=۱۰^{۲۱}\frac{m}{kg.s^{۲}}\times۱۰^{-۱۰}\frac{kg^{۲}}{m.s}=۱۰^{۱۱}\frac{kg}{s^{۳}}$$

۴۰ گزینهٔ ۳

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌نماییم، داریم:

گزینهٔ «۱» نادرست است؛ زیرا:

$$۱\frac{\mu g\cdot mm}{ns^{۲}}=۱\frac{\cancel{\mu g}\cdot \cancel{mm}}{\cancel{ns^{۲}}}\times\frac{۱۰^{-۶}\cancel{g}}{۱\cancel{\mu g}}\times\frac{۱kg}{۱۰^{۳}\cancel{g}}$$

$$\times\frac{۱۰^{-۳}m}{۱\cancel{mm}}\times\frac{۱\cancel{ns^{۲}}}{(۱۰^{-۹})^{۲}s^{۲}}=۱۰^{۶}\frac{kg\cdot m}{s^{۲}}=۱۰^{۶}N$$

گزینهٔ «۲» نادرست است؛ زیرا:

$$۱۰۰\frac{mm^{۳}}{ns}=۱۰۰\frac{\cancel{mm^{۳}}}{\cancel{ns}}\times\frac{(۱۰^{-۳})^{۳}m^{۳}}{۱\cancel{mm^{۳}}}\times\frac{۱\cancel{ns}}{۱۰^{-۹}s}$$

$$=۱۰۰\frac{m^{۳}}{s}\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}}۱۰^{۲}\frac{m^{۳}}{s}$$

گزینهٔ «۳» درست است؛ زیرا:

$$۳۰\frac{kg\cdot nm^{۲}}{\mu s^{۳}}=۳۰\frac{\cancel{kg}\cdot\cancel{nm^{۲}}}{\cancel{\mu s^{۳}}}\times\frac{۱۰^{۳}\cancel{g}}{۱\cancel{kg}}\times\frac{۱\mu g}{۱۰^{-۶}\cancel{g}}$$

$$\times\frac{۱\cancel{\mu s^{۳}}}{(۱۰^{-۶})^{۳}s^{۳}}\times\frac{(۱۰^{-۹})^{۲}m^{۲}}{۱\cancel{nm^{۲}}}=۳۰\times۱۰^{۹}\frac{\mu g\cdot m^{۲}}{s^{۳}}$$

$$\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}}(۳\times۱۰^{۱})\times۱۰^{۹}=۳\times۱۰^{۱۰}\frac{\mu g\cdot m^{۲}}{s^{۳}}$$

گزینهٔ «۴» نادرست است؛ زیرا:

$$۱\frac{m^{۲}}{s^{۲}.K}=۱\frac{\cancel{m^{۲}}}{\cancel{s^{۲}}.\cancel{K}}\times\frac{۱km^{۲}}{(۱۰^{۳})^{۲}\cancel{m^{۲}}}\times\frac{(۱۰^{۱۲})^{۲}\cancel{s^{۲}}}{۱Ts^{۲}}\times\frac{۱۰^{-۶}\cancel{K}}{۱\mu K}$$

$$=۱۰^{۱۲}\frac{km^{۲}}{Ts^{۲}.\mu K}$$

۴۱ گزینهٔ ۳

عوامل مؤثر بر دقت اندازه‌گیری، عبارتند از:

۱) حساسیت و دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری

۲) مهارت شخص آزمایشگر

۳) تعداد دفعات اندازه‌گیری

۴۲ گزینهٔ ۲

طبق توضیحات کتاب درسی دربارهٔ دقت وسایل اندازه‌گیری و بنابر یک قاعدهٔ کلی، خطای اندازه‌گیری وسیله‌های درجه‌بندی شده، $\pm\frac{۱}{۲}$ کمینهٔ تقسیم‌بندی مقیاس آن وسایل است و برای وسیله‌های رقمی (دیجیتال)، مثبت و منفی یک واحد از آخرین رقمی است که می‌خوانند.

۴۳ گزینهٔ ۴

خطای اندازه‌گیری وسیله‌های درجه‌بندی شده $\pm\frac{۱}{۲}$ کمینهٔ تقسیم‌بندی مقیاس آن وسیله است و برای وسیله‌های دیجیتال، مثبت و منفی یک واحد از آخرین رقمی است که می‌خوانند، بنابراین:

الف) $۲۸/۲۱cm\xrightarrow{\text{مدرج}}\text{خطای اندازه‌گیری}=\pm۰/۰۵cm=\pm۰/۵mm$

ب) $۲۱^{\circ}C\xrightarrow{\text{دیجیتال}}\text{خطای اندازه‌گیری}=\pm۱^{\circ}C$

پ) $۷۳/۴kg\xrightarrow{\text{مدرج}}\text{خطای اندازه‌گیری}=\pm۰/۵kg$

ت) $۳/۲bar\xrightarrow{\text{دیجیتال}}\text{خطای اندازه‌گیری}=\pm۰/۱bar$

۴۴ گزینهٔ ۴

در خط‌کش مدرج، هر سانتی‌متر به دو قسمت تقسیم شده، بنابراین دقت آن ۰/۵cm است و خطایش نصف آن یعنی ±۰/۲۵ سانتی‌متر که به دلیل ایجاد اشکال در محاسبات فیزیکی آن را به ±۰/۳ سانتی‌متر گرد می‌کنیم. در کولیس آخرین رقم سمت راست از مرتبهٔ ۰/۰۱mm است. پس دقت کولیس ۰/۰۱ میلی‌متر و خطایش نیز ±۰/۰۱ میلی‌متر خواهد بود. بنابراین دقت کولیس از خط‌کش بیش‌تر است.

$$\text{نسبت قدرمطلق خطاها}=\frac{۳mm}{۰/۰۱mm}=۳۰۰$$

۴۵ گزینهٔ ۳

برای کاهش خطا در اندازه‌گیری هر کمیت، معمولاً اندازه‌گیری آن را چند بار تکرار کرده و در نهایت، میانگین عددهای حاصل به‌عنوان نتیجهٔ اندازه‌گیری گزارش می‌شود. البته در میان عددهای متفاوت، اگر یک یا دو عدد اختلاف زیادی با بقیه داشته باشند، در میانگین‌گیری به حساب نمی‌آیند. دقت کنید که برای کاهش خطا، مجاز به استفاده از وسیله‌هایی با دقت‌های مختلف نیستیم، بلکه باید با همان وسیلهٔ معین، اندازه‌گیری را تکرار نماییم.

۴۶ گزینهٔ ۳

در میان نتایج گزارش شده، جرم اندازه‌گیری شده در آزمایش‌های (۳) و (۷) یعنی ۲۳/۶g و ۱۲/۲g، با بقیهٔ نتایج اختلاف زیادی داشته و در میانگین‌گیری به حساب نمی‌آیند. در نتیجه جرم جسم برابر خواهد بود با میانگین شش عدد به‌دست آمده از آزمایش‌های باقی‌مانده، یعنی:

$$\text{جرم جسم}=\frac{۱۹/۰+۱۸/۴+۱۸/۶+۱۸/۸+۱۸/۶+۱۸/۸}{۶}$$

$$\Rightarrow\text{جرم جسم}=\frac{۱۱۲/۲}{۶}=۱۸/۷g$$

۴۷ گزینهٔ ۳

می‌دانیم که دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال)، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند. علاوه بر این، خطای اندازه‌گیری در این ابزارها، برابر مثبت و منفی دقت آن ابزار است. در نتیجه خطای اندازه‌گیری دماسنج داخل خانه $\pm۰/۱^{\circ}C$ و خطای اندازه‌گیری دماسنج خارج خانه $\pm۱^{\circ}C$ می‌باشد و نتیجهٔ گزارش شده به شکل زیر خواهد بود.

دماسنج داخل خانه: $(۲۶/۸\pm۰/۱)^{\circ}C$

دماسنج خارج خانه: $(۳۲\pm۱)^{\circ}C$

۴۸ گزینهٔ ۳

دقت هر دو وسیله ۰/۰۰۱mm می‌باشد و خطای آن‌ها برابر ±۰/۰۰۱mm می‌باشد.

در کولیس داریم:

$(۱۵/۶۶۱\pm ۰/۰۰۱)\mathrm{mm} \Rightarrow ۱۵/۶۶۰ \le x \le ۱۵/۶۶۲$

و در ریزسنج نیز داریم:

$(۲۰/۰۸۳\pm ۰/۰۰۱)\mathrm{mm} \Rightarrow ۲۰/۰۸۲ \le x' \le ۲۰/۰۸۴$

۴۹ گزینهٔ ۳

در وسایل دیجیتال (رقمی) خطا برابر است با مثبت و منفی یک واحد از آخرین رقمی که دستگاه می‌خواند. لذا در این سؤال،خطای کرونومتر برابر $\pm ۰/۰۱\mathrm{s}$ است و در نتیجه عدد گزارش شده در گزینه‌های «۱» و «۳» صحیح است. از طرفی تعداد ارقام بامعنا ۴ تا می‌باشد. (رقم غیرقطعی هم جزء ارقام معنادار است.)

۵۰ گزینهٔ ۲

رقم آخر، رقم غیرقطعی و مشکوک است؛ بنابراین رقم ۵، رقم غیرقطعی است. در ابزارهای رقمی (دیجیتال)، دقت ابزار برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند و خطای اندازه‌گیری برابر با مثبت و منفی دقت آن ابزار است. بنابراین:

$\text{خطای اندازه‌گیری} = \pm ۰/۰۰۱\mathrm{mm} = \pm ۰/۰۰۰۱\mathrm{cm}$

۵۱ گزینهٔ ۲

می‌دانیم دقت هر وسیله (خط‌کش)،کم‌ترین مقداری است که آن وسیله (خط‌کش) اندازه‌گیری می‌کند. از طرفی خطای هر وسیلهٔ مدرج (مثل خط‌کش مشخص شده در شکل) مثبت و منفی نصف دقت آن وسیله می‌باشد. بنابراین خطای خط‌کش (۱) برابر $\pm ۰/۵\mathrm{cm}$ و خطای خط‌کش (۲) برابر $\pm ۰/۵\mathrm{mm}$ می‌باشد. در نهایت برای گزارش اندازه‌گیری هر خط‌کش داریم:

خط‌کش (۱): $۴/۲\mathrm{cm}\pm ۰/۵\mathrm{cm}$، دقت کنید، رقم ۲، رقم غیرقطعی محسوب می‌شود و می‌توان به‌جای آن رقم ۳ نیز گزارش کرد.

خط‌کش (۲): $۴۶/۴\mathrm{mm}\pm ۰/۵\mathrm{mm}$، دقت کنید، رقم ۴، رقم غیرقطعی محسوب می‌شود و می‌توان به‌جای آن رقم ۲، ۳ و یا ۵ نیز گزارش کرد.

۵۲ گزینهٔ ۲

$\text{دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری مدرج} = \text{کمینهٔ تقسیم‌بندی وسیله} = \frac{۱}{۳}\mathrm{cm}$

خطای اندازه‌گیری توسط خط‌کش $\pm\frac{\text{دقت}}{۲}$ است. یعنی

$\pm\frac{۱}{۶}\mathrm{cm} \simeq \pm ۰/۱۷\mathrm{cm}$

که باید به‌صورت $\pm ۰/۲\mathrm{cm}$ گرد شود. بنابراین نتیجهٔ اندازه‌گیری به‌صورت زیر است: (رقم ۶ رقم قطعی است.)

$(۳/۶\pm ۰/۲)\mathrm{cm}$

۵۳ گزینهٔ ۳

با توجه به شکل صورت سؤال و محل قرارگیری ابتدا و انتهای جسم، طول جسم برابر با $۳۵/۵-۱۴=۲۱/۵\ \mathrm{mm}$ است. از سوی دیگر، کمینهٔ درجه‌بندی خط‌کش و درنتیجهٔ دقت اندازه‌گیری آن برابر با $۱\mathrm{mm}$ می‌باشد که بر اساس قاعدهٔ خطای اندازه‌گیری در وسایل مدرج، خطای اندازه‌گیری آن به‌صورت $\pm\frac{۱}{۲}\times ۱=\pm ۰/۵\ \mathrm{mm}$ خواهد بود. پس می‌توان نتیجهٔ اندازه‌گیری توسط این خط‌کش را به‌صورت $(۲۱/۵\pm ۰/۵)\ \mathrm{mm}$ بیان کرد.

۵۴ گزینهٔ ۱

$\text{کمینهٔ درجه‌بندی} = \text{دقت خط‌کش} = ۰/۵\mathrm{cm}$

$\Rightarrow \text{خطا} = \pm\frac{\text{دقت}}{۲} = \pm ۰/۲۵\mathrm{cm}$

$\Rightarrow \text{خطای وسیله} = \pm ۰/۳\mathrm{cm}$

$\text{گزارش اندازه‌گیری}\quad (\underbrace{۴/\overset{\text{رقم حدسی و غیرقطعی}}{۵}}_{\text{دو رقم بامعنا}} \pm \underbrace{۰/۳}_{\text{خطای اندازه‌گیری}})\mathrm{cm}$

۵۵ گزینهٔ ۲

کمینهٔ درجه‌بندی این دماسنج $۲^\circ\mathrm{C}$ است. با توجه به این‌که در وسیله‌های مدرج، خطا برابر $\pm\frac{۱}{۲}$ کمینهٔ درجه‌بندی است پس خطای این دماسنج $\pm ۰/۵^\circ\mathrm{C}$ است.

از طرفی چون دماسنج تا $۱^\circ\mathrm{C}$ می‌تواند دما را اندازه بگیرد، پس مرتبهٔ رقم حدسی آن نیز از مرتبهٔ خطای وسیله است و یک رقم بعد از اعشار را می توان حدس زد. پس گزینهٔ «۲» صحیح است.

۵۶ گزینهٔ ۴

برای MPH داریم:

کمینهٔ درجه‌بندی برابر ۵ می‌باشد که خطای آن، $\pm\frac{۱}{۲}\times ۵=\pm ۲/۵$ یعنی ± ۳ می‌باشد. از طرفی عقربه از روی ۳۰ عبور کرده پس گزینه‌های «۱» و «۲» غلط می‌باشند و $۳۲\mathrm{MPH}\pm ۳\mathrm{MPH}$ صحیح می‌باشد. برای $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ داریم:

کمینهٔ درجه‌بندی برابر ۱۰ می‌باشد که خطای آن، $\pm\frac{۱}{۲}\times ۱۰$ یعنی ± ۵ می‌باشد. از طرفی عقربه از روی ۵۰ عبور کرده پس گزینهٔ «۳» غلط و $۵۱\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\pm ۵\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ صحیح می‌باشد.

۵۷ گزینهٔ ۳

با توجه به شکل صورت سؤال، دماسنج دمای $۵۶^\circ\mathrm{C}$ را نشان می‌دهد. کمینهٔ درجه‌بندی این دماسنج نیز برابر $۵^\circ\mathrm{C}$ است و مطابق قاعدهٔ خطای اندازه‌گیری در وسایل مدرج، خطای اندازه‌گیری آن به‌صورت $\pm\frac{۱}{۲}\times ۵=\pm ۲/۵^\circ\mathrm{C}$ بیان می‌شود که با توجه به طول قرائت شده، خطا باید به‌صورت $\pm ۳^\circ\mathrm{C}$ گرد شود تا گزارش نتیجهٔ اندازه‌گیری از نظر محاسبه‌های فیزیکی درست باشد. تعداد ارقام بامعنا نیز بر اساس نتیجهٔ اندازه‌گیری $(۵۶^\circ\mathrm{C}\pm ۳^\circ\mathrm{C})$، ۲ رقم (ارقام ۵ و ۶) است.

۵۸ گزینهٔ ۳

کمینهٔ درجه‌بندی خط‌کش برابر با $۰/۲\mathrm{mm}$ است. بنابراین خطای اندازه‌گیری توسط خط‌کش برابر $\pm\frac{۰/۲\mathrm{mm}}{۲}=\pm ۰/۱\mathrm{mm}$ است. (علت نادرستی گزینه‌های «۱» و «۴») از طرفی از آنجا که کمینهٔ درجه‌بندی خط‌کش ۰/۲ میلی‌متر است، بنابراین رقم ۳ غیرقطعی است و نتیجهٔ اندازه‌گیری نمی‌تواند شامل بیش از یک رقم غیرقطعی باشد. (نادرستی گزینهٔ «۲»)

۵۹ گزینهٔ ۴

در حالت اول، دقت اندازه‌گیری برابر با $۲\times ۰/۰۰۵=۰/۰۱\mathrm{mm}$ است و بنابراین عدد گزارش شده برحسب میلی‌متر دارای سه رقم اعشار می‌باشد. دقت کنید که اگر آخرین رقم از سمت راست صفر بود، نمی‌شد آن را حذف کرد و برای درستی دقت اندازه‌گیری، می‌بایست آورده می‌شد.

در حالت دوم، دقت اندازه‌گیری برابر با $۱\mathrm{mm}$ بوده و بنابراین عدد گزارش شده باید برحسب میلی‌متر دارای یک رقم اعشار باشد، یعنی به‌صورت $۲/۰\ \mathrm{mm}$ گزارش شود. اما در صورت سؤال، گزارش نتیجهٔ اندازه‌گیری برحسب سانتی‌متر خواسته شده و با توجه به این‌که هر سانتی‌متر برابر با ۱۰ میلی‌متر (و در نتیجه هر میلی‌متر برابر با ۰/۱ سانتی‌متر) است، داریم:

$۲/۰\ \mathrm{mm}\pm ۰/۵\ \mathrm{mm} \xrightarrow{۱\mathrm{mm}=۰/۱\mathrm{cm}} ۰/۲۰\ \mathrm{cm}\pm ۰/۰۵\ \mathrm{cm}$

نکتهٔ مهم در تبدیل واحدها این است که تعداد ارقام بامعنای عدد نباید تغییر کند.

۶۰ گزینهٔ ۲

دقت وسایل مدرج معمولاً دو برابر قدرمطلق خطای وسیله است. پس دقت دماسنج A معادل $۰/۱^\circ\mathrm{C}$ می‌باشد. از آن‌جا که دقت اندازه‌گیری دو دماسنج برابر است، بنابراین دقت اندازه‌گیری دماسنج B نیز معادل $۰/۱^\circ\mathrm{C}$ خواهد بود و در نتیجه عددی که این دماسنج دیجیتال گزارش می‌کند باید به گونه‌ای باشد که سمت راست‌ترین رقم، هم مرتبهٔ با دقت باشد. پس عدد نشان داده شده توسط این دماسنج معادل $۲۸/۷^\circ\mathrm{C}$ خواهد بود.

۶۱ گزینهٔ ۳

می‌دانیم که معمولاً در موارد زیر از تخمین استفاده می‌شود:

۱) دقت بالا در محاسبه‌ها، اهمیت چندانی نداشته باشد.

۲) زمان کافی برای محاسبه‌های دقیق نداشته باشیم.

۳) همه یا بخشی از داده‌های مورد نیاز، در دسترس نباشد.

بنابراین گزینهٔ «۳» نادرست است و هنگام دسترسی به اطلاعات کامل و دقیق، حل واقعی مسئله بر حل تخمینی آن اولویت دارد. دقت کنید که در روش تخمین مرتبهٔ بزرگی که در فیزیک کاربرد زیادی دارد، عدد تخمین زده شده به‌صورت توانی از ۱۰ بیان می‌گردد.

۶۲ گزینهٔ ۴

در روش تخمین مرتبهٔ بزرگی، نخست اعداد را به‌صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم، سپس بر اساس این‌که ضریب، عددی کوچک‌تر از ۵ است یا بزرگ‌تر یا مساوی ۵، قاعدهٔ تخمین مرتبهٔ بزرگی را اعمال می‌نماییم. در این سؤال داریم:

گزینهٔ «۱» نادرست است، زیرا:

$$0/00084 = 8/4\times10^{-4} \sim 10^{1}\times10^{-4} = 10^{-3}$$

گزینهٔ «۲» نادرست است؛ زیرا:

$$310000 = 3/1\times10^{5} \sim 10^{0}\times10^{5} = 10^{5}$$

گزینهٔ «۳»: نادرست است؛ زیرا:

$$0/049\times10^{-4} = (4/9\times10^{-2})\times10^{-4} = 4/9\times10^{-6} \sim 10^{0}\times10^{-6} = 10^{-6}$$

گزینهٔ «۴» درست است، زیرا:

$$950\times10^{-3} = (9/5\times10^{2})\times10^{-3} = 9/5\times10^{-1} \sim 10^{1}\times10^{-1} = 10^{0} = 1$$

۶۳ گزینهٔ ۳

ابتدا هریک از اعداد را به‌صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم، سپس قاعدهٔ تخمین مرتبهٔ بزرگی را بر حسب کوچک‌تر بودن یا بزرگ‌تر یا مساوی بودن ضریب در مقایسه با عدد ۵، اعمال می‌نماییم. داریم:

$761 = 7/61\times10^{2} \sim 10^{1}\times10^{2} = 10^{3} \rightarrow$ درست

$13/5\times10^{6} = (1/35\times10^{1})\times10^{6} = 1/35\times10^{7} \sim 10^{0}\times10^{7} = 10^{7} \rightarrow$ درست

$1/7\times10^{-4} \sim 10^{0}\times10^{-4} = 10^{-4} \rightarrow$ نادرست

$0/059 = 5/9\times10^{-2} \sim 10^{1}\times10^{-2} = 10^{-1} \rightarrow$ درست

همان‌گونه که ملاحظه می‌کنید، سه مورد از تخمین‌ها درست هستند و گزینهٔ «۳» پاسخ سؤال است.

۶۴ گزینهٔ ۳

ابتدا با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، یکای km را به یکای cm تبدیل نموده و حاصل را به‌صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم. سپس از قاعدهٔ تخمین مرتبهٔ بزرگی کمک می‌گیریم، داریم: $d = 1\,AU = 150\times10^{6}\,km$

$$\Rightarrow d = 150\times10^{6}\,km \times \frac{10^{3}\,m}{1\,km} \times \frac{1\,cm}{10^{-2}} = 150\times10^{11}\,cm$$

$$\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} d = 1/5\times10^{13}\,cm \xrightarrow{1/5<5}$$

$$d \sim 10^{0}\times10^{13} = 10^{13}\,cm$$

۶۵ گزینهٔ ۱

ابتدا قیمت انرژی الکتریکی مصرفی سالانهٔ یک خانوادهٔ ایرانی را برآورد می‌نماییم:

قیمت انرژی مصرفی سالانهٔ یک خانواده = تعداد ماه‌های سال × انرژی مصرفی هر ماه × قیمت

$\Rightarrow$ قیمت انرژی مصرفی سالانهٔ یک خانواده $= 12\times180\times500$

$$= (1/2\times10^{1})\times(1/8\times10^{2})\times(5\times10^{2})$$

$\xrightarrow[5\geq5]{1/2<5,\,1/8<5}$ قیمت انرژی مصرفی سالانهٔ یک خانواده

$\sim (10^{0}\times10^{1})\times(10^{0}\times10^{2})\times(10^{1}\times10^{2}) = 10^{6}$ ریال

از سوی دیگر، باید تعداد خانواده‌های ایرانی را تخمین بزنیم، داریم:

تعداد خانوارهای ایرانی $= \frac{80\times10^{6}}{4} = 20\times10^{6} = 2\times10^{7}$

$\xrightarrow{2<5}$ تعداد خانوارهای ایرانی $\sim 10^{0}\times10^{7} = 10^{7}$

بنابراین تخمین مرتبهٔ بزرگی قیمت انرژی الکتریکی مصرفی سالانهٔ خانوارهای ایرانی برابر خواهد بود با:

قیمت انرژی مصرفی سالانهٔ خانوارهای ایرانی $\sim 10^{6}\times10^{7} = 10^{13}$ ریال

۶۶ گزینهٔ ۲

با مطالعهٔ دقیق صورت سؤال، می‌توان متوجه شد که رابطهٔ زیر برقرار است:

حداکثر تعداد مسافر در طول سال = (ظرفیت هر واگن) × (تعداد واگن‌های هر قطار) × (تعداد قطارهای فعال) × تعداد روزهای سال × دفعات طی کردن مسیر در هر روز

$\Rightarrow$ حداکثر تعداد مسافر در طول سال $= 130\times7\times180\times8\times365$

$\Rightarrow$ حداکثر تعداد مسافر در طول سال $= (1/3\times10^{2})\times(7\times10^{0})\times(1/8\times10^{2})\times(8\times10^{0})\times(3/65\times10^{2})$

$\xrightarrow[7\geq5\,,\,8\geq5]{1/3<5\,,\,1/8<5\,,\,3/65<5}$ حداکثر تعداد مسافر در طول سال $\sim (10^{0}\times10^{2})\times(10^{1}\times10^{0})\times(10^{0}\times10^{2})\times(10^{1}\times10^{0})\times(10^{0}\times10^{2})$

$\Rightarrow$ حداکثر تعداد مسافر در طول سال $\sim 10^{8}$ نفر

۶۷ گزینهٔ ۲

ابتدا مرتبهٔ بزرگی قدمت شهر و مرتبهٔ بزرگی زمان یک سال (برحسب میکروثانیه) را به‌دست می‌آوریم:

قدمت شهر $= 12000\,year = 1/2\times10^{4}\,year \xrightarrow{1/2<5}$

قدمت شهر $\sim 10^{0}\times10^{4} = 10^{4}\,year$

زمان یک سال $= 365\,\cancel{day}\times\frac{24\,\cancel{h}}{1\,\cancel{day}}\times\frac{60\,\cancel{min}}{1\,\cancel{h}}\times\frac{60\,\cancel{s}}{1\,\cancel{min}}\times\frac{10^{6}\,\mu s}{1\,\cancel{s}} \longrightarrow$

زمان یک سال $= (3/65\times10^{2})\times(2/4\times10^{1})\times(6\times10^{1})\times(6\times10^{1})\times(1\times10^{6})$

$\xrightarrow[6\geq5]{3/65<5\,,\,2/4<5\,,\,1<5}$

زمان یک سال $\sim (10^{0}\times10^{2})\times(10^{0}\times10^{1})\times(10^{1}\times10^{1})\times(10^{1}\times10^{1})\times(10^{0}\times10^{6}) = 10^{13}\,\mu s$

حالا می‌توانیم مرتبهٔ بزرگی قدمت شهر برحسب میکروثانیه را به‌دست آوریم:

قدمت شهر $\sim 10^{4}\,\cancel{year}\times\frac{10^{13}\,\mu s}{1\,\cancel{year}} = 10^{17}\,\mu s$

۶۸ گزینهٔ ۳

ابتدا مرتبهٔ بزرگی هر یک از کمیت‌ها را تخمین می‌زنیم. می‌دانیم که یک سال نوری مسافتی است که نور در طی یک سال می‌پیماید. ضمناً نور در هر ثانیه $3\times10^{8}\,m$ در خلأ طی می‌کند.

$$25\times10^{3}\,ly = (2/5\times10)\times10^{3} = 2/5\times10^{4} \sim 10^{4}\,ly$$

$$v_{light} = 3\times10^{8} \sim 10^{8}\,m/s$$

یک سال = ۳۶۵ روز $= 3/65\times10^{2} \sim 10^{2}$ روز

یک روز = ۲۴ ساعت $= 2/4\times10^{1} \sim 10^{1}$ ساعت

یک ساعت = ۶۰ دقیقه $= 6\times10^{1} \sim 10^{2}$ دقیقه

یک دقیقه = ۶۰ ثانیه $= 6\times10^{1} \sim 10^{2}$ ثانیه

بنابراین داریم:

$$25\times10^{3}\,ly \sim 10^{4}\times10^{2}\times10^{1}\times10^{2}\times10^{2}\times10^{8} = 10^{19}\,m$$

۶۹ گزینهٔ ۱

ابتدا مرتبهٔ بزرگی عمر فرد را برحسب دقیقه به‌دست می‌آوریم:

$$\text{عمر فرد} = 60\,\cancel{year}\times\frac{365\,\cancel{day}}{1\,\cancel{year}}\times\frac{24\,\cancel{h}}{1\,\cancel{day}}\times\frac{60\,min}{1\,\cancel{h}} \Rightarrow$$

$$\text{عمر فرد} = (6\times10^{1})\times(3.65\times10^{2})\times(2.4\times10^{1})\times(6\times10^{1}) \xrightarrow[6\geq5]{3.65<5\ ,\ 2.4<5}$$

$$\text{عمر فرد} \sim (10^{1}\times10^{1})\times(10^{0}\times10^{2})\times(10^{0}\times10^{1})\times(10^{1}\times10^{1})$$

$$=10^{7}\,min$$

از سوی دیگر، مرتبهٔ بزرگی تعداد نفس در هر دقیقه برابر است با:

$$\text{تعداد نفس در دقیقه} = 14 = 1.4\times10^{1} \xrightarrow{1.4<5}$$

$$\text{تعداد نفس در دقیقه} \sim 10^{0}\times10^{1} = 10^{1}\,\frac{\text{نفس}}{min}$$

حالا مرتبهٔ بزرگی تعداد نفس در کل عمر را محاسبه می‌نماییم:

$$\text{تعداد نفس در کل عمر} \sim 10^{7}\,\cancel{min}\times10^{1}\,\frac{\text{نفس}}{\cancel{min}} = 10^{8}\ \text{نفس}$$

۷۰ گزینهٔ ۱

ابتدا قد و قطر گلبول قرمز را به یکایی یکسان (هر دو متر) تبدیل کرده، سپس قاعدهٔ تخمین را در مورد آن‌ها به‌کار می‌بریم. داریم:

$$\text{قد}: h = 175\,cm = 175\,\cancel{cm}\times\frac{1\,m}{10^{2}\,\cancel{cm}} = 1.75\,m$$

$$\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} h = 1.75\times10^{0}\,m \xrightarrow{1.75<5}$$

$$h \sim 10^{0}\times10^{0} = 1\,m$$

$$\text{قطر گلبول قرمز}: D = 7.5\,\mu m = 7.5\,\cancel{\mu m}\times\frac{1\,m}{10^{6}\,\cancel{\mu m}}$$

$$= 7.5\times10^{-6}\,m \xrightarrow{7.5\geq5} D \sim 10^{1}\times10^{-6} = 10^{-5}\,m$$

در نتیجه، تعداد گلبول‌های قرمز لازم، برابر خواهد بود با:

$$n = \frac{h}{D} = \frac{1}{10^{-5}} = 10^{5}\ \text{گلبول قرمز}$$

۷۱ گزینهٔ ۲

ابتدا مساحت کرهٔ زمین را برحسب مترمربع برآورد می‌کنیم. داریم:

$$A = 4\pi R^{2} \xrightarrow[R=6400km=6.4\times10^{6}m]{\pi\simeq3.14}$$

$$A = 4\times3.14\times(6.4\times10^{6})^{2} \longrightarrow$$

$$A = 12.56\times(6.4)^{2}\times10^{12} \xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}}$$

$$A = (1.256\times10^{1})\times(6.4\times10^{0})^{2}\times10^{12} \xrightarrow[6.4\geq5]{1.256<5}$$

$$A \sim (10^{0}\times10^{1})\times(10^{1}\times10^{0})^{2}\times10^{12} = 10^{15}\,m^{2}$$

نظر به این‌که هر هکتار برابر است با $10^{4}\,m^{2}$، با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$A = 10^{15}\,\cancel{m^{2}}\times\frac{\text{1 هکتار}}{10^{4}\,\cancel{m^{2}}} = 10^{11}\ \text{هکتار}$$

۷۲ گزینهٔ ۲

ابتدا تخمین مرتبهٔ بزرگی تعداد صفحات کتاب و نیز مساحت هر صفحه را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{تعداد صفحات} = 560 = 5.6\times10^{2} \sim 10^{1}\times10^{2} = 10^{3}$$

چون هر صفحه از هر طرف $1cm$ حاشیهٔ خالی دارد، پس ابعاد قسمتی از هر صفحه که شامل کلمات است، معادل $20\,cm\times27\,cm$ می‌شود و می‌توان نوشت:

$$\text{مساحت قسمت مفید صفحه} = 20\,cm\times27\,cm = 540\,cm^{2}$$

$$= \underbrace{5.4}_{\text{بیش‌تر از ۵}}\times10^{2} = 10^{1}\times10^{2} = 10^{3}\,cm^{2}$$

هم‌چنین تخمین مرتبهٔ بزرگی مساحت متوسط هر کلمه چنین می‌شود:

$$\text{مساحت هر کلمه} = 0.5\,cm^{2} = \underbrace{5.0}_{\text{بزرگ‌تر یا مساوی ۵}}\times10^{-1}\,cm^{2} \sim 10^{1}\times10^{-1} = 1\,cm^{2}$$

اکنون تعداد کلمات این کتاب را به‌صورت زیر تخمین می‌زنیم:

$$10^{3}\ \text{صفحه}\times\frac{10^{3}\,cm^{2}}{\text{1 صفحه}}\times\frac{\text{1 کلمه}}{1\,cm^{2}} = 10^{6}\ \text{کلمه}$$

۷۳ گزینهٔ ۲

ابتدا حجم مکعب و حجم اتم را به یکایی یکسان (هر دو مترمکعب) تبدیل کرده، سپس قاعدهٔ تخمین را در مورد آن‌ها به‌کار می‌بریم. داریم:

$$\text{حجم مکعب}: V = 96\,mm^{3} = 96\,\cancel{mm^{3}}\times\frac{1\,m^{3}}{(10^{3})^{3}\,\cancel{mm^{3}}}$$

$$= 96\times10^{-9}\,m^{3} \xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}}$$

$$V = (9.6\times10^{1})\times10^{-9} = 9.6\times10^{-8}\,m^{3} \xrightarrow{9.6\geq5}$$

$$V \sim 10^{1}\times10^{-8} = 10^{-7}\,m^{3}$$

$$\text{حجم اتم}: V' = 52\times10^{-32}\,m^{3} \xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}}$$

$$V' = (5.2\times10^{1})\times10^{-32} = 5.2\times10^{-31}\,m^{3} \xrightarrow{5.2\geq5}$$

$$V' \sim 10^{1}\times10^{-31} = 10^{-30}\,m^{3}$$

در نتیجه، تعداد اتم‌های لازم، برابر خواهد بود با:

$$n = \frac{V}{V'} = \frac{10^{-7}}{10^{-30}} = 10^{23}\ \text{اتم}$$

۷۴ گزینهٔ ۲

ابتدا مرتبهٔ بزرگی مساحت زمین کشاورزی (A) و ارتفاع آب حاصل از باران (h) را تخمین می‌زنیم:

$$A = 600\,km^{2} = 600\,\cancel{km^{2}}\times\frac{(10^{3})^{2}\,m^{2}}{1\,\cancel{km^{2}}}$$

$$= 600\times10^{6}\,m^{2} \xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}}$$

$$A = (6\times10^{2})\times10^{6} = 6\times10^{8}\,m^{2} \xrightarrow{6\geq5}$$

$$A \sim 10^{1}\times10^{8} = 10^{9}\,m^{2}$$

$$h = 12\,mm = 12\,\cancel{mm}\times\frac{1\,m}{10^{3}\,\cancel{mm}} = 12\times10^{-3}\,m$$

$$\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} h = (1.2\times10^{1})\times10^{-3} = 1.2\times10^{-2}\,m$$

$$\xrightarrow{1<5} h \sim 10^{0}\times10^{-2} = 10^{-2}\,m$$

سپس مرتبهٔ بزرگی حجم باران را محاسبه می‌نماییم:

$$V_1 = Ah = 10^{9}\times10^{-2} = 10^{7}\,m^{3}$$

حالا مرتبهٔ بزرگی حجم هر قطرهٔ باران را به‌دست می‌آوریم:

$$V_2 = \frac{4}{3}\pi r^{3} \xrightarrow[r=\frac{4}{2}\times10^{-3}=2\times10^{-3}m]{\pi\simeq3}$$

$$V_2 = \frac{4}{3}\times3\times(2\times10^{-3})^{3} = 32\times10^{-9}\,m^{3} \xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}}$$

$$V_2 = (3.2\times10^{1})\times10^{-9} = 3.2\times10^{-8}\,m^{3} \xrightarrow{3.2<5}$$

$$V_2 \sim 10^{0}\times10^{-8} = 10^{-8}\,m^{3}$$

بدین‌ترتیب، مرتبهٔ بزرگی تعداد قطره‌های باران برابر است با:

$$n = \frac{V_1}{V_2} = \frac{10^{7}}{10^{-8}} = 10^{15}\ \text{قطره}$$

۷۵ گزینهٔ ۳

ابتدا مساحت کرهٔ زمین را برحسب مترمربع برآورد می‌کنیم. داریم:

$$A=۴\pi R^{۲}\xrightarrow[R=۶۴۰۰km=۶/۴\times۱۰^{۶}m]{\pi=۳/۱۴}$$

$$A=۴\times۳/۱۴\times(۶/۴\times۱۰^{۶})^{۲}$$

$$\Rightarrow A=۱۲/۵۶\times(۶/۴)^{۲}\times۱۰^{۱۲}\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}}$$

$$A=(۱/۲۵۶\times۱۰^{۱})\times(۶/۴\times۱۰^{۰})^{۲}\times۱۰^{۱۲}\xrightarrow[۶/۴\geq۵]{۱/۲۵۶<۵}$$

$$A\sim(۱۰^{۰}\times۱۰^{۱})\times(۱۰^{۱}\times۱۰^{۰})^{۲}\times۱۰^{۱۲}=۱۰^{۱۵}m^{۲}$$

نظر به این‌که ۷۵ درصد سطح کرهٔ زمین از آب پوشیده شده، برای برآورد مساحت آب‌های کرهٔ زمین (A') داریم:

$$A'=\frac{۷۵}{۱۰۰}\times A=(۷۵\times۱۰^{-۲})\times۱۰^{۱۵}\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}}$$

$$A'=(۷/۵\times۱۰^{-۱})\times۱۰^{۱۵}=۷/۵\times۱۰^{۱۴}\xrightarrow{۷/۵\geq۵}$$

$$A'\sim۱۰^{۱}\times۱۰^{۱۴}=۱۰^{۱۵}m^{۲}$$

با توجه به ارتفاع ۵ کیلومتری آب، برای محاسبهٔ تخمینی از حجم آب موجود روی کرهٔ زمین، داریم:

$$V=A'h\xrightarrow[A'=۱۰^{۱۵}m^{۲}]{h=۵km=۵\times۱۰^{۳}m}V=۱۰^{۱۵}\times(۵\times۱۰^{۳})$$

$$\xrightarrow{۵\geq۵}V\sim۱۰^{۱۵}\times(۱۰^{۱}\times۱۰^{۳})=۱۰^{۱۹}m^{۳}$$

چون یکای خواستهٔ مسئله، لیتر است، به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$V=۱۰^{۱۹}\cancel{m^{۳}}\times\frac{۱۰^{۳}L}{۱\cancel{m^{۳}}}=۱۰^{۲۲}L$$

۷۶ گزینهٔ ۳

هر مولکول آب، $۸+(۲\times۱)=۱۰$ الکترون دارد. با استفاده از اطلاعات داده شده در صورت سؤال، داریم:

$$\text{تعداد الکترون‌های بدن کودک}=۳۰\times۱۰^{۳}g\times\frac{۶/۰۲۲\times۱۰^{۲۳}\text{ مولکول}}{۱۸g}\times\frac{۱۰\text{ الکترون}}{۱\text{ مولکول}}\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}}$$

$$\text{تعداد الکترون‌های بدن کودک}=(۳\times۱۰^{۴})\times(\frac{۶/۰۲۲\times۱۰^{۲۳}}{۱/۸\times۱۰^{۱}})\times(۱۰^{۱})$$

$$\xrightarrow[۶/۰۲۲\geq۵]{۳<۵\,,\,۱/۸<۵}\text{تعداد الکترون‌های بدن کودک}\sim(۱۰^{۰}\times۱۰^{۴})$$

$$\times(\frac{۱۰^{۱}\times۱۰^{۲۳}}{۱۰^{۰}\times۱۰^{۱}})\times(۱۰^{۱})=۱۰^{۲۸}$$

۷۷ گزینهٔ ۲

با مطالعهٔ دقیق صورت سؤال، می‌توان متوجه شد که رابطهٔ زیر برقرار است:

$$\text{متوسط مصرف روزانهٔ بنزین توسط خودروهای سواری در تهران}=۴۰۰۰۰۰۰\text{ دستگاه}\times۱۰۰۰۰\frac{\cancel{km}}{\cancel{year}}$$

$$\times\frac{۱۳L}{۱۰۰\cancel{km}}\times\frac{۱\cancel{year}}{۳۶۵day}\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}}$$

$$\text{متوسط مصرف روزانهٔ بنزین توسط خودروهای سواری در تهران}=(۴\times۱۰^{۶})\times(۱\times۱۰^{۴})$$

$$\times(\frac{۱/۳\times۱۰^{۱}}{۱\times۱۰^{۲}})\times(\frac{۱}{۳/۶۵\times۱۰^{۲}})\xrightarrow{۴<۵\,,\,۱<۵\,,\,۱/۳<۵\,,\,۳/۶۵<۵}$$

$$\text{متوسط مصرف روزانهٔ بنزین توسط خودروهای سواری در تهران}\sim(۱۰^{۰}\times۱۰^{۶})\times(۱۰^{۰}\times۱۰^{۴})$$

$$\times(\frac{۱۰^{۰}\times۱۰^{۱}}{۱۰^{۰}\times۱۰^{۲}})\times(\frac{۱}{۱۰^{۰}\times۱۰^{۲}})\Rightarrow\text{متوسط مصرف روزانهٔ بنزین توسط خودروهای سواری در تهران}\sim۱۰^{۷}\frac{L}{day}$$

۷۸ گزینهٔ ۳

ابتدا با استفاده از رابطهٔ $P=\frac{F}{A}$، مرتبهٔ بزرگی جرم جو را برآورد می‌کنیم. در این رابطه به‌جای F، وزن جو زمین (mg) و به‌جای A، مساحت سطح زمین $(۴\pi R^{۲})$ را قرار می‌دهیم.

$$A=۴\pi R^{۲}=۴\times۳/۱۴\times(۶/۴\times۱۰^{۶})^{۲}$$

$$=۱۲/۵۶\times(۶/۴)^{۲}\times۱۰^{۱۲}\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}}$$

$$A=(۱/۲۵۶\times۱۰^{۱})\times(۶/۴\times۱۰^{۰})^{۲}\times۱۰^{۱۲}\xrightarrow[۶/۴\geq۵]{۱/۲۵۶<۵}$$

$$A\sim(۱۰^{۰}\times۱۰^{۱})\times(۱۰^{۱}\times۱۰^{۰})^{۲}\times۱۰^{۱۲}=۱۰^{۱۵}m^{۲}$$

$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow F=PA\Rightarrow F\sim۱۰^{۵}\times۱۰^{۱۵}\Rightarrow F\sim۱۰^{۲۰}N$$

$$F=mg\Rightarrow m=\frac{F}{g}=\frac{۱۰^{۲۰}}{۱۰}=۱۰^{۱۹}kg$$

حالا با استفاده از درصد جرمی گاز آرگون، جرم آن را محاسبه می‌کنیم. باید دقت شود که جرم برحسب تُن خواسته شده است.

$$\text{جرم گاز آرگون در جو زمین}=\text{جرم جو زمین}\times\text{درصد جرمی آرگون}$$

$$\times\text{ ضریب تبدیل kg به ton}$$

$$\xrightarrow{\text{درصد جرمی آرگون}=۱/۲۸\times۱۰^{-۲}\sim۱۰^{-۲}}$$

$$\text{جرم گاز آرگون در جو زمین}\sim۱۰^{۱۹}\cancel{kg}\times۱۰^{-۲}\frac{\cancel{kg}}{\cancel{kg}}\times\frac{۱\,ton}{۱۰^{۳}\cancel{kg}}=۱۰^{۱۴}ton$$

۷۹ گزینهٔ ۲

با فرض دایره‌ای بودن مدار زمین، مسافت پیموده شده توسط زمین در طول یک سال را تخمین می‌زنیم:

$$\text{مسافت پیموده شده}=\text{محیط مدار}=۲\pi R\xrightarrow[R=۱/۵\times۱۰^{۱۱}m]{\pi=۳/۱۴}$$

$$\text{مسافت پیموده شده}=۲\times۳/۱۴\times(۱/۵\times۱۰^{۱۱})\Rightarrow$$

$$\text{مسافت پیموده شده}=۶/۲۸\times(۱/۵\times۱۰^{۱۱})\xrightarrow[۱/۵<۵]{۶/۲۸\geq۵}$$

$$\text{مسافت پیموده شده}\sim۱۰^{۱}\times(۱۰^{۰}\times۱۰^{۱۱})=۱۰^{۱۲}m$$

از سوی دیگر، مرتبهٔ بزرگی زمان یک سال (برحسب ثانیه) برابر است با:

$$\text{زمان یک سال}=۳۶۵\cancel{day}\times\frac{۲۴\cancel{h}}{۱\cancel{day}}\times\frac{۶۰\cancel{min}}{۱\cancel{h}}\times\frac{۶۰s}{۱\cancel{min}}$$

$$\Rightarrow\text{زمان یک سال}=(۳/۶۵\times۱۰^{۲})\times(۲/۴\times۱۰^{۱})\times(۶\times۱۰^{۱})$$

$$\times(۶\times۱۰^{۱})\xrightarrow[۶\geq۵]{۳/۶۵<۵\,,\,۲/۴<۵}$$

$$\text{زمان یک سال}\sim(۱۰^{۰}\times۱۰^{۲})\times(۱۰^{۰}\times۱۰^{۱})\times(۱۰^{۱}\times۱۰^{۱})$$

$$\times(۱۰^{۱}\times۱۰^{۱})=۱۰^{۷}s$$

حال طبق تعریف تندی، می‌توان نوشت:

$$\text{تندی زمین}=\frac{\text{مسافت پیموده شده}}{\text{زمان}}=\frac{۱۰^{۱۲}}{۱۰^{۷}}=۱۰^{۵}\frac{m}{s}$$

۸۰ گزینهٔ ۴

ابتدا تندی حرکت زمین به دور خورشید را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید که زمین در یک سال یک دور به دور خورشید می‌چرخد. ابتدا مسافتی را که زمین در یک سال طی می‌کند، می‌یابیم:

$$d=۲\pi R=\underbrace{۲\times۳/۱۴\times۱/۵}_{=۹/۵}\times۱۰^{۱۱}\simeq۹/۵\times۱۰^{۱۱}\sim۱۰^{۱۲}m$$

حال مدت زمان یک سال را بر حسب ثانیه تخمین می‌زنیم:

$$t=365\times24\times60\times60$$
$$=(3/65\times10^2)\times(2/4\times10^1)\times(6\times10)\times(6\times10)\sim10^7s$$

پس تندی حرکت زمین برابر است با: $v=\frac{d}{t}=\frac{10^{12}}{10^7}=10^5\frac{m}{s}$

حال مرتبهٔ بزرگی جرم زمین را به‌دست می‌آوریم:

$$m=6\times10^{24}\sim10^1\times10^{24}=10^{25}kg$$

در نهایت انرژی جنبشی زمین برابر است با:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\simeq\frac{1}{2}\times10^{25}\times(10^5)^2=5\times10^{24}\times10^{10}\sim10^{35}J$$

۸۱ گزینهٔ ۲

با به‌کارگیری روش تبدیل زنجیره‌ای، داریم:

$$\rho=3/6\frac{g}{L}=3/6\frac{\cancel{g}}{\cancel{L}}\times\frac{1kg}{10^3\cancel{g}}\times\frac{10^3\cancel{L}}{1m^3}=3/6\frac{kg}{m^3}$$
$$\rho=3/6\frac{g}{L}=3/6\frac{g}{\cancel{L}}\times\frac{10^3\cancel{L}}{1\cancel{m^3}}\times\frac{(10^{-3})^3\cancel{m^3}}{1mm^3}$$
$$=3/6\times10^{-6}\frac{g}{mm^3}$$

۸۲ گزینهٔ ۴

برای به‌دست آوردن جرم باران باریده شده، طبق رابطهٔ $m=\rho V$، به چگالی و حجم باران نیاز داریم. با توجه به معلوم بودن چگالی، برای محاسبهٔ حجم کافی است مساحت سطح بارش را در ارتفاع باریده شده ضرب کنیم. داریم:

$$V=Ah\xrightarrow[h=40\cancel{mm}\times\frac{1m}{10^3\cancel{mm}}=4\times10^{-2}m]{A=2500\cancel{km^2}\times\frac{(10^3)^2m^2}{1\cancel{km^2}}=2/5\times10^9m^2}$$
$$V=(2/5\times10^9)\times(4\times10^{-2})=10^8m^3$$

حالا می‌توان نوشت:

$$m=\rho V\xrightarrow[V=10^8m^3]{\rho=10^3\frac{kg}{m^3}}m=10^3\times10^8=10^{11}kg$$

۸۳ گزینهٔ ۱

برای حل این سؤال، رابطهٔ چگالی را به‌صورت مقایسه‌ای نوشته و استفاده می‌کنیم. داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}:\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\xrightarrow[V_B=500cm^3,\ m_B=200g]{\frac{\rho_A}{\rho_B}=1/5,\ V_A=200cm^3}$$
$$1/5=\frac{m_A}{200}\times\frac{500}{200}\Rightarrow m_A=\frac{1/5\times200\times2}{5}=120g$$

۸۴ گزینهٔ ۳

برای حل این سؤال، رابطهٔ چگالی را به‌صورت مقایسه‌ای نوشته و استفاده می‌کنیم. داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}:\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\xrightarrow[V_A=\frac{4}{3}\pi R_A^3]{V_B=\frac{4}{3}\pi R_B^3}$$
$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\left(\frac{R_B}{R_A}\right)^3\xrightarrow[R_A=3cm,\ R_B=6cm]{m_A=m_B}$$
$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=1\times\left(\frac{6}{3}\right)^3=1\times2^3\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=8$$

۸۵ گزینهٔ ۳

برای حل این سؤال، رابطهٔ چگالی را به‌صورت مقایسه‌ای نوشته و استفاده می‌کنیم. داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}:\frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}}=\frac{m_{Al}}{m_{Cu}}\times\frac{V_{Cu}}{V_{Al}}$$

$$\xrightarrow[V_{Al}=\frac{4}{3}\pi R_{Al}^3]{V_{Cu}=\frac{4}{3}\pi R_{Cu}^3}\frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}}=\frac{m_{Al}}{m_{Cu}}\times\left(\frac{R_{Cu}}{R_{Al}}\right)^3$$
$$\xrightarrow[m_{Al}=2/4m_{Cu}]{D_{Al}=2D_{Cu}\longrightarrow R_{Al}=2R_{Cu}}\frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}}=2/4\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=0/3$$

۸۶ گزینهٔ ۴

برای حل این سؤال، رابطهٔ چگالی را به‌صورت مقایسه‌ای نوشته و استفاده می‌کنیم. داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}:\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\xrightarrow[V_B=A_Bh_B=(\pi(R_B^2-R_B'^2))h_B]{V_A=A_Ah_A=(\pi R_A^2)h_A}$$
$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{R_B^2-R_B'^2}{R_A^2}\times\frac{h_A}{h_B}$$
$$\xrightarrow[R_A=R_B=R\ ,\ R'_B=\frac{1}{2}R_B=\frac{1}{2}R]{m_A=m_B\ ,\ h_A=h_B}\frac{\rho_A}{\rho_B}=1\times\frac{R^2-(\frac{1}{2}R)^2}{R^2}\times1$$
$$\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{R^2-\frac{1}{4}R^2}{R^2}=\frac{\frac{3}{4}R^2}{R^2}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{3}{4}$$

۸۷ گزینهٔ ۳

برای حل این سؤال، رابطهٔ چگالی را به‌صورت مقایسه‌ای نوشته و استفاده می‌کنیم. با توجه به این‌که حجم مخروط از رابطهٔ $\frac{1}{3}Ah=\frac{1}{3}\pi r^2h$ به‌دست می‌آید، داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}:\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{m_1}{m_2}\times\frac{V_2}{V_1}\xrightarrow[V_2=a^3]{V_1=\frac{1}{3}\pi r^2h}\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{m_1}{m_2}\times\frac{a^3}{\frac{1}{3}\pi r^2h}$$
$$\xrightarrow[\pi=3,m_1=m_2]{h=a\ ,\ r=\frac{a}{2}}\frac{\rho_1}{\rho_2}=1\times\frac{a^3}{\frac{1}{3}\times3\times(\frac{a}{2})^2\times a}=\frac{a^3}{\frac{a^3}{4}}\Rightarrow\frac{\rho_1}{\rho_2}=4$$

۸۸ گزینهٔ ۱

ابتدا تخمین مرتبهٔ بزرگی حجم کرهٔ زمین را به‌دست می‌آوریم:

$$R=6400km=\underbrace{6/4}_{>5}\times10^6m\sim10^1\times10^6=10^7m$$
$$V=\frac{4}{3}\pi R^3\simeq\frac{4}{3}\times3\times(10^7)^3=4\times10^{21}m^3\sim10^0\times10^{21}=10^{21}m^3$$

اکنون جرم زمین را با فرض داشتن چگالی ستاره‌های کوتولهٔ سفید، به‌دست آورده و در نهایت بر جرم خورشید تقسیم می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m_{\text{زمین}}}{V}\Rightarrow10^8=\frac{m_{\text{زمین}}}{10^{21}}\Rightarrow m_{\text{زمین}}=10^{29}kg$$
$$m_{\text{خورشید}}=\underbrace{1/989}_{\text{کمتر از ۵}}\times10^{30}\sim10^0\times10^{30}=10^{30}kg$$
$$\Rightarrow\frac{m_{\text{زمین}}}{m_{\text{خورشید}}}=\frac{10^{29}}{10^{30}}=10^{-1}=0/1$$

۸۹ گزینهٔ ۳

هرگاه چگالی جسمی بیش‌تر از چگالی آب باشد، جسم در آب فرو می‌رود و اگر چگالی جسم کم‌تر از چگالی آب باشد، جسم روی آب می‌ماند. در شکل «الف»، چگالی پرتقال با پوست کم‌تر از چگالی آب است، پس روی آب شناور می‌ماند. در شکل «ب»، وقتی پوست پرتقال کنده شود، علی‌رغم این‌که جرم آن کاهش می‌یابد، ولی کاهش حجم بیش‌تری خواهد داشت و چگالی آن نسبت به چگالی آب بیش‌تر می‌شود و در نتیجه درون آب فرو می‌رود.

۹۰ گزینهٔ ۳

جرم شخص $60kg$ است و حدود ۸ درصد از جرم بدن وی را خون تشکیل می‌دهد، بنابراین جرم خون برابر است با:

جرم خون: $m=\frac{۸}{۱۰۰}\times ۶۰\,kg=۴/۸\,kg$

عدد چگالی داده شده بر حسب $\frac{g}{cm^۳}$ است که با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای آن را بر حسب $\frac{kg}{L}$ می‌نویسیم:

$$\rho=۱/۰۵\frac{g}{cm^۳}\times\frac{۱kg}{۱۰^۳g}\times\frac{۱۰^۳cm^۳}{۱L}=۱/۰۵\frac{kg}{L}$$

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow ۱/۰۵=\frac{۴/۸}{V}\Rightarrow V\simeq ۴/۶L$$

۹۱ گزینهٔ ۲

می‌دانیم که برای محاسبهٔ چگالی یک جسم، به جرم و حجم آن جسم نیاز داریم. در این سؤال، جرم جسم مستقیماً داده شده است. حجم جسم نیز برابر است با حجم مایع جابه‌جا شده، لذا داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[V=۵۴-۵۰=۴cm^۳]{m=۴۲g}\rho=\frac{۴۲}{۴}=۱۰/۵\frac{g}{cm^۳}$$

۹۲ گزینهٔ ۱

برای محاسبهٔ جرم قطعهٔ فلز، به چگالی و حجم آن نیاز داریم. چگالی مستقیماً داده شده است. در مورد حجم قطعهٔ فلز، باید توجه داشت که این حجم برابر است با حجم الکل بیرون ریخته شده. لذا قبل از هر چیزی، با در اختیار داشتن جرم و چگالی الکل، حجمش را به‌دست می‌آوریم. داریم:

$$\rho_{\text{الکل}}=\frac{m_{\text{الکل}}}{V_{\text{الکل}}}\xrightarrow[\rho_{\text{الکل}}=۰/۸\frac{g}{cm^۳}]{m_{\text{الکل}}=۱۶۰g}$$

$$۰/۸=\frac{۱۶۰}{V_{\text{الکل}}}\Rightarrow V_{\text{الکل}}=\frac{۱۶۰}{۰/۸}=۲۰۰\,cm^۳$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$\rho_{\text{فلز}}=\frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}}\xrightarrow[V_{\text{فلز}}=V_{\text{الکل}}=۲۰۰cm^۳]{\rho_{\text{فلز}}=۲/۷\frac{g}{cm^۳}}۲/۷=\frac{m_{\text{فلز}}}{۲۰۰}$$

$$\Rightarrow m_{\text{فلز}}=۲/۷\times۲۰۰=۵۴۰\,g$$

۹۳ گزینهٔ ۱

برای محاسبهٔ جرم الکل بیرون ریخته شده، به چگالی و حجم الکل نیاز داریم. چگالی مستقیماً داده شده است. در مورد حجم الکل، باید توجه داشت که حجم الکل برابر است با حجم گلولهٔ آهنی. پس قبل از هر چیزی، با توجه به دانستن جرم و چگالی گلوله، حجمش را به‌دست می‌آوریم. داریم:

$$\rho_{\text{گلوله}}=\frac{m_{\text{گلوله}}}{V_{\text{گلوله}}}\xrightarrow[\rho_{\text{گلوله}}=۷۸۰۰\frac{kg}{m^۳}=۷/۸\frac{g}{cm^۳}]{m_{\text{گلوله}}=۳۹۰۰g}$$

$$۷/۸=\frac{۳۹۰۰}{V_{\text{گلوله}}}\Rightarrow V_{\text{گلوله}}=\frac{۳۹۰۰}{۷/۸}=۵۰۰\,cm^۳$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$\rho_{\text{الکل}}=\frac{m_{\text{الکل}}}{V_{\text{الکل}}}\xrightarrow[V_{\text{الکل}}=V_{\text{گلوله}}=۵۰۰cm^۳]{\rho_{\text{الکل}}=۸۰۰\frac{g}{L}=۰/۸\frac{g}{cm^۳}}$$

$$۰/۸=\frac{m_{\text{الکل}}}{۵۰۰}\Rightarrow m_{\text{الکل}}=۰/۸\times۵۰۰=۴۰۰\,g$$

۹۴ گزینهٔ ۱

ابتدا اختلاف حجم ظاهری و واقعی را که برابر با $\frac{۱}{۴}$ حجم جسم است، به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta V=(۳۲/۱)-(۲۵/۵)=۶/۶mL=۶/۶\times۱۰^{-۳}L$$

اکنون حجم جسم و چگالی آن به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$\Rightarrow V_{\text{کل جسم}}=۴\Delta V=۴\times۶/۶\times۱۰^{-۳}=۲۶/۴\times۱۰^{-۳}L$$

$$\Rightarrow \rho=\frac{m}{V}=\frac{۱۹/۸}{۲۶/۴\times۱۰^{-۳}}=۷۵۰\frac{g}{L}$$

۹۵ گزینهٔ ۴

می‌دانیم که در هر دو حالت، جرم مجموعه برابر است با جرم ظرف توخالی به اضافهٔ جرم مایع درون ظرف. در حالت اول داریم:

$$\underset{\text{در حالت اول}}{\text{جرم مجموعه}}=\underset{\text{توخالی}}{\text{جرم ظرف}}+\text{جرم مایع ۱}\Rightarrow ۵۴۰=۳۰۰+\text{جرم مایع ۱}$$

$$\Rightarrow \text{جرم مایع ۱}=۲۴۰\,g$$

چون جرم و چگالی مایع را داریم، با استفاده از رابطهٔ چگالی، حجم آن (که برابر است با حجم ظرف توخالی) قابل محاسبه است. داریم:

$$\rho_۱=\frac{m_۱}{V_۱}\xrightarrow[m_۱=۲۴۰g]{\rho_۱=۱/۲\frac{g}{cm^۳}}۱/۲=\frac{۲۴۰}{V_۱}\Rightarrow V_۱=\frac{۲۴۰}{۱/۲}=۲۰۰\,cm^۳$$

در حالت دوم نیز ابتدا باید جرم مایع ۲ (روغن) را به‌دست آورده و سپس با معلوم بودن جرم و حجم، چگالی‌اش را حساب کرد، یعنی می‌توان نوشت:

$$\underset{\text{در حالت دوم}}{\text{جرم مجموعه}}=\underset{\text{توخالی}}{\text{جرم ظرف}}+\text{جرم مایع ۲}$$

$$\Rightarrow ۴۶۰=۳۰۰+\text{جرم مایع ۲}\Rightarrow \text{جرم مایع ۲}=۱۶۰\,g$$

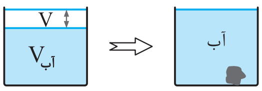
$$\rho_۲=\frac{m_۲}{V_۲}\xrightarrow[V_۲=V_۱=۲۰۰cm^۳]{m_۲=۱۶۰g}\rho_۲=\frac{۱۶۰}{۲۰۰}=۰/۸\frac{g}{cm^۳}$$

در نهایت برای تبدیل یکای $\frac{g}{cm^۳}$ به یکای $\frac{g}{L}$، با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$\rho_۲=۰/۸\frac{g}{cm^۳}=۰/۸\frac{g}{\cancel{cm^۳}}\times\frac{۱۰^۳\cancel{cm^۳}}{۱\,L}=۸۰۰\frac{g}{L}$$

۹۶ گزینهٔ ۲

با توجه به شکل، هنگامی که در ظرف آب داریم حجم خالی بالای ظرف را V و هنگامی که روغن داریم، حجم خالی بالای ظرف را V' درنظر می‌گیریم.

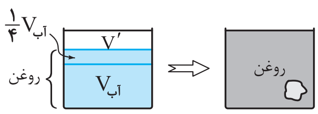


$$\text{حجم جسم در این حالت}=V+۱۰۰cm^۳\quad(۱)$$

در حالت دوم که هم‌جرم با آب، روغن در ظرف می‌ریزیم، حجم روغن داخل ظرف برابر است با:

$$V=\frac{m}{\rho}\Rightarrow\frac{V_{\text{روغن}}}{V_{\text{آب}}}=\frac{m_{\text{روغن}}}{m_{\text{آب}}}\times\frac{\rho_{\text{آب}}}{\rho_{\text{روغن}}}=۱\times\frac{۱}{۰/۸}=\frac{۵}{۴}$$

پس حجم روغن داخل ظرف $\frac{۵}{۴}$ برابر حجم آب است.



$$\text{حجم جسم در این حالت}=V'+۲۰۰cm^۳\quad(۲)$$

از طرفی با توجه به شکل‌ها داریم:

$$\xrightarrow[\text{حجم ثابت جسم}]{(۱),(۲)}V+۱۰۰=V'+۲۰۰$$

$$V-V'=۱۰۰cm^۳\quad(۳)$$

از طرفی با توجه به شکل‌ها برای جسم داخل ظرف در هر حالت داریم:

$$V_{\text{آب}}+V=V_{\text{روغن}}+V'\xrightarrow{V_{\text{روغن}}=\frac{۵}{۴}V_{\text{آب}}}$$

$$V_{\text{آب}}+V=\frac{۵}{۴}V_{\text{آب}}+V'$$

$$\Rightarrow V-V'=\frac{۱}{۴}V_{\text{آب}}\xrightarrow{(۳)}۱۰۰=\frac{۱}{۴}V_{\text{آب}}\Rightarrow V_{\text{آب}}=۴۰۰cm^۳$$

پس جرم آب موجود در ظرف برابر است با:

$$m_{\text{آب}}=\rho_{\text{آب}}\times V_{\text{آب}}=۱\times۴۰۰=۴۰۰\,g$$

۹۷ گزینهٔ ۳

می‌دانیم که هرگاه چند مایع مخلوط‌نشدنی در مجاورت یکدیگر قرار گیرند، مایعی که بیش‌ترین چگالی را دارد، به پایین‌ترین لایه رفته و سایر مایع‌ها به‌ترتیب کاهش چگالی در لایه‌های بالایی قرار می‌گیرند. بنابراین مایع F که در پایین‌ترین لایه است، بیش‌ترین چگالی و مایع A که در بالاترین لایه است، کم‌ترین چگالی را دارد و می‌توان نوشت:

$$\rho_F > \rho_E > \rho_D > \rho_C > \rho_B > \rho_A$$

از سوی دیگر، طبق تعریف چگالی $(\rho = \frac{m}{V})$، چون مایع‌ها جرم مساوی دارند، چگالی با حجم نسبت عکس دارد و خواهیم داشت:

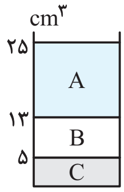
$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{m=\text{ثابت}} \rho \propto \frac{1}{V}$$

$$\xrightarrow{\rho_F>\rho_E>...>\rho_A} V_A > V_B > V_C > V_D > V_E > V_F$$

که ترتیب‌های ذکر شده برای چگالی و حجم مایع‌های فوق، تنها در گزینهٔ «۳» به‌درستی آورده شده‌اند.

۹۸ گزینهٔ ۱

مایعی که چگالی بیش‌تری دارد، پایین‌تر از همه و مایع با چگالی کم‌تر، بالاتر از همه قرار می‌گیرد. پس C همان جیوه، B آب و A روغن است. با توجه به رابطهٔ چگالی و مشخص بودن حجم مایع‌ها، می‌توان جرم هر مایع را محاسبه کرد، داریم:



جیوه: $V_C = ۵\,cm^۳ \Rightarrow m_C = \rho_C V_C = ۱۳/۶ \times ۵ = ۶۸\,g$

آب: $V_B = ۱۳ - ۵ = ۸\,cm^۳ \Rightarrow m_B = \rho_B V_B = ۱ \times ۸ = ۸\,g$

روغن: $V_A = ۲۵ - ۱۳ = ۱۲\,cm^۳$

$m_A = \rho_A V_A = ۰/۸۵ \times ۱۲ = ۱۰/۲\,g$

۹۹ گزینهٔ ۳

به دلیل کم‌تر بودن چگالی یخ از آب، در اثر ذوب شدن یخ، حجم مخلوط کاهش پیدا می‌کند. اگر جرم یخ ذوب شده را m در نظر بگیریم، داریم:

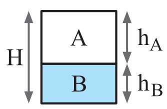
$$\Delta V = V_{\text{آب}} - V_{\text{یخ}} = \frac{m_{\text{آب}}}{\rho_{\text{آب}}} - \frac{m_{\text{یخ}}}{\rho_{\text{یخ}}}$$

$$\xrightarrow[\rho_{\text{آب}}=۱\frac{g}{cm^۳}\,,\,\rho_{\text{یخ}}=۰/۹\frac{g}{cm^۳}]{m_{\text{آب}}=m_{\text{یخ}}=m\,,\,\Delta V=-۵\,cm^۳} -۵ = \frac{m}{۱} - \frac{m}{۰/۹}$$

$$\Rightarrow -۵ = m - \frac{۱۰m}{۹} \Rightarrow -۵ = \frac{-m}{۹} \Rightarrow m = ۴۵\,g$$

۱۰۰ گزینهٔ ۲

ابتدا نسبت چگالی دو مایع را با توجه به نمودار می‌یابیم:



$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{V_A}{V_B}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{۷}{۷} \times \frac{۱۰}{۷/۵} = \frac{۴}{۳}$$

پس چگالی مایع B از چگالی A بیش‌تر است، لذا اگر آن‌ها را در داخل یک ظرف بریزیم در این صورت مایع B در پایین قرار می‌گیرد.

$$\begin{cases} h_A + h_B = H\,(۱) \\ m_A = m_B = \rho_A V_A = \rho_B V_B \end{cases}$$

$$\rho_A h_A = \rho_B h_B \Rightarrow \frac{h_A}{h_B} = \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{۴}{۳}\,(۲)$$

$$\xrightarrow{(۲),(۱)} \frac{۴}{۳}h_B + h_B = H \Rightarrow h_B = \frac{۳}{۷}H\,,\,h_A = \frac{۴}{۷}H$$

پس حجم اشغال شده توسط مایع A، $\frac{۴}{۷}$ حجم کل ظرف می‌باشد.

۱۰۱ گزینهٔ ۳

برای محاسبهٔ حجم حفره، ابتدا فرض می‌کنیم که مکعب با همان جرم ۶kg، حفره ندارد و حجم آن را به کمک رابطهٔ چگالی پیدا می‌کنیم. (بدیهی است که در صورت حفره‌دار بودن جسم، حجم محاسبه شده کوچک‌تر از حجم در حالت حفره‌دار است.) درنهایت، با کم کردن حجم‌ها از یکدیگر، حجم حفره را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V'} \xrightarrow[m=۶kg=۶۰۰۰g]{\rho=۸\frac{g}{cm^۳}} ۸ = \frac{۶۰۰۰}{V'}$$

$$\Rightarrow V' = \frac{۶۰۰۰}{۸} = ۷۵۰\,cm^۳$$

$$\left.\begin{array}{l} V_{\text{ظاهری}} = a^۳ = ۱۰^۳ = ۱۰۰۰\,cm^۳ \\ V' = ۷۵۰\,cm^۳ \end{array}\right\} \xrightarrow{V_{\text{ظاهری}} > V'}$$

جسم حفره‌دار است $\Rightarrow V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V' = ۱۰۰۰ - ۷۵۰ = ۲۵۰\,cm^۳$

۱۰۲ گزینهٔ ۲

ابتدا با این فرض که قطعه طلا حفره ندارد، حجم آن را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V'} \xrightarrow[m=۱۹۹/۵g]{\rho=۱۹۰۰۰\frac{kg}{m^۳}=۱۹\frac{g}{cm^۳}} ۱۹ = \frac{۱۹۹/۵}{V'}$$

$$\Rightarrow V' = \frac{۱۹۹/۵}{۱۹} = ۱۰/۵\,cm^۳$$

حجم حفره برابر است با حجم ظاهری منهای حجم محاسبه شده با فرض عدم وجود حفره، یعنی:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V' = ۱۲ - ۱۰/۵ = ۱/۵\,cm^۳$$

۱۰۳ گزینهٔ ۳

ابتدا با این فرض که کرهٔ فلزی حفره ندارد، حجم آن را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V'} \xrightarrow[m=۱۰۸۰g]{\rho=۲/۷\frac{g}{cm^۳}} ۲/۷ = \frac{۱۰۸۰}{V'}$$

$$\Rightarrow V' = \frac{۱۰۸۰}{۲/۷} = ۴۰۰\,cm^۳$$

ضمناً حجم ظاهری کرهٔ فلزی برابر است با:

$$V_{\text{ظاهری}} = \frac{۴}{۳}\pi R^۳ \xrightarrow[R=۵cm]{\pi=۳} V_{\text{ظاهری}} = \frac{۴}{۳} \times ۳ \times ۵^۳ = ۵۰۰\,cm^۳$$

در نتیجه، حجم حفره برابر خواهد بود با حجم ظاهری منهای حجم محاسبه شده با فرض عدم وجود حفره، یعنی:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V' = ۵۰۰ - ۴۰۰ = ۱۰۰\,cm^۳$$

در این صورت خواستهٔ مسئله یعنی درصد حجم حفره از حجم کره بدین شکل حساب می‌شود:

$$\text{درصد حجم حفره} = \frac{V_{\text{حفره}}}{V_{\text{ظاهری}}} \times ۱۰۰ = \frac{۱۰۰}{۵۰۰} \times ۱۰۰ = ۲۰\%$$

۱۰۴ گزینهٔ ۲

ابتدا با در اختیار داشتن جرم و چگالی کره و به کمک رابطهٔ چگالی $(\rho = \frac{m}{V})$، حجم واقعی کره (V') را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V'} \xrightarrow[m=۲۸kg]{\rho=۸\frac{kg}{L}=۸۰۰۰\frac{kg}{m^۳}} ۸۰۰۰ = \frac{۲۸}{V'}$$

$$V' = \frac{۲۸}{۸۰۰۰} = ۳/۵ \times ۱۰^{-۳}\,m^۳$$

از آن‌جایی که حجم حفره برابر است با حجم ظاهری منهای حجم واقعی، داریم:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V' \Rightarrow \frac{۴}{۳}\pi(\frac{R}{۲})^۳ = \frac{۴}{۳}\pi R^۳ - ۳/۵ \times ۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow \frac{۴}{۳}\pi(R^۳ - \frac{R^۳}{۸}) = ۳/۵ \times ۱۰^{-۳} \xrightarrow{\pi=۳}$$

$$۳/۵R^۳ = ۳/۵ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow R^۳ = ۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow R = ۱۰^{-۱}m = ۱۰\,cm$$

۱۰۵ گزینهٔ ۳

با توجه به پر شدن حفره با مایع، حجم مایع برابر با حجم حفره خواهد بود. ضمناً حجم فلز یعنی حجم واقعی برابر با حجم ظاهری منهای حجم حفره می‌باشد. چون جرم کل مکعب در حالت پر شدن حفرهٔ درون آن با مایع داده شده، می‌توان نوشت:

$$m_{\text{کل}} = m_{\text{فلز}} + m_{\text{مایع}} = \rho_{\text{فلز}}V_{\text{فلز}} + \rho_{\text{مایع}}V_{\text{مایع}}$$

$$\xrightarrow[V_{\text{مایع}}=V_{\text{حفره}}]{V_{\text{فلز}}=V_{\text{ظاهری}}-V_{\text{حفره}}}$$

$$m_{\text{کل}} = \rho_{\text{فلز}}(V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{حفره}}) + \rho_{\text{مایع}}V_{\text{حفره}}$$

$$\xrightarrow[\rho_{\text{فلز}}=۸\frac{g}{cm^۳}\ ,\ \rho_{\text{مایع}}=۲\frac{g}{cm^۳}]{m_{\text{کل}}=۲۸g\ ,\ V_{\text{ظاهری}}=۲^۳=۸cm^۳}$$

$$۲۸ = ۸(۸ - V_{\text{حفره}}) + ۲V_{\text{حفره}} \Rightarrow ۲۸ = ۶۴ - ۸V_{\text{حفره}} + ۲V_{\text{حفره}}$$

$$\Rightarrow ۶V_{\text{حفره}} = ۳۶ \Rightarrow V_{\text{حفره}} = \frac{۳۶}{۶} = ۶\,cm^۳$$

اکنون برای محاسبهٔ جرم مایع درون حفره، داریم:

$$m_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}}V_{\text{مایع}} \xrightarrow[V_{\text{مایع}}=V_{\text{حفره}}=۶cm^۳]{\rho_{\text{مایع}}=۲\frac{g}{cm^۳}}$$

$$m_{\text{مایع}} = ۲\times۶ = ۱۲g$$

۱۰۶ گزینهٔ ۱

برای به‌دست آوردن چگالی مخلوط، می‌توان نوشت:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲}$$

$$\xrightarrow[m_۲=\rho_۲V_۲]{m_۱=\rho_۱V_۱} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲}{V_۱ + V_۲}$$

$$\xrightarrow{V_۱=\frac{۱}{۳}V\ ,\ V_۲=\frac{۲}{۳}V} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\frac{۱}{۳}\rho_۱V + \frac{۲}{۳}\rho_۲V}{\frac{۱}{۳}V + \frac{۲}{۳}V}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\cancel{V}(\frac{۱}{۳}\rho_۱ + \frac{۲}{۳}\rho_۲)}{\cancel{V}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{۱}{۳}\rho_۱ + \frac{۲}{۳}\rho_۲ = \frac{\rho_۱ + ۲\rho_۲}{۳}$$

۱۰۷ گزینهٔ ۴

ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده، حجم مادهٔ A و جرم مادهٔ B را به‌دست می‌آوریم. داریم:

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \xrightarrow[\rho_A=۲۰\frac{g}{cm^۳}]{m_A=۶۰۰g} ۲۰ = \frac{۶۰۰}{V_A} \Rightarrow V_A = \frac{۶۰۰}{۲۰} = ۳۰\,cm^۳$$

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} \xrightarrow[\rho_B=۷/۵\frac{g}{cm^۳}]{V_B=۴۰cm^۳} ۷/۵ = \frac{m_B}{۴۰}$$

$$\Rightarrow m_B = ۷/۵\times۴۰ = ۳۰۰\,g$$

اکنون از رابطهٔ چگالی مخلوط استفاده می‌کنیم. داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B - \Delta V}$$

$$\xrightarrow[V_A=۳۰cm^۳\ ,\ V_B=۴۰cm^۳]{\rho_{\text{مخلوط}}=۱۵\frac{g}{cm^۳}\ ,\ m_A=۶۰۰g\ ,\ m_B=۳۰۰g}$$

$$۱۵ = \frac{۶۰۰+۳۰۰}{۳۰+۴۰-\Delta V} \Rightarrow ۱۵ = \frac{۹۰۰}{۷۰-\Delta V}$$

$$\Rightarrow ۷۰ - \Delta V = \frac{۹۰۰}{۱۵} \Rightarrow ۷۰ - \Delta V = ۶۰ \Rightarrow \Delta V = ۱۰\,cm^۳$$

۱۰۸ گزینهٔ ۳

با استفاده از رابطهٔ چگالی مخلوط و با توجه به این‌که رابطه باید برحسب حجم و چگالی مواد باشد، داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B}$$

$$\xrightarrow[m_B=\rho_BV_B]{m_A=\rho_AV_A} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_AV_A + \rho_BV_B}{V_A + V_B}$$

$$\xrightarrow[\rho_A=۶۰۰\frac{g}{L}\ ,\ \rho_B=۸۰۰\frac{g}{L}]{\rho_{\text{مخلوط}}=۰/۷۵\frac{g}{\cancel{cm^۳}}\times\frac{۱۰^۳\cancel{cm^۳}}{۱L}=۷۵۰\frac{g}{L}}$$

$$۷۵۰ = \frac{۶۰۰V_A + ۸۰۰V_B}{V_A + V_B} \Rightarrow ۷۵۰V_A + ۷۵۰V_B = ۶۰۰V_A + ۸۰۰V_B$$

$$\Rightarrow ۱۵۰V_A = ۵۰V_B \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{۵۰}{۱۵۰} = \frac{۱}{۳}$$

۱۰۹ گزینهٔ ۱

با استفاده از رابطهٔ چگالی مخلوط، داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \xrightarrow[V_B=\frac{m_B}{\rho_B}]{V_A=\frac{m_A}{\rho_A}}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} \xrightarrow[\rho_A=\frac{۵}{۳}\rho_B\rightarrow\rho_B=\frac{۳}{۵}\rho_A]{\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{۴}{۵}\rho_A}$$

$$\frac{۴}{۵}\rho_A = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\frac{۳}{۵}\rho_A}}$$

$$\Rightarrow m_A + m_B = \frac{۴}{۵}\rho_A\left(\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{۵m_B}{۳\rho_A}\right)$$

$$\Rightarrow m_A + m_B = \frac{۴}{۵}m_A + \frac{۴}{۵}\times\frac{۵}{۳}m_B$$

$$\Rightarrow m_A + m_B = \frac{۴}{۵}m_A + \frac{۴}{۳}m_B$$

$$\Rightarrow m_A - \frac{۴}{۵}m_A = \frac{۴}{۳}m_B - m_B \Rightarrow \frac{۱}{۵}m_A = \frac{۱}{۳}m_B \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{۵}{۳}$$

۱۱۰ گزینهٔ ۲

با استفاده از رابطهٔ چگالی مخلوط، داریم: (Au نماد شیمیایی طلا و Ag نماد شیمیایی نقره است.)

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{Au} + m_{Ag}}{V_{Au} + V_{Ag}}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_{Au}V_{Au} + \rho_{Ag}V_{Ag}}{V_{Au} + V_{Ag}}$$

$$\xrightarrow[\rho_{Au}=۱۹\frac{g}{cm^۳}\ ,\ \rho_{Ag}=۱۰\frac{g}{cm^۳}]{\rho_{\text{مخلوط}}=۱۳/۶\frac{g}{cm^۳}\ ,\ V_{Au}+V_{Ag}=۵cm^۳}$$

$$۱۳/۶ = \frac{۱۹V_{Au} + ۱۰V_{Ag}}{۵} \Rightarrow ۱۹V_{Au} + ۱۰V_{Ag} = ۶۸$$

اگر دستگاه دو معادلهٔ دو مجهولی زیر را حل کنیم، مقادیر V_{Au} و V_{Ag} به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases}19V_{Au}+10V_{Ag}=68\\ V_{Au}+V_{Ag}=5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}19V_{Au}+10V_{Ag}=68\\ 19V_{Au}+19V_{Ag}=95\end{cases}$$
$$9V_{Ag}=27$$
$$\Rightarrow V_{Ag}=3\,cm^3\ ,\ V_{Au}=2\,cm^3$$

خواستهٔ مسئله، محاسبهٔ جرم نقرهٔ به‌کار رفته است، پس طبق تعریف چگالی داریم:

$$\rho_{Ag}=\frac{m_{Ag}}{V_{Ag}}\xrightarrow[V_{Ag}=3\,cm^3]{\rho_{Ag}=10\frac{g}{cm^3}}10=\frac{m_{Ag}}{3}$$
$$\Rightarrow m_{Ag}=10\times3=30\,g$$

سؤال‌های ویژهٔ برترها

۱۱۱ گزینهٔ ۳

ابتدا آهنگ $30\,dm^3/min$ را به cm^3/s تبدیل می‌کنیم:

$$30\frac{dm^3}{min}=30\frac{dm^3}{min}\times\left(\frac{10^{-1}m}{1\,dm}\times\frac{10^2cm}{1\,m}\right)^3\times\frac{1\,min}{60\,s}=500\frac{cm^3}{s}$$

حال مدت زمانی را که قسمت پایینی مخزن پر می‌شود، t و مدت زمانی را که قسمت بالایی پر می‌شود، t' در نظر می‌گیریم:

(۱) حجم قسمت پایینی: $5A\times2h=500t$

(۲) حجم قسمت بالایی: $A\times3h=60t'$

$$\xrightarrow{(1),(2)}\frac{10Ah}{3Ah}=\frac{500t}{60t'}\Rightarrow\frac{t}{t'}=\frac{2}{5}\qquad(3)$$

کل مدت زمانی که مخزن پر می‌شود برابر با ۷۰ دقیقه است، لذا داریم:

$$t+t'=70\xrightarrow{(3)}\frac{2}{5}t'+t'=70\Rightarrow\frac{7}{5}t'=70$$
$$\Rightarrow t'=50\,min=3000\,s \quad \text{و} \quad t=20\,min=1200\,s$$

حال حجم مخزن برابر است با:

حجم مخزن $=500\times1200+3000\times60=600000+180000$

$=780000\,cm^3\Rightarrow$ حجم کل مخزن $=780\,L$

۱۱۲ گزینهٔ ۱

از آن‌جا که فاصلهٔ یک سانتی‌متری خط‌کش به ده قسمت مساوی تقسیم شده پس کمینهٔ تقسیم‌بندی مقیاس این خط‌کش $0/1\,cm$ است و چون کمینهٔ تقسیم‌بندی مقیاس خط‌کش دوم ۵ برابر کمینهٔ تقسیم‌بندی مقیاس خط‌کش اول است، بنابراین این مقدار برای خط‌کش دوم معادل $5\times0/1=0/5\,cm$ می‌باشد و در نتیجه داریم:

خطای اندازه‌گیری $=\pm\frac{1}{2}$ (کمینهٔ تقسیم‌بندی مقیاس)

$$=\pm\frac{1}{2}(0/5\,cm)=\pm0/25\,cm$$

اما عدد گزارش شده با خط‌کش جدید، با توجه به درجه‌بندی روی آن با رقم حدسی مربوطه باید به صورت ۱۸/۴ باشد (چون عدد گزارش شدهٔ اولیه کمتر از $18/5\,cm$ است پس ۱۸/۷ نمی‌تواند طول جسم باشد) و چون ارقام اعشار عدد گزارش شده و خطای اندازه‌گیری متفاوت است، خطا را گرد کرده و به صورت $\pm0/3\,cm$ می‌نویسیم. پس نتیجهٔ اندازه‌گیری به‌صورت $18/4\,cm\pm0/3\,cm$ است.

۱۱۳ گزینهٔ ۱

ابتدا حجم بخار بنزین تولیدی در کل کشور در یک سال را می‌یابیم:

حجم بخار بنزین تولیدی $=365\times3\times90\times10^6$

$=3/65\times10^2\times3\times90\times10^6$

$=\underbrace{3/65\times3}_{=11}\times90\times10^8\sim10\times10^2\times10^8=10^{11}L$

حال مقدار بنزین مایع موجود در این حجم بخار بنزین را می‌یابیم:

مقدار بنزین $=10^{11}L\times\dfrac{\text{۱/۵ لیتر بنزین مایع}}{\text{۱۰۰۰ لیتر بخار بنزین}}=1/5\times10^8L$ بنزین مایع

حال جرم این بنزین مایع را می‌یابیم: $\rho=0/68\frac{g}{cm^3}=680\frac{g}{L}$

حجم بنزین مایع $: m=\rho V\Rightarrow m=680\frac{g}{L}\times1/5\times10^8L$

$=6/8\times10^2\times1/5\times10^8=\underbrace{6/8\times1/5}_{10}\times10^{10}$

$=10\times10^{10}=10^{11}g=10^{11}\times10^{-3}kg=10^8\,kg$

۱۱۴ گزینهٔ ۴

حجم مایع داخل ظرف استوانه‌ای از رابطهٔ $V=Ah$ به‌دست می‌آید که با توجه به ثابت بودن سطح مقطع ظرف، می‌توان گفت که حجم مایع با ارتفاع آن متناسب بوده و رابطهٔ خطی دارد. چون طبق صورت سؤال، ارتفاع مایع ۲۰٪ افزایش یافته، پس حجم آن نیز ۲۰٪ افزایش پیدا کرده و می‌توان نوشت:

$$\Delta V_{\text{مایع}}=\frac{20}{100}V_{\text{مایع}}=\frac{1}{5}V_{\text{مایع}}$$

از طرفی، حجم مایع جابه‌جا شده با حجم گلوله برابر است، پس:

$$V_{\text{گلوله}}=\Delta V_{\text{مایع}}=\frac{1}{5}V_{\text{مایع}}\xrightarrow{V=\frac{m}{\rho}}\frac{m_{\text{گلوله}}}{\rho_{\text{گلوله}}}=\frac{1}{5}\frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}}$$

$$\xrightarrow{\rho_{\text{گلوله}}=2/4\frac{g}{cm^3}\ ,\ \rho_{\text{مایع}}=0/8\frac{g}{cm^3}}\frac{m_{\text{گلوله}}}{2/4}=\frac{1}{5}\frac{m_{\text{مایع}}}{0/8}$$

$$\Rightarrow m_{\text{گلوله}}=\frac{3}{5}m_{\text{مایع}}$$

لذا خواستهٔ سؤال به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\frac{m_{\text{گلوله}}-m_{\text{مایع}}}{m_{\text{مایع}}}\times100=\frac{\frac{3}{5}m_{\text{مایع}}-m_{\text{مایع}}}{m_{\text{مایع}}}\times100=-40\%$$

یعنی جرم گلولهٔ فلزی ۴۰٪ کمتر از جرم کل مایع درون ظرف است.

۱۱۵ گزینهٔ ۳

طبق صورت سؤال، $m_2=2m_1$ و $V_1=\frac{2}{5}V_3$ است. ابتدا با استفاده از صورت مقایسه‌ای رابطهٔ چگالی، جرم مایع سوم را برحسب جرم مایع اول می‌یابیم:

$$\rho=\frac{m}{V}:\ \frac{\rho_1}{\rho_3}=\frac{m_1}{m_3}\times\frac{V_3}{V_1}\xrightarrow[V_1=\frac{2}{5}V_3]{\rho_1=1000\frac{kg}{m^3}\ ,\ \rho_3=800\frac{kg}{m^3}}$$

$$\frac{1000}{800}=\frac{m_1}{m_3}\times\frac{V_3}{\frac{2}{5}V_3}\Rightarrow\frac{m_1}{m_3}=\frac{1000}{800}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{2}\Rightarrow m_3=2m_1$$

درنتیجه خواهیم داشت: درصد جرمی مایع دوم $=\frac{m_2}{m_1+m_2+m_3}\times100$

$$\xrightarrow{m_1=\frac{1}{2}m_2\ ,\ m_3=2m_1=2(\frac{1}{2}m_2)=m_2}$$

درصد جرمی مایع دوم $=\dfrac{m_2}{\frac{1}{2}m_2+m_2+m_2}\times100=\dfrac{m_2}{\frac{5}{2}m_2}\times100$

$=\frac{2}{5}\times100=\%40$

آزمون جمع‌بندی پایان فصل

۱۱۶ گزینهٔ ۳

نادیده گرفتن اثر «ابعاد جسم»، «تغییر وزن جسم با ارتفاع» و «مقاومت هوا» پیش‌بینی مدل را دچار اشتباه نمی‌کند، لذا این عوامل اثر جزئی دارند و می‌توان از آن‌ها صرف‌نظر کرد. اما «وزن جسم»، «اصطکاک جسم با سطح شیبدار» و «تأثیر مقدار شیب سطح» از عوامل مهم و تأثیرگذار در بررسی این پدیدهٔ فیزیکی هستند و نمی‌توان از آن‌ها صرف‌نظر کرد.

۱۱۷ گزینهٔ ۴

کمیت‌های اصلی دستگاه SI شامل هفت کمیت می‌باشند که عبارتند از: طول، جرم، زمان، مقدار ماده، شدت روشنایی، دما و جریان الکتریکی و بقیهٔ کمیت‌ها فرعی هستند.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: جابه‌جایی (اصلی ـ برداری)، انرژی جنبشی (فرعی ـ نرده‌ای) ـ شتاب (فرعی ـ برداری).

گزینهٔ «۲»: جریان الکتریکی (اصلی ـ نرده‌ای)، نیرو (فرعی ـ برداری)، جابه‌جایی (اصلی ـ برداری).

گزینهٔ «۳»: جرم (اصلی ـ نرده‌ای)، تندی (فرعی ـ نرده‌ای)، مسافت (اصلی ـ نرده‌ای).

گزینهٔ «۴»: مسافت (اصلی ـ نرده‌ای)، تندی (فرعی ـ نرده‌ای)، سرعت (فرعی ـ برداری).

۱۱۸ گزینهٔ ۱

برای سازگاری یکاهای دو طرف رابطه، باید یکای هریک از عبارت‌های سمت راست با یکای عبارت سمت چپ یکی باشد، یعنی:

$$[A]=[E]\xrightarrow{[A]=N}[E]=N$$

$$[A]=[B\times C\times D]\Rightarrow[A]=[B]\times[C]\times[D]$$

$$\xrightarrow{[A]=N\ ,\ [B]=kg\ ,\ [C]=\frac{m}{s}}N=kg\times\frac{m}{s}\times[D]$$

$$\Rightarrow[D]=\frac{N.s}{kg.m}\xrightarrow{N=\frac{kg.m}{s^{۲}}}[D]=\frac{\frac{kg.m}{s^{۲}}.s}{kg.m}=\frac{۱}{s}$$

۱۱۹ گزینهٔ ۲

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، داریم:

$$\text{جرم الماس}=۱۸۰\ \cancel{\text{قیراط}}\times\frac{۰/۲\ \cancel{g}}{۱\ \cancel{\text{قیراط}}}\times\frac{۱\ \cancel{mg}}{۱۰^{-۳}\ \cancel{g}}\times\frac{۱\ \text{سوت}}{۱\ \cancel{mg}}=۳۶۰۰۰\ \text{سوت}$$

$$\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}}\text{جرم الماس}=۳/۶\times۱۰^{۴}\ \text{سوت}$$

۱۲۰ گزینهٔ ۳

ابتدا فاصلهٔ دو کوه را برحسب متر به‌دست می‌آوریم:

$$d=۱۵۰\ \cancel{\text{ذرع}}\times\frac{۱۰۴\ \cancel{cm}}{۱\ \cancel{\text{ذرع}}}\times\frac{۱\ m}{۱۰۰\ \cancel{cm}}\Rightarrow d=۱۵۶m$$

اکنون تندی صوت را برحسب متر بر ثانیه به‌دست می‌آوریم:

$$\text{تندی صوت}=۳/۱۲\times۱۰^{-۲}\ \frac{\cancel{Mm}}{\cancel{hs}}\times\frac{۱۰^{۶}m}{۱\ \cancel{Mm}}\times\frac{۱\ \cancel{hs}}{۱۰^{۲}s}=۳۱۲\ \frac{m}{s}$$

طبق رابطهٔ $\text{تندی}=\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$، می‌توان زمان رفت صوت از یک کوه به کوه دیگر را به‌دست آورد:

$$۳۱۲=\frac{۱۵۶}{\text{زمان}}\Rightarrow\text{زمان}=۰/۵s$$

پس زمان یک رفت و برگشت (اولین انعکاس صوتی) معادل 1s و در نتیجه مدت زمان شنیدن دومین انعکاس برابر با 2s خواهد بود.

۱۲۱ گزینهٔ ۴

ابتدا با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای یکای $mm^{۲}$ را به یکای $\mu m^{۲}$ تبدیل می‌نماییم. سپس طول ضلع مکعب را برحسب μm به‌دست می‌آوریم. داریم:

$$S=۱/۶\times۱۰^{۷}\ \cancel{mm^{۲}}\times\frac{(۱۰^{-۳})^{۲}\ \cancel{m^{۲}}}{۱\ \cancel{mm^{۲}}}\times\frac{۱\ \mu m^{۲}}{(۱۰^{-۶})^{۲}\ \cancel{m^{۲}}}$$

$$=۱/۶\times۱۰^{۱۳}\mu m^{۲}=۱۶\times۱۰^{۱۲}\mu m^{۲}\xrightarrow{S=a^{۲}}$$

$$a^{۲}=۱۶\times۱۰^{۱۲}\xrightarrow{\text{جذرگیری}}a=۴\times۱۰^{۶}\mu m$$

اکنون با در اختیار داشتن طول ضلع مکعب، حجم آن را محاسبه می‌نماییم:

$$V=a^{۳}=(۴\times۱۰^{۶})^{۳}=۶۴\times۱۰^{۱۸}\mu m^{۳}$$

$$\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}}V=۶/۴\times۱۰^{۱۹}\mu m^{۳}$$

۱۲۲ گزینهٔ ۴

عدد $۵/۸۵\ cm$ با سایر اعداد تفاوت زیادی دارد، بنابراین طول جسم میانگین ۴ عدد دیگر است:

$$\text{طول جسم}=\frac{۵/۴۶+۵/۴۷+۵/۴۵+۵/۴۶}{۴}=۵/۴۶cm$$

خطای ابزار اندازه‌گیری رقمی (دیجیتال) برابر با مثبت و منفی یک واحد از آخرین رقمی است که می‌خواند، بنابراین:

$$\text{خطا}=\pm۰/۰۱cm$$

لذا نتیجهٔ اندازه‌گیری به‌صورت زیر خواهد بود:

$$(۵/۴۶\pm۰/۰۱)cm$$

۱۲۳ گزینهٔ ۲

با توجه به شکل صورت سؤال، خط‌کش طول $۰/۹۰\ cm$ را نشان می‌دهد. کمینهٔ درجه‌بندی این خط‌کش نیز برابر $۰/۲۵\ cm$ است و مطابق قاعدهٔ خطای اندازه‌گیری در وسایل مدرج، خطای اندازه‌گیری آن به‌صورت $\pm\frac{۱}{۲}\times۰/۲۵=\pm۰/۱۲۵\ cm$ بیان می‌شود که از آن‌جایی که طول قرائت شده برحسب سانتی‌متر، ۲ رقم اعشار دارد، خطا نیز باید به‌صورت $\pm۰/۱۳cm$ گرد شود تا گزارش نتیجهٔ اندازه‌گیری از نظر محاسبه‌های فیزیکی درست باشد. بنابراین می‌توان نتیجهٔ اندازه‌گیری توسط این خط‌کش را به شکل $۰/۹۰\ cm\pm۰/۱۳cm$ گزارش کرد. در مورد تعداد ارقام بامعنا (رقم‌های ثبت شده بعد از اندازه‌گیری) نیز با چشم‌پوشی از صفر سمت چپ که جزو ارقام بامعنا نیست، ۲ رقم بامعنا (ارقام ۹ و ۰) داریم.

۱۲۴ گزینهٔ ۲

با توجه به این‌که وسیلهٔ اندازه‌گیری رقمی (دیجیتال) است، دقت اندازه‌گیری‌اش (با توجه به خطای داده شده) برابر با $۰/۱\ mm$ می‌باشد. حال کافی است یکای هر چهار گزینه را به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای به mm تبدیل نماییم و گزینه‌ای که دقتی غیر از $۰/۱\ mm$ دارد، انتخاب کنیم، داریم:

گزینهٔ «۱»:

$$۴/۲۶۱\ dm=۴/۲۶۱\ \cancel{dm}\times\frac{۱\ \cancel{m}}{۱۰\ \cancel{dm}}\times\frac{۱۰^{۳}\ mm}{۱\ \cancel{m}}$$

$$=۴۲۶/۱\ mm\Rightarrow\text{دقت}=۰/۱\ mm$$

گزینهٔ «۲»:

$$۷۲۶/۵\times۱۰^{-۴}m=۷۲۶/۵\times۱۰^{-۴}\ \cancel{m}\times\frac{۱۰^{۳}\ mm}{۱\ \cancel{m}}$$

$$=۷۲/۶۵\ mm\Rightarrow\text{دقت}=۰/۰۱\ mm$$

گزینهٔ «۳»:

$$۲۹/۱۵\ cm=۲۹/۱۵\ \cancel{cm}\times\frac{۱\ \cancel{m}}{۱۰^{۲}\ \cancel{cm}}\times\frac{۱۰^{۳}\ mm}{۱\ \cancel{m}}$$

$$=۲۹۱/۵\ mm\Rightarrow\text{دقت}=۰/۱\ mm$$

گزینهٔ «۴»:

$$۰/۰۰۰۸۱\ dam=۰/۰۰۰۸۱\ \cancel{dam}\times\frac{۱۰^{۱}\ \cancel{m}}{۱\ \cancel{dam}}\times\frac{۱۰^{۳}\ mm}{۱\ \cancel{m}}$$

$$=۸/۱\ mm\Rightarrow\text{دقت}=۰/۱\ mm$$

۱۲۵ گزینهٔ ۲

سن پیدا شدن سنگ‌نوشته برابر با $۱۴۰year=۱۳۹۸-۱۲۵۸$ است. ابتدا مرتبهٔ بزرگی سن پیدا شدن سنگ‌نوشته و مرتبهٔ بزرگی زمان یک سال (برحسب ثانیه) را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{سن پیدا شدن سنگ‌نوشته}=۱۴۰year=۱/۴\times۱۰^{۲}\ year\xrightarrow{۱/۴<۵}$$

$$\text{سن پیدا شدن سنگ‌نوشته}\sim۱۰^{۰}\times۱۰^{۲}=۱۰^{۲}\ year$$

$$\text{زمان یک سال}=۳۶۵\ \cancel{day}\times\frac{۲۴\ \cancel{h}}{۱\ \cancel{day}}\times\frac{۶۰\ \cancel{min}}{۱\ \cancel{h}}\times\frac{۶۰\ s}{۱\ \cancel{min}}$$

$$=(۳/۶۵\times۱۰^{۲})\times(۲/۴\times۱۰^{۱})\times(۶\times۱۰^{۱})\times(۶\times۱۰^{۱})$$

$$\xrightarrow[۶\geq۵]{۳/۶۵<۵\ ,\ ۲/۴<۵}$$

$$\text{زمان یک سال} \sim (10^0\times10^2)\times(10^0\times10^1)\times(10^1\times10^1)\times(10^1\times10^1) = 10^7\,s$$

حالا می‌توانیم مرتبهٔ بزرگی سن پیدا شدن سنگ‌نوشته برحسب ثانیه را به‌دست آوریم:

$$\text{سن پیدا شدن سنگ‌نوشته} \sim 10^2\,\cancel{year}\times\frac{10^7\,s}{1\,\cancel{year}} = 10^9\,s$$

۱۲۶ گزینهٔ ۲

ابتدا مرتبهٔ بزرگی عمر انسان را برحسب دقیقه به‌دست می‌آوریم:

$$\text{عمر انسان} = 75\,\cancel{year}\times\frac{365\,\cancel{day}}{1\,\cancel{year}}\times\frac{24\,\cancel{h}}{1\,\cancel{day}}\times\frac{60\,min}{1\,\cancel{h}}$$

$$\text{عمر انسان} = (7/5\times10^1)\times(3/65\times10^2)\times(2/4\times10^1)\times(6\times10^1)$$

$$\xrightarrow[7/5\geq5\;,\;6\geq5]{3/65<5\;,\;2/4<5}$$

$$\text{عمر انسان} \sim (10^1\times10^1)\times(10^0\times10^2)\times(10^0\times10^1)\times(10^1\times10^1) = 10^7\,min$$

از سوی دیگر، مرتبهٔ بزرگی تعداد تپش‌های قلب در هر دقیقه برابر است با:

$$\text{تعداد تپش‌های قلب در هر دقیقه} = 75 = 7/5\times10^1 \xrightarrow{7/5\geq5}$$

$$\text{تعداد تپش‌های قلب در هر دقیقه} \sim 10^1\times10^1 = 10^2\,\frac{\text{تپش}}{min}$$

حالا مرتبهٔ بزرگی تعداد تپش‌های قلب در کل عمر را محاسبه می‌نماییم:

$$\text{تعداد تپش‌های قلب در کل عمر} \sim 10^7\,\cancel{min}\times10^2\,\frac{\text{تپش}}{\cancel{min}} = 10^9\;\text{تپش}$$

۱۲۷ گزینهٔ ۱

ابتدا مرتبهٔ بزرگی فاصلهٔ زمین تا ستاره را برحسب متر به‌دست می‌آوریم:

$$1Ly = 3\times10^8\,\frac{m}{\cancel{s}}\times365\,\cancel{day}\times\frac{24\,\cancel{h}}{1\,\cancel{day}}\times\frac{60\,\cancel{min}}{1\,\cancel{h}}\times\frac{60\,\cancel{s}}{1\,\cancel{min}} \Rightarrow$$

$$1Ly = (3\times10^8)\times(3/65\times10^2)\times(2/4\times10^1)\times(6\times10^1)\times(6\times10^1)$$

$$\xrightarrow[2/4<5\;,\;6\geq5]{3<5\;,\;3/65<5}$$

$$1Ly \sim (10^0\times10^8)\times(10^0\times10^2)\times(10^0\times10^1)\times(10^1\times10^1)\times(10^1\times10^1) = 10^{15}\,m$$

$$\text{فاصلهٔ زمین تا ستاره} = 5\times10^6\,Ly \xrightarrow{5\geq5}$$

$$\text{فاصلهٔ زمین تا ستاره} \sim 10^1\times10^6 = 10^7\,Ly$$

$$\Rightarrow \text{فاصلهٔ زمین تا ستاره} = 10^7\,\cancel{Ly}\times\frac{10^{15}\,m}{1\,\cancel{Ly}} = 10^{22}\,m$$

اکنون مرتبهٔ بزرگی قطر یک گوی و سپس مرتبهٔ بزرگی تعداد گوی‌ها را محاسبه می‌نماییم:

$$D = 2r = 2\times2 = 4\,cm \Rightarrow D = 4\,\cancel{cm}\times\frac{10^{-2}\,m}{1\,\cancel{cm}}$$

$$= 4\times10^{-2}\,m \xrightarrow{4<5} D \sim 10^0\times10^{-2} = 10^{-2}\,m$$

$$N = \frac{\text{فاصلهٔ زمین تا ستاره}}{D} \sim \frac{10^{22}}{10^{-2}} = 10^{24}$$

در نهایت مرتبهٔ بزرگی حجم یک گوی و سپس مرتبهٔ بزرگی حجم کل گوی‌ها را حساب می‌کنیم:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\times3\times(2\times10^{-2})^3 = 3/2\times10^{-5}\,m^3$$

$$\xrightarrow{3/2<5} V \sim 10^0\times10^{-5} = 10^{-5}\,m^3$$

$$V_{\text{کل}} = N\times V = 10^{24}\times10^{-5} = 10^{19}\,m^3$$

۱۲۸ گزینهٔ ۴

برای حل این سؤال، رابطهٔ چگالی را به‌صورت مقایسه‌ای نوشته و استفاده می‌کنیم، داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} : \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = \frac{m_{Al}}{m_{Cu}}\times\frac{V_{Cu}}{V_{Al}} \xrightarrow[V_{Al}=A_{Al}h_{Al}=\pi R_{Al}^2 h_{Al}]{V_{Cu}=A_{Cu}h_{Cu}=\pi R_{Cu}^2 h_{Cu}}$$

$$\frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = \frac{m_{Al}}{m_{Cu}}\times\left(\frac{R_{Cu}}{R_{Al}}\right)^2\times\frac{h_{Cu}}{h_{Al}}$$

$$\xrightarrow[\rho_{Al}=2700\frac{kg}{m^3}\;,\;\rho_{Cu}=8100\frac{kg}{m^3}]{m_{Al}=m_{Cu}\;,\;h_{Cu}=h_{Al}}$$

$$\frac{2700}{8100} = 1\times\left(\frac{R_{Cu}}{R_{Al}}\right)^2\times1 \Rightarrow \left(\frac{R_{Cu}}{R_{Al}}\right)^2 = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{R_{Cu}}{R_{Al}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \xrightarrow[D_{Al}=2R_{Al}]{D_{Cu}=2R_{Cu}} \frac{D_{Cu}}{D_{Al}} = \frac{R_{Cu}}{R_{Al}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۱۲۹ گزینهٔ ۳

چگالی یک جسم به‌صورت جرم واحد حجم، یعنی حاصل تقسیم جرم بر حجم اشغال شده توسط ذرات سازندهٔ ماده تعریف می‌شود. چون شکل هندسی جسم، به‌صورت یک کره است و ۸۰٪ این کره توسط ذرات تشکیل‌دهندهٔ جسم اشغال شده، خواهیم داشت:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{80}{100}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)} \xrightarrow[r=10cm=10^{-1}m]{m=8kg\;,\;\pi=3}$$

$$\rho = \frac{8}{\frac{80}{100}\times\frac{4}{3}\times3\times(10^{-1})^3} = 2/5\times10^3\,\frac{kg}{m^3} = 2500\,\frac{kg}{m^3}$$

۱۳۰ گزینهٔ ۱

ابتدا رابطهٔ چگالی را به‌صورت مقایسه‌ای نوشته و استفاده می‌کنیم، داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} : \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A}\times\frac{V_A}{V_B} \xrightarrow[V_A=150cm^3\;,\;V_B=400cm^3]{m_A=m_B}$$

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = 1\times\frac{150}{400} = \frac{3}{8} \Rightarrow \rho_B = \frac{3}{8}\rho_A$$

حالا با استفاده از رابطهٔ چگالی مخلوط و با توجه به این‌که رابطه باید برحسب جرم و چگالی مواد باشد، داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A+m_B}{V_A+V_B} \xrightarrow[V_B=\frac{m_B}{\rho_B}]{V_A=\frac{m_A}{\rho_A}}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A+m_B}{\frac{m_A}{\rho_A}+\frac{m_B}{\rho_B}} \xrightarrow[\rho_B=\frac{3}{8}\rho_A]{m_A=m_B}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A+m_A}{\frac{m_A}{\rho_A}+\frac{m_A}{\frac{3}{8}\rho_A}} = \frac{m_A+m_A}{\frac{m_A}{\rho_A}+\frac{8}{3}\frac{m_A}{\rho_A}} = \frac{2m_A}{\frac{11}{3}\frac{m_A}{\rho_A}} = \frac{6}{11}\rho_A$$

یادداشت:

کار، انرژی و توان

راهبرد حل محاسبهٔ انرژی جنبشی جسم

به‌طور کلی برای جسمی به جرم m که با تندی v حرکت می‌کند، انرژی جنبشی از رابطهٔ $K=\frac{1}{2}mv^2$ به‌دست می‌آید که یکای انرژی جنبشی $\frac{kg\cdot m^2}{s^2}$ خواهد بود و به آن ژول (J) می‌گوییم.

مسائل مربوط به انرژی جنبشی را می‌توان به صورت زیر دسته‌بندی کرد:

دستهٔ اول: استفاده مستقیم از رابطهٔ انرژی جنبشی برای یک جسم:

در این حالت یکی از کمیت‌های جرم جسم (m)، تندی جسم (v) و یا انرژی جنبشی جسم (K) مجهول است، بنابراین با داشتن دو کمیت معلوم و به کمک رابطهٔ انرژی جنبشی به محاسبه مجهول می‌پردازیم.

دستهٔ دوم: تغییر انرژی جنبشی را از ما می‌خواهد (کاهش یا افزایش انرژی جنبشی)

در صورتی که انرژی جنبشی جسم به واسطهٔ تغییر تندی از v_1 به v_2 تغییر کند، در این شرایط برای محاسبهٔ تغییر انرژی جنبشی از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\Delta K=K_2-K_1=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

دستهٔ سوم: درصد تغییر انرژی جنبشی را می‌خواهد:

در این حالت، ابتدا نسبت انرژی جنبشی جسم در حالت دوم به حالت اول را تعیین می‌کنیم و سپس به محاسبه درصد می‌پردازیم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\text{فرمول محاسبه درصد}=\frac{\Delta K}{K_1}\times 100=\frac{K_2-K_1}{K_1}\times 100$$

دستهٔ چهارم: مقایسهٔ انرژی جنبشی دو جسم را از ما می‌خواهد

در این حالت کافی است، از رابطهٔ مقایسه‌ای زیر کمک بگیریم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=\frac{m_2}{m_1}\times\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

در حالت کلی هم v و هم m قابل تغییر است.

۱۳۱ گزینهٔ ۳

در اینجا انرژی جنبشی یک جسم در دو وضعیت K_1، K_2 و تندی اولیهٔ جسم (v_1) به ما داده شده است و تندی نهایی (v_2) از ما خواسته شده است.

به کمک روابط مربوط به مقایسهٔ انرژی جنبشی در دو حالت داریم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=\frac{m_2}{m_1}\times\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow[K_1=4J,\ K_2=5J]{m_1=m_2,\ v_1=4m/s}\frac{5}{4}=\left(\frac{v_2}{4}\right)^2\Rightarrow\frac{\sqrt{5}}{2}=\frac{v_2}{4}$$

$$\Rightarrow v_2=2\sqrt{5}\,m/s$$

۱۳۲ گزینهٔ ۱

در اینجا اندازهٔ تندی جسم (v) تغییر کرده است و از ما درصد تغییر انرژی جنبشی را می‌خواهد. برای محاسبه تغییرات انرژی جنبشی یک جسم، جهت حرکت مهم نیست و فقط مقدار تندی دارای اهمیت می‌باشد. با داشتن تندی در حالت اول $(v_1=10m/s)$ و تندی در حالت دوم $(v_2=8m/s)$ داریم:

$$\text{درصد تغییر}=\frac{K_2-K_1}{K_1}\times 100=\left(\frac{K_2}{K_1}-1\right)\times 100\xrightarrow{\text{جرم ثابت}}$$

$$\text{درصد تغییر}=\left(\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2-1\right)\times 100=\left(\left(\frac{8}{10}\right)^2-1\right)\times 100=-36\%$$

بنابراین انرژی جنبشی، ۳۶درصد کاهش می‌یابد.

۱۳۳ گزینهٔ ۴

ابتدا انرژی جنبشی نهایی جسم (K_2) را برحسب انرژی جنبشی اولیه‌اش (K_1) به‌دست می‌آوریم:

$$K_2=K_1+0.44K_1=1.44K_1$$

به کمک رابطهٔ مقایسهٔ انرژی جنبشی جسم در دو حالت با ثابت ماندن جرم داریم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2\xrightarrow[v_2=v_1+5]{K_2=1.44K_1}$$

$$1.44=\left(\frac{v_1+5}{v_1}\right)^2\Rightarrow 1.2=\frac{v_1+5}{v_1}\Rightarrow 1.2v_1=v_1+5$$

$$\Rightarrow v_1=25\,m/s$$

۱۳۴ گزینهٔ ۴

در اینجا جرم جسم (m) و تندی جسم (v) هردو تغییر کرده‌اند و در اثر این تغییرات، انرژی جنبشی جسم (K) تغییر کرده است. ما باید درصد تغییر تندی جسم را طوری بیابیم که با درصد تغییر جرم و انرژی جنبشی همخوانی داشته باشد. ابتدا مقادیر جرم و انرژی جنبشی را برحسب مقادیر اولیه‌شان می‌یابیم:

$$m_2=m_1-0.20m_1=0.8m_1=\frac{4}{5}m_1$$

$$K_2=K_1+0.25K_1=1.25K_1=\frac{5}{4}K_1$$

به کمک رابطهٔ انرژی جنبشی و مقایسهٔ انرژی در دو حالت داریم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=\frac{m_2}{m_1}\times\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow[m_2=\frac{4}{5}m_1]{K_2=\frac{5}{4}K_1}\frac{5}{4}=\frac{4}{5}\times\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=\frac{5}{4}=1.25$$

$$\text{درصد تغییر تندی}=\frac{v_2-v_1}{v_1}\times 100=\left(\frac{v_2}{v_1}-1\right)\times 100$$

$$=(1.25-1)\times 100=25\%$$

۱۳۵ گزینهٔ ۱

در اینجا نسبت انرژی جنبشی جسم در دو حالت $\left(\frac{K_2}{K_1}=2\right)$ و تندی اولیهٔ جسم (v_1) به ما داده شده است. برای یافتن میزان افزایش تندی جسم، باید ابتدا تندی نهایی جسم را با توجه به رابطهٔ مقایسهٔ انرژی جنبشی جسم در دو حالت مختلف به‌دست آوریم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=\frac{m_2}{m_1}\times\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow[v_1=90km/h=25m/s]{m_1=m_2,\ K_2=2K_1}2=1\times\left(\frac{v_2}{25}\right)^2$$

$$\Rightarrow v_2=25\sqrt{2}\simeq 35\,m/s$$

حال مقدار افزایش تندی متحرک را می‌یابیم:

$$\Delta v=v_2-v_1\xrightarrow[v_2=35m/s]{v_1=25m/s}\Delta v=35-25=10\,m/s$$

دقت کنید: خواسته سؤال، مقدار تغییر تندی جسم بوده، نه تندی نهایی. بنابراین بی‌دقتی در متن سؤال باعث می‌شود شما گزینهٔ «۳» را به اشتباه انتخاب کنید.

۱۳۶ گزینهٔ ۲

در اینجا تندی متحرک افزایش یافته $(v_2=v_1+5)$ و انرژی جنبشی نیز افزایش یافته است. ابتدا نسبت انرژی جنبشی در حالت دوم به حالت اول $\left(\frac{K_2}{K_1}\right)$ را به‌صورت زیر تعیین می‌کنیم:

$$\Delta K=\frac{5}{4}K_1\Rightarrow K_2-K_1=\frac{5}{4}K_1\Rightarrow K_2=\frac{9}{4}K_1$$

حال به کمک رابطهٔ مقایسهٔ انرژی جنبشی جسم در دو حالت با توجه به ثابت ماندن جرم $(m_1=m_2)$ داریم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow\frac{K_2}{K_1}=\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2\xrightarrow[v_2=v_1+5]{K_2=\frac{9}{4}K_1}$$

$$\frac{9}{4}=\left(\frac{v_1+5}{v_1}\right)^2\Rightarrow\frac{3}{2}=\frac{v_1+5}{v_1}\Rightarrow 3v_1=2v_1+10$$

$$\Rightarrow v_1=10\,m/s$$

دقت کنید: افزایش انرژی جنبشی برحسب انرژی جنبشی اولیه $\left(\frac{\Delta K}{K_1}\right)$ را با

انرژی جنبشی نهایی برحسب انرژی جنبشی اولیه $(\frac{K_2}{K_1})$ اشتباه نگیرید وگرنه درحل سؤال با مشکل مواجه خواهید شد.

۱۳۷ گزینهٔ ۲

در این مسئله، هم جرم (m) و هم تندی (v) مجموعه تغییر کرده است. جرم مجموعه دو برابر شده $(m_2 = 2m_1)$ و تندی مجموعه به اندازهٔ $6\,m/s$ کاهش یافته $(v_2 = v_1 - 6)$ و محاسبهٔ تندی اولیه (v_1) مد نظر سؤال است. از رابطهٔ مربوط به مقایسهٔ انرژی جنبشی جسم در دو وضعیت داریم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1}=\frac{m_2}{m_1}\times\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow[K_2=\frac{1}{2}K_1,\ v_2=v_1-6]{m_2=2m_1} \frac{1}{2} = 2\times\left(\frac{v_1-6}{v_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{v_1-6}{v_1}\Rightarrow 2v_1-12=v_1\Rightarrow v_1=12\,m/s$$

۱۳۸ گزینهٔ ۱

انرژی جنبشی یک جسم به جهت حرکت جسم بستگی ندارد. در اینجا جرم (m) و تندی (v) اجسام به ما داده شده است و مقایسهٔ بین انرژی جنبشی آنها را از ما می‌خواهد. با توجه به این‌که جرم و تندی جسم‌های (۲) و (۳) برحسب جرم و تندی جسم (۱) بیان شده‌اند، بهتر است انرژی جنبشی اجسام را برحسب انرژی جنبشی جسم (۱) بیابیم. به کمک رابطهٔ مقایسهٔ انرژی جنبشی بین اجسام داریم:

$$\frac{K_2}{K_1}=\frac{m_2}{m_1}\times\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \xrightarrow[v_2=\frac{v_1}{2}]{m_2=m_1}\frac{K_2}{K_1}=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow K_2=\frac{1}{4}K_1 \quad (K_1>K_2)$$

مقایسهٔ انرژی جنبشی جسم (۳) و (۱):

$$\frac{K_3}{K_1}=\frac{m_3}{m_1}\times\left(\frac{v_3}{v_1}\right)^2\xrightarrow[v_3=2v_1]{m_3=\frac{m_1}{2}}\frac{K_3}{K_1}=\frac{1}{2}\times(2)^2=2$$

$$\Rightarrow K_3=2K_1\quad(K_3>K_1)$$

با توجه به نتایج به‌دست آمده خواهیم داشت:

$$K_3>K_1>K_2$$

۱۳۹ گزینهٔ ۲

نمودار انرژی جنبشی جسم (K) برحسب تندی آن (v) به‌صورت سهمی می‌باشد. در اینجا انرژی جنبشی جسم در دو حالت به ما داده شده است، (K_1, v_1) در حالت اول و (K_1+80, v_1+4) در حالت دوم. با دقت در اطلاعات داده شده می‌بینیم که با افزایش تندی به اندازهٔ $4\,m/s$ انرژی جنبشی جسم $80\,J$ افزایش یافته است، بنابراین داریم: $v_2=v_1+4$

$$K_2=K_1+80\Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{2}mv_1^2+80 \xrightarrow[v_2=v_1+4]{m=2/5=\frac{5}{2}kg}$$

$$\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}(v_1+4)^2=\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}v_1^2+80\xrightarrow{\text{ضرب دو طرف معادله در } \frac{4}{5}}$$

$$v_1^2+8v_1+16=v_1^2+64\Rightarrow 8v_1=48\Rightarrow v_1=6\,m/s$$

۱۴۰ گزینهٔ ۲

در اینجا نمودار انرژی جنبشی دو جسم با جرم‌های معلوم (m_B, m_A) برحسب تندی آنها به ما داده شده است. از روی نمودار در موقعیتی که تندی دو جسم یکسان است $(v_1=v_2=v')$ انرژی جنبشی جسم A به اندازهٔ $16\,J$ از انرژی جنبشی جسم B بیشتر است. بنابراین به کمک رابطهٔ مقایسهٔ انرژی جنبشی دو جسم داریم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow\frac{K_A}{K_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2$$

$$\xrightarrow[K_B=K_1,\ m_B=2kg]{K_A=K_1+16,\ m_A=10kg}\frac{K_1+16}{K_1}=\frac{10}{2}\Rightarrow K_1=4\,J$$

حال به کمک داده‌های مربوط به نمودار متحرک B (K_B, v_B) داریم:

$$K_B=\frac{1}{2}m_Bv_B^2\xrightarrow[m_B=2kg]{K_B=4J,\ v_B=v'}4=\frac{1}{2}\times2\times v'^2$$

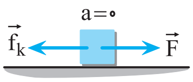
$$\Rightarrow v'^2=4\Rightarrow v'=2\,m/s$$

۱۴۱ گزینهٔ ۱

در حالت اول چون که نیروی دست ما بر جابه‌جایی عمود است، کار نیروی دست صفر است. در حالت دوم که تندی تغییر می‌کند، زاویهٔ نیروی دست ما با راستای جابه‌جایی الزاماً عمود نمی‌باشد، بنابراین کار انجام شده غیر صفر خواهد بود.

۱۴۲ گزینهٔ ۳

در اینجا کار نیروی $\vec{F}$ را از ما می‌خواهد و اندازهٔ این نیرو معلوم نیست. برای محاسبهٔ این نیرو از صفر بودن نیروی خالص با توجه به ثابت بودن تندی کمک می‌گیریم:



$$F=f_k=200\,N$$

جابه‌جایی جسم در مدت زمان یک دقیقه برابر است با:

$$d=vt\xrightarrow[t=60s]{v=4m/s}d=4\times60=240\,m$$

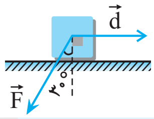
برای محاسبهٔ کار این نیرو داریم:

$$W=Fd\xrightarrow[d=240m]{F=200N}$$

$$W=200\times240=48000\,J=48\,kJ$$

۱۴۳ گزینهٔ ۲

برای محاسبهٔ کار یک نیرو در یک جابه‌جایی مشخص، دانستن اندازهٔ نیرو $(F=10N)$ و جابه‌جایی $(d=5m)$ و زاویهٔ بین آن‌ها $(\theta=120^\circ)$ لازم است. در اینجا زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی ۱۲۰ درجه است بنابراین داریم:

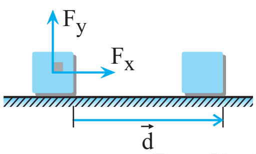


$$W=Fd\cos\theta\xrightarrow[\theta=120^\circ]{F=10N,\ d=5m}$$

$$W=10\times5\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-25\,J$$

۱۴۴ گزینهٔ ۳

در اینجا مؤلفه‌های نیرو در دو راستا، یکی در امتداد جابه‌جایی $(F_x=15N)$ و دیگری عمود بر امتداد جابه‌جایی $(F_y=20N)$ به ما داده شده است و کار این نیرو را از ما می‌خواهد. ما می‌دانیم که کار نیروی عمود بر جابه‌جایی (F_y) صفر است $(\theta=90^\circ\Rightarrow\cos\theta=0\Rightarrow W=0)$ بنابراین کافی است کار نیرو در جهت جابه‌جایی (F_x) را بیابیم:



$$W=Fd\cos\theta\xrightarrow[\theta=0^\circ]{F_x=15N,\ d=10m}$$

$$W=15\times10\times1=150\,J$$

دقت کنید: در صورتی که اندازه بردار را حساب کنید $F=\sqrt{15^2+20^2}=25\,N$ و سپس از رابطهٔ $W=Fd=25\times10=250\,J$ استفاده می‌کردید، به اشتباه گزینهٔ «۱» را انتخاب می‌کردید.

۱۴۵ گزینهٔ ۲

در اینجا کار نیروی ثابت ورزشکار، در مسیر رفت و برگشت وزنه که به‌طور یکنواخت انجام گرفته را از ما می‌خواهد.

با توجه به این‌که وزنه به‌طور یکنواخت جابه‌جا می‌شود، برایند نیروهای وارد بر وزنه صفر می‌باشد، بنابراین نیروی وزن و نیروی ورزشکار همواره مساوی و در خلاف جهت همدیگرند.

در مسیر بالا بردن وزنه، نیروی ورزشکار $(\vec{F})$ در جهت جابه‌جایی وزنه است و داریم:

$$W_F=Fd\cos\theta\xrightarrow[\theta=0^\circ,\ d=0/4m]{F=mg=500N}$$

$W_F = 500\times 0.4\times 1 = 200\,J$

در مسیر پایین آوردن وزنه، نیروی ورزشکار ($\vec{F}$) در خلاف جهت جابه‌جایی وزنه است و داریم:

$$W_F = Fd\cos\theta \xrightarrow[\theta=180^\circ\ ,\ d=0.4m]{F=mg=500N}$$

$$W_F = 500\times 0.4\times(-1) = -200\,J$$

۱۴۶ گزینهٔ ۱

در اینجا جرم کل و شتاب حرکت مجموعه معلوم است. با دانستن این داده‌ها به کمک قانون دوم نیوتون داریم:

$$F = ma \xrightarrow[a=0.5m/s^2]{m=36+10=46kg} F = 46\times 0.5 = 23\,N$$

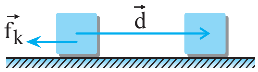
چون نیرو و جابه‌جایی در یک جهت‌اند، کار نیروی $\vec{F}$ برابر است با:

$$W = Fd \xrightarrow[d=2.5m]{F=23N} W = 23\times 2.5 = 57.5\,J$$

راهبرد حل: برای جسمی که روی یک سطح می‌لغزد، کار نیروی سطح برابر کار نیروی اصطکاک جنبشی است زیرا نیروی عمودی تکیه‌گاه به‌دلیل عمود بودن بر جابه‌جایی کاری انجام نمی‌دهد ($\cos\theta = \cos 90^\circ = 0$)

۱۴۷ گزینهٔ ۳

در اینجا کار نیروی سطح را از ما می‌خواهد. سطح به جسم دو نیروی اصطکاک و عمودی تکیه‌گاه را وارد می‌کند. از طرفی کار نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر است ($\theta = 90^\circ \Rightarrow W_{F_N} = 0$) بنابراین کافی است کار نیروی اصطکاک را محاسبه کنیم.



اندازه نیروی اصطکاک جنبشی برابر است با:

$$mg = 5f_k \xrightarrow[g=10m/s^2]{m=5kg} 50 = 5f_k \Rightarrow f_k = 10\,N$$

کار نیروی سطح که برابر با کار نیروی اصطکاک می‌باشد برابر است با:

$$W = f_k d\cos\theta \xrightarrow[\theta=180^\circ]{f_k=10N\ ,\ d=5m}$$

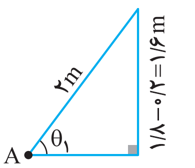
$$W = 10\times 5\times\cos 180^\circ \Rightarrow W = -50\,J$$

۱۴۸ گزینهٔ ۲

کاری که نیروی شخص انجام می‌دهد، از رابطهٔ $W = Fd\cos\theta$ به‌دست می‌آید که برای هر دو حالت یکسان است. با توجه به اینکه جابه‌جایی در هر دو حالت یکسان است، داریم:

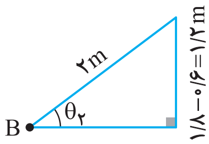
$$\frac{W_{F_2}}{W_{F_1}} = \frac{F_2}{F_1}\times\frac{d_2}{d_1}\times\frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1} \xrightarrow[W_{F_2}=W_{F_1}]{d_1=d_2} \frac{F_2}{F_1} = \frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2}$$

برای محاسبهٔ $\cos\theta_1$ و $\cos\theta_2$ به کمک قضیهٔ فیثاغورث و نسبت‌های مثلثاتی خواهیم داشت:



$\sqrt{2^2-(1.6)^2} = 1.2\,m$

$$\cos\theta_1 = \frac{1.2}{2} = 0.6$$



$\sqrt{2^2-(1.2)^2} = 1.6\,m$

$$\cos\theta_2 = \frac{1.6}{2} = 0.8$$

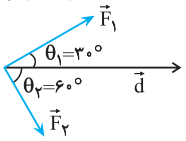
نسبت نیرو در حالت دوم به حالت اول برابر است با:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2} = \frac{0.6}{0.8} = \frac{3}{4} = 0.75$$
$$\Rightarrow F_2 = 0.75F_1$$

بنابراین نیرو باید ۲۵ درصد کاهش یابد تا کار انجام شده در هر دو حالت یکسان شود.

۱۴۹ گزینهٔ ۳

در اینجا اندازهٔ نیروها ($F_1 = 6N$ و $F_2 = 3N$) و زاویه‌ها ($\theta_1 = 30^\circ$ و $\theta_2 = 60^\circ$) به ما داده شده است و نسبت کار آنها در یک جابه‌جایی معین ($d = 10m$) را از ما می‌خواهد. بنابراین کافی است از رابطهٔ مقایسه‌ای بهره بگیریم:

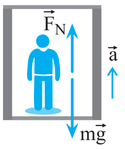


$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{F_1}{F_2}\times\frac{d_1}{d_2}\times\frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2}$$

$$\xrightarrow[d_1=d_2\ ,\ \theta_2=60^\circ]{F_1=6N\ ,\ F_2=3N\ ,\ \theta_1=30^\circ} \frac{W_1}{W_2} = \frac{6}{3}\times 1\times\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{3}$$

۱۵۰ گزینهٔ ۳

به کمک قانون دوم نیوتون ابتدا به محاسبهٔ نیروی عمودی تکیه‌گاه بر جسم می‌پردازیم:



$$F_{\text{خالص}} = ma \Rightarrow \vec{F}_N - mg = ma \Rightarrow$$

$$\vec{F}_N = m(g+a) \xrightarrow[g=10m/s^2\ ,\ a=2m/s^2]{m=50kg}$$

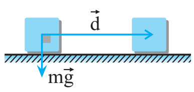
$$\vec{F}_N = 50(10+2) = 600\,N$$

نیروی عمودی تکیه‌گاه به‌طرف بالا و هم‌جهت با بردار جابه‌جایی است، پس می‌توان نوشت:

$$W = \vec{F}_N d\cos\theta \xrightarrow[\theta=0]{F_N=600N\ ,\ d=5m} W = 600\times 5\times 1 = 3000\,J$$

۱۵۱ گزینهٔ ۱

کار نیروی وزن در جابه‌جایی افقی همواره صفر است.

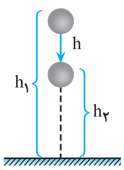


$$W = mgd\cos\theta = mgd\cos 90^\circ = 0$$

۱۵۲ گزینهٔ ۲

کار نیروی گرانش یا کار نیروی وزن در جابه‌جایی جسم از ارتفاع h_1 به ارتفاع h_2 رو به پایین برابر است با:

$$W = mgh \xrightarrow[h=h_1-h_2=10-7=3m]{m=0.2kg\ ,\ g=10m/s^2} W = 0.2\times 10\times 3 = 6\,J$$



دقت کنید: کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و صرفاً به اختلاف ارتفاع دو موقعیت ابتدایی و پایانی (جابه‌جایی قائم) وابسته است. در اینجا جابه‌جایی نهایی به‌طرف پایین است و کار نیروی وزن مثبت می‌باشد.

راهبرد حل: کار نیروی وزن همواره از رابطهٔ $W_{mg} = \pm mgh$ به‌دست می‌آید که $W_{mg} = +mgh$ برای حرکت رو به پایین و $W_{mg} = -mgh$ برای حرکت رو به بالا است. h جابه‌جایی جسم در امتداد قائم می‌باشد. دقت کنید که کار نیروی وزن برای جابه‌جایی در امتداد افق صفر است.

۱۵۳ گزینهٔ ۴

چون جسم به‌طرف پایین جابه‌جا شده کار نیروی وزن مثبت و از رابطهٔ $W_{mg} = +mgh$ به‌دست می‌آید:

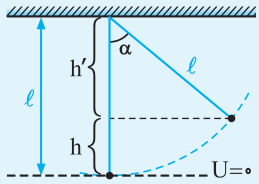
$$W_{mg} = +mgh \xrightarrow{m=2kg\ ,\ h=5m}$$

$$W_{mg} = 2\times 10\times 5 = 100\,J$$

دقت کنید: نیازی به نیروی اصطکاک و زاویه در محاسبهٔ کار نیروی وزن نیست.

راهبرد حل مسائلی که جسم مسیر دایره‌ای قائم را طی می‌کند

اگر پایین‌ترین نقطه‌ای که جسم متصل به طناب (در آونگ) از آن عبور می‌کند را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، ارتفاع جسم در هر مکان از رابطهٔ $h=\ell(۱-\cos\alpha)$ به‌دست می‌آید که α انحراف آونگ از امتداد قائم است.



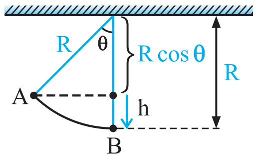
مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی

$$\cos\alpha=\frac{h'}{\ell}\Rightarrow$$
$$h'=\ell\cos\alpha$$
$$h=\ell-h'\xrightarrow{h'=\ell\cos\alpha}$$
$$h=\ell(۱-\cos\alpha)$$

۱۵۴ گزینهٔ ۱

جابه‌جایی جسم در راستای قائم به‌طرف پایین برابر است با:

$$h=R-R\cos\theta\xrightarrow[\theta=۵۳^\circ]{R=۳۰cm=۰/۳m}$$
$$h=۰/۳-۰/۳\times۰/۶=۰/۱۲m$$

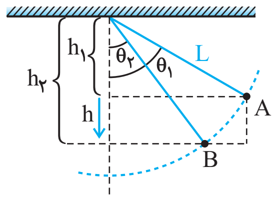


کار نیروی وزن در جابه‌جایی به اندازهٔ h به‌طرف پایین برابر است با:

$$W=mgh\xrightarrow[h=۰/۱۲m]{mg=۱N}W=۱\times۰/۱۲=۰/۱۲J$$

۱۵۵ گزینهٔ ۱

برای محاسبهٔ کار نیروی وزن ابتدا جابه‌جایی جسم در امتداد قائم را به‌دست می‌آوریم و چون جابه‌جایی به سمت پایین است کار نیروی وزن مثبت و برابر $W_{mg}=+mgh$ است.



$$h=h_۲-h_۱\xrightarrow[h_۲=\ell\cos\theta_۲]{h_۱=\ell\cos\theta_۱}h=\ell(\cos\theta_۲-\cos\theta_۱)$$
$$\xrightarrow[\theta_۱=۶۰^\circ,\ \theta_۲=۵۳^\circ]{\ell=۱۰cm=۰/۱m}h=۰/۱(۰/۶-۰/۵)=۰/۰۱m$$

کار نیروی وزن در این جابه‌جایی رو به پایین برابر است با $W_{mg}=+mgh$ بنابراین داریم:

$$W=+mgh\xrightarrow[h=۰/۰۱m]{m=۲kg\ ,\ g=۱۰m/s^۲}$$
$$W=۲\times۱۰\times۰/۰۱=۰/۲J$$

۱۵۶ گزینهٔ ۳

کار کل (کار برایند نیروهای وارد بر یک جسم) با مجموع جبری کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم برابر است. بنابراین اگر کار برایند نیروهای وارد بر جسمی در یک مسیر صفر باشد، مجموع کار نیروهای وارد بر جسم در آن جابه‌جایی صفر است.

۱۵۷ گزینهٔ ۳

در اینجا نیروهای: ۱) نیروی تراکتور $(\vec{F}_۱)$، ۲) نیروی اصطکاک $(\vec{f}_k)$، ۳) نیروی وزن، ۴) نیروی عمودی تکیه‌گاه به سورتمه وارد می‌شوند که کار نیروهای وزن و عمودی تکیه‌گاه صفر می‌باشد $(\theta=۹۰^\circ)$ ابتدا کار نیروهای تراکتور و اصطکاک را به‌طور مجزا محاسبه می‌کنیم:

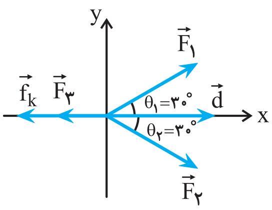
$$W_۱=F_۱d\cos\theta\xrightarrow[\theta=۴۵^\circ]{F_۱=۶۰۰\sqrt{۲}N\ ,\ d=۱۰۰۰m}$$
$$W_۱=۶۰۰\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times۱۰۰۰=۶\times۱۰^۵J$$
$$W_۲=f_kd\cos\theta\xrightarrow[\theta=۱۸۰^\circ]{f_k=۴۲۰N\ ,\ d=۱۰۰۰m}$$
$$W_۲=۴۲۰\times۱۰۰۰\times(-۱)=-۴/۲\times۱۰^۵J$$

کار کل برابر است با:

$$W_t=W_۱+W_۲\xrightarrow[W_۲=-۴/۲\times۱۰^۵J]{W_۱=۶\times۱۰^۵J}$$
$$W_t=۶\times۱۰^۵-۴/۲\times۱۰^۵=۱/۸\times۱۰^۵J$$

۱۵۸ گزینهٔ ۲

کار کل نیروهای وارد بر یک جسم برابر است با جمع جبری کار تک‌تک نیروها، در اینجا کار کل صفر است. با مساوی قرار دادن کار کل نیروها برابر صفر نسبت نیروی اصطکاک به نیروی F به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

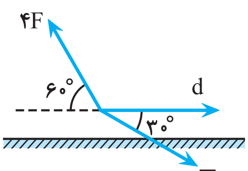


$$W_{کل}=W_{F_۱}+W_{F_۲}+W_{F_۳}+W_{f_k}$$
$$=F_۱d\cos\theta_۱+F_۲d\cos\theta_۲-F_۳d-f_kd$$
$$\xrightarrow[\theta_۲=۳۰^\circ]{\theta_۱=۳۰^\circ}W_{کل}=Fd\cos۳۰^\circ+Fd\cos۳۰^\circ-Fd-f_kd=۰$$
$$\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۲}Fd+\frac{\sqrt{۳}}{۲}Fd-Fd=f_kd\Rightarrow(\sqrt{۳}-۱)F=f_k$$
$$\Rightarrow\frac{f_k}{F}=\sqrt{۳}-۱$$

۱۵۹ گزینهٔ ۳

کار کل نیروهای وارد بر یک جسم با جمع جبری کار تک‌تک نیروها برابر است. در اینجا کار هر کدام از نیروها را جداگانه به‌دست می‌آوریم و با هم جمع می‌کنیم. سپس رابطهٔ بین کار کل نیروها را در دو حالت می‌یابیم:

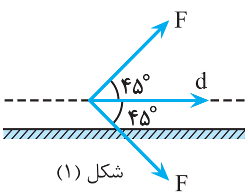
بنابراین برای شکل (۲) فرض می‌کنیم جابه‌جایی به سمت راست باشد، لذا خواهیم داشت:



شکل (۲)

$$W_{کل}=W_{F_۱}+W_{F_۲}$$
$$\Rightarrow W_۲=F_۱d\cos\theta_۱+F_۲d\cos\theta_۲$$
$$\xrightarrow[F_۱=\sqrt{۳}F\ ,\ F_۲=۴F]{\theta_۱=۳۰^\circ\ ,\theta_۲=۱۲۰^\circ}$$
$$W_۲=\sqrt{۳}Fd\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}-۴Fd\times\frac{۱}{۲}$$
$$=-۰/۵Fd$$

برای شکل (۱) داریم:



شکل (۱)

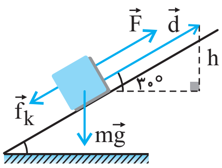
$$W_{کل}=W_{F_۱}+W_{F_۲}$$
$$\Rightarrow W_۱=F_۱d\cos\theta_۱+F_۲d\cos\theta_۲$$
$$\xrightarrow[F_۱=F_۲=F]{\theta_۱=\theta_۲=۴۵^\circ}$$
$$W_۱=\frac{\sqrt{۲}}{۲}Fd+\frac{\sqrt{۲}}{۲}Fd=\sqrt{۲}Fd$$

برای به‌دست آوردن رابطهٔ بین $W_۱$, $W_۲$ داریم:

$$\left|\frac{W_۱}{W_۲}\right|=\frac{\sqrt{۲}Fd}{۰/۵Fd}=\frac{۱/۴}{۰/۵}=۲/۸\Rightarrow|W_۱|=۲/۸|W_۲|$$

۱۶۰ گزینهٔ ۲

در اینجا سه نیروی وزن، اصطکاک جنبشی و $\vec{F}$ به جسم وارد می‌شود و اندازهٔ این نیروها، جابه‌جایی و زاویهٔ بین این نیروها و جابه‌جایی معلوم‌اند. بنابراین کار نیروها را محاسبه و با هم جمع می‌کنیم:



$$W_{\text{کل}} = W_F + W_{mg} + W_{f_k} \Rightarrow W_{\text{کل}} = Fd - mgh - f_k d$$

$$\xrightarrow[d=\frac{h}{\sin 30}=\frac{1}{0.5}=2m\ ,\ h=1m]{F=30N\ ,\ f_k=10N\ ,\ mg=20N} W_{\text{کل}} = 60-20-20 = 20J$$

۱۶۱ گزینهٔ ۳

نیروهای وارد بر اتومبیل نیروی وزن و نیروی اصطکاک می‌باشد که کار نیروی وزن به دلیل عمود بودن بر جابه‌جایی صفر $(\theta = 90°)$ و کار نیروی اصطکاک منفی است $(\theta = 180°)$. طبق قضیهٔ کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W = \Delta K \Rightarrow W_f = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow[v_1=54km/h=15m/s]{m=600kg\ ,\ v_2=0}$$

$$W_f = \frac{1}{2}\times 600\times(0-15^2) = -67500J = -67.5kJ$$

۱۶۲ گزینهٔ ۱

هدف، محاسبهٔ کار برایند نیروهای وارد بر اتومبیل در یک بازهٔ زمانی معین است که با داشتن جرم اتومبیل (m)، سرعت اولیه و ثانویه آن به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی قابل محاسبه است. بنابراین داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow[v_1=2m/s\ ,\ v_2=12m/s]{m=2\times 10^3 kg}$$

$$W_t = \frac{1}{2}\times 2\times 10^3(12^2 - 2^2) = 140\times 10^3 J = 140kJ$$

۱۶۳ گزینهٔ ۲

در متن سؤال اشاره شده که جسم با سرعت ثابت بالا می‌رود، بنابراین انرژی جنبشی جسم همواره ثابت است. طبق قضیهٔ کار- انرژی جنبشی کار برایند نیروهای وارد بر جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است، لذا با ثابت ماندن انرژی جنبشی جسم، کار برایند نیروها صفر می‌باشد.

$$W_t = K_2 - K_1 \xrightarrow{K_1=K_2} W_t = 0$$

۱۶۴ گزینهٔ ۳

در اینجا جرم جسم (m) و تندی اولیه (v_1) و تندی ثانویه (v_2) جسم معلوم هستند. برای این‌که اتلاف انرژی جسم را محاسبه کنیم، به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی به‌صورت زیر به محاسبهٔ این انرژی می‌پردازیم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow[v_2=54km/h=15m/s]{m=0.4kg\ ,\ v_1=20m/s}$$

$$W_t = \frac{1}{2}\times 0.4(15^2 - 20^2) = -35J$$

بنابراین $35J$ اتلاف انرژی تکه گل می‌باشد.

دقت کنید تنها نیرویی که روی تکه گل کار انجام می‌دهد، کار نیروی اصطکاک (مقاومت هوا) است.

۱۶۵ گزینهٔ ۴

در اینجا کاهش تندی گلوله به معنای این است که نیروی وارد بر گلوله در خلاف جهت حرکت گلوله به آن وارد می‌شود. ابتدا با داشتن جرم گلوله (m) و تندی اولیه (v_1) و تندی ثانویه (v_2) گلوله به محاسبهٔ تغییر انرژی جنبشی می‌پردازیم:

$$\Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow[v_1=500m/s\ ,\ v_2=100m/s]{m=42\times 10^{-3}kg}$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}\times 42\times 10^{-3}(100^2 - 500^2) = -5040J$$

مقدار گرمای منتقل شده به گلوله برابر است با:

$$Q = 0.1\Delta K = 0.1\times(5040) = 504J$$

برای محاسبه گرما برحسب کالری داریم:

$$Q = 504J\times\frac{1\,cal}{4.2J} = 120cal$$

۱۶۶ گزینهٔ ۳

ابتدا به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی به محاسبهٔ رابطهٔ بین انرژی جنبشی در نقاط A و B می‌پردازیم:

$$W_t = K_B - K_A \xrightarrow{W_t=-0.36K_A}$$

$$-0.36K_A = K_B - K_A \Rightarrow K_B = 0.64K_A$$

به کمک رابطهٔ انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_B}{K_A} = (\frac{v_B}{v_A})^2 = 0.64 \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = 0.8$$

اندازهٔ تغییر تندی جسم به تندی اولیهٔ آن به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\left|\frac{\Delta v}{v_A}\right| = \left|\frac{v_B - v_A}{v_A}\right| = \left|\frac{0.8v_A - v_A}{v_A}\right| = 0.2$$

دقت کنید تنها نیرویی که روی توپ کار انجام می‌دهد نیروی اصطکاک است به همین دلیل کار کل را برابر کار نیروی اصطکاک در نظر گرفتیم و نیز بدانید کار نیروی اصطکاک مقداری منفی است.

۱۶۷ گزینهٔ ۴

در اینجا سرعت جسم در دو موقعیت $(v_1$ و $v_2)$ و جرم جسم (m) به ما داده شده و کار برایند نیروهای وارد بر جسم (W_t) را از ما می‌خواهند. بنابراین به کمک قضیهٔ کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow[m=2kg]{v_1=20m/s\ ,\ v_2=10m/s}$$

$$W_t = \frac{1}{2}\times 2(10^2 - 20^2) = -300J$$

۱۶۸ گزینهٔ ۳

در اینجا کار برایند نیروها را از ما خواسته که با محاسبهٔ انرژی جنبشی در ابتدا و انتهای مسیر قابل محاسبه است.

برای حل به‌صورت زیر عمل کنیم:

۱) ابتدا با داشتن سرعت جسم (v) و انرژی جنبشی آن (K) به محاسبهٔ جرم آن می‌پردازیم که در محاسبهٔ کار برایند نیروها لازم است:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \xrightarrow[v_1=10m/s]{K_1=100J} 100 = \frac{1}{2}\times m\times 100$$

$$\Rightarrow m = 2kg$$

۲) دقت کنید که انرژی جنبشی جسم به جهت حرکت بستگی ندارد و فقط اندازهٔ سرعت (تندی) مهم است. لذا انرژی جنبشی در موقعیت بعدی برابر است با:

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \xrightarrow[v_2=20m/s]{m=2kg} K_2 = \frac{1}{2}\times 2\times(20)^2 = 400J$$

۳) کار برایند نیروهای وارد بر جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است، بنابراین داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 = 400 - 100 = 300J$$

۱۶۹ گزینهٔ ۲

در اینجا جرم مجموعه (m)، تندی اولیه (v_A) و کار کل (W_t) معلوم‌اند و تندی نهایی (v_B) را نداریم و باید به‌دست بیاوریم تا بتوانیم به محاسبهٔ تغییرات تندی بپردازیم. با توجه به این‌که مسیر حرکت تأثیری در به‌کارگیری قضیهٔ کار- انرژی جنبشی ندارد، خواهیم داشت:

$$W_t = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 \xrightarrow[v_A=36km/h=10m/s]{W_t=2.1\times 10^3 J\ ,\ m=200kg}$$

$$2.1\times 10^3 = \frac{1}{2}\times 200\times v_B^2 - \frac{1}{2}\times 200\times(10)^2$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 121 \Rightarrow v_B = 11m/s$$

تغییر در تندی خودرو برابر است با:

$$\Delta v = v_B - v_A = 11 - 10 = 1m/s$$

۱۷۰ گزینهٔ ۳

متن سؤال نسبت کار کل برای یک خودرو در دو جابه‌جایی را از ما خواسته است که به راحتی به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی به محاسبهٔ این نسبت می‌پردازیم.

تندی خودرو در سه مکان A، B و C داده شده، بنابراین داریم:

کار کل در جابه‌جایی B تا C: $W_۲ = \frac{۱}{۲}m(v_C^۲ - v_B^۲)$

$$\xrightarrow[v_B=v]{v_C=۳v} W_۲ = \frac{۱}{۲}m(۹v^۲ - v^۲) = ۴mv^۲$$

کار کل در جابه‌جایی A تا B: $W_۱ = \frac{۱}{۲}m(v_B^۲ - v_A^۲)$

$$\xrightarrow[v_A=۰]{v_B=v} W_۱ = \frac{۱}{۲}m(v^۲ - ۰) = \frac{۱}{۲}mv^۲$$

نسبت $\frac{W_۲}{W_۱}$ برابر است با: $\frac{W_۲}{W_۱} = \frac{۴mv^۲}{\frac{۱}{۲}mv^۲} = ۸$

۱۷۱ گزینهٔ ۴

طبق قضیهٔ کار- انرژی جنبشی، کار کل با تغییر انرژی جنبشی جسم یکسان است. در اینجا اجسام از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند، بنابراین انرژی جنبشی اولیهٔ آنها صفر است $(K_{۱A} = K_{۱B} = ۰)$. با مساوی قرار دادن کار کل اجسام A و B به محاسبهٔ نسبت تندی دو جسم به‌صورت زیر می‌پردازیم:

$$W_{t_A} = W_{t_B} \Rightarrow K_{۲A} = K_{۲B}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}m_A v_A^۲ = \frac{۱}{۲}m_B v_B^۲$$

$$\xrightarrow[m_B=۳m]{m_A=m} mv_A^۲ = ۳mv_B^۲ \Rightarrow \frac{v_A^۲}{v_B^۲} = ۳ \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{۳}$$

۱۷۲ گزینهٔ ۳

برای این‌که ورزشکار توپ را با بیش‌ترین تندی ممکن پرتاب کند، باید نیرویی در جهت جابه‌جایی $(\theta = ۰^\circ)$ به توپ وارد کند. در اینجا اندازهٔ نیرو (F)، جابه‌جایی (d)، جرم توپ (m) و تندی اولیه $(v_۰)$ توپ معلوم است. بنابراین به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی داریم:

$$W = Fd = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \xrightarrow[m=۰/۱۴۵kg\ ,\ v_۱=۰]{F=۸۰N\ ,\ d=۱/۴۵m}$$

$$۸۰\times۱/۴۵ = \frac{۱}{۲}\times۰/۱۴۵(v_۲^۲ - ۰) \Rightarrow v_۲^۲ = ۱۶۰۰ \Rightarrow v_۲ = ۴۰m/s$$

۱۷۳ گزینهٔ ۳

در اینجا نیروی وزن $(m\vec{g})$ در خلاف جهت حرکت جعبه و نیروی دست شخص $(\vec{F})$ در جهت حرکت جعبه به آن وارد شده و تندی نهایی $(v_۲)$ را از ما می‌خواهد. ابتدا کار تک‌تک نیروها را محاسبه می‌کنیم و سپس به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی به محاسبه تندی نهایی می‌پردازیم. برای محاسبه کار کل داریم:

$$W_t = W_F + W_{mg} = Fd - mgh \xrightarrow[g=۱۰m/s^۲\ ,\ h=۱m]{m=۴kg\ ,\ F=۵۰N}$$

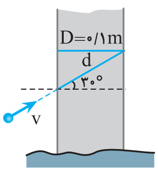
$$W_t = ۵۰ - ۴۰ = ۱۰J$$

به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_۲ - K_۱ \xrightarrow{K_۱=۰} W_t = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$

$$\xrightarrow[m=۴kg]{W_t=۱۰J} ۱۰ = \frac{۱}{۲}\times۴\times v_۲^۲ \Rightarrow v_۲^۲ = ۵ \Rightarrow v = \sqrt{۵}\,m/s$$

۱۷۴ گزینهٔ ۴



گلوله با انرژی جنبشی اولیه‌ای که دارد $(K_۱)$ به درخت برخورد می‌کند و به‌خاطر وجود نیروی مقاوم با کاهش انرژی جنبشی مواجه می‌شود که این کاهش انرژی برابر با کار این نیروی مقاوم است $(\Delta K = W_f)$. بنابراین برای محاسبهٔ اندازهٔ نیروی مقاوم وارد بر گلوله به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$W_f = \Delta K \Rightarrow -fd = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\xrightarrow[v_۱=۲۰m/s\ ,v_۲=۱۰m/s\ ,\ m=۰/۰۱kg]{d=\frac{D}{\cos ۳۰^\circ}=\frac{۰/۲}{\sqrt{۳}}m}$$

$$-f\times\frac{۰/۲}{\sqrt{۳}} = \frac{۱}{۲}\times۰/۰۱(۱۰۰ - ۴۰۰) \Rightarrow f = ۷/۵\sqrt{۳}\,N$$

۱۷۵ گزینهٔ ۴

در اینجا مجموعهٔ شخص و آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند و نیروهای وارد بر شخص عبارتند از دو نیروی وزن و نیروی عمودی سطح (همان نیروی آسانسور به شخص). جمع کار این دو نیرو به دلیل ثابت بودن تندی جسم صفر می‌باشد. به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی به محاسبهٔ کار نیروی آسانسور می‌پردازیم:

$$W_{کل} = W_{mg} + W_{F_N} = ۰ \xrightarrow{W_{mg}=-mgh}$$

$$W_{F_N} = mgh \xrightarrow[h=۶m]{m=۷۵kg} W_{F_N} = ۷۵\times۱۰\times۶ = ۴۵۰۰J$$

۱۷۶ گزینهٔ ۳

در اینجا نیروی وارد بر قایق‌ها و جابه‌جایی قایق‌ها یکسان است. تنها نیروی وارد بر قایق‌ها در راستای جابه‌جایی، همان نیروی $\vec{F}$ می‌باشد. بنابراین کل کار برابر کار نیروی $\vec{F}$ می‌باشد. به این ترتیب داریم:

$$W_t = K_۲ - K_۱ \xrightarrow{K_۱=۰} W_t = K_۲ \xrightarrow{W_t=Fd} K_۲ = Fd$$

برای هر دو قایق، F و d یکسان است، بنابراین $(K_۲)_A = (K_۲)_B$

برای مقایسه تندی قایق‌ها داریم:

$$(K_۲)_A = (K_۲)_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}m_A v_A^۲ = \frac{۱}{۲}m_B v_B^۲$$

$$\xrightarrow[m_B=۲m]{m_A=\frac{m}{۲}} \left(\frac{m}{۲}\right)v_A^۲ = (۲m)v_B^۲ \Rightarrow v_A = ۲v_B$$

$$\Rightarrow v_A > v_B$$

۱۷۷ گزینهٔ ۱

هدف سؤال محاسبهٔ مقدار و جهت نیرویی است که بر اثر وارد شدن به جسم، انرژی جنبشی آن را به $۱۰۰J$ برساند. حال اگر این انرژی جنبشی بیشتر از انرژی جنبشی اولیه جسم باشد، نیرو در جهت جابه‌جایی به جسم وارد می‌شود و اگر این انرژی جنبشی کمتر از انرژی جنبشی اولیه جسم باشد، نیرو در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود. بنابراین با داشتن جرم (m) و سرعت اولیه جسم $(v_۱)$ به محاسبهٔ انرژی جنبشی اولیهٔ جسم می‌پردازیم:

$$K_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \xrightarrow[v_۱=۱۰m/s]{m=۸kg} K_۱ = \frac{۱}{۲}\times۸\times۱۰۰ = ۴۰۰J$$

انرژی جنبشی جسم کاهش یافته $(K_۲ < K_۱)$، بنابراین نیروی مورد نظر در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود. برای محاسبهٔ این نیرو به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = Fd = K_۲ - K_۱ \xrightarrow[K_۱=۴۰۰J\ ,\ K_۲=۱۰۰J]{d=۴m}$$

$$۴F = ۱۰۰ - ۴۰۰ \Rightarrow F = -۷۵N$$

۱۷۸ گزینهٔ ۴

روش اول: انرژی جنبشی اولیهٔ جسم $(K_۱)$ و نیروی $\vec{F}_۱$ و جابه‌جایی معلوم‌اند. ابتدا به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی کار نیروی $\vec{F}_۲$ را محاسبه می‌کنیم. اگر کار این نیرو مثبت باشد، یعنی این نیرو در جهت محور x به جسم وارد شود و اگر کار این نیرو منفی باشد، یعنی این نیرو در خلاف جهت محور x به جسم وارد شده است. به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = W_{F_۱} + W_{F_۲} = K_۲ - K_۱$$

$$\xrightarrow[K_۲=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲=\frac{۱}{۲}\times۱۰\times۴۰=۲۰۰J]{W_{F_۱}=F_۱d=۲۰\times۵=۱۰۰J\ ,\ K_۱=۱۲۵J}$$

$$۱۰۰ + W_{F_۲} = ۲۰۰ - ۱۲۵ \Rightarrow W_{F_۲} = -۲۵J$$

کار این نیرو منفی است، بنابراین در جهت منفی محور x به جسم وارد شده است. اندازهٔ این نیرو $(\vec{F}_۲)$ برابر است با:

$$W_{F_۲} = -F_۲ d \Rightarrow -۲۵ = -F_۲\times۵$$

$$\Rightarrow F_۲ = ۵N \Rightarrow \vec{F}_۲ = -۵\vec{i}$$

روش دوم: با توجه به متن سؤال برای حل، مراحل زیر را در نظر می‌گیریم:

۱) ابتدا انرژی جنبشی ثانویهٔ جسم را محاسبه می‌کنیم تا با مقایسهٔ آن با انرژی جنبشی اولیه دریابیم که برایند نیروها در جهت حرکت به جسم وارد می‌شود یا در خلاف جهت حرکت جسم. با معلوم بودن جرم (m) و تندی جسم (v) داریم:

$K_۲ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ \xrightarrow[m=۱۰kg]{v_۲=۲\sqrt{۱۰}m/s} K_۲ = \frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۴۰ = ۲۰۰J$

انرژی جنبشی جسم افزایش یافته، بنابراین برایند نیروهای وارد بر جسم در جهت حرکت جسم می‌باشد. توجه داشته باشید هرگاه برایند نیروهای وارد بر جسمی در جهت حرکت جسم باشد، باعث افزایش انرژی جنبشی جسم می‌شود و برعکس.

۲) طبق قضیهٔ کار- انرژی جنبشی به محاسبهٔ اندازه برایند نیروهای وارد بر جسم می‌پردازیم:

$W_t = Fd = K_۲ - K_۱ \xrightarrow[d=۵m]{K_۱=۱۲۵J\ ,\ K_۲=۲۰۰J}$

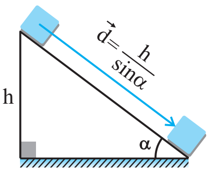
$۵F = ۲۰۰ - ۱۲۵ \Rightarrow F = ۱۵N$

۳) برای محاسبهٔ نیروی $\vec{F}_۲$ با توجه به این‌که برایند نیروها در جهت حرکت جسم (جهت مثبت محور x) می‌باشد داریم:

$\vec{F}_t = \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ \Rightarrow ۱۵\vec{i} = ۲۰\vec{i} + \vec{F}_۲ \Rightarrow \vec{F}_۲ = -۵\vec{i}$

۱۷۹ گزینه ۴

در اینجا سرعت جسم ثابت است، بنابراین تغییر انرژی جنبشی جسم همواره صفر می‌باشد. به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی داریم:



$W_{کل} = W_{mg} + W_{f_k} = \Delta K \xrightarrow{\Delta K=۰}$

$W_{f_k} = -W_{mg} = -mgh \xrightarrow[m=۲kg]{h=d\sin\alpha=۲\times\frac{۱}{۲}=۱m}$

$W_{f_k} = -۲\times۱۰\times۱ = -۲۰J$

۱۸۰ گزینه ۴

روش اول: کار کل نیروهای وارد بر یک جسم برابر با تغییر انرژی جنبشی آن جسم است، بنابراین داریم:

$W_{mg} + W_f = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$

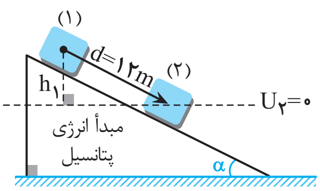
$\Rightarrow mgh + W_f = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$

$\xrightarrow[v_۱=۵\frac{m}{s},\ v_۲=۸\frac{m}{s}]{h=d\sin\alpha=۱۲\times\frac{۱}{۲}=۶m,\ m=۲kg}$

$۲\times۱۰\times۶ + W_f = \frac{۱}{۲}\times۲(۸^۲ - ۵^۲)$

$\Rightarrow W_f = ۳۹ - ۱۲۰ = -۸۱J$

روش دوم: تغییر انرژی مکانیکی جسم برابر با کار نیروی اصطکاک است. ابتدا انرژی مکانیکی جسم را در لحظهٔ پرتاب $(E_۱)$ به طرف پایین و در لحظهٔ رسیدن به انتهای مسیر $(E_۲)$ محاسبه می‌کنیم و در رابطهٔ $W_f = E_۲ - E_۱$ جایگذاری می‌کنیم.



$\sin\alpha = \frac{h_۱}{d} \Rightarrow h_۱ = d\sin\alpha = ۱۲\times\frac{۱}{۲} = ۶m$

$E_۱ = mgh_۱ + \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \xrightarrow[v_۱=۵\frac{m}{s}]{h_۱=۶m,\ m=۲kg}$

$E_۱ = ۲\times۱۰\times۶ + \frac{۱}{۲}\times۲\times۲۵ = ۱۴۵J$

$E_۲ = mgh_۲ + \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ \xrightarrow[m=۲kg]{h_۲=۰,\ v_۲=۸\frac{m}{s}}$

$E_۲ = ۰ + \frac{۱}{۲}\times۲\times۶۴ = ۶۴J$

کار نیروی اصطکاک برابر با تغییر انرژی مکانیکی جسم است:

$W_f = E_۲ - E_۱ = ۶۴ - ۱۴۵ = -۸۱J$

۱۸۱ گزینه ۲

در اینجا کار نیروی $\vec{F}$ را از ما می‌خواهد و با توجه به این‌که حرکت با سرعت ثابت انجام گرفته $(\Delta K = ۰)$، کار این نیرو به کمک کار نیروهای دیگر قابل محاسبه است.

نیروهای وارد بر جسم که روی جسم کار انجام می‌دهند عبارتند از نیروی وزن، نیروی اصطکاک و نیروی $\vec{F}$.

کار نیروی وزن در جابه‌جایی به سمت پایین $W_{mg} = +mgh$ و کار نیروی اصطکاک جنبشی همواره $W_{f_k} = -f_k d$ است. با توجه به این‌که سرعت جسم ثابت است $(v_۱ = v_۲ \Rightarrow \Delta K = ۰)$، کار کل طبق قضیهٔ کار- انرژی جنبشی صفر است. بنابراین داریم:

$W_{کل} = W_{mg} + W_{f_k} + W_F = ۰ \Rightarrow mgh - f_k d + W_F = ۰$

$\xrightarrow[h=d\sin\alpha=۲\times۰/۶=۱/۲m]{m=۲۰kg\ ,\ f_k=۰/۲mg=۴۰N} ۲۴۰ - ۸۰ + W_F = ۰$

$\Rightarrow W_F = -۱۶۰J$

۱۸۲ گزینه ۲

در این سؤال نیروهای وارد بر جسم عبارتند از: نیروی وزن، نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیروی اصطکاک. از طرفی جسم رها شده $(v_۱ = ۰)$ و در نهایت متوقف شده است $(v_۲ = ۰)$. کار برایند نیروهای وارد بر یک جسم (کار کل نیروها) با تغییر انرژی جنبشی آن جسم یکسان است، بنابراین داریم:

$W_{کل} = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} + W_{F_N} = \Delta K$

$\xrightarrow{W_{F_N}=۰\ ,\ \Delta K=۰} W_{mg} + W_{f_k} = ۰$

$\Rightarrow W_{f_k} = -W_{mg} \Rightarrow \frac{W_{f_k}}{W_{mg}} = -۱$

دقت کنید: کار نیروی عمودی سطح برای جابه‌جایی روی سطح همواره صفر است:

$W_{F_N} = F_N d\cos\theta = F_N d\cos۹۰^\circ = ۰$

۱۸۳ گزینه ۳

در اینجا جسم با سرعت ثابت $۴m/s$ حرکت می‌کند و چون انرژی جنبشی آن همواره ثابت است، تغییر انرژی جنبشی آن همواره صفر است. ابتدا جابه‌جایی جسم را در مدت ۶۰ ثانیه محاسبه می‌کنیم و سپس به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی کار نیروی اصطکاک لغزشی را محاسبه می‌کنیم:

$W_F + W_{f_k} = \Delta K = ۰ \Rightarrow W_F = -W_{f_k} = f_k d$

$\xrightarrow[f_k=۲۰۰N]{d=vt=۴\times۶۰=۲۴۰m} W_F = ۴۸kJ$

راهبرد حل: کار برایند نیروهای وارد بر یک جسم که برابر با جمع جبری کار تک‌تک نیروها می‌باشد، با تغییرات انرژی جنبشی جسم یکسان است.

$W_{کل} = W_{F_۱} + W_{F_۲} + \cdots = K_۲ - K_۱$

۱۸۴ گزینه ۱

ابتدا با محاسبهٔ انرژی جنبشی توپ در ابتدا و انتهای مسیر حرکتش (در مدتی که توپ از دست شخص جدا نشده است) کل کار انجام شده بر روی آن را می‌یابیم:

$W_t = K_۲ - K_۱ \xrightarrow{K_۱=۰} W_t = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ \xrightarrow[v_۲=۶m/s]{m=۲kg}$

$W_t = \frac{۱}{۲}\times۲\times۳۶ = ۳۶J$

در این جابه‌جایی، دو نیروی وزن W_{mg} و نیروی شخص $(\vec{F})$ به جسم وارد می‌شوند. بنابراین کار کل، جمع جبری کار این دو نیرو است. از طرفی نیروی وزن در خلاف جهت جابه‌جایی و نیروی شخص در جهت جابه‌جایی توپ است. بنابراین داریم:

$$W_t = W_{mg} + W_F \xrightarrow{W_{mg}=-mgh}$$

$$W_t = -mgh + W_F \xrightarrow[\text{m=۲kg , g=۱۰m/s}^۲]{\text{h=۱۰m , W}_t\text{=۳۶J}}$$

$$۳۶ = -۲\times۱۰\times۱۰ + W_F \Rightarrow W_F = ۲۳۶\,J$$

۱۸۵ گزینهٔ ۲

نیروهای وارد بر جسم عبارتند از نیروی وزن، نیروی $\vec{F}$ و نیروی اصطکاک. کار نیروی وزن در حرکت جسم به‌طور افقی صفر است. طبق قضیهٔ کار- انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = W_{mg} + W_f + W_F = K_۲ - K_۱$$

$$\xrightarrow[W_F=W]{W_{mg}=۰\ ,\ K_۱=۰\ ,\ K_۲=K}$$

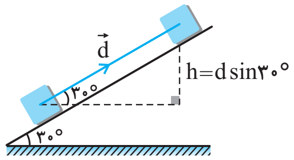
$$W - |W_f| = K \Rightarrow W = |W_f| + K \Rightarrow W > K$$

۱۸۶ گزینهٔ ۳

هرگاه جسمی روی سطح شیب‌دار حرکت کند، دو نیروی وزن و اصطکاک روی آن کار انجام می‌دهند (کار نیروی عمودی سطح صفر است). طبق قضیهٔ کار- انرژی جنبشی برای مسیر رفت داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_f = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\Rightarrow -mgh + W_f = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$



$$\xrightarrow[\text{h=d sin}\,\alpha\text{=۲ sin۳۰°=۱m}]{\text{m=۲kg , v}_۱\text{=۵m/s , v}_۲\text{=۰}}$$

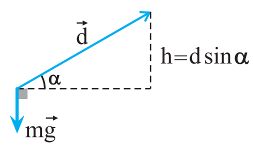
$$-۲\times۱۰\times۱ + W_f = \frac{۱}{۲}\times۲(۰-۲۵) \Rightarrow W_f = -۵\,J$$

کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت و برگشت یکسان است، بنابراین کار نیروی اصطکاک در کل مسیر حرکت $-۱۰\,J$ می‌باشد.

$$(W_f' = ۲W_f = -۱۰\,J)$$

دقت کنید: کار نیروی وزن در حرکت جسم به‌طرف بالا منفی و در برگشت مثبت است. به‌عبارتی کار نیروی وزن همواره $W = \pm mgh$ می‌باشد که h جابه‌جایی قائم جسم می‌باشد.

برای پرتاب به بالا:



$$W = Fd\cos\theta$$
$$W = mgd\cos(۹۰° + \alpha)$$
$$= -mgd\sin\alpha$$
$$= -mgh$$

۱۸۷ گزینهٔ ۱

در حالت اول نیروی خالص در جهت جابه‌جایی است $(\theta = ۰°)$. حال اگر هر یک از نیروها دو برابر شوند، اندازهٔ نیروی خالص بدون تغییر جهت دو برابر می‌شود، بنابراین به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی داریم:

$$W_{کل} = F_t d = \Delta K \Rightarrow \frac{\Delta K'}{\Delta K} = \frac{F_t'}{F_t} \times \frac{d'}{d}$$

$$\xrightarrow[d=d',\,F_t'=۲F_t]{\Delta K=۱۰J} \frac{\Delta K'}{۱۰} = ۲\times۱ \Rightarrow \Delta K' = ۲۰\,J$$

۱۸۸ گزینهٔ ۲

برای محاسبهٔ شتاب حرکت جسم با داشتن جرم جسم، کافی است که نیروی وارد بر جسم را بیابیم $(a = \frac{F}{m})$.

با توجه به نمودار انرژی جنبشی برحسب جابه‌جایی می‌بینیم که در اثر وارد شدن نیروی برایند (خالص) F به جسم، $۲۰\,m$ در جهت نیرو جابه‌جا شده و انرژی جنبشی آن از $K_۱ = ۳۰۰\,J$ به $K_۲ = ۴۸۰\,J$ افزایش یافته است. بنا بر قضیهٔ کار- انرژی جنبشی داریم:

$$W = Fd = K_۲ - K_۱ \xrightarrow[K_۱=۳۰۰J\ ,\ K_۲=۴۸۰J]{d=۲۰m}$$

$$۲۰F = ۴۸۰ - ۳۰۰ \Rightarrow F = ۹\,N$$

حال به کمک قانون دوم نیوتون و با داشتن اندازهٔ نیرو $(\vec{F})$ و جرم جسم (m) داریم:

$$F = ma \xrightarrow[m=۴kg]{F=۹N} ۹ = ۴a \Rightarrow a = ۲/۲۵\,m/s^۲$$

۱۸۹ گزینهٔ ۱

با توجه به این‌که نمودار سهمی است ابتدا به تعیین معادلهٔ سهمی (معادلهٔ درجهٔ دوم) می‌پردازیم و سپس به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی کار برایند نیروها را محاسبه می‌کنیم.

معادله دارای ریشهٔ مضاعف $t = ۲s$ است، بنابراین معادلهٔ تندی برحسب زمان (معادلهٔ سهمی) برابر است با:

$$v = (t-۲)^۲ \Rightarrow v = t^۲ - ۴t + ۴$$

تندی جسم در لحظهٔ $t_۱ = ۲s$ برابر با $v_۱ = ۰$ و در $t_۲ = ۴s$ برابر با $v_۲ = ۴^۲ - ۴\times۴ + ۴ = ۴\,m/s$ است. به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی داریم:

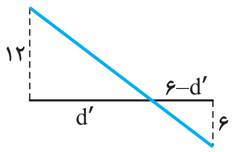
$$W = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \xrightarrow[v_۱=۰\ ,\ v_۲=۴m/s]{m=۲kg}$$

$$W = \frac{۱}{۲}\times۲(۱۶-۰) = ۱۶\,J$$

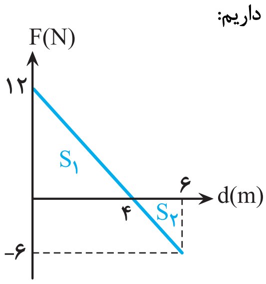
۱۹۰ گزینهٔ ۲

مساحت سطح محصور بین نمودار نیرو- جابه‌جایی با محور جابه‌جایی برابر با کار برایند نیروهای وارد بر جسم (یا تغییر انرژی جنبشی جسم) است. در اینجا برای محاسبهٔ مساحت، لازم است ابتدا به کمک تشابه، مکانی که نیروی خالص وارد بر جسم صفر است را بیابیم:

$$\frac{۱۲}{۶} = \frac{d'}{۶-d'} \Rightarrow ۱۲ - ۲d' = d' \Rightarrow d' = ۴\,m$$



برای محاسبهٔ تندی پس از $۶\,m$ جابه‌جایی داریم:



$$W = S_۱ + S_۲ = \frac{۱۲\times۴}{۲} + \frac{-۶\times۲}{۲} = ۱۸\,J$$

$$W = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \xrightarrow[W=۱۸J]{m=۴kg\ ,\ v_۱=۴m/s}$$

$$۱۸ = \frac{۱}{۲}\times۴\times v_۲^۲ - \frac{۱}{۲}\times۴\times۱۶ \Rightarrow v_۲^۲ = ۲۵ \Rightarrow v = ۵\,m/s$$

۱۹۱ گزینهٔ ۳

انرژی پتانسیل گرانشی سامانهٔ جسم- زمین به‌صورت $U = mgh$ تعریف می‌شود که h فاصلهٔ جسم از سطح مبدأ پتانسیل گرانشی است. انرژی پتانسیل گرانشی جسم (U) با ارتفاع از سطح زمین (h) رابطهٔ مستقیم دارد. بنابراین داریم:

$$U = mgh \Rightarrow \frac{U_۲}{U_۱} = \frac{h_۲}{h_۱} \xrightarrow[h_۱=h\ ,\ h_۲=h-۳۰]{U_۲=۰/۷۵U_۱}$$

$$۰/۷۵ = \frac{h-۳۰}{h} \Rightarrow ۰/۷۵h = h - ۳۰ \Rightarrow h = ۱۲۰\,m$$