

استفاده کنیم.

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} \xrightarrow{V_1 = \epsilon L, P_1 = 80 \text{ mmHg}} \frac{U_2}{U_1} = \frac{60 \times 8}{80 \times 6}$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = 1$$

**روش دوم:** از آنجا که انرژی درونی گاز تابع دمای مطلق است

$$\text{می توان از تساوی } \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \frac{T_2}{T_1} \text{ مستقیماً نسبت } \frac{U_2}{U_1} \text{ که همان}$$

$$\frac{T_2}{T_1} \text{ است را به دست آورد.}$$

گزینه ۴ - ۸۶۷

اگر گاز کار دریافت کند،  $W > 0$  و اگر از دست بدهد،  $W < 0$  است. همچنین اگر گاز گرما بگیرد،  $Q > 0$  و از دست بدهد،  $Q < 0$  است و چنانچه انرژی درونی گاز افزایش یابد،  $\Delta U > 0$  و با کاهش انرژی درونی،  $\Delta U < 0$  است. بنابر قانون اول ترمودینامیک کاهش یا افزایش انرژی درونی به مجموع کار و گرمای مبادله شده بستگی دارد و هنگامی که دستگاه از هر دو طریق کار و گرما، انرژی از دست می دهد ( $Q < 0$  و  $W < 0$ ) باید انرژی درونی دستگاه کاهش یابد و  $\Delta U < 0$  گردد.

به عبارت دیگر باید علامت جبری  $\Delta U$  و  $Q + W$ ، یکسان باشد که در گزینه «۴» الزاماً رعایت نشده است.

گزینه ۴ - ۸۶۸

انرژی درونی مقدار معینی از یک گاز آرمانی فقط تابع دمای مطلق گاز است.

گزینه ۳ - ۸۶۹

برای تعیین کار ( $W$ ) روی دستگاه توسط محیط، وقتی تغییر انرژی درونی و گرمای مبادله شده ( $Q$ ,  $\Delta U$ ) معلوم باشد باید از قانون اول ترمودینامیک ( $\Delta U = Q + W$ ) استفاده کنیم. باید توجه کنیم که، افزایش انرژی درونی گاز با علامت (+) و دریافت گرما با علامت  $Q$ ، (+) جایگزین می شود.

در این جا چون  $\Delta U$  و  $Q$  معلوم است، برای تعیین کار، از قانون اول ترمودینامیک استفاده می کنیم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U = +150 \text{ J}, Q = +320 \text{ J}}$$

$$150 = 320 + W \Rightarrow W = -170 \text{ J}$$

گزینه ۳ - ۸۷۰

در این سوال، افزایش یا کاهش انرژی درونی خواسته شده است. چون مقدار کار و گرمای مبادله شده معلوم است باید از قانون اول ترمودینامیک استفاده کنیم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{W = +20 \text{ kJ}, Q = -15 \text{ kJ}} \Delta U = +5 \text{ kJ}$$

چون  $\Delta U > 0$  است، انرژی درونی آب، افزایش یافته است.

## فصل ۵

## ترمودینامیک

گزینه ۲ - ۸۶۱

موتور خودروها، هواپیماها، قطارها، کشتی ها و نیروگاه های تولید برق براساس اصول ترمودینامیک طراحی و ساخته می شوند.

گزینه ۱ - ۸۶۲

در ترمودینامیک به مطالعه رابطه بین گرما و کار و تبدیل گرما به کار مکانیکی می پردازیم.

گزینه ۲ - ۸۶۳

اگر گاز را به سرعت گرم یا سرد کنیم، نقاط مختلف گاز فشار یکسان و نیز دمای یکسانی نخواهند داشت.

گزینه ۱ - ۸۶۴

در این سؤال علامت کار محیط روی دستگاه ( $W$ ) در حالت انبساطی و علامت کار دستگاه روی محیط ( $W'$ ) در حالت تراکمی خواسته شده است که باید برای تعیین علامت این دو مقدار از رابطه های  $W = Fd \cos \theta$  و  $W' = -W$  استفاده کنیم. که  $F$  نیروی وارده از پیستون به گاز می باشد.

در هنگام انبساط گاز (برای مثال گازی که درون سیلندر توسط پیستون محبوس است) نیرویی که پیستون بر گاز وارد می کند در خلاف جابه جایی است یعنی  $\theta = 180^\circ$  بوده، پس  $W$  منفی است و در هنگام تراکم نیروی  $F$  که پیستون بر گاز وارد می کند هم جهت با جابه جایی پیستون بوده،  $\theta = 0^\circ$ ، بنابراین  $W$  مثبت است ولی چون  $W' = -W$  است، در حالت تراکم  $W'$  منفی خواهد بود.

گزینه ۲ - ۸۶۵

برای به دست آوردن تغییر انرژی درونی دستگاه هنگامی که کار و گرمای مبادله شده بین دستگاه و محیط داده شده است، با استفاده از قانون اول ترمودینامیک ( $\Delta U = Q + W$ ) تغییر انرژی درونی دستگاه را محاسبه کنیم.

در این جا دستگاه  $250 \text{ J}$  گرما گرفته است یعنی  $Q = +250 \text{ J}$  و  $300 \text{ J}$  کار روی محیط انجام داده یعنی  $W = -300 \text{ J}$  بنابراین طبق قانون اول ترمودینامیک:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{Q = +250 \text{ J}, W = -300 \text{ J}} \Delta U = 250 - 300$$

$$\Rightarrow \Delta U = -50 \text{ J}$$

منفی شدن  $\Delta U$ ، به معنی آن است که انرژی درونی دستگاه  $50 \text{ J}$  کاهش یافته است.

گزینه ۴ - ۸۶۶

در این سؤال نسبت انرژی درونی گاز در حالت دوم به انرژی درونی گاز در حالت اول ( $\frac{U_2}{U_1}$ ) خواسته شده است که باید این مقدار را از

$$\text{نسبت } \frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} \text{ یا } \frac{U_2}{U_1} = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} \text{ به دست آورد. چون فشار و}$$

حجم گاز در هر دو حالت داده شده است پس بهتر است از رابطه دوم

گزینه ۴ - ۸۷۱

می‌خواهیم کار انجام شده بر روی گاز (W) و دمای اولیه گاز را محاسبه کنیم، بنابراین ابتدا باید نوع فرایند ترمودینامیکی از روی نمودار داده شده معلوم گردد و سپس با توجه به نوع فرایند کار انجام شده محاسبه شود، با توجه به این که نمودار فشار و دما را در ابتدا و انتهای فرایند داده است می‌توان از معادله حالت گاز برای محاسبه دمای اولیه گاز استفاده کرد.

چون نمودار P-T، خطی راست است که امتداد آن از مبدأ عبور می‌کند، فرایند AB یک فرایند هم‌حجم است پس کار صفر است (W=0). در فرایند هم‌حجم می‌توانیم از معادله حالت گاز کامل

$$\text{به صورت } \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \text{ استفاده کنیم:}$$

$$\frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B} \quad \frac{P_A = 2/4 \times 10^5 \text{ Pa}}{T_A} = \frac{P_B = 1/2 \times 10^5 \text{ Pa}, T_B = 300 \text{ K}}$$

$$\frac{2/4 \times 10^5}{T_A} = \frac{1/2 \times 10^5}{300} \Rightarrow T_A = 600 \text{ K}$$

گزینه ۲ - ۸۷۲

در این مسئله مقدار گرمای مبادله شده برای گاز در حجم ثابت خواسته شده است، بنابراین باید یکی از دو رابطه  $Q = nC_V\Delta T$  یا  $Q = \frac{C_V}{R}(P_2V_2 - P_1V_1)$  را استفاده کنیم. چون مقدار مول گاز (n) و تغییر دمای گاز داده شده است، بهتر است که از رابطه اول استفاده کنیم. تعداد مول،  $n = 1$  و افزایش دما  $\Delta T = 1 \text{ K}$  داده شده است. بنابراین گرمای لازم برابر است با:

$$Q = nC_V\Delta T \xrightarrow{n=1, C_V=\frac{3}{2}R, \Delta T=1\text{K}} Q = \frac{3}{2}R \text{ J}$$

گزینه ۳ - ۸۷۳

در این سؤال گرمای لازم برای افزایش فشار در حجم ثابت خواسته شده است که برای محاسبه آن باید از رابطه  $Q = nC_V\Delta T$  استفاده کنیم، زیرا تعداد مول گاز (n) و دمای اولیه گاز ( $T_1$ ) و افزایش فشار ( $\Delta P$ ) داده شده است. پس می‌توان از معادله حالت گاز کامل در حجم ثابت استفاده کرد و افزایش دما ( $\Delta T$ ) را محاسبه کرد. بنابراین داریم:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad \text{یا} \quad \frac{\Delta P}{P_1} = \frac{\Delta T}{T_1} \quad \frac{\Delta P = \frac{25}{100}P_1, T_1 = 300 \text{ K}}{P_1} \xrightarrow{\Delta T = 300 \text{ K}}$$

$$\frac{25}{100} = \frac{\Delta T}{300} \Rightarrow \Delta T = 75 \text{ K}$$

بنابراین گرمای لازم برابر است با:

$$Q = nC_V\Delta T \xrightarrow{n=0.5, C_V=\frac{5}{2}R, \Delta T=75\text{K}} Q = 750 \text{ J}$$

گزینه ۲ - ۸۷۴

در این جا گرمای مبادله شده در حجم ثابت بین گاز و محیط داده شده است و افزایش فشار، یعنی  $\Delta P$  مورد نظر است. باید بدانیم که وقتی گاز در حجم ثابت گرما می‌گیرد، دما و فشار آن افزایش می‌یابد و برای محاسبه  $\Delta T$  و  $\Delta P$  در این حالت باید از روابط  $Q = \frac{C_V}{R}V\Delta P$  یا  $Q = nC_V\Delta T$  استفاده کنیم که با توجه به داده و خواسته مسأله (به ترتیب V و  $\Delta P$ ) باید از رابطه دوم استفاده کنیم. حال داریم:

$$Q = \frac{C_V}{R}V\Delta P \quad \frac{C_V = \frac{5}{2}R, V = 8 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{Q = 8000 \text{ J}}$$

$$8000 = \frac{5}{2}(\Delta \times 10^{-3})\Delta P$$

$$\Rightarrow \Delta P = 6/4 \times 10^5 \text{ Pa} = 6/4 \text{ atm}$$

گزینه ۱ - ۸۷۵

در این مسئله گرمای مبادله شده در حجم ثابت خواسته شده که باید یکی از روابط  $Q = nC_V\Delta T$  یا  $Q = \frac{C_V}{R}V\Delta P$  را استفاده کرد. چون حجم گاز، فشار اولیه و فشار نهایی داده شده است بنابراین باید از رابطه دوم استفاده کنیم. ابتدا فشار نهایی گاز را محاسبه می‌کنیم که ۲ برابر شده است پس مقادیر حجم، فشار اولیه و فشار نهایی را در رابطه گرما جاگذاری می‌کنیم:

$$P_2 = 2P_1 \xrightarrow{P_1 = 1/5 \text{ atm}} P_2 = 2/5 \text{ atm}$$

$$Q = \frac{C_V}{R}V\Delta P \quad \frac{C_V = \frac{3}{2}R, V = 8 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{\Delta P = P_2 - P_1 = 1/5 \times 10^5 \text{ Pa}}$$

$$Q = \frac{3}{2}(8 \times 10^{-3})(1/5 \times 10^5) \Rightarrow Q = 1800 \text{ J} \xrightarrow{\div 1000}$$

$$Q = 1.8 \text{ kJ}$$

گزینه ۳ - ۸۷۶

افزایش انرژی درونی در این سؤال مطرح است. چون در این سؤال تغییر کمیت‌های ترمودینامیکی P و T داده شده و فرایند هم‌حجم می‌باشد، چون در این سؤال تعداد مول (n) و دماهای اولیه و نهایی ( $T_2, T_1$ ) داده شده است از رابطه  $Q = nC_V\Delta T$  استفاده می‌کنیم. طبق نمودار تغییر دمای گاز در فرایند ab برابر با:

$$\Delta T = T_2 - T_1 \quad \frac{T_1 = 300 \text{ K}, T_2 = 600 \text{ K}}{\Delta T = 300 \text{ K}}$$

بنابراین تغییر انرژی درونی برابر است با گرمای مبادله شده زیرا در فرایند هم‌حجم  $W = 0$  می‌باشد.

$$\Delta U = Q = nC_V\Delta T \quad \frac{n=0.5 \text{ mol}, \Delta T=300 \text{ K}, C_V=\frac{3}{2}R}$$

$$\Delta U = (0.5)(\frac{3}{2} \times 8)(300) \Rightarrow \Delta U = 1800 \text{ J}$$

حال با توجه به اینکه مقدار  $T_1$  و  $T_2$  معلوم است از رابطه  $\Delta U = nC_V\Delta T$  استفاده می‌کنیم:

$$\Delta U = nC_V\Delta T \xrightarrow{\substack{n=1, C_V=\frac{3}{2}R, R=8J/mol\cdot K \\ \Delta T=-600K}}$$

$$\Delta U = (1)\left(\frac{3}{2} \times 8\right)(-600) \Rightarrow \Delta U = -7200J$$

گزینه ۳

در این سؤال نمودار P-T برای دو فرایند داده شده است که به صورت یک خط راست است که امتداد آنها از مبدأ می‌گذرد، یعنی فرایندها حجم ثابت هستند. در این نمودار، شیب خط با حجم رابطه عکس دارد، یعنی هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، حجم دستگاه کمتر است. از طرفی با توجه به جهت فرایند افزایش یا کاهش دما مشخص شده و چون  $\Delta U$  متناسب با  $\Delta T$  است کاهش یا افزایش انرژی درونی مشخص خواهد شد.

در این جا شیب نمودار cd کمتر از شیب نمودار ab است پس حجم گاز در فرایند ab کمتر از فرایند cd است. اما مطابق نمودار داده شده دمای اولیه و نهایی هر دو فرایند یکسان است. یعنی تغییر دمای گاز در هر دو فرایند ab و cd یکسان و تغییر انرژی درونی گاز نیز در پایان دو فرایند برابر خواهد بود.

گزینه ۱

در این مسئله کار انجام شده روی گاز در فرایند هم فشار خواسته شده، بنابراین باید از یکی از رابطه‌های  $W = -P\Delta V$  و  $W = -nR\Delta T$  استفاده کنیم. چون فشار گاز و تغییر حجم گاز داده شده است باید از رابطه اول استفاده کنیم.

کاهش حجم در این فرایند ۲۵ درصد است یعنی  $\Delta V = -\frac{25}{100}V_1$  و فشار گاز نیز یک جو یعنی  $P = 10^5 Pa$  است. بنابراین خواهیم داشت:

$$W = -P\Delta V \Rightarrow W = -(10^5)\left(-\frac{25}{100}V_1\right) \xrightarrow{V_1=1 \times 10^{-3} m^3}$$

$$W = -(10^5)\left(-\frac{25}{100} \times 10^{-3}\right) \Rightarrow W = +25J$$

گزینه ۴

در این سؤال کار انجام شده روی گاز در فشار ثابت خواسته شده، بنابراین دو رابطه برای محاسبه کار در فشار ثابت داریم که عبارتند از  $W = -P\Delta V$  و  $W = -nR\Delta T$ . چون تعداد مول (n) و دمای اولیه و نهایی داده شده است، از رابطه دوم باید استفاده می‌کنیم.

در این سؤال تعداد مول  $n = 2$  و تغییر دما برحسب درجه سلسیوس برابر است با:

$$\Delta\theta = 80 - 30 = 50^\circ C \Rightarrow \Delta T = 50K$$

حال می‌توانیم کار روی گاز را محاسبه کنیم:

$$W = -nR\Delta T \xrightarrow{n=2 mol, \Delta T=50K, R=8J/mol\cdot K}$$

$$W = -2(8/3)(50) \Rightarrow W = -830J$$

گزینه ۱

نمودار داده شده در دستگاه P-T معرف فرایند هم حجم بوده و فشار اولیه معلوم است پس می‌توان طبق رابطه  $\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1}$ ، فشار نهایی را محاسبه کرد.

ابتدا فشار نهایی گاز را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} \xrightarrow{P_1=10^5 Pa, T_2=3T_1} P_2 = 3 \times 10^5 Pa$$

حال با جای گذاری مقادیر V و  $\Delta P$  در رابطه زیر، تغییر انرژی درونی به دست می‌آید:

$$\Delta U = \frac{C_V}{R} V \Delta P \xrightarrow{C_V=\frac{5}{2}R, V=2 \times 10^{-3} m^3, \Delta P=2 \times 10^5 Pa}$$

$$\Delta U = \frac{5}{2}(2 \times 10^{-3})(2 \times 10^5) \Rightarrow \Delta U = 1000J$$

گزینه ۲

در این سؤال افزایش یا کاهش انرژی درونی خواسته شده است ( $\Delta U = ?$ ) که با توجه به این که در نمودار P-V، مقدار حجم و تغییرات فشار داده شده است و چون فرایند هم حجم می‌باشد باید از رابطه  $\Delta U = \frac{C_V}{R} V \Delta P$  استفاده کرد. طبق نمودار مقادیر حجم و فشار در ابتدا و انتهای فرایند معلوم است، بنابراین داریم:

$$\Delta U_{ab} = \frac{C_V}{R} V \Delta P$$

$$\xrightarrow{V_a=V_b=2L, P_a=10^5 Pa, P_b=2 \times 10^5 Pa} \xrightarrow{C_V=\frac{3}{2}R}$$

$$\Delta U_{ab} = \frac{3}{2}(2 \times 10^5 - 10^5)(2 \times 10^{-3}) \Rightarrow \Delta U_{ab} = 300J$$

چون مقدار  $\Delta U_{ab}$  مثبت به دست آمد، انرژی درونی افزایش یافته است.

گزینه ۲

تغییر انرژی درونی در فرایند هم حجم از رابطه‌های  $\Delta U = nC_V\Delta T$  یا  $\Delta U = \frac{C_V}{R} V \Delta P$  به دست می‌آید. در

استفاده از این دو رابطه در این مسئله تفاوت چندانی وجود ندارد زیرا در حالت اول (A) علاوه بر تعداد مول (n)، حجم و فشار گاز ( $V_1, P_1$ ) معلوم بوده و در حالت دوم (B) دمای گاز و حجم ( $V_2, T_2$ ) معلوم است. پس می‌توان توسط معادله حالت ( $PV = nRT$ ) فشار را در حالت دوم ( $P_2$ ) و دما را در حالت اول ( $T_1$ ) محاسبه کرد.

ابتدا توسط معادله حالت، دمای گاز را در حالت (A) محاسبه می‌کنیم:

$$PV = nRT \xrightarrow{P=3 \times 10^5 Pa, V=32 \times 10^{-3} m^3} \xrightarrow{n=1 mol, R=8J/mol\cdot K}$$

$$(3 \times 10^5)(32 \times 10^{-3}) = (1)(8)T_1 \Rightarrow T_1 = 1200K$$

گزینه ۲ - ۸۸۳

در این سؤال کار انجام شده توسط گاز یعنی ( $W'$ ) برابر با منفی کار روی گاز است ( $W' = -W$ )، بنابراین باید یکی از رابطه‌های  $W = -P\Delta V$  یا  $W = -nR\Delta T$  را استفاده کرد. از آنجایی که در سؤال تغییر دما و جرم گاز داده شده است می‌توان از رابطه دوم استفاده کرد و البته ابتدا از  $n = \frac{m}{M}$ ، تعداد مول گاز را محاسبه می‌کنیم. جرم گاز هیدروژن  $m = 10\text{ g}$  داده شده است بنابراین تعداد مول گاز برابر است با:

$$n = \frac{m}{M} \quad m=10\text{ g}, M=2\text{ g/mol} \rightarrow n = 5\text{ mol}$$

از طرفی تغییر دمای گاز بر حسب سلسیوس و کلوین برابر است. بنابراین خواهیم داشت:

$$\Delta T = \Delta \theta \quad \theta_1=27^\circ\text{C}, \theta_2=127^\circ\text{C} \rightarrow \Delta T = 100\text{ K}$$

برای محاسبه کار توسط گاز ( $W'$ ) از رابطه کار روی گاز استفاده می‌کنیم:

$$W = -nR\Delta T \quad \begin{matrix} W'=-W \\ \rightarrow W' = nR\Delta T \end{matrix}$$

$$\frac{n=5\text{ mol}, \Delta T=100\text{ K}}{R=8\text{ J/mol}\cdot\text{K}} \rightarrow W' = 5(8)(100)$$

$$\Rightarrow W' = 4000\text{ J} = 4\text{ kJ}$$

گزینه ۳ - ۸۸۴

در این سوال، کار در فرایند هم‌فشار خواسته شده است پس باید از رابطه  $W = -P\Delta V$  و یا  $W = -nR\Delta T$  استفاده کنیم. در اینجا چون فشار و حجم اولیه و تغییر دما داده شده است می‌توان از رابطه اول استفاده کرد که البته ابتدا از معادله حالت گاز در فشار ثابت ( $\frac{\Delta V}{V_1} = \frac{\Delta T}{T_1}$ ) تغییر حجم و سپس  $W$  را محاسبه می‌کنیم. چون کار روی محیط خواسته شده باید در نهایت  $W' = -W$  را به دست بیاوریم.

در این سوال حجم اولیه،  $V_1 = 2\text{ L}$ ، فشار و دماهای اولیه و نهایی بر حسب سلسیوس داده شده است چون تغییر دمای گاز بر حسب سلسیوس و کلوین برابر است پس:  $\Delta T = 127 - 27 = 100\text{ K}$ . حال باید تغییر حجم گاز را در فشار ثابت محاسبه کنیم:

$$\frac{\Delta V}{V_1} = \frac{\Delta T}{T_1} \quad \begin{matrix} V_1=2\text{ L}, T_1=273+27=300\text{ K} \\ \Delta T=100\text{ K} \end{matrix} \rightarrow \frac{\Delta V}{2} = \frac{100}{300}$$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{2}{3}\text{ L}$$

حال می‌توانیم کار انجام شده روی گاز را محاسبه کنیم.

$$W = -P\Delta V \quad \begin{matrix} P=1/5 \times 10^5\text{ Pa} \\ \Delta V = \frac{2}{3} \times 10^{-3}\text{ m}^3 \end{matrix}$$

$$W = -(1/5 \times 10^5) \left( \frac{2}{3} \times 10^{-3} \right) \Rightarrow W = -100\text{ J}$$

$$\Rightarrow W' = +100\text{ J}$$

گزینه ۲ - ۸۸۵

در این مسأله گرمای مبادله شده در فرایند هم‌فشار خواسته شده است، چون در این سؤال حجم اولیه و نهایی و فشار گاز داده شده است از رابطه  $Q = \frac{C_p}{R} P\Delta V$  استفاده می‌کنیم. حجم گاز در ابتدا  $V_1 = 1\text{ L}$  بوده و چون این حجم به  $0/8$  حجم اولیه می‌رسد  $V_2 = 0/8 V_1$  خواهد بود، بنابراین برای محاسبه گرما خواهیم داشت:

$$Q = \frac{C_p}{R} P\Delta V \quad \begin{matrix} C_p = \frac{\gamma}{\gamma-1} R, P = 1 \times 10^5\text{ Pa} \\ \Delta V = -0/2 V_1 = -0/2\text{ L} \end{matrix}$$

$$Q = \frac{\gamma}{\gamma-1} (1 \times 10^5) (-0/2 \times 10^{-3}) \Rightarrow Q = -70\text{ J}$$

گزینه ۱ - ۸۸۶

در این مسأله می‌خواهیم در یک فرایند هم‌فشار، دمای نهایی ( $T_2$ ) و حجم نهایی ( $V_2$ ) را محاسبه کنیم. از آنجایی که گرمای مبادله شده بین گاز و محیط و تعداد مول و دمای اولیه داده شده است. برای محاسبه  $T_2$  باید از رابطه  $Q = nC_p\Delta T$  استفاده کنیم. حال با جای گذاری مقادیر داده شده در رابطه گرما، دمای ثانویه را بر حسب کلوین محاسبه می‌کنیم:

$$Q = nC_p\Delta T \quad \begin{matrix} Q=10^4\text{ J}, n=2\text{ mol}, C_p = \frac{5}{2} R \\ R=8\text{ J/mol}\cdot\text{K} \end{matrix}$$

$$10^4 = (2) \left( \frac{5}{2} \times 8 \right) \Delta T \Rightarrow \Delta T = 250\text{ K} \quad \frac{\Delta T = T_2 - T_1}{T_1 = 350\text{ K}}$$

$$250 = T_2 - 350 \Rightarrow T_2 = 600\text{ K}$$

حال برای محاسبه حجم ثانویه داریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad \begin{matrix} V_1 = 1/75\text{ m}^3, T_1 = 350\text{ K} \\ T_2 = 600\text{ K} \end{matrix} \rightarrow \frac{V_2}{1/75} = \frac{600}{350}$$

$$\Rightarrow V_2 = 3\text{ m}^3$$

گزینه ۴ - ۸۸۷

در این مسئله مقدار کار روی محیط ( $W'$ ) و گرمای مبادله شده ( $Q$ ) خواسته شده است چون نمودار  $V-T$  داده شده به صورت خطی راست است که از مبدا عبور می‌کند، فرایند هم‌فشار بوده و کار روی محیط از روابط  $W' = nR\Delta T$  یا  $W' = P\Delta V$  و گرمای مبادله شده از روابط  $Q = \frac{C_p}{R} P\Delta V$  یا  $Q = nC_p\Delta T$  محاسبه می‌آید. چون تعداد مول ( $n$ ) و دماهای اولیه و نهایی ( $T_2, T_1$ ) با توجه به نمودار معلوم است باید از روابط  $W' = nR\Delta T$  و  $Q = nC_p\Delta T$  استفاده شود. کار روی محیط برابر است با:

$$W' = nR\Delta T \quad \begin{matrix} n = 0/5\text{ mol}, R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}, \Delta T = -200\text{ K} \end{matrix}$$

$$W' = -800\text{ J}$$

و گرمای مبادله شده برابر است با:

$$Q = nC_p\Delta T \quad \begin{matrix} m = 0/5\text{ mol}, C_p = \frac{\gamma}{\gamma-1} R, R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}} \end{matrix}$$

$$Q = (0/5) \left( \frac{\gamma}{\gamma-1} \times 8 \right) (-200) \Rightarrow Q = -2800\text{ J}$$

$$\Delta U = \frac{C_V}{R} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$$
 چون مقدار گرما داده شده است ابتدا باید از رابطه  $Q = n C_P \Delta T$  مقدار  $n R \Delta T$  را محاسبه کرده و سپس از رابطه  $\Delta U = n C_V \Delta T$  استفاده کنیم. چون این دستگاه از محیط گرما گرفته است پس  $Q > 0$  است حال مقدار  $n R \Delta T$  را به دست آوریم:

$$Q = n C_P \Delta T \xrightarrow{Q=+500J, C_P=\frac{5}{2}R} 500 = \frac{5}{2} n R \Delta T$$

$$\Rightarrow n R \Delta T = 200J$$

اکنون می‌توانیم تغییر انرژی درونی را محاسبه کنیم:

$$\Delta U = n C_V \Delta T \xrightarrow{C_V=C_P-R=\frac{3}{2}R} \Delta U = \frac{3}{2} n R \Delta T \xrightarrow{n R \Delta T=200J} \Delta U = 300J$$

روش دوم: در فرایند هم‌فشار، بین سه کمیت  $Q$ ،  $W$  و  $\Delta U$  همواره رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{\Delta U}{C_V} = \frac{Q}{C_P} = \frac{W}{-R}$$

بنابراین با جاگذاری مقدار  $Q$  در رابطه زیر داریم:

$$\frac{\Delta U}{C_V} = \frac{Q}{C_P} \xrightarrow{Q=500J, C_V=\frac{3}{2}R, C_P=\frac{5}{2}R} \frac{\Delta U}{\frac{3}{2}} = \frac{500}{\frac{5}{2}}$$

$$\Rightarrow \Delta U = 300J$$

گزینه ۲

۸۹۲

در این مسئله کار انجام شده روی گاز ( $W$ ) خواسته شده است. با توجه به اینکه تغییر انرژی درونی داده شده است باید از زوج رابطه کار ( $W$ ) و تغییر انرژی درونی ( $\Delta U$ ) استفاده کنیم. یعنی همزمان از دو رابطه  $W = -P \Delta V$  و  $Q = \frac{C_P}{R} P \Delta V$  و یا از دو رابطه  $W = -n R \Delta T$  و  $\Delta U = n C_V \Delta T$  استفاده کنیم که در حل مسئله تفاوت چندانی باهم ندارند. چون انرژی درونی افزایش یافته است مقدار  $\Delta U$  در رابطه، مثبت جای گذاری می‌شود و خواهیم داشت:

$$\Delta U = n C_V \Delta T \xrightarrow{\Delta U=+1200J, C_V=\frac{3}{2}R} +1200 = \frac{3}{2} n R \Delta T \Rightarrow n R \Delta T = +800J$$

بنابراین کار انجام شده روی گاز:

$$W = -n R \Delta T \Rightarrow W = -800J$$

گزینه ۱

۸۹۳

در فرایند هم‌فشار کار روی گاز از رابطه  $W = -P \Delta V$ ، گرما از رابطه  $Q = \frac{C_P}{R} P \Delta V$  و تغییر انرژی درونی از رابطه  $\Delta U = \frac{C_V}{R} P \Delta V$  قابل محاسبه است. چون فرایند انبساطی است پس  $\Delta V > 0$  می‌باشد و خواهیم داشت:

گزینه ۴

۸۸۸

در این فرایند گاز گرما از دست داده است بنابراین علامت آن را منفی در نظر می‌گیریم. حال با جای گذاری مقدار آن در رابطه زیر خواهیم داشت:

$$Q = \frac{C_P}{R} P \Delta V \xrightarrow{Q=-900J, C_P=\frac{9}{2}R} -900 = \frac{9}{2} P \Delta V$$

$$\Rightarrow P \Delta V = -200J$$

کار گاز روی محیط ( $W'$ ):

$$W' = P \Delta V \Rightarrow W' = -200J$$

گزینه ۳

۸۸۹

در این مسئله می‌خواهیم کاهش انرژی درونی یعنی  $\Delta U$  را محاسبه کنیم. چون در این سؤال گرمای مبادله شده با محیط داده شده است و تعداد اتم‌های مولکول گاز مشخص نیست. ( $C_V$  برای حل معلوم نمی‌باشد) نمی‌توانیم از رابطه  $\Delta U = n C_V \Delta T$  استفاده کنیم بلکه ابتدا کار انجام شده را از رابطه  $W = -P \Delta V$  به دست می‌آوریم، سپس با معلوم بودن  $W$  و  $Q$  از قانون اول ترمودینامیک، تغییر انرژی درونی را تعیین می‌کنیم.

چون گاز گرما از دست داده است مقدار گرمای آن منفی است یعنی  $Q = -2800J$  است. حال باید کار انجام شده روی گاز را محاسبه کنیم:

$$W = -P \Delta V \xrightarrow{P=2 \times 10^5 Pa, V_2=2L, V_1=6L} W = -(2 \times 10^5)(-4 \times 10^{-3}) \Rightarrow W = +800J$$

با معلوم بودن  $Q$  و  $W$ ، تغییر انرژی درونی دستگاه از قانون اول ترمودینامیک محاسبه می‌شود:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{Q=-2800J, W=+800J} \Delta U = -2000J$$

گزینه ۳

۸۹۰

محاسبه تغییر انرژی درونی در این سؤال مد نظر است. از آنجایی که حجم و فشار گاز در ابتدا و انتهای فرایند معلوم است برای محاسبه تغییر انرژی درونی از بین دو رابطه  $\Delta U = n C_V \Delta T$  و  $\Delta U = \frac{C_V}{R} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$  باید از رابطه دوم استفاده کنیم. در این فرایند که یک فرایند هم‌فشار است  $P_1 = P_2 = 10^5 Pa$  می‌توان  $P_1 V_1 - P_2 V_2$  را به صورت  $P \Delta V$  نوشت خواهیم داشت:

$$\Delta U = \frac{C_V}{R} P \Delta V \xrightarrow{C_V=\frac{3}{2}R, P=10^5 Pa, \Delta V=2-4=-2L} \Delta U = \frac{3}{2} (10^5)(-2 \times 10^{-3}) \Rightarrow \Delta U = -300J$$

گزینه ۲

۸۹۱

در این سؤال تغییر انرژی درونی دستگاه خواسته شده، چون در این مسئله گرمای مبادله شده با محیط داده شده است ابتدا قانون اول ترمودینامیک ( $\Delta U = Q + W$ ) به ذهن خطور می‌کند ولی چون کار در این جا داده نشده است باید از رابطه  $\Delta U = n C_V \Delta T$  یا

درونی نسبت به  $\Delta T$  خطی هستند و نمودار هر سه، خطی راست است که از مبدأ عبور می‌کند، و ضریب  $\Delta T$  در سه رابطه، شیب خط می‌باشد.

با توجه به اینکه  $C_p > C_v > R$  است، شیب نمودار گرما از همه بیشتر و شیب نمودار کار از همه کمتر است. از طرف دیگر چون فرایند انبساطی می‌باشد (زیرا  $\Delta T > 0$ )، پس شیب نمودار  $Q$  و  $\Delta U$  مثبت بوده و شیب نمودار  $W$  منفی است.

گزینه ۲ -۸۹۸

مطابق شکل، نمودار، خطی است که امتداد آن از مبدأ دستگاه  $V-T$  عبور می‌کند، بنابراین فرایند  $ab$  فرایندی هم‌فشار است که طبق نمودار، دما و حجم آن افزایش می‌یابد و تغییر انرژی درونی دستگاه طبق رابطه  $\Delta U = nC_v \Delta T$  و گرمای مبادله شده از رابطه  $Q = nC_p \Delta T$  و چگالی نیز از رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  محاسبه می‌شود.

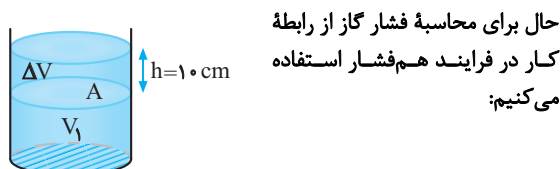
چون دما افزایش یافته است ( $\Delta T > 0$ )، انرژی درونی افزایش یافته دستگاه گرما دریافت کرده است اما با افزایش حجم و جرم ثابت، چگالی کاهش می‌یابد.

گزینه ۱ -۸۹۹

در این سوال فشار هوای محیط و وزن پیستون فشار روی گاز را ایجاد می‌کند چون در این سوال جرم پیستون تغییر نمی‌کند و یا وزنه‌ای روی آن اضافه نمی‌شود، فرایند در فشار ثابت انجام شده است. بنابراین برای تعیین جرم پیستون باید ابتدا فشار گاز را محاسبه کنیم، سپس با توجه به اینکه فشار زیر پیستون از رابطه  $P = P_0 + \frac{mg}{A}$  محاسبه می‌شود، جرم پیستون ( $m$ ) را تعیین می‌کنیم.

برای این کار ابتدا از قانون اول ترمودینامیک کار انجام شده روی گاز را تعیین می‌کنیم. چون گاز گرما گرفته است  $Q$  مثبت و انرژی درونی افزایش یافته  $\Delta U$  نیز مثبت جای‌گذاری می‌گردد، بنابراین داریم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U = +600J, Q = +655J} W = -55J$$



حال برای محاسبه فشار گاز از رابطه کار در فرایند هم‌فشار استفاده می‌کنیم:

$$W = -P\Delta V \xrightarrow{W = -55J, \Delta V = Ah} -55 = -PAh \xrightarrow{A = 5 \times 10^{-4} m^2, h = 0.1m} 55 = P(5 \times 10^{-3})(0.1) \Rightarrow P = 1.1 \times 10^5 Pa$$

فشار زیر پیستون برابر است با مجموع فشار هوا و فشار حاصل از پیستون، بنابراین:

$$P = P_0 + \frac{mg}{A} \xrightarrow{P_0 = 1.05} 1.1 \times 10^5 = 1.05 + \frac{m \times 10}{5 \times 10^{-4}} \Rightarrow m = 5kg$$

$$W = -P\Delta V \xrightarrow{\Delta V > 0} W < 0$$

$$Q = \frac{C_p}{R} P\Delta V \xrightarrow{\Delta V > 0} Q > 0$$

$$\Delta U = \frac{C_v}{R} P\Delta V \xrightarrow{\Delta V > 0} \Delta U > 0$$

گزینه ۲ -۸۹۴

برای تعیین علامت  $W$ ،  $Q$  و  $\Delta U$  ابتدا باید مشخص شود که فرایند از کدام نوع فرایندهای ترمودینامیکی است و این که حجم دستگاه در حال افزایش است یا کاهش. سپس با توجه به مفاهیم هر یک از چهار فرایند ترمودینامیکی، علامت  $W$  و  $Q$  را مشخص می‌کنیم و برای تعیین علامت  $\Delta U$  کافی است افزایش یا کاهش دما را تعیین کنیم، (زیرا تغییر انرژی درونی متناسب با تغییر دمای مطلق است).

در این فرایند، فشار دستگاه که حاصل از مجموع فشار مایع و فشار هوا است، با گرم کردن مایع فشار ثابت می‌ماند. از طرف دیگر چون دستگاه گرما می‌گیرد منبسط خواهد شد پس یک فرایند انبساطی هم‌فشار (با افزایش دما) خواهیم داشت یعنی علامت کار و گرما به ترتیب منفی و مثبت است ( $Q > 0$  و  $W < 0$ ) و چون دما افزایش می‌یابد انرژی درونی نیز افزایش یافته است یعنی  $\Delta U > 0$  یا طبق قانون اول ترمودینامیک  $Q + W > 0$  است.

گزینه ۳ -۸۹۵

در فرایند هم‌فشار کار و گرما از روابط  $W = -nR\Delta T$  و  $Q = nC_p \Delta T$  محاسبه می‌شود و در تمام فرایندها، تغییر انرژی درونی از رابطه  $\Delta U = nC_v \Delta T$  تعیین می‌گردد. در این سه رابطه  $n\Delta T$  مشترک است چون همواره در گازهای کامل و در یک گاز معین  $C_p > C_v > R$  می‌باشد پس می‌توان نتیجه گرفت:  $|Q| > |\Delta U| > |W|$

گزینه ۴ -۸۹۶

مطابق نمودار داده شده، فرایند در فشار ثابت انجام شده و دمای گاز افزایش یافته است. برای تعیین کار روی گاز ( $W$ ) و تغییر انرژی درونی ( $\Delta U$ ) با استفاده از گرمای داده شده کافی است از روابط  $Q = nC_p \Delta T$ ،  $W = -nR\Delta T$  و  $\Delta U = nC_v \Delta T$  استفاده کنیم، به طوری که توسط رابطه گرما مقدار  $nR\Delta T$  را تعیین کرده و در روابط  $W$  و  $\Delta U$  جای‌گذاری می‌کنیم. چون دمای گاز افزایش یافته است مقدار گرما مثبت جای‌گذاری می‌گردد:  $Q = nC_p \Delta T = 200J$

در روابط  $Q$ ،  $W = -nR\Delta T$  و  $\Delta U = nC_v \Delta T$  است، پس می‌توان نتیجه گرفت  $|Q| > |\Delta U| > |W|$  است. پس:

$$|\Delta U| < 200J$$

در نتیجه دما افزایش یافته، انرژی درونی نیز افزایش یافته است. یعنی:  $0 < \Delta U < +200J$

گزینه ۳ -۸۹۷

با توجه به رابطه‌های  $Q = nC_p \Delta T$ ،  $W = -nR\Delta T$  و  $\Delta U = nC_v \Delta T$  تابع هر سه کمیت گرما، کار و تغییر انرژی

گزینه ۴ - ۹۰۴

بر طبق مفهوم فرایند هم‌دما، انرژی درونی گاز ثابت می‌ماند و تغییر نمی‌کند.

گزینه ۲ - ۹۰۵

در فرایند هم‌دما، انرژی درونی ثابت بوده و طبق قانون اول ترمودینامیک ( $\Delta U = Q + W$ ) با ثابت ماندن انرژی درونی ( $\Delta U = 0$ )، قدرمطلق کار و گرمای مبادله شده بین دستگاه و محیط در این فرایند برابر است. به عبارت دیگر:

$$Q + W = 0 \Rightarrow W = -Q$$

گزینه ۱ - ۹۰۶

چون دما ثابت است، انرژی درونی تغییر نمی‌کند و ثابت است.

**راهبرد حل:** چنانچه در نمودارهای P-V مربوط به فرایند هم‌دما، مساحت زیر نمودار داده شده و گرمای مبادله شده در فرایند را بخواهند یا بالعکس برای رسیدن به پاسخ نهایی باید به ترتیب زیر عمل کنیم:

(۱) با توجه به جهت فرایند، تراکمی یا انبساطی بودن فرایند را مشخص کنیم.

(۲) در فرایندهای تراکمی W مثبت و در فرایندهای انبساطی W منفی است.

(۳) با توجه به اینکه  $|W| = S$  است و با توجه به نکته (۲) مقدار کار روی گاز را همراه با علامت، معین می‌کنیم.

(۴) طبق تساوی  $Q = -W$  در فرایند هم‌دما، مقدار و علامت گرما (Q) مشخص می‌شود.

(۵) اگر Q مثبت به دست آمد یعنی گاز گرما گرفته است و اگر Q منفی به دست آمد یعنی گاز گرما از دست داده است.

گزینه ۱ - ۹۰۷

طبق نمودار داده شده، فرایند همدمای تراکمی است. چون فرایند تراکمی است (حجم کاهش می‌یابد) پس کار روی گاز (W) مثبت است و چون فرایند در دمای ثابت است پس  $Q = -W$  و گرمای مبادله شده منفی است که یعنی دستگاه (گاز) گرما از دست داده است.

گزینه ۳ - ۹۰۸

نمودار P-V فرایند هم‌دما یک نمودار موسوم به هموگرافیک است و بر طبق معادله حالت ( $PV = nRT$ ) با افزایش دما حاصل ضرب PV نیز بیشتر می‌شود. پس هرچه دما بیشتر می‌شود نمودار P-V نیز بالاتر خواهد رفت. از طرف دیگر چون فرایند تراکمی است جهت فرایند باید در جهت کاهش حجم باشد.

گزینه ۳ - ۹۰۹

نمودار P-V دو فرایند هم‌دما معلوم است و نمودار V-T آنها خواسته شده است. چون نمودار متعلق به دو فرایند هم‌دما است، شکل آن در دستگاه V-T باید خطی عمود بر محور دما باشد اما باید تعیین کنیم:

(۱) کدام فرایند در دمای بیش‌تر انجام می‌شود؟

گزینه ۳ - ۹۰۰

در این سؤال، مقدار افزایش انرژی درونی ( $\Delta U$ ) خواسته شده است. چون آب به بخار تبدیل شده است، ابتدا باید کار (W) و گرمای مبادله شده را از روابط  $W = -P\Delta V$  و  $Q = mL_V$ ، محاسبه کرده و سپس از قانون اول ترمودینامیک مقدار  $\Delta U$  را تعیین کنیم. چون آب به بخار تبدیل شده است. گرما دریافت کرده و مقدار Q مثبت است و داریم:

$$Q = mL_V \xrightarrow{m=1g, L_V=2/25 \times 10^3 J/g} Q = 2250 J$$

کار انجام شده روی دستگاه برابر است با:

$$W = -P\Delta V \xrightarrow{P=1.0^5 Pa, V_1=\frac{m}{\rho}=1cm^3, V_2=1/7 \times 10^3 cm^3} \xrightarrow{1cm^3=10^{-6}m^3}$$

$$W = -1.0^5 (1/7 \times 10^{-3} - 1 \times 10^{-6}) = -1.0^5 (1699 \times 10^{-6})$$

$$= -169/9 J = -170 J \Rightarrow W = -1/7 \times 10^3 J = -170 J$$

دقت کنید چون محاسبه بر اساس، دقت اندازه‌گیری یک‌صدم انجام شده است. حال طبق قانون اول ترمودینامیک:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{Q=2250 J, W=-170 J}$$

$$\Delta U = 2080 J = 2/08 \times 10^3 J$$

گزینه ۲ - ۹۰۱

در فرایند هم‌دما فشار نهایی گاز خواسته شده بدون آنکه کمیت‌های Q و W داده شود. (البته در فرایند هم‌دما  $\Delta U = 0$  است) مطابق نمودار P-V مقادیر اولیه حجم و فشار و حجم ثانویه داده شده است. بنابراین برای تعیین فشار نهایی باید از معادله حالت گاز کامل به صورت  $P_1 V_1 = P_2 V_2$  استفاده کنیم. با توجه به معادله حالت گاز کامل در فرایند با دمای ثابت خواهیم داشت:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \xrightarrow{P_1=1.0^5 Pa, V_1=20L, V_2=4L}$$

$$1.0^5 \times 20 = P_2 \times 4 \Rightarrow P_2 = 5 \times 10^5 Pa$$

گزینه ۱ - ۹۰۲

در این مسئله نمودار مقداری گاز در دو فرایند هم‌دما در یک دستگاه رسم شده است و وضعیت گاز در دو حالت ( $P_1, V_1, T_1$ ) و ( $P_2, V_2, T_2$ ) مشخص شده است و می‌خواهیم  $\frac{P_2}{P_1}$  را بیابیم.

بهترین راه حل آن است که از معادله حالت گاز کامل در دو حالت

$$\text{یعنی } \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \text{ استفاده کنیم.}$$

با جاگذاری مقادیر حجم و دمای داده شده داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{T_1=300K, V_1=30L} \xrightarrow{T_2=400K, V_2=20L}$$

$$\frac{P_1 \times 30}{300} = \frac{P_2 \times 20}{400} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 2$$

گزینه ۳ - ۹۰۳

چون دما ثابت است، لذا انرژی درونی گاز تغییر نمی‌کند.

(علامت کار) استفاده کنیم و همچنین یادآوری می‌شود که تغییر انرژی درونی متناسب با تغییر دمای مطلق است. چون فرایند انبساطی است علامت کار روی گاز (W) منفی می‌باشد بنابراین طبق رابطه  $\Delta U = W$ ، تغییر انرژی درونی نیز منفی بوده یعنی انرژی درونی و دما کاهش یافته است.

گزینه ۱ -۹۱۵

بر طبق جدول داده‌ها، فرایند بی‌دررو بوده که با کاهش فشار همراه است پس حجم دستگاه در حال افزایش بوده و فرایند انبساطی است. در فرایندهای انبساطی علامت کار روی گاز منفی بوده بنابراین طبق رابطه  $\Delta U = W$ ، تغییر انرژی درونی نیز منفی بوده ( $\Delta U < 0$ ) یعنی انرژی درونی در حال کاهش است پس  $X = \text{کاهش}$ ،  $Y = \text{افزایش}$

**راهبرد حل:** اگر در فرایند بی‌دررو، کار انجام شده روی گاز معلوم باشد و تغییر دمای گاز را در طی فرایند بی‌دررو بخواهند باید به ترتیب زیر حل مسأله بپردازیم:

(۱) ابتدا علامت کار روی گاز (W) را از روی انبساط یا تراکم مشخص می‌کنیم.

(۲) طبق قانون اول ترمودینامیک در فرایند بی‌دررو  $W = \Delta U$  است.

(۳) با استفاده از رابطه  $\Delta U = nC_V \Delta T$ ، تغییر دما ( $\Delta T$ ) محاسبه می‌شود.

گزینه ۳ -۹۱۶

کار در فرایند بی‌دررو برابر با تغییر انرژی درونی است ( $\Delta U = W$ ). از طرف دیگر تغییر انرژی درونی متناسب با تغییر دما است ( $\Delta U = nC_V \Delta T$ ) چون تغییر دما در دو حالت داده شده یکسان است پس تغییر انرژی درونی در دو حالت و کار روی گاز نیز در دو حالت برابر می‌باشد.

گزینه ۴ -۹۱۷

برای تعیین، انرژی درونی گاز در انتهای فرایند باید انرژی درونی اولیه گاز را به‌دست آورد از آنجایی که در فرایند بی‌دررو  $\Delta U = W$  بوده و انرژی درونی تابع دمای مطلق گاز است و همچنین تغییر انرژی درونی نیز متناسب با تغییر دمای گاز است می‌توان از تساوی  $\frac{\Delta U}{U_1} = \frac{\Delta T}{T_1}$  استفاده کرد تا مقدار  $U_1$  به‌دست آید. سپس از رابطه  $U_1 + \Delta U_1 = U_2$ ، انرژی گاز را در انتهای فرایند محاسبه نمود، بنابراین داریم:

$$\Delta U = W \xrightarrow{W=+400J} \Delta U = +400J$$

حال، انرژی درونی اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta U}{U_1} = \frac{\Delta T}{T_1} \xrightarrow{\Delta T=127-27=100K, T_1=273+27=300K} \frac{400}{U_1} = \frac{100}{300} \Rightarrow U_1 = 1200J$$

(۲) هر فرایند تراکمی است یا انبساطی؟ مطابق نمودار P-V داده شده چون نمودار فرایند A بالاتر از فرایند B است پس  $T_A > T_B$  می‌باشد و فرایند A همراه با کاهش حجم اما فرایند B همراه با افزایش حجم است.

گزینه ۲ -۹۱۰

می‌دانیم دمای مخلوط آب و یخ همواره صفر درجه سلسیوس است و تا زمانی که تمام یخ ذوب نشود دمای آب بالا نمی‌رود، بنابراین وقتی سرنگ را درون مخلوط آب و یخ قرار می‌دهیم پس از مدتی با آن به تعادل گرمایی رسیده و دمای دستگاه نیز صفر درجه سلسیوس می‌شود. حال وقتی گاز درون سرنگ را به آرامی متراکم می‌کنیم. چون در دمای آن تغییری ایجاد نمی‌شود. مخلوط آب و یخ برای گاز درون سرنگ به‌عنوان یک منبع گرما محسوب شده و فرایند هم‌دما خواهد بود.

گزینه ۳ -۹۱۱

بر طبق مفاهیم، فرایند بی‌دررو به دو صورت امکان‌پذیر است: (۱) دستگاه عایق‌بندی گرمایی شود. (۲) فرایند سریع انجام گردد.

گزینه ۱ -۹۱۲

در فرایند بی‌دررو، حجم با فشار گاز رابطه عکس دارد بنابراین با سه برابر شدن فشار گاز، حجم آن کاهش می‌یابد. یعنی فرایند تراکمی است پس کار روی گاز (W) مثبت می‌باشد. از طرف دیگر چون در فرایند بی‌دررو  $\Delta U = W$  است پس  $\Delta U > 0$  است.

**راهبرد حل:** برای تعیین چگونگی انرژی درونی و تغییر دمای گاز طی یک فرایند بی‌دررو، باید به‌صورت زیر فرایند را بررسی کنیم:

(۱) کاهش یا افزایش حجم، به عبارت دیگر انبساط یا تراکم دستگاه را تعیین کنیم.

(۲) در فرایندهای تراکمی کار روی گاز مثبت ( $W > 0$ ) و در فرایندهای انبساطی کار روی گاز منفی ( $W < 0$ ) است.

(۳) با استفاده از قانون اول ترمودینامیک در فرایند بی‌دررو که در آن  $Q = 0$  است،  $\Delta U = W$  بوده و می‌توان علامت  $\Delta U$  را تعیین کرد.

(۴) اگر  $\Delta U < 0$  باشد، انرژی درونی و دما کاهش یافته و اگر  $\Delta U > 0$  باشد انرژی درونی و دما افزایش می‌یابد.

گزینه ۱ -۹۱۳

مطابق نمودار P-V داده شده، فرایند انبساطی است پس کار روی گاز (W) منفی است، بنابراین طبق تساوی  $\Delta U = W$ ، تغییر انرژی درونی نیز منفی بوده و انرژی درونی کاهش می‌یابد و چون انرژی درونی تابع دمای مطلق است پس دمای گاز در طی فرایند کاهش می‌یابد.

گزینه ۱ -۹۱۴

در این سوال باید تغییرات دما و انرژی درونی بررسی شود. از آنجایی که فرایند بی‌دررو است باید از  $\Delta U = W$  و مفاهیم کار روی گاز



گزینه ۱ - ۹۲۲

ابتدا تغییر انرژی درونی گاز را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta U = \frac{C_V}{R} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$$

$$C_V = \frac{3}{2} R, P_1 = 7 \times 10^3 \text{ Pa}, P_2 = 2 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$\frac{V_1 = 4 \times 10^{-3} \text{ m}^3, V_2 = 9 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{\rightarrow}$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} (180 - 280) \Rightarrow \Delta U = -150 \text{ J}$$

کار روی محیط  $W' = -W$  برابر است با  $W' = -W$  و همچنین در فرایند بی‌دررو  $\Delta U = W$  است. بنابراین:

$$W' = -\Delta U \Rightarrow W' = +150 \text{ J}$$

گزینه ۱ - ۹۲۳

ابتدا تغییر انرژی درونی گاز را محاسبه می‌کنیم. چون تغییر دمای گاز، داده شده است. خواهیم داشت:

$$\Delta U = n C_V \Delta T \xrightarrow{n=5 \text{ mol}, C_V = \frac{3}{2} R, \Delta T = 285 - 300 = -15 \text{ K}}$$

$$\Delta U = 5 \left( \frac{3}{2} \times 8 \right) (-15) \Rightarrow \Delta U = -900 \text{ J}$$

چون در فرایند بی‌دررو  $\Delta U = W$  و  $W' = -W$  است پس:

$$W' = -\Delta U \Rightarrow W' = +900 \text{ J}$$

گزینه ۴ - ۹۲۴

برای محاسبه، تغییر دمای گاز در یک فرایند، باید تغییر انرژی درونی آن معلوم باشد تا بتوان توسط رابطه  $\Delta U = n C_V \Delta T$ ، مقدار  $\Delta T$  را محاسبه کرد. در این فرایند سطح زیر نمودار  $P - V$  که بیان‌گر  $|W|$  است داده شده است و چون در فرایند بی‌دررو  $\Delta U = W$  می‌باشد، تغییر انرژی درونی گاز مشخص است و می‌توان از رابطه فوق برای محاسبه  $\Delta T$  استفاده کرد. البته لازم است که علامت کار را مشخص کنیم.

مطابق نمودار صورت سوال فرایند  $AB$ ، یک فرایند انبساطی است، پس کار در این فرایند منفی است یعنی  $W = -60 \text{ J}$  و چون فرایند بی‌دررو است پس  $\Delta U = -60 \text{ J}$  بوده و می‌توان تغییر دمای گاز را محاسبه کرد.

$$\Delta U = n C_V \Delta T \xrightarrow{\Delta U = -60 \text{ J}, n = 2 \text{ mol}, C_V = \frac{3}{2} R, R = 8 \text{ J/mol} \cdot \text{K}}$$

$$-60 = \left( \frac{3}{2} \right) \left( \frac{3}{2} \times 8 \right) \Delta T \Rightarrow \Delta T = -25 \text{ K}$$

گزینه ۲ - ۹۲۵

برای محاسبه تغییر دمای گاز در یک فرایند، باید تغییر انرژی درونی گاز معلوم باشد، بنابراین چون مقادیر اولیه و نهایی، فشار و حجم گاز

$$\Delta U = \frac{C_V}{R} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$$

مقدار  $\Delta U$  را محاسبه کرده، سپس از رابطه  $\Delta U = n C_V \Delta T$ ، تغییر دمای گاز را محاسبه می‌کنیم و با می‌توان از ابتدا، تساوی دو رابطه فوق، مستقیماً  $\Delta T$  را محاسبه کرد.

در پایان انرژی درونی گاز در انتهای فرایند برابر است با:

$$U_2 = \Delta U + U_1 \xrightarrow{\Delta U = 400 \text{ J}, U_1 = 1200 \text{ J}} U_2 = 1600 \text{ J}$$

گزینه ۱ - ۹۱۸

در طی فرایند حجم گاز نصف شده است، پس فرایند تراکمی بی‌دررو بوده و کار روی گاز مثبت است پس  $W = 150 \text{ J}$  می‌باشد بنابراین طبق تساوی  $\Delta U = W$ ، انرژی درونی نیز  $150 \text{ J}$  افزایش یافته است ( $\Delta U = 150 \text{ J}$ ). حال برای محاسبه تغییر دما داریم:

$$\Delta U = n C_V \Delta T \xrightarrow{\Delta U = 150 \text{ J}, n = 1 \text{ mol}, C_V = \frac{3}{2} R, R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}}$$

$$150 = (1) \left( \frac{3}{2} \times 8 \right) \Delta T \Rightarrow \Delta T = 12.5 \text{ K}$$

گزینه ۴ - ۹۱۹

چون فرایند انبساطی است کار روی گاز منفی است یعنی  $W = -1650 \text{ J}$ . طبق قانون اول ترمودینامیک در فرایند بی‌دررو  $\Delta U = W$  است. بنابراین:

$$\Delta U = n C_V \Delta T \xrightarrow{\Delta U = -1650 \text{ J}, n = 1 \text{ mol}, C_V = \frac{3}{2} R, R = 8 \text{ J/mol} \cdot \text{K}}$$

$$-1650 = (1) \left( \frac{3}{2} \times 8 \right) \Delta T \Rightarrow \Delta T = -137.5 \text{ K}$$

چون تغییر دما برحسب کلون و درجه سلسیوس برابر است پس:

$$\Delta \theta = -137.5^\circ \text{C}$$

علامت منفی یعنی دما کاهش یافته است.

گزینه ۲ - ۹۲۰

برای محاسبه کار انجام شده در فرایند بی‌دررو، باید از رابطه  $\Delta U = W$  و برای به دست آوردن  $\Delta U$  باید از رابطه  $\Delta U = n C_V \Delta T$  استفاده کنیم، بنابراین داریم:

$$W = n C_V \Delta T$$

چون تغییر دمای گاز در هر دو فرایند،  $\Delta T = 100 \text{ K}$  است، کار انجام شده روی گاز نیز در دو فرایند یکسان خواهد بود.

گزینه ۱ - ۹۲۱

در این سوال چون فشار و حجم در حالت‌های اولیه و نهایی داده شده

$$\Delta U = \frac{C_V}{R} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$$

است باید از رابطه استفاده کنیم.

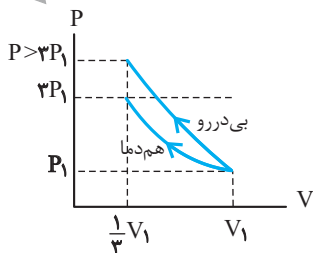
تغییر انرژی درونی دستگاه برابر است با:

$$\Delta U = \frac{C_V}{R} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$$

$$\xrightarrow{P_1 = 1 \text{ atm}, V_1 = 2 \text{ L}, P_2 = 3 \text{ atm}, V_2 = 1 \text{ L}, 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}, 1 \text{ L} = 10^{-3} \text{ m}^3, C_V = \frac{3}{2} R}$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} (3 \times 1 - 1 \times 2) \times 1.013 \times 10^5 \times 10^{-3} \Rightarrow \Delta U = 150 \text{ J}$$

چون  $\Delta U > 0$  به دست آمده است، پس انرژی درونی گاز افزایش یافته است.



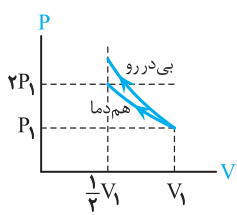
که حجم گاز در هر دو فرایند نصف شود به صورت زیر است:

گزینه ۲ -۹۲۸

با توجه به سریع بودن فرایند تراکم، این فرایند بی دررو می باشد. اگر فرض کنیم در فرایند هم دما حجم گاز  $\frac{1}{3}$  حالت اولیه شود  $(V_2 = \frac{1}{3} V_1)$  فشار گاز ۳ برابر می شود، زیرا طبق معادله حالت گاز کامل داریم:

$$P_2 V_2 = P_1 V_1 \xrightarrow{V_2 = \frac{1}{3} V_1} P_2 = 3 P_1$$

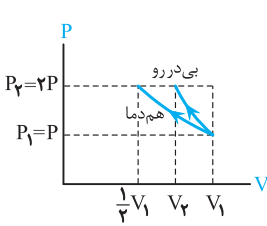
اما در فرایند تراکمی بی دررو و با  $\frac{1}{3}$  شدن حجم گاز، فشار گاز از ۳ برابر فشار اولیه بیشتر می شود. زیرا در فرایند بی دررو مانند فرایند هم دما گاز گرما از دست نداده و باعث افزایش فشار بیشتر از حالت هم دما می شود پس فشار نهایی در فرایند بی دررو بیش از سه برابر حالت اول است یعنی:  $P_2 > 3 P_1$  بی دررو



دقت کنیم نمودار P-V این دو فرایند در یک دستگاه مطابق شکل است:

گزینه ۴ -۹۲۹

چون فشار گاز ۲ برابر شده است، حجم گاز کاهش می یابد، ولی نسبت  $\frac{V_2}{V_1}$  را نمی توان مستقیماً در فرایند بی دررو تعیین کرد. در فرایند هم دما، چون حجم و فشار نسبت عکس دارند با ۲ برابر شدن فشار،



حجم گاز، نصف  $(\frac{1}{2} V_1)$  می شود. اما مطابق شکل زیر در فرایند بی دررو در مقایسه با فرایند هم دما، با افزایش فشار یکسان، کاهش حجم در فرایند بی دررو کمتر از فرایند هم دما است:

به عبارت دیگر، مطابق نمودار P-V برای دو فرایند داریم:

$$\frac{1}{2} V_1 < V_2 < V_1 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{V_2}{V_1} < 1 \quad (1)$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1}$$

$$\frac{P_2 = 2P_1}{T_1} \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{2V_2}{V_1} \xrightarrow{\frac{T_2}{T_1} = K} K = \frac{2V_2}{V_1}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{V_2}{V_1} < 1 \xrightarrow{\times 2} 1 < \frac{2V_2}{V_1} < 2 \Rightarrow 1 < K < 2$$

با معلوم بودن مقادیر اولیه و نهایی، فشار و حجم، برای تعیین تغییر دمای گاز، می توان دو رابطه  $\Delta U = n C_V \Delta T$  و  $\Delta U = \frac{C_V}{R} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$  را مساوی هم قرار داد و با جای گذاری مقادیر داده شده،  $\Delta T$  را به دست آورد.

$$n C_V \Delta T = \frac{C_V}{R} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$$

$$\frac{n = 0.5 \text{ mol}, R = 8 \text{ J/mol.K}, P_1 = 3/2 \text{ atm}, V_1 = 1 \text{ L}}{P_2 = 0.7 \text{ atm}, V_2 = 3 \text{ L}, 1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}, 1 \text{ L} = 10^{-3} \text{ m}^3} \rightarrow$$

$$(0.5) \Delta T = \frac{1}{8} (2/1 - 3/2) \times 10^5 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \Delta T = -13/75 \text{ K}$$

راه دوم: با استفاده از حالت گازهای کامل اختلاف دما بین دو نقطه A و B را می یابیم:

$$\Delta T = T_B - T_A = \frac{P_B V_B}{nR} - \frac{P_A V_A}{nR}$$

$$= \frac{1}{nR} (P_B V_B - P_A V_A)$$

$$= \frac{1}{0.5 \times 8} (0.7 \times 3 - 3/2 \times 1) \times 10^5 \times 10^{-3} = -13/75 \text{ K}$$

گزینه ۴ -۹۲۶

همواره در گازهای کامل بین مقادیر گرمای ویژه مولی در فشار ثابت و حجم ثابت رابطه  $(C_P = C_V + R)$  برقرار است بنابراین:

$$\frac{C_P}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} = 1 + \frac{R}{C_V} > 1$$

**راهنما:** حل برای تعیین چگونگی تغییر فشار در اثر تغییر حجم در یک فرایند بی دررو، بهتر است آن را با فرایند هم دما که تغییر حجم آن نیز همانند بی دررو است مقایسه کنیم و یا نمودار P-V آنها را در یک دستگاه رسم کنیم.

گزینه ۴ -۹۲۷

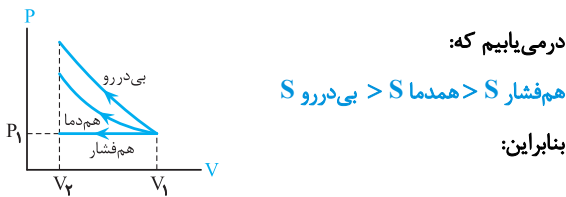
اگر فرض کنیم حجم مقداری گاز طی یک فرایند هم دما نصف شود  $(V_2 = \frac{1}{2} V_1)$  بر طبق معادله حالت، فشار گاز دو برابر می شود.

$$P_2 V_2 = P_1 V_1 \xrightarrow{V_2 = \frac{1}{2} V_1} P_2 = 2 P_1$$

یعنی: حال اگر حجم همین مقدار گاز در فرایند بی دررو از  $V_1$  به  $V_2 = \frac{1}{2} V_1$  تغییر کند فشار گاز افزایش می یابد، با این تفاوت که در فرایند بی درروی تراکمی چون گرما مبادله نمی شود فشار گاز بیشتر از حالت هم دما، افزایش می یابد. یعنی بیشتر از ۲ برابر، زیرا در فرایند تراکمی هم دما، گاز مقداری گرما از دست می دهد و مانع از افزایش فشار بیشتر از ۲ برابر می گردد.

بررسی چگالی: با نصف شدن حجم و ثابت ماندن جرم گاز طبق رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  چگالی گاز ۲ برابر می شود زیرا چگالی با حجم گاز نسبت عکس دارد.

دقت کنیم، نمودار دو فرایند هم دما و بی دررو در یک دستگاه P-V



درمی یابیم که:  
هم فشار  $S >$  هم دما  $S >$  بی دررو  $S$   
بنابراین:  
 $|W_{\text{هم فشار}}| > |W_{\text{هم دما}}| > |W_{\text{بی دررو}}|$

گزینه ۲ - ۹۳۸

با توجه به شکل درمی یابیم که پیستون بالای گاز توسط گیره، ثابت شده است و به این معنی است که حجم گاز در این فرایند ثابت می ماند. ولی فشار، دما و انرژی درونی گاز با افزایش دما، بیشتر می شود. بنابراین با ثابت ماندن حجم گاز چون جرم آن نیز ثابت است طبق رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$ ، چگالی گاز ثابت می ماند.

گزینه ۳ - ۹۳۹

در فرایند هم فشار دستگاه با محیط، گرما و کار ( $Q$  و  $W$ ) مبادله می کند. تنها شکلی که با منبع گرما در تماس بوده و  $Q$  و  $W$  دارد شکل  $C$  است. همچنین برای فرایند بی دررو باید دستگاه نسبت به محیط عایق بندی گرمایی شود که این حالت مربوط به شکل  $A$  است.

گزینه ۳ - ۹۴۰

برای بررسی کمیت های ماکروسکوپی گاز، ابتدا باید نوع فرایند ترمودینامیکی توسط نمودار داده شده، مشخص شود. مطابق نمودار داده شده، دما ثابت است، زیرا نمودار، خطی عمود بر محور دما ( $T$ ) است. بنابراین با یک فرایند هم دما، مواجه هستیم. چون فشار گاز کاهش می یابد، حجم گاز در حال افزایش است، زیرا در فرایند هم دما، فشار و حجم، با هم رابطه عکس دارند، بنابراین فرایند داده شده یک فرایند انبساطی هم دما است که در آن  $\Delta T = 0$ ،  $\Delta U = 0$  و  $Q > 0$  و  $W < 0$  است. بنابراین دستگاه گرما دریافت کرده است.

گزینه ۳ - ۹۴۱

برای مقایسه کار انجام شده روی گاز در دو فرایند، ابتدا باید نوع فرایندها را مشخص کنیم که در این سوال با دو فرایند هم فشار مواجه هستیم. زیرا نمودارها خطوطی هستند که امتدادشان از مبدأ  $V-T$  عبور می کند و شیب آن با فشار گاز رابطه عکس دارد و برای محاسبه کار باید از رابطه  $W = -P\Delta V$  استفاده کرد. دو فرایند  $a$  و  $b$  هم فشار هستند و چون شیب نمودار  $a$  بیش تر از شیب نمودار  $b$  است پس  $P_a < P_b$  می باشد. مطابق نمودار، تغییر حجم در هر دو فرایند یکسان ( $\Delta V_a = \Delta V_b$ ) بوده و چون فرایندها تراکمی هستند، در هر دو فرایند با کاهش حجم مواجه هستیم. بنابراین:

$$W = -P\Delta V \xrightarrow{\Delta V_a = \Delta V_b < 0, P_a < P_b} W_b > W_a > 0$$

گزینه ۳ - ۹۴۲

همواره در تغییر حجم یکسان برای مقدار معینی گاز، طی دو فرایند جداگانه هم دما و بی دررو، تغییر فشار در فرایند بی دررو بیشتر است.

گزینه ۱ - ۹۳۰

در فرایند بی دررو، گرما مبادله نمی شود ( $Q = 0$ ) و  $\Delta U = W$  است. چون فرایند تراکمی است  $W > 0$  می باشد در نتیجه  $\Delta U > 0$  است و انرژی درونی و دمای گاز افزایش می یابد.

گزینه ۳ - ۹۳۱

در فرایند هم حجم، چون حجم دستگاه ثابت است، کار روی گاز انجام نمی شود، بنابراین  $W = 0$  است.

گزینه ۲ - ۹۳۲

در فرایندهای هم فشار همواره داریم:  $|Q| > |\Delta U| > |W|$   
بررسی گزینه ها:  
گزینه «۱» و «۴»: در فرایند بی دررو همواره  $\Delta U = W$  است.  
گزینه «۳»: در فرایندهای هم دما همواره  $\Delta U = 0$  است که کوچک تر از  $|W|$  خواهد بود.

گزینه ۳ - ۹۳۳

در فرایند هم دما، چون دما ثابت است و انرژی درونی نیز به دما وابسته است، انرژی درونی ثابت می ماند.

گزینه ۳ - ۹۳۴

در فرایند بی دررو، گرمایی بین دستگاه و محیط مبادله نمی شود ( $Q = 0$ ). بنابراین طبق قانون اول ترمودینامیک ( $\Delta U = Q + W$ )، تغییر انرژی درونی در این فرایند، برابر کار انجام شده روی دستگاه است  $\Delta U = W$ .

گزینه ۳ - ۹۳۵

در فرایند هم دما، تغییر انرژی درونی صفر است. پس گزینه های ۱ و ۲ صحیح نیستند. در فرایند بی دررو چون گرما مبادله نمی گردد ( $Q = 0$ )، تغییر انرژی درونی برابر با کار انجام شده روی گاز است. یعنی  $\Delta U = W$ . از طرفی می دانیم در فرایند انبساطی، کار روی دستگاه منفی است ( $W < 0$ ) بنابراین:

$$\Delta U = W \xrightarrow{W < 0} \Delta U < 0$$

یعنی انرژی درونی کاهش می یابد.

گزینه ۴ - ۹۳۶

فقط در فرایند بی دررو، دستگاه با محیط گرما مبادله نمی کند.

گزینه ۲ - ۹۳۷

در این سوال باید تعیین کنیم کار روی گاز در کدام فرایند بیش تر است، بنابراین با توجه به اینکه سطح زیر نمودار  $P-V$  برابر قدرمطلق کار است، باید نمودار  $P-V$  سه فرایند را در یک دستگاه رسم کرد و سطح زیر نمودار آن ها را با هم مقایسه نمود. اگر مطابق شکل زیر، نمودار سه فرایند هم فشار، بی دررو و هم دما را به طور تراکمی رسم کنیم،

$$\left(\frac{P_{1f} V_f}{T_i}\right)_{\text{هم‌دما}} = \left(\frac{P_{2f} V_f}{T_f}\right)_{\text{بی‌دررو}}$$

$$\frac{P_{2f}}{P_{1f}} = \frac{T_f}{T_i} \xrightarrow{T_f = T_i - \frac{\gamma}{100} T_i = \frac{93}{100} T_i} \frac{P_{2f}}{P_{1f}} = 0.93$$

گزینه ۲ -۹۴۷

در فرایند بی‌دررو  $W = \Delta U = nC_V \Delta T$  یا  $W = \Delta U = \frac{C_V}{R} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$  بنابراین چون مقادیر حجم و فشار داده شده، باید از رابطه دوم استفاده کنیم. دقت کنید چون فرایند تراکمی است،  $W$  و  $\Delta U$  مثبت‌اند، هم‌چنین، چون تغییر فشار در فرایند  $AB$  بیشتر از فرایند  $AC$  است، فرایند  $AB$ ، بی‌دررو می‌باشد.

$$\Delta U = \frac{C_V}{R} (P_B V_B - P_A V_A) \xrightarrow{\Delta U = 195 \text{ J}, C_V = \frac{3}{2} R, V_B = 1/5 \times 10^{-3} \text{ m}^3}$$

$$195 = \frac{3}{2} (P_B \times 1/5 \times 10^{-3} - P_A V_A)$$

$$\frac{P_A V_A = P_C V_C = (\frac{\gamma}{3} \times 10^5)(1/5 \times 10^{-3})}{\text{در فرایند هم‌دما}}$$

$$195 = \frac{3}{2} (P_B \times 1/5 \times 10^{-3} - 350) \Rightarrow$$

$$P_B = 3/2 \times 10^5 \text{ Pa} \Rightarrow P_B = 3/2 \text{ atm}$$

گزینه ۱ -۹۴۸

طبق مفاهیم فرایند بی‌دررو، تغییر انرژی درونی معلوم است ( $\Delta U = W$ ) و چون فرایند انبساطی است،  $W$  و  $\Delta U$  منفی‌اند، همچنین فرایندی که دارای شیب بیش‌تری است، فرایند بی‌دررو و دیگری هم‌دما است، بنابراین داریم:

$$\Delta U = \frac{C_V}{R} (P_2 V_2 - P_1 V_1) \xrightarrow{\Delta U = -150 \text{ J}, C_V = \frac{3}{2} R, V_2 = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3}$$

$$-150 = \frac{3}{2} (P_2 \times 2 \times 10^{-3} - P_1 V_1)$$

$$\frac{(P_1 V_1)_{\text{بی‌دررو}} = (P_1 V_1 = P_2' V_2)_{\text{هم‌دما}} = (2 \times 10^5)(2 \times 10^{-3})}{\text{}}$$

$$-150 = \frac{3}{2} (P_2 \times 2 \times 10^{-3} - 400) \Rightarrow P_2 = 1/5 \times 10^5 \text{ Pa} = 1/5 \text{ atm}$$

گزینه ۴ -۹۴۹

در این مسأله نسبت و رابطه بین حجم نهایی گاز در دو فرایند هم‌دما و بی‌دررو خواسته شده است. چون در هر دو فرایند کاهش فشار به یک مقدار است می‌توان از نمودار  $P-V$  آنها که به‌طور کیفی در یک دستگاه مختصات رسم می‌شود استفاده کرد که افزایش حجم گاز در کدام فرایند بیشتر است و سپس با استفاده از معادله حالت گاز در فرایند هم‌دما  $(P_1 V_1 = P_2 V_2)$  این نسبت و رابطه را مشخص کرد.

توجه: در نمودار  $P-V$ ، شیب منحنی فرایند بی‌دررو، بیشتر از شیب منحنی فرایند هم‌دما است.

گزینه ۱ -۹۴۳

تغییر انرژی درونی مقداری گاز، فقط به تغییر دمای مطلق آن وابسته است. چون در هر دو فرایند تغییر دمای مطلق یکسان است، تغییر انرژی درونی گاز نیز در هر دو فرایند یکسان خواهد بود.

گزینه ۳ -۹۴۴

برای تعیین کار انجام شده روی گاز، ابتدا باید نوع فرایند را مشخص کنیم. مطابق این نمودار فرایند انجام شده روی گاز، فرایند هم‌حجم است، نمودار آن خطی است که امتدادش از مبدأ نمودار  $(V-T)$  عبور می‌کند، بنابراین کار روی گاز صفر ( $W=0$ ) است و برای محاسبه حجم گاز باید از رابطه  $PV = nRT$  استفاده کرد:

$$PV = nRT \xrightarrow{n=1 \text{ mol}, R=8 \text{ J/mol.K}, T=0+273=273 \text{ K}, P=10^5 \text{ Pa}}$$

$$10^5 \times V = (1)(8)(273) \Rightarrow V = 21/84 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 21/84 \text{ L}$$

گزینه ۱ -۹۴۵

در این سوال نسبت فشار نهایی گاز در فرایند بی‌دررو به فشار نهایی گاز در فرایند هم‌دما خواسته شده است. چون فقط تغییر حالت گاز مطرح بوده و مبادله انرژی معلوم نیست باید از معادله حالت گاز کامل به‌صورت (ثابت  $\frac{PV}{T}$ ) استفاده کنیم.

در فرایند هم‌دما معادله حالت گاز کامل به‌صورت زیر می‌باشد که فشار نهایی گاز در فرایند هم‌دما است.

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad (1)$$

در فرایند بی‌دررو معادله حالت گاز کامل به‌صورت زیر است که فشار نهایی گاز در فرایند بی‌دررو است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2' V_2}{T_2} \xrightarrow{T_2 = T_1 - \frac{5}{100} T_1 = \frac{95}{100} T_1}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2' V_2}{0.95 T_1} \Rightarrow P_1 V_1 = \frac{P_2' V_2}{0.95} \quad (2)$$

از دو رابطه (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

$$P_2 V_2 = \frac{100}{95} P_2' V_2 \Rightarrow \frac{P_2'}{P_2} = \frac{95}{100} = \frac{19}{20}$$

گزینه ۱ -۹۴۶

در این سوال چون تبادل انرژی وجود ندارد و فقط تغییر حالت گاز مطرح است باید از معادله حالت گاز آرمانی به‌صورت (ثابت  $\frac{PV}{T}$ ) استفاده شود. می‌دانیم با ثابت ماندن مقدار گاز، می‌توان معادله حالت را به‌صورت زیر نوشت:

$$\frac{P_i V_i}{T_i} = \left(\frac{P_{1f} V_f}{T_i}\right)_{\text{هم‌دما}} = \left(\frac{P_{2f} V_f}{T_f}\right)_{\text{بی‌دررو}}$$

چون نسبت فشار نهایی گاز در حالت بی‌دررو به حالت هم‌دما خواسته شده است، می‌توان نوشت:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \frac{3V_1}{V_1} = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow P_2 = 3P_1$$

اکنون از معادله حالت گاز کامل استفاده می‌کنیم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad P_2 = 3P_1, V_2 = 3V_1 \rightarrow T_2 = 9T_1$$

گزینه ۱

-۹۵۲

در این سوال تغییر انرژی درونی در یک فرایند غیرخاص خواسته شده است. چون دمای مطلق، حجم و فشار اولیه و همچنین و حجم و فشار ثانویه داده شده است، باید یکی از روابط  $\Delta U = nC_V \Delta T$

یا  $\Delta U = \frac{C_V}{R} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$  را مورد استفاده قرار دهیم. چون

می‌توانیم از رابطه  $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$ ، دمای مطلق گاز در حالت

نهایی را محاسبه کنیم پس بهتر است از رابطه اول استفاده کنیم.

با معلوم بودن  $T_a = 300 \text{ K}$  و نسبت فشار و حجم نهایی به فشار و حجم اولیه، ابتدا دمای مطلق را در حالت  $b$  محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{P_a V_a}{T_a} = \frac{P_b V_b}{T_b} \quad P_b = \frac{1}{5} P_a, V_b = \frac{1}{5} V_a \rightarrow$$

$$\frac{P_a V_a}{300} = \frac{\frac{1}{5} P_a (\frac{1}{5} V_a)}{T_b} \Rightarrow T_b = 768 \text{ K}$$

اکنون می‌توان تغییر انرژی درونی را محاسبه کرد:

$$\Delta U = nC_V \Delta T \xrightarrow{C_V = \frac{5}{2} R} \Delta U = \frac{5}{2} n R \Delta T$$

$$\frac{n = 0.5 \text{ mol}, \Delta T = 768 - 300 = 468 \text{ K}}{R = 8 \text{ J/mol} \cdot \text{K}} \rightarrow \Delta U = \frac{5}{2} (0.5)(8)(468)$$

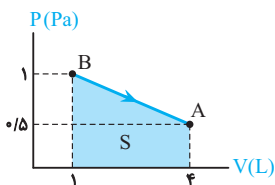
$$\Rightarrow \Delta U = 4680 \text{ J}$$

گزینه ۳

-۹۵۳

برای محاسبه گرمای مبادله شده در این فرایند غیرخاص ابتدا باید تغییر انرژی درونی را از رابطه  $\Delta U = U_2 - U_1$  به دست آوریم، چون انرژی درونی گاز در ابتدا و انتهای فرایند معلوم است.

$$\Delta U_{AB} = U_B - U_A \xrightarrow{U_A = 50 \text{ J}, U_B = 200 \text{ J}} \Delta U_{AB} = 150 \text{ J}$$



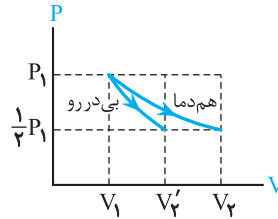
حال باید کار روی گاز را توسط مساحت زیر نمودار  $P-V$  تعیین کنیم، چون فرایند انبساطی است، کار منفی می‌باشد. پس:

$$W_{AB} = -S_{AB} \xrightarrow{\text{ارتفاع} \times \frac{\text{مجموع دو قاعده}}{2}} \text{ارتفاع} \times \frac{S}{2}$$

$$W_{AB} = - \frac{(1 + 0.5) \times 1.5}{2} \times (3 \times 10^{-3}) \Rightarrow$$

$$W_{AB} = -225 \text{ J}$$

حال طبق قانون اول ترمودینامیک و با معلوم بودن کار و تغییر انرژی درونی، گرمای مبادله شده به دست می‌آید:



چون در هر دو فرایند فشار کاهش یافته است پس فرایند انبساطی است. مطابق شکل، اگر نمودار  $P-V$  دو فرایند در یک دستگاه مختصات رسم شود مشاهده می‌شود که:

$$V_1 < V'_2 < V_2$$

از طرفی در فرایند هم‌دما داریم:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \xrightarrow{P_2 = \frac{1}{2} P_1} V_2 = 2V_1$$

بنابراین  $V'_2 < 2V_1$  و  $V_2 = 2V_1$  است.

دقت کنید، نمودار  $P-V$  فرایند بی‌دررو دارای شیب بیشتری نسبت به نمودار  $P-V$  فرایند هم‌دماست. به عبارت دیگر، در تغییر فشار یکسان برای دو فرایند هم‌دما و بی‌دررو، تغییر حجم در فرایند بی‌دررو کمتر است.

گزینه ۳

-۹۵۰

با توجه به نمودار داده شده، فرایند (۱) چون دارای شیب بیش‌تری نسبت به فرایند (۲) است، یک فرایند بی‌دررو می‌باشد و فرایند (۲)، هم‌دما است و برای هر دو فرایند، فشار گاز ۳ برابر شده است. از طرف دیگر می‌دانیم، در فرایند هم‌دما، وقتی فشار گاز ۳ برابر فشار اولیه می‌شود، حجم آن  $\frac{1}{3}$  برابر خواهد شد یعنی:

$$P_1 V_1 = P_2 V'_2 \xrightarrow{P_2 = 3P_1} V'_2 = \frac{1}{3} V_1$$

با توجه به نمودار، بدیهی است که  $V'_2 < V_2 < V_1$  است. بنابراین با جای‌گذاری  $V'_2 = \frac{1}{3} V_1$  در نامعادله فوق خواهیم داشت:

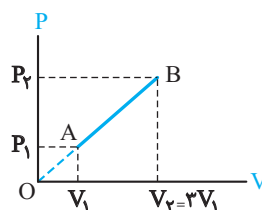
$$\frac{1}{3} V_1 < V_2 < V_1 \xrightarrow{\text{طرفین را بر } V_1 \text{ تقسیم کنیم}} \frac{1}{3} < \frac{V_2}{V_1} < 1$$

$$\xrightarrow{K = \frac{V_2}{V_1}} \frac{1}{3} < K < 1$$

گزینه ۴

-۹۵۱

در این سوال باید نسبت دمای ثانویه به دمای اولیه را محاسبه کنیم. چون فرایند یک فرایند غیرخاص ترمودینامیکی بوده و نمودار  $P-V$  آن یک خط راست است، باید از رابطه  $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$  استفاده کنیم، بنابراین ابتدا باید تعیین کنیم فشار گاز چند برابر شده است.



مطابق شکل دو مثلث متشابه در نمودار تشکیل شده است که ارتفاع یکی  $V_1$  و ارتفاع دیگری  $3V_1$  است. بنابراین طبق قضیه تشابه، دو مثلث  $OAV_1$  و  $OBV_2$  متشابه هستند:

$P_C V_C = 9$  می‌باشد. پس دما در نقطه C بیشتر از دما در نقاط A و B است، بنابراین می‌توان گفت دما در فرایند AB از A تا C افزایش و سپس از C تا B کاهش یافته است.

گزینه ۱ - ۹۵۶

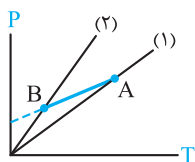
طبق نمودار داده شده، دمای گاز در حال افزایش است پس انرژی درونی نیز در حال افزایش می‌باشد. از طرف دیگر بر طبق نمودار در فرایند ab فشار در حال کاهش و دمای مطلق در حال افزایش است و طبق معادله حالت گاز کامل  $V = \frac{nRT}{P}$ ، حجم با فشار گاز رابطه عکس و با دمای مطلق رابطه مستقیم دارد پس حجم گاز در حال افزایش است و با افزایش حجم، کار روی گاز منفی است ( $W < 0$ ). طبق قانون اول ترمودینامیک  $\Delta U = Q + W$  چون  $\Delta U > 0$  و  $W < 0$  است پس الزاماً  $Q > 0$  باشد، لذا گاز گرما می‌گیرد.

گزینه ۳ - ۹۵۷

در این سؤال می‌خواهیم نوع فرایند و علامت کار و گرما را بررسی کنیم. در این سؤال نمودار P-V فرایند داده شده است که شبیه منحنی هم‌دماست. در این نمودارها اگر حاصل ضرب PV ابتدا و انتها یکسان باشد می‌تواند فرایند هم‌دما باشد و اگر  $P_f V_f < P_i V_i$  باشد می‌تواند فرایند بی‌دررو باشد. همچنین علامت کار و گرما نیز با توجه به انبساطی و یا تراکمی بودن فرایند قابل تعیین است. در این نمودار،  $P_i V_i = P_f V_f$  و  $P_i V_i = P_f V_f = 1/2 P_1 V_1$  است بنابراین ممکن نیست که فرایند هم‌دما و بی‌دررو باشد، از طرفی چون فرایند انبساطی است پس  $W < 0$  و چون  $P_f V_f > P_i V_i$  است لذا دمای نهایی افزایش پیدا کرده است و در نتیجه  $\Delta U > 0$  است و طبق قانون اول ترمودینامیک  $\Delta U = Q + W$  چون  $\Delta U > 0$  و  $W < 0$  است پس الزاماً  $Q > 0$  باشد.

گزینه ۱ - ۹۵۸

هنگامی که نمودار P-T یک فرایند داده می‌شود و چگونگی تغییر حجم را خواسته می‌شود، باید از نمودارهای P-T فرایند هم‌حجم که به صورت خطوطی گذرنده از مبدأ است، استفاده کنیم، در نمودار P-T فرایند هم‌حجم، شیب نمودار با حجم گاز نسبت عکس دارد، بنابراین در نمودار داده شده مطابق شکل، دو خط راست که از مبدأ می‌گذرند و نشان‌دهنده فرایند هم‌حجم هستند رسم می‌کنیم که از نقاط A و B عبور کنند.



با توجه به نمودار رسم شده، نمودار (۱) که از نقطه A می‌گذرد نسبت به نمودار (۲) که از نقطه B می‌گذرد، شیب کمتری دارد. پس حجم در نقطه A بیشتر از نقطه B بوده یعنی در فرایند AB، حجم گاز در حال کاهش است.

**راهبرد حل:** تغییر انرژی درونی در تمام فرایندهای ترمودینامیکی

از سه روش قابل محاسبه است:

(۱) استفاده از رابطه  $\Delta U = nC_V \Delta T$  که به دمای ابتدا و انتها یا تغییر دمای گاز نیاز است.

$$\Delta U_{AB} = Q_{AB} + W_{AB} \quad \Delta U_{AB} = 150 \text{ J}, W_{AB} = -225 \text{ J}$$

$$Q_{AB} = 375 \text{ J}$$

**راهبرد حل:** در بررسی تغییرات دما و انرژی درونی مقداری گاز که یک فرایند غیرخاص ترمودینامیکی را طی می‌کند و نمودار P-V آن به صورت یک خط راست است. باید حاصل ضرب PV سه نقطه از آن را با هم مقایسه کرد زیرا حاصل ضرب PV متناسب با دمای مطلق (T) است. این سه نقطه عبارتند از: (۱) نقطه ابتدا، (۲) نقطه انتها، (۳) نقطه وسط. در این نمودارها مقادیر P و V نقاط ابتدا و انتها معلوم است و مقادیر P و V نقطه وسط میانگین مقدار اولیه و نهایی می‌باشد یعنی  $P = \frac{P_1 + P_2}{2}$  و  $V = \frac{V_1 + V_2}{2}$  وسط. اگر در مقایسه حاصل ضرب این نقاط حاصل PV از ابتدا و انتها افزایش یابد T و U نیز در حال افزایش است و اگر کاهش یابد T و U نیز در حال کاهش خواهد بود.

گزینه ۴ - ۹۵۴

در این جا تغییر انرژی درونی گاز خواسته شده است. چون نمودار آن P-V و به صورت یک خط راست است باید حاصل ضرب PV سه نقطه (۱) ابتدایی (۲) نهایی (۳) میانی را بررسی کنیم. بر طبق نمودار:

$$1) P_a V_a = (4 \times 10^5) \times (10) = 4 \times 10^6$$

$$2) P_b V_b = 10^5 \times (40) = 4 \times 10^6$$

اگر نقطه وسط فرایند را c بنامیم:

$$V_c = \frac{V_a + V_b}{2} = 25 \quad \text{و} \quad P_c = \frac{P_a + P_b}{2} = 2/5 \times 10^5$$

بنابراین:

$$P_c V_c = (2/5 \times 10^5) (25) = 6/25 \times 10^6$$

بدیهی است که:

$$P_a V_a = P_b V_b < P_c V_c$$

چون PV متناسب با دمای مطلق (T) است پس:

$$T_a = T_b < T_c$$

و چون انرژی درونی متناسب با T است:

$$U_a = U_b < U_c$$

یعنی انرژی درونی از a تا c افزایش و سپس از c تا b کاهش می‌یابد.

گزینه ۴ - ۹۵۵

برای تعیین چگونگی تغییرات دما در فرایندهای غیرخاص که نمودار P-V آن‌ها خطی است، بهتر است از حاصل ضرب PV استفاده کنیم زیرا طبق معادله حالت ( $PV = nRT$ ) با دمای مطلق (T) نسبت مستقیم دارد. با توجه به داده‌های روی نمودار در نقطه A،  $P_A V_A = 8$  و در نقطه B نیز  $P_B V_B = 8$  است پس دما در نقاط A و B برابرند ( $T_A = T_B$ ) اما در نقطه‌ای مثل C در وسط پاره‌خط AB حجم و فشار آن برابر است با

$$P_C = \frac{P_A + P_B}{2} = 3 \quad \text{و} \quad V_C = \frac{V_A + V_B}{2} = 3$$