فصل اول

پایه دهم

فیزیک و اندازه‌گیری

ایستگاه ۱ دانش فیزیک و مدل‌سازی پدیده‌ها در آن

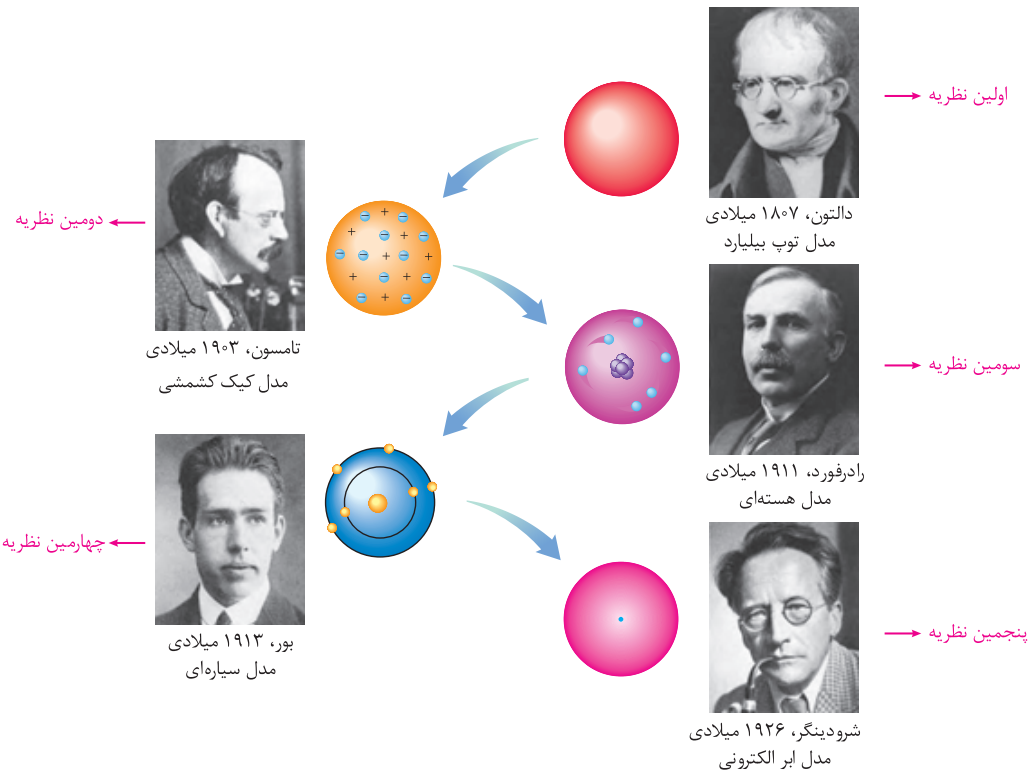
شناخت دانش فیزیک

فیزیک از بنیادی‌ترین دانش‌ها و شالودهٔ تمام مهندسی‌ها و فناوری‌هاست که به طور مستقیم یا غیر مستقیم در زندگی روزمرهٔ ما نقش دارد. در رابطه با دانش فیزیک، به موارد زیر توجه کنید:

نکات مهم و کاربردی

۱) از آنجایی که فیزیک علمی تجربی است، لازم است درستی قوانین، مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی توسط آزمایش بررسی شوند.

۲) **نظریه‌های فیزیکی** در طول زمان همواره معتبر نبوده و دچار تغییر می‌شوند. این موضوع باعث پیشرفت علم فیزیک در طول زمان می‌شود. نظریه‌های اتمی و تکامل و تغییر آن‌ها در طول زمان، نمونه‌ای از این پیشرفت است. (حواستون به ترتیب نظریه‌ها باشه ...)



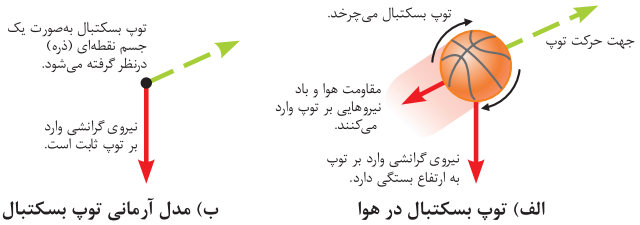
۳) ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، از نقاط قوت دانش فیزیک محسوب می‌شود.

۴) تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیک‌دانان نسبت به پدیده‌ها، بیشترین نقش را در پیشبرد و تکامل علم فیزیک ایفا کرده است.

مدل‌سازی در فیزیک

پدیده‌های فیزیکی که در اطراف ما رخ می‌دهند، پیچیدگی‌های بسیاری را به همراه دارند. از این‌رو برای تحلیل آن‌ها، باید بتوانیم کمی آن‌ها را ساده‌تر کنیم. **مدل‌سازی در فیزیک**، فرایندی است که در طی آن یک پدیدهٔ فیزیکی، آن‌قدر ساده و آرمانی می‌شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم گردد. البته در عین حال نباید به اصل مسأله خدشه‌ای وارد شود. در واقع فقط عوامل اصلی و تعیین‌کننده را لحاظ کرده و از اثرهای جزئی صرف‌نظر می‌کنیم. برای درک بهتر مدل‌سازی در فیزیک به مثال‌های زیر توجه کنید.

مثال مفهومی ۱ حرکت توپ بسکتبال در هوا را در نظر بگیرید. در حرکت این توپ عوامل بسیار زیادی تأثیرگذار هستند. از جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:



الف) توپ بسکتبال در هوا　　ب) مدل آرمانی توپ بسکتبال

توپ کاملاً به شکل کروی نیست، مقاومت هوا در مسیر توپ وجود دارد، توپ در طی حرکتش به دور خود نیز می‌چرخد، وزن توپ با تغییر فاصله از مرکز زمین تغییر می‌کند و ...

gajmarket.com

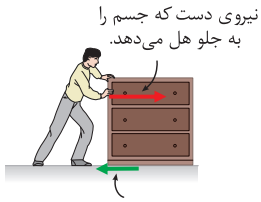
اگر ما بخواهیم اثر تمام این عوامل را لحاظ کنیم، تحلیل ما بسیار پیچیده و مشکل می‌شود. از این‌رو با یک مدل‌سازی ساده‌تر می‌توان موارد زیر را درنظر گرفت:

۱) توپ را همانند یک جسم نقطه‌ای یا ذره در خلأ درنظر گرفته که اثر عوامل ذکرشده (مانند مقاومت هوا و اثر وزش باد) را دیگر لحاظ نمی‌کنیم.

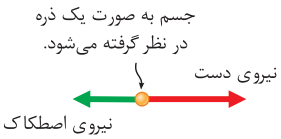
۲) هم‌چنین از تغییر وزن آن در اثر تغییر ارتفاع نیز صرف‌نظر می‌کنیم. (این موضوع را در فیزیک دوازدهم بررسی خواهید کرد.)

با انجام این فرضیات، می‌توانیم به راحتی به تحلیل حرکت توپ بسکتبال بپردازیم.

مثال مفهومی ۲ شخصی را در نظر بگیرید که جسم بزرگ و سنگینی را روی سطح افقی هل می‌دهد.



الف) حرکت جسمی که توسط شخص هل داده می‌شود.



ب) مدل آرمانی حرکت جسم

در حرکت این جسم عوامل متعددی مثل نیروی شخص، نیروی اصطکاک، شکل و ابعاد جسم، محل وارد شدن نیروی شخص، مقاومت هوا و ... موثرند ولی در مدل‌سازی آرمانی و ساده، فقط عوامل تعیین‌کننده و تأثیرگذارتر، یعنی نیروی شخص و نیروی اصطکاک را در نظر می‌گیریم و با در نظر گرفتن جسم به صورت یک ذره، از ابعاد و شکل آن صرف‌نظر می‌کنیم. با این مدل‌سازی می‌توانیم به‌راحتی حرکت جسم را بررسی کنیم.

خب حالا که ۲ تا مثال مفهومی از مدل‌سازی دیدین، تمرین بعدی رو خودتون حل کنین ...

تمرین ۱ در مدل‌سازی حرکت یک کودک بر روی سرسره، چه تعداد از موارد زیر را نمی‌توان نادیده گرفت؟

الف) وزن کودک

ب) نیروی اصطکاک

پ) شیب سرسره

ت) مقاومت هوا

ث) تغییر وزن کودک با تغییر ارتفاع

۱) ۴ مورد

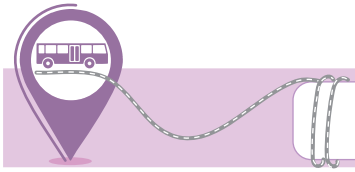
۲) ۳ مورد

۳) ۲ مورد

۴) یک مورد

پاسخ در مدل‌سازی این حرکت، نیروی وزن کودک و مقدار شیب سرسره عوامل اصلی و تأثیرگذار هستند و باید حتماً در نظر گرفته شوند. سایر عوامل جزئی‌تر بوده و می‌توانیم آن‌ها را نادیده بگیریم و گزینهٔ (۳) صحیح است.

حالا وقتشه یه سری به تستای ۱ تا ۱۳ بزنیم ...



ایستگاه ۲ کمیت‌ها و یکاها در فیزیک

کمیت و یکا

ابتدا شما را با دو تعریف مهم کمیت و یکا در این فصل آشنا می‌کنیم:

کمیت: هر پدیدهٔ فیزیکی که قابلیت افزایش یا کاهش داشته باشد و بتوان مقدار آن را اندازه‌گیری کرد، **کمیت** نام دارد.

مثال دمای هوا، فاصلهٔ دو جسم، سرعت یک جسم و ...، از مواردی هستند که می‌توانند افزایش یا کاهش یابند و می‌توان به آن‌ها مقدار اختصاص داد و در نتیجه کمیت محسوب می‌شوند.

یکا: یکای هر کمیت، مقدار ثابتی از همان کمیت است که واحد اندازه‌گیری آن کمیت محسوب می‌شود. به‌طور مثال یکای کمیت فاصلهٔ دو جسم، متر است و یا یکای اندازه‌گیری سرعت یک جسم، $\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}}$ است.

تذکر یکای انتخاب‌شده برای یک کمیت، باید مقداری ثابت بوده و در شرایط فیزیکی مختلف **تغییر نکند**. هم‌چنین باید **قابلیت بازتولید** در مکان‌های مختلف را داشته باشد.

کمیت و یکاهای اصلی و فرعی

همان‌طور که می‌دانیم بین کمیت‌های مختلف توسط قوانین فیزیک، روابط ریاضی برقرار می‌شود. این روابط به ما اجازه می‌دهند بعضی از کمیت‌ها را برحسب کمیت‌های دیگر بیان کنیم و نیازی به تعریف تعداد زیادی کمیت و یکای اصلی نداشته باشیم. از این رو کمیت‌ها را به دو دستهٔ اصلی و فرعی تقسیم می‌کنیم:

۱) کمیت‌هایی که یکای آن‌ها به‌طور مستقل تعریف شده‌اند و می‌توانیم تمام کمیت‌های دیگر را برحسب آن‌ها تعریف کنیم، **کمیت‌های اصلی** نام دارند و به یکای آن‌ها **یکای اصلی** می‌گوییم.

در فیزیک دبیرستان، معمولاً از سیستم بین‌المللی (SI) برای اندازه‌گیری کمیت‌ها استفاده می‌شود. کمیت‌های اصلی تعریف‌شده در این سیستم، به همراه یکای (واحد) آن کمیت‌ها در جدول زیر آورده شده است:

کمیت اصلی	جرم (m)	طول (L)	زمان (t)	دما (T)	مقدار ماده (M)	جریان الکتریکی (I)	شدت روشنایی (I_v)
یکای اصلی مرتبط	کیلوگرم (kg)	متر (m)	ثانیه (s)	کلوین (K)	مول (mol)	آمپر (A)	کندلا (cd)

تذکر بهتر است به جای طول، به‌طور دقیق‌تر فاصله را یک کمیت اصلی بدانیم. با توجه به این موضوع پارامترهایی مانند عمق یک ظرف و ... نیز جزء کمیت‌های اصلی محسوب می‌شوند.

۲) سایر کمیت‌های فیزیک، کمیت‌هایی هستند که یکای (واحد) آن‌ها مستقل نبوده و یکای آن‌ها که به یکای فرعی معروف هستند، برحسب یکای کمیت‌های اصلی بیان می‌شود. این کمیت‌ها، **کمیت‌های فرعی** نام دارند و در جدول زیر، برخی از کمیت‌های فرعی به همراه یکاهای آن‌ها آورده شده است. به وابستگی یکای این کمیت‌ها به یکاهای اصلی دقت کنید:

چند کمیت فرعی	سرعت	شتاب	فشار	حجم	سطح
یکای فرعی مرتبط	متر بر ثانیه (m/s)	متر بر مجذور ثانیه (m/s^2)	پاسکال یا کیلوگرم بر متر مجذور ثانیه (Pa یا $kg/m.s^2$)	مترمکعب (m^3)	مترمربع (m^2)

کتاب درسی، یکاهای طول، جرم و زمان رو یکم مفصل‌تر بررسی کرده، پس بیاین با هم اونا رو دقیق‌تر بخونیم ...

طول و یکاهای آن

۱) یکای استاندارد طول در دستگاه SI، متر (m) است که امروزه معادل مسافتی تعریف می‌شود که نور در $\frac{1}{299792458}$ ثانیه طی می‌کند.

یه وقت عدد بالارو حفظ نکنی!

۲) یکای متر در گذشته تعریف‌های دیگری هم داشته است. این تعریف‌ها بر مبنای فاصلهٔ استوا تا قطب شمال، طول میله‌ای از جنس پلاتین ـ ایریدیوم در دمای صفر درجهٔ سلسیوس و ... بودند که امروزه کنار گذاشته شده‌اند.

۳) علاوه بر متر، یکاهای غیراستانداردی هم برای طول استفاده می‌شود. یکاهایی مانند اینچ، فوت، ذرع و ... از این یکاها هستند.

نیازی به حفظ کردن مقادیر یکاهای غیراستاندارد نیست.

۴) در مطالعهٔ نجوم، از یکاهای سال نوری (ly) و یکای نجومی (AU) برای بیان فاصله‌ها استفاده می‌شود.

الف) سال نوری (ly): مسافتی است که نور در مدت زمان یک سال در خلأ طی می‌کند.

ب) یکای نجومی (AU): متوسط فاصلهٔ بین زمین و خورشید است و در حدود ۱۵۰ میلیون کیلومتر است.

تمرین ۲ هر سال نوری چند کیلومتر است؟ (تندی نور در خلأ برابر $3\times10^8 m/s$ است.)

پاسخ مسافتی که نور در مدت زمان یک سال در خلأ طی می‌کند، برابر است با:

$$L = v\Delta t = 3\times10^8 \times \underbrace{(365\times24\times3600)}_{\text{زمان برحسب ثانیه}} \simeq 9/46\times10^{15} m = 9/46\times10^{12} km$$

زمان و یکاهای آن

۱) یکای استاندارد زمان در دستگاه SI، ثانیه (s) است که امروزه براساس دقت بسیار زیاد ساعت‌های اتمی تعریف می‌شود.

۲) گاهی ثانیه در گذشته تعریف‌های دیگری هم داشته است. به عنوان مثال در گذشته ثانیه را به صورت $\frac{1}{86400}$ میانگین روز خورشیدی تعریف می‌کردند.

جرم و یکاهای آن

۱) یکای استاندارد جرم در دستگاه (SI)، کیلوگرم (kg) است و به صورت جرم استوانه‌ای از آلیاژ پلاتین ـ ایریدیوم تعریف شده است.

۲) گاهی یکاهای غیراستانداردی مثل پوند، من، خروار و ... هم برای بیان جرم به کار می‌رود که نیازی به حفظ کردن آن‌ها نیست.

محاسبهٔ یکاهای فرعی برحسب یکاهای اصلی

در برخی از مواقع در سؤالات خواسته می‌شود که یکای فرعی یک کمیت را برحسب یکاهای اصلی دیگر بیان کنیم، به‌عنوان یک روش ساده برای پاسخ به این‌گونه سؤالات، ابتدا با توجه به گزینه‌ها، یک رابطهٔ فیزیکی مناسب را بین آن‌ها به‌خاطر آورده و پارامتری که واحد آن موردنظر ماست را در یک طرف تساوی نگه داشته و سایر پارامترها را به‌طرف دیگر تساوی منتقل می‌کنیم. در ادامه و به جای کمیت‌های رابطه، یکای آن‌ها را می‌گذاریم تا یکای (واحد) کمیت موردنظرمان را به‌دست آوریم.

gajmarket.com

تمرین ۳ یکای فرعی هر یک از کمیت‌های زیر کدام است؟

الف) شتاب **ب) نیرو** **پ) فشار**

پاسخ الف) شتاب برابر تغییرات سرعت در واحد زمان است، بنابراین داریم:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow \text{یکای شتاب}\equiv\frac{\text{یکای}\,\Delta v}{\text{یکای}\,\Delta t}\equiv\frac{\frac{m}{s}}{s}\equiv\frac{m}{s^2}$$

ب) طبق رابطهٔ $F=ma$ می‌توان نوشت:

$$F=ma\Rightarrow(\text{یکای نیرو (نیوتون)})\equiv\text{یکای جرم}\times\text{یکای شتاب}\Rightarrow N\equiv kg.\frac{m}{s^2}$$

پ) فشار برابر نیروی عمودی وارد بر واحد سطح است و داریم:

$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow\text{یکای فشار}\equiv\frac{\text{یکای}\,F}{\text{یکای}\,A}\equiv\frac{N}{m^2}$$

از طرفی از قسمت (ب) می‌دانیم $N\equiv kg.\frac{m}{s^2}$ است، بنابراین:

$$\text{یکای فشار}\equiv\frac{kg.\frac{m}{s^2}}{m^2}\equiv\frac{kg}{m.s^2}$$

تمرین ۴ یکای فرعی کدام‌یک از کمیت‌های زیر $\frac{kg.m^2}{s^2}$ است؟

۱) سرعت ۲) شتاب ۳) انرژی ۴) توان

پاسخ یکای فرعی هر یک از گزینه‌ها را به‌دست می‌آوریم.

سرعت:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\text{یکای}\,v\equiv\frac{m}{s}$$

شتاب:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow\text{یکای}\,a\equiv\frac{\frac{m}{s}}{s}\equiv\frac{m}{s^2}$$

انرژی:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow(\text{یکای انرژی})(J)\equiv(\text{یکای}\,m)\times(\text{یکای}\,v)^2\Rightarrow J\equiv kg\times(\frac{m}{s})^2\equiv\frac{kg.m^2}{s^2}$$

توان: توان معادل انرژی بر واحد زمان است و داریم:

$$(\text{توان})P=\frac{\text{انرژی}}{\text{زمان}}\Rightarrow\text{یکای توان}\equiv\frac{\text{یکای انرژی}}{\text{یکای زمان}}\equiv\frac{J}{s}\equiv\frac{\frac{kg.m^2}{s^2}}{s}\Rightarrow\text{یکای توان}\equiv\frac{kg.m^2}{s^3}$$

بنابراین گزینهٔ (۳) پاسخ صحیح است.

کمیت‌های نرده‌ای و برداری

در فیزیک کمیت‌ها از یک دیدگاه دیگر به دو دستهٔ نرده‌ای (اسکالر) و برداری تقسیم می‌شوند. در ادامه می‌خواهیم با این کمیت‌ها آشنا شویم:

کمیت‌های نرده‌ای (اسکالر)

کمیت‌هایی که برای نشان دادن آن‌ها از یک عدد و یکای مناسب آن کمیت استفاده می‌کنیم و جمع، تفریق و ضرب آن‌ها از قوانین جبری پیروی می‌کند، **کمیت‌های نرده‌ای** محسوب می‌شوند.

کمیت نرده‌ای طول: ۱۶۵ (عدد) cm (یکا)

تذکر برخی از کمیت‌های نرده‌ای مهم در فیزیک دبیرستان عبارت‌اند از:

کمیت‌های نرده‌ای مهم: زمان، جرم، طول، تندی، دما، فشار، حجم، مساحت، چگالی، مقاومت، ولتاژ، شدت جریان، بار الکتریکی، انرژی، کار، توان و ...

کمیت‌های برداری

کمیت‌هایی که برای نشان دادن آن‌ها علاوه بر عدد و یکای مناسب آن کمیت، از جهت نیز استفاده می‌شود و این کمیت‌ها از قاعدهٔ جمع برداری نیز پیروی می‌کنند، **کمیت‌های برداری** نام دارند.

کمیت برداری شتاب: ۱۰ (عدد) $\frac{m}{s^2}$ (یکا) (به طرف شرق) (جهت)

تذکر برخی از کمیت‌های برداری مهم در فیزیک دبیرستان عبارت‌اند از:

کمیت‌های برداری مهم: جابه‌جایی، سرعت، شتاب، نیرو، میدان الکتریکی، میدان مغناطیسی و ...

نکته جهت‌دار بودن یک کمیت الزاماً به معنی برداری بودن آن نیست. مثلاً جریان الکتریکی با آن‌که جهت دارد ولی برداری نیست، زیرا از قوانین جمع برداری پیروی نمی‌کند.

تذکر از حاصل‌ضرب یک کمیت نرده‌ای در یک کمیت برداری، یک کمیت برداری جدید به‌دست می‌آید. به‌طور مثال کمیت برداری نیرو، از حاصل‌ضرب جرم که یک کمیت نرده‌ای است در کمیت برداری شتاب به‌دست می‌آید. در مورد جهت بردارها نیز داریم:

$\vec{F}$ و $\vec{a}$، همواره در جهت یک‌دیگر هستند. $\vec{F}=m\vec{a} \xrightarrow[\text{مثبت است.}]{\text{جرم، عددی}}$

$\vec{A}$ و $\vec{M}$، همواره در خلاف جهت یک‌دیگر هستند. $\vec{A}=K\vec{M} \xrightarrow[\text{منفی باشد.}]{\text{اگر } K}$

سازگاری یکاها در یک رابطهٔ فیزیکی

به‌طور کلی در یک رابطهٔ فیزیکی، یکاهای طرفین رابطه باید با یک‌دیگر معادل باشند. برای این منظور، اگر بخواهیم طرفین یک رابطه برحسب یکاهای SI باشد، باید یکای کمیت‌های داده‌شده در رابطه را به یکاهای SI تبدیل کنیم. به‌عنوان مثال اگر جرم یک جسم برابر ۱۰۰ گرم و شتاب آن برابر ۲ متر بر مربع ثانیه باشد، به منظور سازگاری یکاها در دو طرف رابطهٔ $F=ma$، باید یکای جرم را برحسب کیلوگرم بنویسیم. در این صورت یکای نیرو را می‌توان برحسب یکای نیوتون بیان کرد:

$$F=ma=(\underbrace{0/1}_{\text{جرم برحسب کیلوگرم}}\ \underbrace{kg}_{\text{یکای SI جرم}})\times\Big(2\frac{m}{\underbrace{s^2}_{\text{یکای SI شتاب}}}\Big)=\underbrace{0/2}_{\text{یکای SI نیرو}}\ N$$

تمرین زیر رو حل کنین تا بفهمین سازگاری یکاها دقیقاً یعنی چی؟!

تمرین ۵ **اگر در معادلهٔ $x=at^2+bt+c$، نماد x معرف طول و نماد t معرف زمان باشد، یکاهای مربوط به a، b و c را به دست آورید.**

پاسخ موضوع بسیار مهمی که باید به آن توجه داشته باشیم این است که اگر چند عبارت را بتوان با هم جمع یا تفریق کرد، لزوماً یکاهای هر کدام از آن‌ها باید با یک‌دیگر برابر باشد. با توجه به این موضوع، یکای هر کدام از عبارت‌های at^2، bt و c اولاً باید با هم یکسان باشد تا این عبارات با هم جمع‌پذیر باشند، ثانیاً با توجه به این‌که عبارت سمت چپ رابطه، معرف طول (x) می‌باشد، یکای هر کدام از عبارت‌های سمت راست نیز باید برحسب متر (m) باشد و در نهایت می‌توان گفت:

$$\underbrace{x}_{\text{برحسب متر } (m)}=\underbrace{at^2}_{m}+\underbrace{bt}_{m}+\underbrace{c}_{m}\Rightarrow\begin{cases}\text{یکای } x\equiv\text{یکای عبارت } at^2\Rightarrow m\equiv(\text{یکای } a)\times(s)^2\Rightarrow\text{یکای } a\equiv\dfrac{m}{s^2}\\ \text{یکای } x\equiv\text{یکای عبارت } bt\Rightarrow m\equiv(\text{یکای } b)\times(s)\Rightarrow\text{یکای } b\equiv\dfrac{m}{s}\\ \text{یکای } x\equiv\text{یکای عبارت } c\Rightarrow\text{یکای } c\equiv m\end{cases}$$

حالا وقتشه یه سری به تستای ۱۴ تا ۳۴ بزنیم ...

تو این قسمت می‌خوایم سه تا مهارت پرکاربرد رو یاد بگیریم، بریم ببینیم چی هستن ...

مهارت اول: استفاده از پیشوندها

در فیزیک گاهی اوقات که کمیت اندازه‌گیری‌شده خیلی کوچک و یا خیلی بزرگ است، اگر بخواهیم از یکای استاندارد آن استفاده کنیم، باید از اعداد با رقم‌های زیاد استفاده کنیم. برای جلوگیری از این موضوع از پیشوندها استفاده می‌کنیم، این پیشوندها همگی به‌صورت 10^n هستند و کار ما را در نوشتن اعداد ساده‌تر می‌سازند. به‌عنوان مثال به جای این‌که بگوییم ۱۰۰۰ متر، می‌گوییم یک کیلومتر یا به جای ۰/۰۱ متر از یک سانتی‌متر استفاده می‌کنیم.

تذکر پیشوندهای مورد استفاده در فیزیک می‌توانند پیشوندهای بزرگ‌تر از واحد (برای مقادیر بزرگ) و یا کوچک‌تر از واحد (برای مقادیر کوچک) باشند. در جدول زیر پیشوندهای مهم را آورده‌ایم:

پیشوندهای بزرگ‌تر از واحد	ترا	گیگا	مگا	کیلو	هکتو	دکا	**نام**
	T	G	M	k	h	da	**نماد**
	$\times10^{12}$	$\times10^{9}$	$\times10^{6}$	$\times10^{3}$	$\times10^{2}$	$\times10^{1}$	**معنا**
پیشوندهای کوچک‌تر از واحد	پیکو	نانو	میکرو	میلی	سانتی	دسی	**نام**
	p	n	μ	m	c	d	**نماد**
	$\times10^{-12}$	$\times10^{-9}$	$\times10^{-6}$	$\times10^{-3}$	$\times10^{-2}$	$\times10^{-1}$	**معنا**

gajmarket.com

پیشوندهای دیگه‌ای هم هست که نسبت به پیشوندهایی که گفتیم کاربردش کم‌تره و حفظی نیست، چندتاشو ببینید:

پیشوندهای بزرگ‌تر از واحد	نام	یوتا	زِتا	اِگزا	پِتا
	نماد	Y	Z	E	P
	معنا	$\times ۱۰^{۲۴}$	$\times ۱۰^{۲۱}$	$\times ۱۰^{۱۸}$	$\times ۱۰^{۱۵}$
پیشوندهای کوچک‌تر از واحد	نام	یوکتو	زِپتو	اَتو	فِمتو
	نماد	y	z	a	f
	معنا	$\times ۱۰^{-۲۴}$	$\times ۱۰^{-۲۱}$	$\times ۱۰^{-۱۸}$	$\times ۱۰^{-۱۵}$

مهارت دوم: نمایش عددها به کمک نمادگذاری علمی

یک روش دیگر جهت نمایش اعداد خیلی بزرگ یا خیلی کوچک، استفاده از نمادگذاری علمی است. در این روش مقدار یک پارامتر را به‌صورت $A = a \times ۱۰^{\pm n}$ نمایش داده که a یک عدد حقیقی $(۱ \le a < ۱۰)$ و n یک عدد طبیعی است. برای درک بهتر به مثال‌های زیر توجه کنید:

(۱) $\underbrace{۰/۰۰۰۰۰۰}_{۶\text{ رقم}}۱۲ = ۱/۲ \times ۱۰^{-۶}$

(۲) $\underbrace{۱۲۰۰۰}_{۴\text{ رقم}} = ۱/۲ \times ۱۰^{۴}$

(۳) $\underbrace{۰/۰۰۴}_{۳\text{ رقم}}۰۸۰۱ = ۴/۰۸۰۱ \times ۱۰^{-۳}$

(۴) $۱۰۳۴۸۰۰۱ = ۱/۰۳۴۸۰۰۱ \times ۱۰^{۷}$ (۷ رقم)

ممیز را به سمت راست (جلو) جابه‌جا کنیم $\Leftarrow ۱۰^{n}\ (n<۰)$ ⟸ مثال‌های (۱) و (۳)

ممیز را به سمت چپ (عقب) جابه‌جا کنیم $\Leftarrow ۱۰^{n}\ (n>۰)$ ⟸ مثال‌های (۲) و (۴)

مهارت سوم: استراتژی تبدیل یکا در فیزیک

در بسیاری از اوقات در حل مسائل فیزیکی، باید یک کمیت را از یک مقیاس به مقیاس دیگر تبدیل کنیم. به‌طور مثال فرض کنید می‌خواهیم ۱۲ سانتی‌متر را برحسب متر بازنویسی کنیم. در این مواقع، از دو استراتژی زیر می‌توانیم استفاده کنیم:

استراتژی ۱ همان‌طور که می‌دانیم هر سانتی‌متر، $۱۰^{-۲}$ متر است. بنابراین خیلی سریع به کمک شیوهٔ زیر عمل می‌کنیم:

$$۱\,\text{cm} \equiv ۱ \times ۱۰^{-۲}\,\text{m} = ۱۰^{-۲}\,\text{m} \quad (\text{یعنی } ۱۰^{-۲})$$

$$x = ۱۲\,\text{cm} \xrightarrow[\text{به متر}]{\text{تبدیل سانتی‌متر}} x = ۱۲ \times ۱۰^{-۲}\,\text{m} = ۰/۱۲\,\text{m}$$

استراتژی ۲ در این روش که در کتاب درسی به آن اشاره شده است، از یک **تبدیل زنجیره‌ای** استفاده می‌کنیم. برای این منظور، اندازهٔ کمیت موردنظر را در یک **عامل تبدیل** (یعنی نسبتی از یکاها که برابر **یک** است) ضرب می‌کنیم. برای مثال، چون ۱ m برابر ۱۰۰ cm است، داریم:

$$\frac{۱\,\text{m}}{۱۰۰\,\text{cm}} = ۱ \quad , \quad \frac{۱۰۰\,\text{cm}}{۱\,\text{m}} = ۱$$

بنابراین، هر دو کسر بالا که برابر یک هستند را می‌توان به عنوان عامل تبدیل به‌کار برد (دقت کنید که ذکر یکاها در صورت و مخرج کسر الزامی است). از آنجا که ضرب کردن هر کمیت در عدد یک، اندازهٔ آن کمیت را تغییر نمی‌دهد، هرگاه عامل تبدیلی را مناسب بدانیم، می‌توانیم از آن برای تبدیل یکا استفاده کنیم. برای مثال، یکای cm را در عدد ۱۲ cm، به‌صورت زیر به m تبدیل می‌کنیم:

$$۱۲\,\text{cm} = (۱۲\,\text{cm})(۱) = (۱۲\,\text{cm})\underbrace{\left(\frac{۱\,\text{m}}{۱۰۰\,\text{cm}}\right)}_{\text{عامل تبدیل}} = ۰/۱۲\,\text{m}$$

برای تسلط بیشتر بر روی مفاهیم فوق، به تمرین‌های زیر توجه کنید:

تمرین ۶ **تندی ۲۱۶ کیلومتر بر ساعت، معادل چند مایل بر دقیقه است؟ (یک مایل را ۱۸۰۰ متر فرض کنید.)** (ریاضی داخل ۱۴۰۱)

۱) ۲ ۲) ۲/۵ ۳) ۳ ۴) ۳/۶

پاسخ با هر یک از دو استراتژی مطرح شده در فوق، به این سؤال پاسخ می‌دهیم:

استراتژی ۱: نحوهٔ حل به شکل زیر است:

$$\text{تندی}: v = ۲۱۶\frac{\text{km}}{\text{h}} \xrightarrow[\text{تبدیل ساعت به دقیقه در مخرج}]{\text{تبدیل کیلومتر به مایل در صورت}} v = ۲۱۶ \times \frac{\frac{۱}{۱/۸}\,\text{mile}}{۶۰\,\text{min}} = ۲۱۶ \times \frac{۱}{۱/۸ \times ۶۰}\frac{\text{mile}}{\text{min}} = ۲\frac{\text{mile}}{\text{min}}$$

استراتژی ۲: با کمک دو عامل تبدیل، می‌توان $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ را به $\frac{\text{mile}}{\text{min}}$ تبدیل کرد:

$$v = ۲۱۶\frac{\text{km}}{\text{h}} = (۲۱۶\frac{\text{km}}{\text{h}}) \times (۱) \times (۱) = (۲۱۶\frac{\text{km}}{\text{h}}) \times \underbrace{\left(\frac{۱\,\text{h}}{۶۰\,\text{min}}\right)}_{\text{عامل تبدیل برای تبدیل h به min}} \times \underbrace{\left(\frac{۱\,\text{mile}}{۱/۸\,\text{km}}\right)}_{\text{عامل تبدیل برای تبدیل km به mile}} = ۲\frac{\text{mile}}{\text{min}} \quad (\text{گزینهٔ ۱})$$

تذکر در تمرین ارائه شده، از شیوهٔ تبدیل یکای $\frac{km}{h}$ به $\frac{mile}{min}$ در استراتژی دوم که مدنظر کتاب پایهٔ دهم است، موارد بسیار مهم زیر برداشت می‌شود:

۱) با توجه به این‌که یکای km به mile و یکای h به min باید تبدیل شود، عملاً به دو عامل تبدیل نیاز داریم.

۲) در نوشتن عامل تبدیل مرتبط با تبدیل واحد h به min، چون h در مخرج یکای $\frac{km}{h}$ است، در عامل تبدیل برای ساده شدن، h باید در صورت و min در مخرج باشد. همین تفکر برای km نیز حاکم است. به ساده شدن‌ها در رابطهٔ زیر توجه کنید:

$$۲۱۶\frac{km}{h}=۲۱۶\frac{km}{h}\times\frac{۱h}{۶۰min}\times\frac{۱mile}{۱/۸km}=۲\frac{mile}{min}$$

(دقیقه می‌ماند، مایل می‌ماند)

نمونه ۷ **شهری با مساحت $۱۸۰km^۲$ در زمینی مسطح واقع است. در یک روز ۵۰۰۰ میکرومتر باران در این شهر باریده است. اگر هر قطرهٔ باران، کره‌ای به قطر ۲mm فرض شود، تعداد قطره‌های باران به صورت نمادگذاری علمی چه‌قدر است؟ ($\pi\simeq ۳$)**

پاسخ گام اول: همهٔ مقادیر را برحسب یکاهای اصلی می‌نویسیم.

مساحت: $A=۱۸۰km^۲=۱۸۰\times(۱۰^۳m)^۲=۱۸۰\times۱۰^۶m^۲$

ارتفاع: $h=۵۰۰۰\mu m=۵۰۰۰\times۱۰^{-۶}m=۵\times۱۰^{-۳}m$

شعاع قطرهٔ باران: $R=۱mm=۱\times۱۰^{-۳}m$

گام دوم: با تقسیم حجم کل آب باران به حجم یک قطره، تعداد قطره‌ها به‌دست می‌آید.

$$\text{تعداد قطره‌ها}: n=\frac{\text{حجم کل}}{\text{حجم قطره}}=\frac{Ah}{\frac{۴}{۳}\pi R^۳}\Rightarrow n\simeq\frac{۱۸۰\times۱۰^۶\times۵\times۱۰^{-۳}}{\frac{۴}{۳}\times۳\times(۱۰^{-۳})^۳}=۲۲۵\times۱۰^{۱۲}$$

گام سوم: عدد به‌دست آمده را به شیوهٔ نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$n=۲۲۵\times۱۰^{۱۲}=۲/۲۵\times۱۰^۲\times۱۰^{۱۲}=\underbrace{۲/۲۵}_{۱\le a<۱۰}\times۱۰^{۱۴}$$

نمونه ۸ **زمان انجام یک واکنش بسیار سریع، ۴۰ میکروثانیه است. زمان انجام این واکنش مطابق شیوهٔ نمادگذاری علمی، چند پیکوثانیه است؟**

۱) ۴۰×۱۰^۶ ۲) ۴×۱۰^۷ ۳) ۴۰×۱۰^۳ ۴) ۴×۱۰^۴

پاسخ برای پاسخ دادن به این سؤال، ابتدا روند تبدیل واحد را انجام می‌دهیم. به‌همین منظور میکروثانیه را به ثانیه و سپس ثانیه را به پیکوثانیه تبدیل می‌کنیم:

$$t=۴۰\mu s\xrightarrow[\text{به ثانیه}]{\text{تبدیل میکروثانیه}}t=۴۰\times(۱۰^{-۶}s)\xrightarrow[\text{به پیکوثانیه}]{\text{تبدیل ثانیه}}t=۴۰\times۱۰^{-۶}\times(۱۰^{۱۲}ps)=۴۰\times۱۰^۶ps$$

حال مقدار به‌دست آمده را به روش نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$t=\underbrace{۴۰}_{\text{یک رقم}}\times۱۰^۶ps=۴\times\underbrace{۱۰}_{۱}\times۱۰^۶ps=۴\times۱۰^۷ps$$ (گزینهٔ ۲)

دقت $۱ps=۱۰^{-۱۲}s\xrightarrow{\text{یا}}۱s=۱۰^{+۱۲}ps$

حالا وقتشه یه سری به تستای ۳۵ تا ۵۴ بزنیم ...

ایستگاه ۴ دقت اندازه‌گیری

همان‌طور که می‌دانید، اندازه‌گیری همیشه با خطا همراه است. به‌طور کلی برای افزایش دقت اندازه‌گیری، عوامل زیر تأثیرگذار است:

۱) دقت شخص آزمایشگر

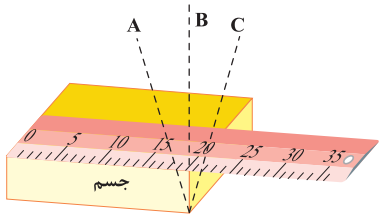
۲) تعداد دفعات اندازه‌گیری

۳) کیفیت و دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری مورد استفاده

در رابطه با موارد ۱ و ۲، به نکات کاربردی زیر توجه کنید:

نکات مهم و کاربردی

۱) مهارت شخص آزمایشگر در قرائت عدد اندازه‌گیری شده، می‌تواند تأثیر قابل توجهی بر روی دقت اندازه‌گیری داشته باشد. به‌طور مثال در شکل مقابل که تفاوت زاویهٔ دید افراد مختلف را در اندازه‌گیری نشان می‌دهد، شخص B که به‌صورت عمود بر جسم نتیجهٔ اندازه‌گیری را قرائت می‌کند، عملاً بیشترین دقت را در اندازه‌گیری داشته و خطای آن از سایرین کم‌تر است.



gajmarket.com

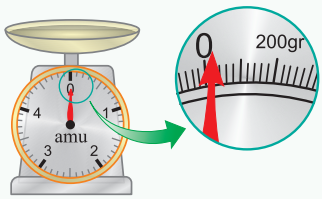
۲) برای کاهش خطای ناشی از اندازه‌گیری، می‌توان کمیت موردنظر را چندین‌بار اندازه‌گیری کرد و در نهایت **میانگین آن‌ها را به‌عنوان نتیجهٔ اندازه‌گیری آن کمیت** درنظر گرفت. البته دقت کنید که اگر در نتایج مختلف اندازه‌گیری، یک یا دو عدد اختلاف زیادی با دیگر اعداد داشته باشند (داده‌های پرت) آن‌ها را حذف کرده و در میانگین‌گیری به‌حساب نمی‌آوریم. به‌طور مثال در شکل زیر که هر یک از خطوط آبی رنگ نتیجهٔ یک اندازه‌گیری می‌باشد، دادهٔ به‌دست آمده در سمت چپ که اختلاف زیادی با بقیهٔ اعداد دارد را حذف کرده و در میانگین‌گیری وارد نمی‌کنیم.

در رابطه با دقت وسایل اندازه‌گیری به ادامهٔ بحث توجه کنید. دقت کنید که برای تعیین دقت اندازه‌گیری، باید به نوع آن دستگاه (یعنی مدرج یا دیجیتالی بودن آن) توجه کنیم. به همین منظور ابتدا به تحلیل دستگاه‌های مدرج و سپس دیجیتال می‌پردازیم:

دقت اندازه‌گیری در وسایل درجه‌بندی‌شده

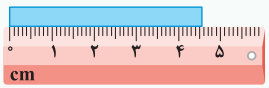
در وسایل درجه‌بندی‌شده (مانند خطکش فلزی) که در نهایت عدد اندازه‌گیری شده را با چشم تخمین می‌زنیم، **دقت اندازه‌گیری** یک خطکش و یا یک وسیلهٔ درجه‌بندی شده، برابر **کوچک‌ترین مقدار درجه‌بندی** آن می‌باشد. به‌عنوان مثال در یک خطکش مدرج برحسب سانتی‌متر، دقت اندازه‌گیری $1\,cm$ است.

نمونه ۹ **در شکل مقابل، یک ترازو نشان داده شده است. دقت این ترازو چند میکرو گرم است؟**



پاسخ همان‌گونه که در صفحهٔ ترازو می‌بینیم، فاصلهٔ بین صفر تا عدد ۲۰۰ گرم، به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده است. بنابراین هر قسمت برابر $20\,gr$ است و در نتیجه دقت اندازه‌گیری این ترازو برابر $20\,gr$ یا $2\times10^{7}\,\mu g$ است.

نمونه ۱۰ **در شکل مقابل دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری چند میلی‌متر است؟** (تجربی خارج ۱۴۰۰، با تغییر)



پاسخ کمینهٔ درجه‌بندی خطکش نشان داده‌شده برابر $0/1\,cm = 1\,mm$ است، بنابراین دقت اندازه‌گیری آن $1\,mm$ است.

دقت اندازه‌گیری در وسایل رقمی (دیجیتال)

با پیشرفت علم، در بسیاری از موارد عملاً اندازه‌گیری با **وسایل دیجیتالی (رقمی)** انجام می‌شود و دیگر به کمک چشم مقدار کمیت موردنظر تخمین زده نمی‌شود. دقت اندازه‌گیری برای وسایل دیجیتالی با وسایل درجه‌بندی شده که تاکنون بررسی کردیم، تفاوت دارد و در مورد آن نکات زیر حائز اهمیت است:

دماسنج (۲) دماسنج (۱)

۱) در این دستگاه‌ها، **یک واحد از کوچک‌ترین (آخرین) رقمی** که توسط دستگاه اندازه‌گیری می‌شود **معادل با دقت دستگاه** است. به‌عنوان مثال دماسنج‌های دیجیتالی مقابل را درنظر بگیرید. در این شکل‌ها، دقت دماسنج شکل (۱) که عدد $26/8\,^{\circ}C$ را می‌خواند برابر $0/1\,^{\circ}C$ و دقت دماسنج شکل (۲) که عدد $32\,^{\circ}C$ را می‌خواند برابر $1\,^{\circ}C$ است.

۲) در شکل‌های نشان داده شده در فوق، دماسنج (۱) دقت بیشتری نسبت به دماسنج (۲) دارد و اگر بخواهیم اعداد اندازه‌گیری شده توسط آن‌ها را دقیق‌تر نشان دهیم، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

عدد دماسنج (۲): $32\,^{\circ}C \pm 1\,^{\circ}C$ (آخرین رقمی که دماسنج نشان می‌دهد)

عدد دماسنج (۱): $26/8\,^{\circ}C \pm 0/1\,^{\circ}C$ (آخرین رقمی که دماسنج نشان می‌دهد)

۳) در دماسنج (۱)، عملاً عدد واقعی اندازه‌گیری شده برای دما، در محدودهٔ زیر قرار می‌گیرد:

$$26/7\,^{\circ}C \le \text{عدد واقعی دما در دماسنج (۱)} \le 26/9\,^{\circ}C$$

($26/8 - 0/1$ و $26/8 + 0/1$)

۴) در اندازه‌گیری با دستگاه‌های دیجیتالی، برای محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری، می‌توان به‌جای آخرین رقم سمت راست، عدد یک و به‌جای بقیهٔ رقم‌ها عدد صفر گذاشت و ممیز در سرجای خود باقی می‌ماند. با این روش، دقت اندازه‌گیری برحسب واحد داده شده به‌دست می‌آید. به‌طور مثال اگر عدد گزارش شده توسط یک دستگاه دیجیتال به صورت $18/063\,mm$ گزارش شود، برای محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری این دستگاه می‌توان نوشت:

$$18/063 \xrightarrow{\text{محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری}} 0/001\,mm \text{ یا } 0/0001\,mm$$

تمرین ۱۱ **در شکل‌های مقابل، دو ترازوی دیجیتالی A و B، جرم شخصی را اندازه گرفته‌اند. دقت اندازه‌گیری این دو ترازو را با هم مقایسه کنید.**

A B

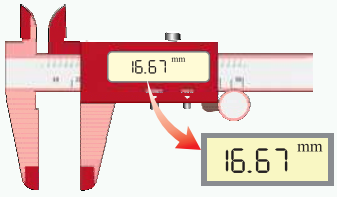
پاسخ برای هر یک از اندازه‌گیری‌های انجام‌شده، آخرین رقمی را که ترازو نشان می‌دهد، مدنظر قرار می‌دهیم:

۱) ۶۶/۲ : اندازه‌گیری توسط B (آخرین رقم ۰/۰۱ و مرتبهٔ آن ۰/۰۱ است.)

۲) ۶۶/۲ : اندازه‌گیری توسط A (آخرین رقم ۰/۲ و مرتبهٔ آن ۰/۱ است.)

با توجه به این‌که مرتبهٔ آخرین رقم در اندازه‌گیری توسط ترازوی B کوچک‌تر است، بنابراین اندازه‌گیری توسط ترازوی B دقیق‌تر بوده و دقت اندازه‌گیری ترازوی B بیشتر از A است.

تمرین ۱۲ **کولیس دیجیتالی، یکی از وسایلی است که به کمک آن با دقت زیادی می‌توان طول یک جسم را اندازه گرفت. شکل زیر نمایشی از یک اندازه‌گیری با کولیس دیجیتالی است. در رابطه با این کولیس، به موارد زیر پاسخ دهید:**



الف) آخرین رقمی که کولیس در این اندازه‌گیری نشان می‌دهد، کدام است؟

ب) دقت اندازه‌گیری کولیس دیجیتالی چند میلی‌متر است؟

ج) طول واقعی این جسم در چه محدوده‌ای قرار می‌گیرد؟

پاسخ الف) آخرین رقم سمت راست اندازه‌گیری عبارت است از:

۱۶/۶۷mm
(آخرین رقم سمت راست)

ب) با توجه به مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست، دقت اندازه‌گیری برابر ۰/۰۱mm است.

ج) با توجه به دقت اندازه‌گیری دستگاه، نمایش واقعی این عدد به‌صورت مقابل می‌باشد: ۱۶/۶۷mm ± ۰/۰۱mm

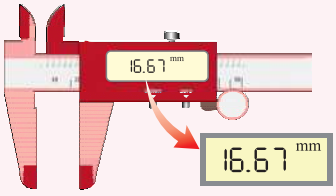
این موضوع یعنی طول واقعی این جسم در محدودهٔ زیر قرار می‌گیرد:

$$16/67\,mm - 0/01\,mm \le \text{طول واقعی} \le 16/67\,mm + 0/01\,mm \Rightarrow 16/66\,mm \le \text{طول واقعی} \le 16/68\,mm$$

بررسی یک موضوع کاربردی

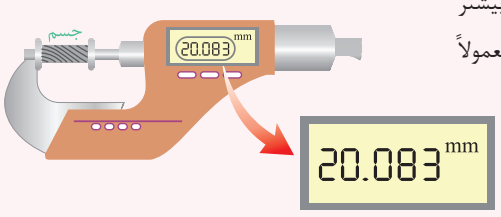
وسایل اندازه‌گیری طول: برخی از وسایل اندازه‌گیری طول عبارت‌اند از:

الف) خطکش معمولی (میلی‌متری): با این وسیله طول‌های نه چندان بزرگ و نه چندان کوچک را می‌توان اندازه گرفت. کمینهٔ تقسیم‌بندی خطکش معمولی برابر ۱mm است، بنابراین به کمک این خطکش طول‌هایی مانند ۴۱/۸۲mm یا ۴۲/۱۲mm را نمی‌توان اندازه گرفت.



ب) کولیس دیجیتال: برخی اوقات لازم است طول‌هایی با دقت بیشتر از خطکش میلی‌متری (معمولی) اندازه‌گیری شود. در این موقع می‌توان از کولیس دیجیتال که کمینهٔ تقسیم‌بندی در آن معمولاً برابر ۰/۰۱mm می‌باشد، استفاده کرد.

ج) ریزسنج دیجیتال: این وسیله نیز از جمله وسایل اندازه‌گیری طول می‌باشد که دقت اندازه‌گیری آن بیشتر از خطکش معمولی و کولیس و معمولاً ۰/۰۰۱mm می‌باشد. کمینهٔ تقسیم‌بندی در ریزسنج دیجیتال معمولاً برابر ۰/۰۰۱mm است. در واقع با ریزسنج می‌توان مقادیر کوچک‌تری را اندازه گرفت.



حالا وقتشه یه سری به تستای ۵۵ تا ۷۰ بزنیم ...

ایستگاه ۵ چگالی (جرم حجمی)

به نسبت جرم (m) به حجم (V) یک ماده، **چگالی** آن ماده می‌گویند. به‌عبارتی، «**جرم واحد حجم هر ماده، برابر با چگالی آن ماده است**» و می‌توان نوشت:

$$\text{چگالی}: \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \text{یکای چگالی در SI} \equiv kg/m^3$$

m: جرم ماده (برحسب kg)، V: حجم ماده (برحسب m^3)

نکته چگالی یک جسم به جنس مادهٔ سازنده و دمای آن بستگی دارد. مثلاً اگر در دمای ثابت، جرم جسمی را تغییر دهیم، حجم آن جسم نیز به همان نسبت تغییر می‌کند تا چگالی ثابت بماند.

تبدیل واحدهای مهم در مسائل چگالی

معمولاً سؤالاتی که از مبحث چگالی در کنکور مطرح می‌شوند، نیاز به تبدیل واحد دارند. در اکثر این سؤالات، تبدیل یکاهای زیر مورد استفاده قرار می‌گیرند، بنابراین توصیه می‌شود آن‌ها را به خاطر بسپارید:

۱) **تبدیل لیتر به مترمکعب و برعکس:** هر مترمکعب برابر با ۱۰۰۰ لیتر است، بنابراین:

مترمکعب $\underset{\times 1000}{\overset{\div 1000}{\rightleftarrows}}$ لیتر

- برای تبدیل مترمکعب به لیتر، حجم داده شده را در ۱۰۰۰ (یا 10^3) ضرب می‌کنیم.
- برای تبدیل لیتر به مترمکعب، حجم داده شده را بر ۱۰۰۰ (یا 10^3) تقسیم می‌کنیم.

۲) **تبدیل سانتی‌مترمکعب به لیتر و برعکس:** می‌دانیم هر لیتر برابر با ۱۰۰۰ سانتی‌مترمکعب است، بنابراین:

$$cm^3 \underset{\times 1000}{\overset{\div 1000}{\rightleftarrows}} Lit$$

- برای تبدیل لیتر به سانتی‌مترمکعب، حجم داده شده را در ۱۰۰۰ (یا 10^3) ضرب می‌کنیم.
- برای تبدیل سانتی‌مترمکعب به لیتر، حجم داده شده را بر ۱۰۰۰ (یا 10^3) تقسیم می‌کنیم.

۳) **تبدیل گرم بر سانتی‌مترمکعب (gr/cm^3) به کیلوگرم بر مترمکعب (kg/m^3) و برعکس:** یک گرم بر سانتی‌مترمکعب برابر با ۱۰۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب است، بنابراین:

- برای تبدیل gr/cm^3 به kg/m^3، چگالی داده شده را در ۱۰۰۰ ضرب می‌کنیم.

$$kg/m^3 \underset{\times 1000}{\overset{\div 1000}{\rightleftarrows}} gr/cm^3$$

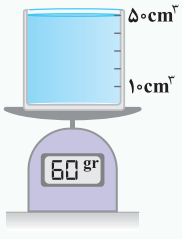
- برای تبدیل kg/m^3 به gr/cm^3، چگالی داده شده را بر ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنیم.

تذکر برای مقایسهٔ چگالی دو ماده، به‌صورت مقابل عمل می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$

خب حالا وقتشه تمرین زیر رو حل کنین تا ببینیم تا این‌جا چقدر خوب درس رو یاد گرفتین ...

تمرین ۱۳ در شکل مقابل، جرم حجمی محلول درون ظرف برحسب gr/Lit و kg/m^3، از راست به چپ کدام است؟ (جرم ظرف ناچیز است.)



۱) ۰/۱۲, ۱/۲
۲) ۱۲, ۱۲
۳) ۱۲۰, ۱/۲
۴) ۱۲۰۰, ۱۲۰۰

پاسخ مطابق شکل، حجم و جرم آب به ترتیب برابر $50cm^3$ و $60gr$ است. در ادامه برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: (محاسبهٔ چگالی محلول برحسب kg/m^3):

$$\begin{cases} m = 60gr \\ V = 50cm^3 \end{cases} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{60}{50} = 1/2\,gr/cm^3 \xrightarrow[\text{تبدیل } gr/cm^3 \text{ به } kg/m^3]{\times 1000} \rho = 1200\,kg/m^3$$

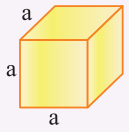
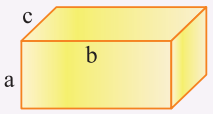
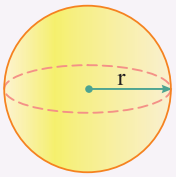
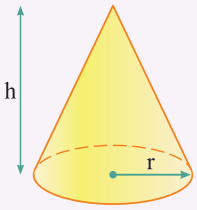
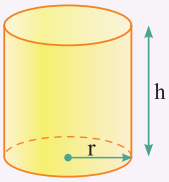
گام دوم: (محاسبهٔ چگالی محلول برحسب gr/Lit):

$$\begin{cases} m = 60gr \\ V = 50cm^3 \xrightarrow[\text{تبدیل } cm^3 \text{ به } Lit]{\div 1000} V = 0/05\,Lit \end{cases} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{60}{0/05} = 1200\,gr/Lit$$ (گزینهٔ ۴)

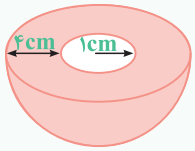
خوبه همین‌جا به عنوان یه موضوع مهم یاد بگیرین که $\frac{gr}{Lit}$ و $\frac{kg}{m^3}$ عملاً معادل همدیگه هستن ...

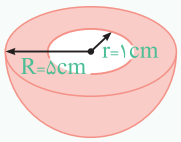
ترکیب چگالی با حجم‌ها در هندسه

در بسیاری از سوالات مربوط به چگالی، باید بتوانیم حجم اجسام هندسی را محاسبه کنیم. در جدول زیر، اجسامی که باید بتوانید حجم آن‌ها را محاسبه کنید، آورده‌ایم :

نام	مکعب	مکعب مستطیل	کره	مخروط	استوانه
شکل					
حجم	$V=a^3$	$V=abc$	$V=\frac{4}{3}\pi r^3$	$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$	$V=\pi r^2 h$

نمونه ۱۴ **شکل روبه‌رو نیم‌کره‌ای از جنس یک فلز با چگالی $6\,gr/cm^3$ را نشان می‌دهد که حفره‌ای به شکل نیم‌کره در آن ایجاد شده است. وزن این جسم چند نیوتون است؟ $(g\simeq 10\frac{m}{s^2}, \pi\simeq 3)$**





۱) ۷/۴۴ ۲) ۱۴/۸۸ ۳) ۱/۵ ۴) ۲۹/۷۶

پاسخ ابتدا با کمک رابطهٔ حجم یک کره $\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)$، حجم فلز به‌کار رفته در ساخت این جسم را از تفاضل حجم نیم‌کره‌های خارجی و داخلی به دست می‌آوریم که برابر است با:

$$\text{حجم فلز}: V=\frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)=\frac{2}{3}\pi(R^3-r^3)\Rightarrow V\simeq\frac{2}{3}\times 3\times(5^3-1^3)=248\,cm^3$$

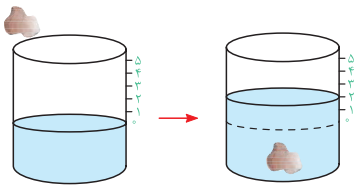
در ادامه جرم این جسم به‌سادگی به‌دست می‌آید:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V=6\times 248=1488\,gr=1/488\,kg$$

حال وزن این جسم برابر است با:

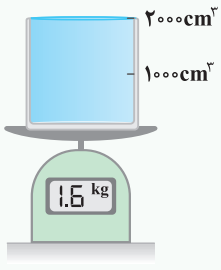
$$W=mg=1/488\times 10=14/88\,N$$ (گزینهٔ ۲)

محاسبهٔ چگالی اجسام با شکل کلی



معمولاً برای اندازه‌گیری حجم اجسامی که شکل مشخصی ندارند از استوانهٔ مدرج استفاده می‌کنند، یعنی جسم موردنظر را درون یک استوانهٔ مدرج می‌اندازند، **حجم مایع (آب) جابه‌جا شده** (با فرض آن که آب در ماده نفوذ نکند که البته برای این منظور ماده را آغشته به پارافین می‌کنند)، **برابر با حجم جسم** است.

نمونه ۱۵ **در شکل مقابل، استوانهٔ مدرج با جرم ناچیز، پر از الکل است. اگر گلوله‌ای آهنی به جرم ۳۹۰۰ گرم و چگالی $7800\frac{kg}{m^3}$ را به آرامی درون الکل فرو ببریم، چند گرم الکل از ظرف خارج می‌شود؟**



۱) ۴۰۰
۲) ۳۹۰
۳) ۵۰۰
۴) ۴۰۰۰

پاسخ در این‌گونه مسائل ابتدا باید توجه شود که با توجه به پر بودن ظرف، حجم الکل سرریز شده برابر حجم گلولهٔ آهنی است. در ادامه برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: (محاسبهٔ حجم گلولهٔ آهنی):

$$\text{جرم گلوله آهنی}: m=3900\,gr\ ,\ \text{چگالی آهن}: \rho=7800\,kg/m^3=7/8\,gr/cm^3$$

$$\text{حجم گلوله}: \rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{m}{\rho}=\frac{3900}{7/8}=500\,cm^3$$

gajmarket.com

گام دوم: (محاسبهٔ جرم الکل سرریز شده): حجم الکل سرریز شده برابر حجم گلوله بوده و می‌توان نوشت:

$$\text{حجم الکل سرریز شده}: V_{\text{الکل}} = ۵۰۰ cm^۳ \quad , \quad \text{چگالی الکل}: \rho_{\text{الکل}} = \frac{۱۶۰۰}{۲۰۰۰} = ۰/۸ gr/cm^۳$$

$$\text{جرم الکل سرریز شده}: m_{\text{الکل}} = \rho_{\text{الکل}} \times V_{\text{الکل}} = ۰/۸ \times ۵۰۰ = ۴۰۰ gr \quad \text{(گزینهٔ ۱)}$$

دقت کنید برای محاسبهٔ چگالی الکل از شکل سوال استفاده کردیم. مطابق شکل، جرم $۲۰۰۰ cm^۳$ الکل، برابر $۱/۶ kg$ است.

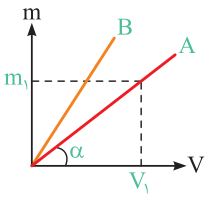
خلاقیت حرفه‌ای ها

با توجه به تساوی حجم گلوله و حجم الکل سرریز شده، به عنوان یک تکنیک سرعتی‌تر می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V_{\text{آهن}} = V_{\text{الکل}} \Rightarrow \frac{m_{\text{آهن}}}{\rho_{\text{آهن}}} = \frac{m_{\text{الکل}}}{\rho_{\text{الکل}}} \Rightarrow \frac{۳۹۰۰}{۷۸۰۰} = \frac{m_{\text{الکل}}}{۸۰۰} \Rightarrow m_{\text{الکل}} = ۴۰۰ gr$$

نمودارهای مربوط به چگالی

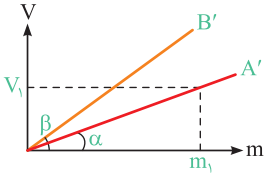
در صورت رسم **نمودار جرم یک جسم** برحسب حجم آن، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:



۱) **شیب نمودار** برابر با **چگالی جسم** است $\left(\rho_A = \tan\alpha = \frac{m_۱}{V_۱}\right)$.

۲) هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، چگالی آن جسم بیشتر است $(\rho_B > \rho_A)$.

تذکر در صورت رسم نمودار **حجم یک جسم برحسب جرم آن** که در برخی تست‌ها انجام می‌شود، به موارد زیر توجه کنید:



۱) **شیب نمودار** برابر با **عکس چگالی جسم** است $\left(\tan\alpha = \frac{V_۱}{m_۱} = \frac{۱}{\rho_{A'}}\right)$.

۲) این موضوع یعنی در شکل مقابل هرچه شیب نمودار کم‌تر باشد، چگالی جسم بیشتر است $(\rho_{A'} > \rho_{B'})$.

چگالی مخلوط چند ماده (آلیاژ)

در صورتی‌که دو یا چند ماده را با هم مخلوط کنیم (به‌طوری که تغییر حجم صورت نگیرد)، چگالی مادهٔ مخلوط با توجه به تعریف چگالی، به سادگی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{\text{مجموع جرم مواد}}{\text{مجموع حجم مواد}} = \frac{m_۱ + m_۲ + \ldots}{V_۱ + V_۲ + \ldots}$$

$m_۱$: جرم مادهٔ اول ، $V_۱$: حجم مادهٔ اول

$m_۲$: جرم مادهٔ دوم ، $V_۲$: حجم مادهٔ دوم

⋮ ⋮

نکته در بعضی موارد، حجم یا جرم ماده‌ها به‌طور مستقیم در صورت سؤال داده نمی‌شود، در این مواقع از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

۱) در صورتی که چگالی و حجم مواد به‌کار رفته در صورت سؤال داده شود:

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{\overbrace{(\rho_۱ V_۱)}^{(m_۱)} + \overbrace{(\rho_۲ V_۲)}^{(m_۲)} + \ldots}{V_۱ + V_۲ + \ldots}$$

۲) در صورتی که چگالی و جرم مواد به‌کار رفته در صورت سؤال داده شود:

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{m_۱ + m_۲ + \ldots}{\underbrace{\left(\frac{m_۱}{\rho_۱}\right)}_{V_۱} + \underbrace{\left(\frac{m_۲}{\rho_۲}\right)}_{V_۲} + \ldots}$$

دقت شود که نیازی به حفظ کردن این روابط نبوده و کافی است آن‌ها را کمی درک کنید.

تمرین ۱۶ چگالی مخلوط دو مایع A و B با حجم‌های اولیهٔ V_A و V_B، برابر ۰/۷۵ گرم بر سانتی‌متر مکعب است. اگر چگالی مایع A برابر ۶۰۰gr / lit و چگالی مایع B برابر ۸۰۰gr / lit باشد، V_A چند برابر V_B است؟ (ریاضی خارج ۹۲)

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

پاسخ برای حل این تمرین خوب، ابتدا جرم تک‌تک مایع‌های A و B را با توجه به رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \text{مایع A}: \rho_A=\frac{m_A}{V_A} \Rightarrow m_A=\rho_A V_A=۶۰۰V_A \\ \text{مایع B}: \rho_B=\frac{m_B}{V_B} \Rightarrow m_B=\rho_B V_B=۸۰۰V_B \end{cases}$$

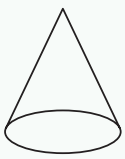
پس از مخلوط کردن دو مایع A و B، داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=۰/۷۵\,gr/cm^۳=۷۵۰\,gr/Lit$$

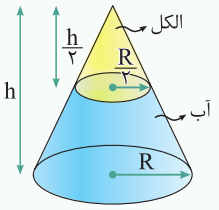
$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}}}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B} \Rightarrow ۷۵۰=\frac{۶۰۰V_A+۸۰۰V_B}{V_A+V_B} \Rightarrow ۷۵۰V_A+۷۵۰V_B=۶۰۰V_A+۸۰۰V_B$$

$$\Rightarrow ۱۵۰V_A=۵۰V_B \Rightarrow \frac{V_A}{V_B}=\frac{۱}{۳}$$ (گزینهٔ ۳)

تمرین ۱۷ درون ظرف مخروطی شکل مقابل، تا نصف ارتفاع ظرف آب ریخته‌ایم. اگر باقی‌ماندهٔ حجم ظرف را با الکل پر کنیم تا مخلوط آب و الکل به‌دست آید، چگالی مخلوط چند گرم بر لیتر می‌شود؟ ($\rho_{\text{آب}}=۸۰۰\frac{kg}{m^۳}=۰/۸\rho_{\text{الکل}}$)



پاسخ با توجه به شکل مقابل، حجم آب و الکل را به‌دست می‌آوریم.



$$V_{\text{الکل}}=\frac{۱}{۳}\pi(\frac{R}{۲})^۲\times\frac{h}{۲}=\frac{\pi R^۲h}{۲۴}$$

$$V_{\text{آب}}=V_{\text{کل}}-V_{\text{الکل}}=\frac{۱}{۳}\pi R^۲h-\frac{۱}{۳}\pi(\frac{R}{۲})^۲\times\frac{h}{۲} \Rightarrow V_{\text{آب}}=\frac{۷\pi R^۲h}{۲۴}$$

حجم آب ۷ برابر حجم الکل است، بنابراین اگر حجم الکل برابر V باشد، حجم آب برابر ۷V است و داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{\rho_{\text{آب}}V_{\text{آب}}+\rho_{\text{الکل}}V_{\text{الکل}}}{V_{\text{آب}}+V_{\text{الکل}}}=\frac{۱۰۰۰\times۷V+۸۰۰V}{۷V+V}=۹۷۵\frac{kg}{m^۳}$$

دقت کنید یکاهای $\frac{kg}{m^۳}$ و $\frac{gr}{Lit}$ با هم برابرند، بنابراین چگالی مخلوط برابر ۹۷۵$\frac{gr}{Lit}$ است.

نکته برای محاسبهٔ چگالی مخلوط چند مایع، باید جرم کل مایعات را بر حجم کل آن‌ها تقسیم کنیم. بنابراین اگر در اثر مخلوط کردن دو مایع، حجم کل به اندازهٔ V' کاهش یابد، برای محاسبهٔ چگالی مخلوط آن‌ها می‌توان نوشت:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_۱+m_۲}{V_۱+V_۲-V'}$$

V': حجم کاهش‌یافته بر اثر مخلوط کردن

حالا وقتشه یه سری به تستای ۷۱ تا ۱۱۸ بزنیم ...

یادداشت:

gajmarket.com

۱ ۴ ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، نقطه قوت دانش فیزیک است و نقش مهمی در فرایند پیشرفت دانش و تکامل شناخت ما از طبیعت پیرامون داشته است، بنابراین فقط گزاره (ت) نادرست است. سایر گزاره‌ها با توجه به متن کتاب درسی صحیح هستند.

۲ ۴

نکته

نام مدل‌های اتمی مطرح شده در ابتدای فیزیک دهم به همراه نام دانشمند مربوطه به‌ترتیب روند تکامل به‌صورت زیر است:

۱) مدل توپ بیلیارد (دالتون)
۲) مدل کیک کشمشی (تامسون)
۳) مدل هسته‌ای (رادرفورد)
۴) مدل سیاره‌ای (بور)
۵) مدل ابر الکترونی (شرودینگر)

تصاویر (۱)، (۲) و (۳) به‌ترتیب از راست به چپ مربوط به مدل کیک کشمشی تامسون، مدل سیاره‌ای بور، و مدل هسته‌ای رادرفورد است.

همان‌طور که می‌دانید، مدل سیاره‌ای بور (تصویر ۲) بعد از مدل هسته‌ای رادرفورد (تصویر ۳) مطرح شده است. بنابراین فقط عبارت (ت) درست است.

۳ ۳ مدل‌سازی در فیزیک فرایندی است که در آن اثرهای مهم و تعیین‌کننده برای یک پدیدهٔ فیزیکی در نظر گرفته می‌شود و پدیده‌ها تا حد امکان ساده‌سازی می‌شوند نه جزئی‌سازی. بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است. هنگام مدل‌سازی یک پدیدهٔ فیزیکی، باید اثرهای جزئی‌تر را نادیده بگیریم نه اثرهای مهم و تعیین‌کننده را. برای مثال، اگر به‌جای مقاومت هوا، نیروی جاذبهٔ زمین را نادیده می‌گرفتیم، آن‌گاه مدل ما پیش‌بینی می‌کرد که وقتی توپی به بالا پرتاب شود در یک خط مستقیم بالا می‌رود! این توضیحات یعنی نمی‌توان از اثر نیروی گرانش صرف‌نظر کرد.

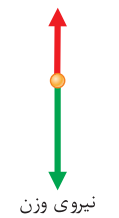
در جدول زیر عوامل تعیین کننده و عوامل جزئی در مدل‌سازی حرکت توپ آورده شده است.

عامل تعیین کننده و مهم	عوامل جزئی
وجود نیروی گرانش	شکل، ابعاد، ناهمواری‌ها و چرخش توپ مقاومت هوا تغییر نیروی گرانش با تغییر ارتفاع

۴ ۲ در هنگام حرکت چترباز، به دلیل ابعاد بزرگ چتر آن، مقاومت هوا چشمگیر بوده و نمی‌توان از مقاومت هوا صرف‌نظر کرد. در این حالت از بین موارد مطرح شده، تنها می‌توان از تغییرات وزن چترباز در حین حرکت صرف‌نظر کرد. دقت شود که ابعاد چتر، در میزان مقاومت هوا تأثیر بسیار زیادی دارد و باید در مدل‌سازی در نظر گرفته شود.

۵ ۳ در سقوط کردن کاغذ معمولی، سطح تماس کاغذ با هوا قابل توجه بوده و در این حالت، نیروی مقاومت هوا چشمگیر است. با توجه به این موضوع در مدل‌سازی حرکت کاغذ معمولی، نمی‌توان از مقاومت هوا صرف‌نظر کرد.

۶ ۲ در هنگام سقوط کاغذ، دو نیروی وزن و مقاومت هوا به آن وارد می‌شوند که جهت نیروی وزن به سمت پایین و جهت نیروی مقاومت هوا، در خلاف جهت حرکت کاغذ، یعنی به سمت بالا است. با توجه به آن‌که کاغذ با شتاب به سمت پایین می‌آید، نیروی وزن وارد بر آن از نیروی مقاومت هوا بزرگ‌تر است و می‌توانیم حرکت کاغذ را به شکل مقابل مدل‌سازی کنیم (طول هر یک از بردارها متناسب با بزرگی آن رسم شده است).



۷ ۳ نیرویی که باعث می‌شود ماهواره به دور زمین بچرخد، نیروی گرانش بین ماهواره و زمین است و در نتیجه در مدل‌سازی حرکت ماهواره به دور زمین، نمی‌توانیم از این عامل چشم‌پوشی کنیم. بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

۸ ۴ با توجه به علوم پایهٔ هشتم، لیزر یک منبع نور گسترده است که آن را به‌دلیل کوچک بودن، منبع نقطه‌ای در نظر می‌گیریم. از سوی دیگر، پرتوها به‌صورت واگرا می‌باشند که چون در لیزر واگرایی زیاد نیست، برای سادگی آن‌ها را موازی درنظر می‌گیریم، پس گزینهٔ (۴) صحیح است.

۹ ۱ در مدل‌سازی‌های فیزیکی، برای سادگی بررسی پدیده‌های مختلف، اثرهای جزئی نادیده گرفته می‌شوند و فقط اثرهای اصلی مورد بررسی قرار می‌گیرند. به عنوان مثال در بررسی نور خورشید می‌توانیم از واگرایی پرتوها صرف‌نظر کنیم و به جهت سادگی آن‌ها را موازی در نظر بگیریم. هم‌چنین منبع نور خورشید گسترده است ولی به جهت سادگی، مشابه با لیزر، پرتوهای آن موازی فرض می‌شوند. از طرفی نمی‌توان از وجود پرتوهای نور خورشید در تشکیل تصویر صرف‌نظر کرد، زیرا این پرتوها باعث ایجاد تصویر می‌شوند. مطابق توضیحات داده‌شده، عبارت «الف» و «ج» درست هستند.

۱۰ ۲ موارد (۱)، (۳) و (۴)، از اصلی‌ترین مواردی است که در مدل‌سازی‌های حرکت جسم بر روی سطح افقی لحاظ می‌شود، اما کم شدن جرم بر اثر ساییدگی بسیار ناچیز است و لزومی ندارد در مدل‌سازی لحاظ شود.

۱۱ ۴ برای مدل‌سازی بهتر حرکت جسم، باید از اثرهای جزئی صرف‌نظر کرده و اثرهای مهم و تعیین‌کننده را لحاظ کنیم. با توجه به این‌که جسم به سمت راست و با تندی ثابت (شتاب صفر است) حرکت می‌کند، بنابراین اندازهٔ نیروی دست شخص باید برابر اندازهٔ نیروی اصطکاک باشد، پس گزینهٔ (۴) صحیح است (دقت شود برای مدل‌سازی حرکت این جسم، آن را به صورت نقطه‌ای در نظر می‌گیریم).

۱۲ ۳ در مدل‌سازی حرکت آونگ، اثرهای مهم و تعیین کننده مثل وجود نیروی گرانش وارد بر گلوله و نیروی کشش نخ حتماً باید لحاظ شوند، در حالی‌که برای سادگی تحلیل مسأله، می‌توانیم از اثرهای جزئی‌تر مثل مقاومت هوا، جرم نخ و ابعاد و شکل گلولهٔ آونگ صرف‌نظر کنیم.

راستی بچه‌ها، آونگ ساده به آونگی گفته میشه که زاویهٔ انحرافش از راستای قائم کم‌تر از ۶ درجه باشه.

۱۳ ۳ نیروی وزن شخص و شیب کوه از عوامل مهم و تأثیرگذار در بررسی حرکت اسکی‌باز هستند و باید حتماً در مدل‌سازی لحاظ شوند. در مقابل، عواملی مثل نیروی اصطکاک، مقاومت هوا، شکل و ابعاد اسکی‌باز و تغییرات وزن در اثر تغییر ارتفاع جزئی هستند و می‌توانیم برای سادگی فرایند مدل‌سازی، آن‌ها را در نظر نگیریم.

۱۴ ۳ یکای اندازه‌گیری یک کمیت باید در شرایط فیزیکی تعیین‌شده برای آن تغییر نکند و قابلیت تولید در مکان‌های مختلف را داشته باشد. هم‌چنین اصلی‌ترین ویژگی کمیت‌های اصلی، تعریف‌شدن یکای مستقل برای آن‌ها می‌باشد، بنابراین عبارت (پ) نادرست است. از طرفی جرم کمیت اصلی و ثانیه یکای اصلی مرتبط با کمیت زمان محسوب می‌شود و هم‌چنین مساحت کمیت فرعی و مترمربع یکای فرعی آن محسوب می‌شود و عبارت‌های (ث) و (ج) نیز نادرست است. در نهایت دقت کنید که به دلیل وجود روابط فیزیکی بین کمیت‌ها، نیازی به تعریف یکای مستقل برای همهٔ کمیت‌ها نیست و می‌توان یکای کمیت‌های فرعی را بر اساس یکاهای اصلی به دست آورد. مطابق این توضیحات، سه گزارهٔ نادرست وجود دارد.

۱۵ ۲ اگر یکای زمان براساس تعداد مشخص ضربان قلب شخص تعریف شود، مشکل اصلی این انتخاب، آن است که این یکا کاملاً تغییرپذیر است. از این‌رو این مورد را نباید یکای کمیت زمان در نظر گرفت.

۱۶ ۴ با توجه به توضیحات کتاب درسی در مورد یکاها، تمامی عبارت‌های مطرح‌شده در این سؤال صحیح می‌باشند. دقت شود که عبارت (ث)، به نوعی بر روی متغیر نبودن یکای اندازه‌گیری در فیزیک تأکید دارد.

۱۷ ۲ کمیت‌های زمان، جریان الکتریکی، شدت روشنایی و مقدار ماده از کمیت‌هایی اصلی هستند، بنابراین گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) نادرست بوده و گزینهٔ (۲) پاسخ این سؤال است.

۱۸ **۴** دما، جریان الکتریکی و جرم از کمیت‌های اصلی هستند، بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است. دقت کنید که کمیت‌های نیرو، فشار و سرعت از کمیت‌های فرعی می‌باشند، بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) نادرست است.

۱۹ **۴** کمیت‌های انرژی جنبشی، شار مغناطیسی و فشار که در گزینهٔ (۴) مطرح شده‌اند، همگی از کمیت‌های فرعی و نرده‌ای محسوب می‌شوند. دقت کنید که جرم از کمیت‌های اصلی و نیرو، میدان مغناطیسی و شتاب از کمیت‌های برداری هستند. بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) نادرست هستند.

۲۰ **۲** یکاهای کیلوگرم، آمپر و مول به‌ترتیب مربوط به یکاهای جرم، شدت جریان الکتریکی و مقدار ماده است که همگی از کمیت‌های اصلی می‌باشند.

۲۱ **۳** از بین کمیت‌های داده‌شده، کمیت‌های سرعت و نیرو کمیتی برداری و سایر کمیت‌ها نرده‌ای هستند (بنابراین ۲ کمیت برداری است).

هم‌چنین از بین کمیت‌های داده‌شده، کمیت‌های دما، زمان و طول کمیتی اصلی و سایر کمیت‌ها فرعی هستند (بنابراین ۳ کمیت اصلی است).

۲۲ **۱** سال نوری (ly) و یکای نجومی (AU)، هر دو از یکاهای فرعی مورد استفاده برای طول محسوب می‌شوند و کندلا (cd)، یکای کمیت شدت روشنایی محسوب می‌شود.

۲۳ **۴** فشار کمیتی فرعی و شدت روشنایی کمیتی اصلی است، بنابراین موارد A و B به‌ترتیب «فرعی» و «اصلی» هستند.

هم‌چنین سرعت کمیتی برداری است در حالی‌که تندی کمیتی نرده‌ای می‌باشد، پس مورد C می‌تواند سرعت باشد.

۲۴ **۲** طراح سؤال، یکای کمیت فرعی فشار را برحسب یکاهای اصلی می‌خواهد. به کمک رابطهٔ $P = \rho gh$ داریم:

$$P = \rho gh \Rightarrow \text{یکای فشار (پاسکال)} \equiv \frac{kg}{m^3} \times \frac{m}{s^2} \times m = \frac{kg}{m.s^2}$$

۲۵ **۲**

نکته

منظور از یکای فرعی یک کمیت فرعی، یکای آن برحسب کمیت‌های اصلی است. برای پاسخ دادن به این سبک از سؤالات، ابتدا باید یکی از روابطی را که کمیت مورد نظر در آن قرار دارد، انتخاب کنید و سعی کنید یکای کمیت مورد نظر را برحسب یکاهای اصلی بنویسید.

رابطهٔ (۱):
$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow c = \frac{Q}{m\Delta\theta} \Rightarrow \text{یکای گرمای ویژه} \equiv \frac{J}{kg.K}$$

یکاهای kg و K یکای اصلی هستند. در ادامه می‌خواهیم به کمک رابطهٔ انرژی جنبشی، یکای (J) را که فرعی است برحسب یکاهای اصلی بنویسیم.

رابطهٔ (۲):
$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow (J) \text{یکای انرژی} \equiv kg.(\frac{m}{s})^2$$

$$\xrightarrow{\text{روابط (۱) و (۲)}} \text{یکای گرمای ویژه} \equiv \frac{kg.(\frac{m}{s})^2}{kg.K} = \frac{m^2}{s^2.K}$$

۲۶ **۲** آهنگ شارش جریان معادل با میزان حجم عبوری در واحد زمان بوده و یکای فرعی آن $\frac{m^3}{s}$ است.

۲۷ **۲** با توجه به مطالب فصل ۴ کتاب فیزیک دهم می‌توان نوشت:

رابطهٔ (۱):
$$Q = mL_F \Rightarrow L_F = \frac{Q}{m} \Rightarrow \text{یکای گرمای نهان ذوب} \equiv \frac{J}{kg}$$

رابطهٔ (۲):
$$J \equiv \text{یکای نیرو} \times \text{یکای طول} = (kg.\frac{m}{s^2}) \times m = kg.\frac{m^2}{s^2}$$

$$\xrightarrow{\text{روابط (۱) و (۲)}} \text{یکای گرمای نهان ذوب} \equiv \frac{J}{kg} \equiv \frac{m^2}{s^2}$$

۲۸ **۲** با توجه به رابطهٔ $K = \frac{1}{2}mv^2$، می‌توان نوشت:

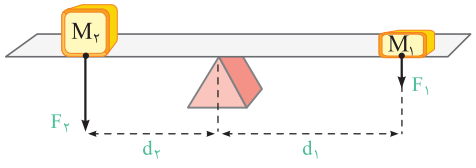
$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow J \equiv kg.(\frac{m}{s})^2 \Rightarrow J = kg.\frac{m^2}{s^2}$$

۲۹ **۲** با توجه به مطالب فصل ۳ کتاب فیزیک دهم، یکای فرعی $\frac{kg.m^2}{s^3}$، مربوط به توان است.

$$\text{یکای توان} = \frac{\text{یکای انرژی}}{\text{یکای زمان}} = \frac{kg.\frac{m^2}{s^2}}{s} = \frac{kg.m^2}{s^3}$$

دقت کنید که یکای فرعی کمیت‌های تندی، فشار و نیرو به‌ترتیب برابر $\frac{m}{s}$، $\frac{kg}{m.s^2}$ و $\frac{kg.m}{s^2}$ است.

۳۰ **۲** گشتاور نیرو عاملی است که باعث چرخش می‌شود. مثلاً در شکل زیر، نیروی وزن وارد بر هر یک از وزنه‌ها سعی در چرخاندن اهرم روی تکیه‌گاه دارد.



گشتاور نیرو کمیتی برداری است و همان‌گونه که در علوم پایهٔ نهم خوانده‌اید، بزرگی آن از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

اندازهٔ گشتاور نیرو = اندازهٔ نیرو × فاصلهٔ نقطه اثر نیرو تا محور چرخش

$$\Rightarrow \text{یکای گشتاور نیرو} \equiv \text{یکای نیرو} \times \text{یکای فاصله}$$

$$F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv kg.\frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow \text{یکای گشتاور نیرو} \equiv m \times (kg.\frac{m}{s^2}) = kg.\frac{m^2}{s^2}$$

۳۱ **۱** ابتدا با توجه به فیزیک یازدهم، یکای میدان مغناطیسی (تسلا) را برحسب یکاهای اصلی می‌نویسیم:

$$F = BIL\sin\alpha \Rightarrow N \equiv T.A.m$$

از طرفی طبق رابطهٔ $F = ma$، یکای نیوتون (N) معادل $kg.m/s^2$ است، پس می‌توان نوشت:

$$\frac{kg.m}{s^2} \equiv T.A.m \Rightarrow T \equiv \frac{kg}{A.s^2}$$

بنابراین یکای فرعی کمیت میدان مغناطیسی برابر $kg/A.s^2$ است و گزینهٔ (۱) صحیح است. برای تمرین یکای سایر کمیت‌ها را برحسب یکاهای اصلی به‌دست آورید.

۳۲ **۳** برای حل این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: یکای انرژی برابر است با:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 : \text{انرژی جنبشی} \Rightarrow \text{یکای انرژی} \equiv kg.(\frac{m}{s})^2 \equiv \frac{kg.m^2}{s^2}$$

گام دوم: یکای فرعی پارامتر k برابر است با (یکای مکان متحرک (x) در SI، متر است):

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow k = \frac{2U}{x^2} \Rightarrow k \text{ یکای} \equiv \frac{\frac{kg.m^2}{s^2}}{m^2} \equiv \frac{kg}{s^2}$$

این موضوع یعنی یکای k، معادل با کیلوگرم بر مربع ثانیه است.

gajmarket.com

۳۳ فرض کنیم تندی انتشار امواج به صورت $v = A^{\alpha}B^{\beta}$ باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$v = A^{\alpha}B^{\beta} \rightarrow \text{یکای تندی} \equiv (\text{یکای A})^{\alpha} \times (\text{یکای B})^{\beta}$$

$$\rightarrow m/s \equiv (N)^{\alpha} \times (kg/m)^{\beta}$$

با توجه به رابطهٔ $F = ma$، می‌دانیم که نیوتون (N) معادل $kg.m/s^2$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$m/s \equiv (kg.m/s^2)^{\alpha} \times (kg/m)^{\beta} = (kg)^{\alpha+\beta} \times (m)^{\alpha-\beta} \times \frac{1}{s^{2\alpha}}$$

برای آن‌که یکاها در دو طرف یکسان باشند، باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} 2\alpha = 1 \\ \alpha - \beta = 1 \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{-1}{2} \rightarrow v = A^{\alpha}B^{\beta} = A^{\frac{1}{2}}B^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{A}{B}}$$

دقت

با قرار دادن مقادیر به‌دست آمده برای α و β، مقدار $(\alpha + \beta)$ برابر صفر شده و توان kg برابر صفر می‌شود که قابل قبول است.

۳۴ می‌دانیم وقتی کمیتی برابر حاصل جمع چند کمیت دیگر است، یکای هر یک از جملات جمع‌شونده باید با یکای این کمیت برابر باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$A = \frac{B^2}{C} + CDE \Rightarrow A\,\text{یکای} \equiv \left(\frac{B^2}{C}\right)\text{یکای} \Rightarrow J \equiv \frac{B^2\,\text{یکای}}{kg}$$

با توجه به رابطهٔ $W = Fd$، می‌دانیم که یکای ژول معادل $kg.\frac{m^2}{s^2}$ است، بنابراین داریم:

$$kg.\frac{m^2}{s^2} \equiv \frac{B^2\,\text{یکای}}{kg} \Rightarrow B^2\,\text{یکای} \equiv kg^2.\frac{m^2}{s^2}$$

از طرفی یکای A با یکای CDE نیز باید برابر باشد، پس می‌توان نوشت:

$$A\,\text{یکای} \equiv (\text{یکای CDE}) \Rightarrow J \equiv kg \times (\text{یکای DE})$$

$$\Rightarrow kg.\frac{m^2}{s^2} \equiv kg \times (\text{یکای DE}) \Rightarrow \text{یکای DE} \equiv \frac{m^2}{s^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{B^2}{DE}\right)\text{یکای کمیت} \equiv \frac{B^2\,\text{یکای}}{DE\,\text{یکای}} = \frac{kg^2.\frac{m^2}{s^2}}{\frac{m^2}{s^2}} = kg^2$$

۳۵ برای به‌دست آوردن مساحت برحسب مترمربع (m^2)، کافی است طول و عرض آن را برحسب متر (m) بنویسیم و داریم:

$$\begin{cases} \text{عرض صفحه} = 9nm = 9 \times 10^{-9}\,m \\ \text{طول صفحه} = 0/2\mu m = 0/2 \times 10^{-6}\,m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت صفحهٔ مستطیلی} = \text{طول} \times \text{عرض} : A$$

$$\Rightarrow A = 0/2 \times 10^{-6} \times 9 \times 10^{-9}\,m^2 = 1/8 \times 10^{-15}\,m^2$$

دقت کنید که مقدار به‌دست آمده برای مساحت با توجه به شیوهٔ نمادگذاری علمی صحیح است و نیاز به اصلاح ندارد.

۳۶ می‌دانیم که هر لیتر معادل با ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعب است و داریم:

$$V = 1mLit \xrightarrow[\text{به لیتر}]{\text{تبدیل میلی‌لیتر}} V = 10^{-3}\,Lit$$

$$\xrightarrow[\text{سانتی‌متر مکعب}]{\text{تبدیل لیتر به}} V = 10^{-3} \times (10^3\,cm^3) = 1cm^3$$

$$V_A = 8700mLit = 8700cm^3 = 8/7 \times 10^3\,cm^3$$

برای پیداکردن رابطهٔ بین دسی‌متر مکعب و لیتر داریم ($1dm = 10^{-1}\,m$ (دسی‌متر) یا $1m = 10\,dm$):

$$V = 1dm^3 \xrightarrow[\text{به مترمکعب}]{\text{تبدیل دسی‌مترمکعب}} V = 1 \times (10^{-1}m)^3 = 10^{-3}\,m^3$$

$$\xrightarrow[\text{به لیتر}]{\text{تبدیل مترمکعب}} V = 10^{-3} \times 10^3\,Lit = 1Lit$$

$$V_B = 3200dm^3 = 3200Lit = 3/2 \times 10^3\,Lit$$

تذکر

یکاهای میلی‌لیتر و سانتی‌متر مکعب با هم برابرند و همچنین یکاهای لیتر و دسی‌متر مکعب یکسان می‌باشند.

۳۷ ابتدا اختلاف پتانسیل را برحسب پیکوولت (pV) به‌دست می‌آوریم و سپس آن را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$\text{اختلاف پتانسیل} = 42kV \xrightarrow{\text{تبدیل kV به V}} 42 \times (10^3\,V)$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل pV به V}} 42 \times 10^3 \times (10^{12}\,pV) = 42 \times 10^{15}\,pV$$

$$= 4/2 \times 10^{16}\,pV \Rightarrow n = 16 \Rightarrow \text{اختلاف پتانسیل به صورت نمادگذاری علمی}$$

۳۸ برای حل این سؤال، دو گام زیر را طی می‌کنیم.

گام اول: تبدیل یکای $\frac{\mu g.mm}{s^2}$ به $\frac{kg.m}{s^2}$:

$$10^{13}\,\frac{\mu g.mm}{s^2} \xrightarrow{\text{تبدیل μg به gr}} 10^{13} \times (10^{-6}\,gr.mm/s^2)$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل kg به g}} 10^{13} \times 10^{-6} \times (10^{-3}\,kg.mm/s^2)$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل mm به m}} 10^{13} \times 10^{-6} \times 10^{-3} \times (10^{-3}\,kg.m/s^2)$$

$$= 10\,kg.m/s^2$$

گام دوم: معادل قرار دادن دو عدد:

$$10\,\frac{kg.m}{s^2} = 10^{-8}\,\frac{kg.\boxed{x}}{s^2} \rightarrow \boxed{x} = 10^9\,m = 1Gm$$

۳۹ برای حل این سؤال، اعداد داده‌شده در هر یک از گزینه‌ها را برحسب کیلوگرم محاسبه می‌کنیم:

بررسی گزینه‌ها

۱) $1/25 \times 10^{11}\,\mu g \xrightarrow{\text{تبدیل μg به gr}} 1/25 \times 10^{11} \times (10^{-6}\,gr)$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل kg به gr}} 1/25 \times 10^{11} \times 10^{-6} \times (10^{-3}\,kg) = 125kg$$

۲) $5 \times 10^7\,mg \xrightarrow{\text{تبدیل mg به gr}} 5 \times 10^7 \times (10^{-3}\,gr)$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل kg به gr}} 5 \times 10^7 \times 10^{-3} \times (10^{-3}\,kg) = 50kg$$

۳) $7/5 \times 10^{12}\,ng \xrightarrow{\text{تبدیل ng به gr}} 7/5 \times 10^{12} \times (10^{-9}\,gr)$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل kg به gr}} 7/5 \times 10^{12} \times 10^{-9} \times (10^{-3}\,kg) = 7/5kg$$

۴) $4/5 \times 10^{-4}\,Gg \xrightarrow{\text{تبدیل Gg به gr}} 4/5 \times 10^{-4} \times (10^9\,gr)$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل kg به gr}} 4/5 \times 10^{-4} \times 10^9 \times (10^{-3}\,kg) = 450kg$$

طبق صورت سؤال، حداکثر جرمی که می‌توان بر روی میز شیشه‌ای قرار داد برابر 25kg است. فقط در گزینهٔ (۳)، جرم جسم از 25kg کم‌تر است و در نتیجه شیشهٔ میز نمی‌شکند.

۴۰ **۲** برای تبدیل یکای انرژی به پیکوژول به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$۶۰\mu J=(۶۰\mu J)\times(\frac{۱۰^{-۶}J}{۱\mu J})\times(\frac{۱pJ}{۱۰^{-۱۲}J})=\underbrace{۶\times۱۰^{۷}}_{\text{به صورت نمادگذاری علمی}}pJ$$

۴۱ **۴** ابتدا مساحت جانبی کرهٔ زمین را برحسب متر مربع به‌دست می‌آوریم:

$$A=۴\pi r^{۲}=۴(۳)(۶۴۰۰\times۱۰^{۳})^{۲}=۴۹۱۵۲\times۱۰^{۱۰}m^{۲}$$

همان‌طور که می‌دانید، هر هکتار معادل ۱۰ هزار متر مربع است، بنابراین داریم:

$$A=\frac{۴۹۱۵۲\times۱۰^{۱۰}}{۱۰۰۰۰}=۴۹۱۵۲\times۱۰^{۶}=۴/۹۱۵۲\times۱۰^{۱۰}\ \text{هکتار}$$

۴۲ **۳** درستی هر یک از نامعادله‌ها را بررسی می‌کنیم:

(۱) ابتدا باید $\frac{km}{h}$ به $\frac{m}{s}$ تبدیل شود. در این صورت داریم:

$$۱۲\frac{km}{h}=۱۲\times\frac{۱۰۰۰m}{۳۶۰۰s}=\frac{۱۲}{۳/۶}\frac{m}{s}\simeq۳/۳۳\frac{m}{s}\Rightarrow۵/۶\frac{m}{s}>۳/۳۳\frac{m}{s}$$

(۲) $\frac{gr}{Lit}$ را به $\frac{kg}{m^{۳}}$ تبدیل می‌کنیم:

$$۴\frac{gr}{Lit}=۴\frac{۱۰^{-۳}}{۱۰^{-۳}}\frac{kg}{m^{۳}}=۴\frac{kg}{m^{۳}}\Rightarrow۴\frac{kg}{m^{۳}}<۷۲\frac{kg}{m^{۳}}$$

(۳) پاسکال (Pa)، یکای کمیت فشار است که معادل $\frac{N}{m^{۲}}$ می‌باشد. برای بررسی درستی این نامعادله، واحد $\frac{N}{cm^{۲}}$ را به $\frac{N}{m^{۲}}$ تبدیل می‌کنیم:

$$۶\frac{N}{cm^{۲}}=\frac{۶}{۱۰^{-۴}}\frac{N}{m^{۲}}=۶\times۱۰^{۴}\frac{N}{m^{۲}}\Rightarrow۶\times۱۰^{۴}\frac{N}{m^{۲}}>۲۰۰\frac{N}{m^{۲}}$$

بنابراین نامعادلهٔ مطرح‌شده در گزینهٔ (۳) نادرست است.

(۴) ژول (J)، یکای کمیت انرژی است که معادل $\frac{kg.m^{۲}}{s^{۲}}$ می‌باشد. برای بررسی درستی این نامعادله، واحد $\frac{gr.cm^{۲}}{s^{۲}}$ را به $\frac{kg.m^{۲}}{s^{۲}}$ تبدیل می‌کنیم:

$$۶\frac{gr.cm^{۲}}{s^{۲}}=\frac{۶\times۱۰^{-۳}\times۱۰^{-۴}}{۱}\frac{kg.m^{۲}}{s^{۲}}=۶\times۱۰^{-۷}\frac{kg.m^{۲}}{s^{۲}}$$

$$\Rightarrow۱/۲\times۱۰^{-۳}\frac{kg.m^{۲}}{s^{۲}}>۶\times۱۰^{-۷}\frac{kg.m^{۲}}{s^{۲}}$$

۴۳ **۱** ابتدا حجم و طول باکتری را به ترتیب برحسب $m^{۳}$ و m محاسبه می‌کنیم:

$$\text{حجم}:\ V=۱۰^{۹}nm^{۳}=۱۰^{۹}\times(۱۰^{-۹}m)^{۳}=۱۰^{-۱۸}m^{۳}$$

$$\text{طول}:\ h=۲/۵\mu m=۲/۵\times(۱۰^{-۶}m)=۲/۵\times۱۰^{-۶}m$$

$$V=A.h\Rightarrow۱۰^{-۱۸}=A\times۲/۵\times۱۰^{-۶}\Rightarrow A=\frac{۱۰^{-۱۸}}{۲/۵\times۱۰^{-۶}}=۴\times۱۰^{-۱۳}m^{۲}$$

با توجه به خواستهٔ سؤال، سطح مقطع را برحسب میلی‌متر مربع محاسبه می‌کنیم:

$$A=۴\times۱۰^{-۱۳}m^{۲}\xrightarrow{\text{تبدیل } m^{۲}\text{ به } mm^{۲}}۴\times۱۰^{-۱۳}\times(۱۰^{۳}mm)^{۲}$$

$$\Rightarrow A=۴\times۱۰^{-۷}mm^{۲}$$

۴۴ **۴** طبق صورت سؤال در هر ثانیه، $۲۰۰cm^{۳}$ نفت هدر می‌رود، پس در هر ساعت، مقدار $۲۰۰cm^{۳}\times۳۶۰۰$ نفت هدر می‌رود. در نتیجه در مدت زمان ۱۰ ساعت، مقدار $۲۰۰cm^{۳}\times۳۶۰۰\times۱۰$ نفت به هدر خواهد رفت.

$$\text{حجم نفت هدر رفته}:\ V=۱۰\times۳۶۰۰\times۲۰۰cm^{۳}$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل } cm^{۳}\text{ به Lit}}۱۰\times۳۶۰۰\times۲۰۰\times(۱۰^{-۳}Lit)=۷۲۰۰Lit$$

دقت شود که دسی‌متر مکعب و Lit با یکدیگر معادل هستند (چرا؟).

۴۵ **۲** با استفاده از تبدیل واحد زنجیره‌ای می‌توان نوشت:

$$۱۵۰۰\frac{Lit}{min}=(۱۵۰۰\frac{Lit}{min})\times(\frac{۱m^{۳}}{۱۰۰۰Lit})\times(\frac{۱min}{۶۰s})=۰/۰۲۵\frac{m^{۳}}{s}$$

۴۶ **۱** برای محاسبهٔ شتاب برحسب فوت بر مجذور ثانیه، با انتخاب عامل تبدیل‌های مناسب، از روش تبدیل زنجیره‌ای به‌صورت زیر کمک می‌گیریم:

$$۱۵۲/۴\frac{cm}{s^{۲}}=\overset{۶۰}{\cancel{۱۵۲/۴}}\frac{cm}{s^{۲}}\times\frac{۱\ inch}{\underset{۱}{\cancel{۲/۵۴}}\ cm}\times\frac{۱ft}{۱۲\ inch}=۵\frac{ft}{s^{۲}}$$

۴۷ **۳** برای پاسخ دادن به این سؤال، به‌صورت زیر از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$۳۱۲km=\overset{۳}{\cancel{۳۱۲}}\ km\times\frac{۱۰۰۰m}{۱km}\times\frac{۱۰۰cm}{۱m}\times\frac{۱\text{ذرع}}{\underset{۱}{\cancel{۱۰۴}}cm}=۳\times۱۰^{۵}\ \text{ذرع}$$

از طرفی برای نمایش عدد برحسب فرسنگ، در ادامهٔ روند تبدیل زنجیره‌ای، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$۳۱۲km=۳۱۲km\times\frac{۱۰۰۰m}{۱km}\times\frac{۱۰۰cm}{۱m}\times\frac{۱\text{ ذرع}}{۱۰۴cm}\times\frac{۱\text{ فرسنگ}}{۶۰۰۰\text{ ذرع}}$$

$$\Rightarrow۳۱۲km=۵\times۱۰^{۱}\ \text{فرسنگ}$$

۴۸ **۴** برای پاسخ دادن به این سؤال، از روش تبدیل زنجیره‌ای به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$۱۸۲\text{ قیراط}=۱۸۲\text{ قیراط}\times\frac{۲۰۰mgr}{۱\text{ قیراط}}\times\frac{۱gr}{۱۰۰۰mgr}\times\frac{۱kg}{۱۰۰۰gr}=۳/۶۴\times۱۰^{-۲}kg$$

۴۹ **۲** برای حل، از روش تبدیل زنجیره‌ای به‌صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$۶۲۲۰۸kg=\overset{۱۲۸۰۰}{\cancel{۶۲۲۰۸}}\ kg\times\frac{۱۰۰۰gr}{۱kg}\times\frac{۱\text{مثقال}}{\underset{۱}{\cancel{۴/۸۶}}gr}\times\frac{۱\text{من تبریز}}{۶۴۰\text{مثقال}}\times\frac{۱\text{ خروار}}{۱۰۰\text{ من تبریز}}$$

$$\Rightarrow۶۲۲۰۸kg=۲\times۱۰^{۲}\text{ خروار}=۲۰۰\text{ خروار}$$

۵۰ **۲** یکای نجومی، معادل میانگین فاصلهٔ زمین تا خورشید است و این یعنی فاصلهٔ متوسط زمین تا خورشید، برابر ۱AU می‌باشد.

۵۱ **۱** ابتدا جرم کهکشان را بر حسب گرم به دست می‌آوریم و سپس آن را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم.

$$\text{جرم کهکشان}:m=۱۲۰۰GM_{\odot}\xrightarrow{\text{تبدیل } GM_{\odot}\text{ به } M_{\odot}}۱۲۰۰\times(۱۰^{۹}M_{\odot})$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل } M_{\odot}\text{ به kg}}۱۲۰۰\times۱۰^{۹}\times(۲\times۱۰^{۳۰}kg)$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل kg به gr}}۱۲۰۰\times۱۰^{۹}\times۲\times۱۰^{۳۰}\times(۱۰^{۳}gr)$$

$$\Rightarrow\text{جرم کهکشان}=۲۴۰۰\times۱۰^{۴۲}gr=۲/۴\times۱۰^{۴۵}gr$$

۵۲ **۴** همان‌طور که می‌دانیم، یکای نجومی (AU)، برابر میانگین فاصلهٔ خورشید تا زمین است که طبق صورت سؤال، نور آن را در مدت ۸ دقیقه طی می‌کند. حال باید به دست بیاوریم در مدت زمان یک‌سال، نور چند یکای نجومی را طی می‌کند. بنابراین ابتدا یک سال را بر حسب دقیقه محاسبه می‌کنیم.

$$۱\text{سال}=\underset{\text{روز}}{۳۶۵}\times\underset{\text{ساعت}}{۲۴}\times\underset{\text{دقیقه}}{۶۰}=۵۲۵۶۰۰\ \text{دقیقه}$$

در ادامه با یک تناسب، مسافتی که نور در یک سال طی می‌کند (یعنی یک سال نوری) را به دست می‌آوریم:

زمان (دقیقه)	مسافت (یکای نجومی)
۸	۱
۵۲۵۶۰۰	x

$$\rightarrow x=\frac{۵۲۵۶۰۰}{۸}=۶۵۷۰۰\ AU$$

gajmarket.com

۵۳ **۲** ابتدا حجم بنزین و سطح مقطع ظرف را به ترتیب برحسب m^3 و m^2 محاسبه می‌کنیم.

$$\text{حجم: } V = ۶\,\text{گالن} \times \frac{۴/۴\,\text{Lit}}{۱\,\text{گالن}} = ۲۶/۴\text{Lit} = ۲۶/۴ \times ۱۰^{-۳}\,m^3$$

$$\text{سطح مقطع: } A = \pi R^2 \simeq ۳ \times (۰/۲m)^2 = ۰/۱۲m^2$$

$$\Rightarrow V = Ah \Rightarrow ۲۶/۴ \times ۱۰^{-۳} = ۰/۱۲ \times h$$

$$\Rightarrow h = \frac{۲۶/۴ \times ۱۰^{-۳}}{۰/۱۲} = ۰/۲۲m = ۲۲۰mm$$

۵۴ **۴** **گام اول:** ابتدا تندی ناوشکن را بر حسب متر بر ثانیه بازنویسی می‌کنیم:

$$\text{تندی ناوشکن} = ۴۰۰\,\text{گره} = ۴۰۰\,\text{گره} \times \frac{۰/۵\,\frac{m}{s}}{۱\,\text{گره}} = ۲۰۰\frac{m}{s}$$

گام دوم: در ادامه، مسافت طی‌شده را برحسب متر به‌دست می‌آوریم:

$$\text{مسافت طی شده} = ۲\,\text{مایل} = ۲\,\text{مایل} \times \frac{۱۸۵۰m}{۱\,\text{مایل}} = ۳۷۰۰m$$

گام سوم: زمان موردنظر برابر است با:

$$\text{تندی} = \frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{زمان}} \Rightarrow ۲۰۰ = \frac{۳۷۰۰}{\text{زمان}}$$

$$\Rightarrow \text{زمان} = ۱/۸۵ \times ۱۰^۷\,\mu s \xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} ۱۸/۵s = ۱۸/۵ \times ۱۰^۶\,\mu s$$

۵۵ **۳** برای وسایل درجه‌بندی‌شده، کم‌ترین تقسیم‌بندی آن وسیله و برای وسایل دیجیتالی، یک‌واحد از آخرین رقمی که خوانده می‌شود، برابر دقت اندازه‌گیری آن وسیله می‌باشد.

۵۶ **۱** مطابق تمرین‌های انتهای فصل یک کتاب فیزیک دهم، شکل نشان داده‌شده یک ریزسنج را نشان می‌دهد که به‌صورت دیجیتالی (رقمی) کار می‌کند. از طرفی با توجه به این‌که عدد خوانده‌شده تا سه رقم اعشار نوشته شده است، دقت اندازه‌گیری این ریزسنج برابر ۰/۰۰۱mm است.

$$\text{عدد خوانده‌شده: } ۲۰/۰۸۳\,mm \Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری} = ۰/۰۰۱mm$$

(۳ رقم اعشار)

۵۷ **۳** این وسیلهٔ اندازه‌گیری، کولیس نام دارد. دقت این وسیله اندازه‌گیری دیجیتال، یک واحد از مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست بوده و برابر با ۰/۰۱mm است.

۵۸ **۲** به موارد زیر توجه کنید:

(۱) با توجه به این‌که دستگاه موردنظر به‌صورت دیجیتالی است، بنابراین دقت اندازه‌گیری آن از مرتبهٔ آخرین رقم قابل اندازه‌گیری توسط دستگاه، یعنی برابر ۰/۰۰۱mm است.

(۲) بنابراین نمایش واقعی این عدد به‌صورت زیر می‌باشد:

$$۲۰/۰۸۳\,mm \pm ۰/۰۰۱mm$$

(۳) طول واقعی این جسم در محدودهٔ زیر قرار می‌گیرد:

$$۲۰/۰۸۳\,mm - ۰/۰۰۱mm \le \text{طول واقعی} \le ۲۰/۰۸۳mm + ۰/۰۰۱mm$$

$$\rightarrow ۲۰/۰۸۲\,mm \le \text{طول واقعی} \le ۲۰/۰۸۴\,mm$$

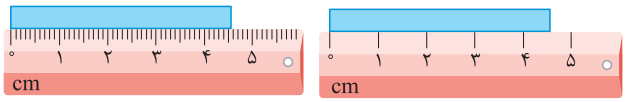
۵۹ **۲** در اغلب آزمایشگاه‌ها، کوچک‌ترین مقیاس‌بندی کولیس برابر ۰/۰۱mm و ریزسنج برابر ۰/۰۰۱mm است. بنابراین اگر بخواهیم طول این جسم را که بین ۱۸۰ mm تا ۱۹۰ mm است، به کمک این دو وسیله اندازه‌گیری کنیم، توسط ریزسنج می‌توان طول جسم را با دقت بیشتری اندازه گرفته و در نتیجه مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست در آن کوچک‌تر است.

۶۰ **۲** با توجه به تصویر نشان داده‌شده، کوچک‌ترین درجه‌بندی تندی‌سنج برابر $۲\frac{km}{h}$ است، بنابراین دقت اندازه‌گیری تندی‌سنج برابر $۲\frac{km}{h}$ است.

در ادامه کافی است این دقت را برحسب $\frac{mile}{min}$ بیان کنیم.

$$۲\frac{km}{h} = (۲\frac{km}{h}) \times (\frac{۱h}{۶۰min}) \times (\frac{۱mile}{۱/۶km}) = \frac{۱}{۴۸}\frac{mile}{min}$$

۶۱ **۱** همان‌طور که می‌دانیم، دقت اندازه‌گیری در وسایل مدرج، برابر کمینهٔ درجه‌بندی آن وسیله است. بنابراین در شکل‌های (الف) و (ب)، دقت اندازه‌گیری به ترتیب برابر ۱cm و ۰/۱cm = ۱mm است.



(ب) (الف)

از طرفی کوچک‌ترین درجه‌بندی خطکش (ج) برابر ۰/۵cm است، بنابراین دقت اندازه‌گیری این خطکش برابر ۰/۵cm = ۵mm است.

۶۲ **۱** با توجه به شکل داده‌شده در صورت سؤال، کوچک‌ترین مقیاس دماسنج نشان داده شده برابر ۵°C می‌باشد. بنابراین دقت اندازه‌گیری این وسیله، برابر ۵°C است.

۶۳ **۲** برای محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری در وسایل دیجیتالی، می‌توان به‌جای آخرین رقم سمت راست، عدد یک و به‌جای بقیهٔ رقم‌ها عدد صفر گذاشت و ممیز در سر جای خود باقی بماند. با این روش، دقت اندازه‌گیری برحسب واحدِ داده شده به‌دست می‌آید. در این سؤال، عدد گزارش شده توسط آمپرسنج دیجیتال برابر ۲/۰۰۴mA است، بنابراین دقت اندازه‌گیری آن برحسب میکروآمپر برابر است با:

$$\text{دقت اندازه‌گیری: } ۰/۰۰۱mA = ۰/۰۰۱ \times ۱۰^۳\,\mu A = ۱\mu A$$

تذکر

دقت شود هر میلی‌آمپر برابر $۱۰^۳$ میکروآمپر است.

$$۱mA = ۱۰^{-۳}\,A = ۱۰^{-۳} \times ۱۰^۶\,\mu A = ۱۰^۳\,\mu A \Rightarrow ۱mA = ۱۰^۳\,\mu A$$

۶۴ **۱** کم‌ترین مقداری که ساعت اول می‌تواند اندازه‌گیری کند، ۱ دقیقه می‌باشد و در نتیجه دقت اندازه‌گیری این ساعت برابر ۱ دقیقه یا همان ۶۰ ثانیه است.

از سوی دیگر دقت اندازه‌گیری ساعت دوم، برابر یک ثانیه است (چون کم‌ترین مقداری که می‌تواند اندازه‌گیری کند، برابر یک ثانیه است).

دقت اندازه‌گیری ۱ دقیقه یا ۶۰ ثانیه است. ← ۱۲:۰۰ (ساعت: دقیقه)

دقت اندازه‌گیری ۱ ثانیه است. ← ۱۲:۰۰:۰۰ (ثانیه)

۶۵ **۴** دقت اندازه‌گیری توسط دستگاه دیجیتالی در هر یک از گزینه‌ها را برحسب gr به‌دست می‌آوریم.

بررسی گزینه‌ها

۱) $۳۵/۴۳\,gr \Rightarrow$ دقت اندازه‌گیری $= ۰/۰۱gr$

دقت: ۰/۰۱gr

۲) $۷۸/۵\,dgr \Rightarrow$ دقت اندازه‌گیری $= ۰/۱dgr = ۰/۱ \times (۱۰^{-۱}\,gr) = ۰/۰۱gr$

(معادل با dgr (دسی گرم))

دقت: ۰/۱dgr

۳) $۴/۷۴ \times ۱۰^{-۳}\,kg \Rightarrow$ دقت اندازه‌گیری $= ۰/۰۱ \times ۱۰^{-۳}\,kg$

دقت: $۰/۰۱ \times ۱۰^{-۳}\,kg$

$$\Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری} = ۰/۰۱ \times ۱۰^{-۳} \times (۱۰^۳\,gr) = ۰/۰۱gr$$

(معادل با kg)

۴) ۴۵۶ mgr $\xrightarrow[\text{تنها و بدون ممیز}]{\text{به صورت یک عدد}}$ ۱mgr: دقت اندازه‌گیری

$\Rightarrow$ دقت اندازه‌گیری $= ۱\times(\underbrace{۱۰^{-۳}\ gr}_{\text{معادل با mgr}}) = ۰/۰۰۱ gr$

دقت اندازه‌گیری در هر سه گزینهٔ (۱)، (۲) و (۳) برابر ۰/۰۱gr و در گزینهٔ (۴) برابر ۰/۰۰۱gr است.

۶۶ **۳** ابتدا مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست در هر چهار مورد را برحسب یک واحد یکسان (مثلاً متر) به‌دست می‌آوریم تا متوجه شویم که کدام اندازه‌گیری با دقت بیشتری انجام شده است.

بررسی موارد

الف) $۲/۴۲۰\times۱۰^{۶}\ mm \Rightarrow$ مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست : $۰/۰۰۱\times۱۰^{۶}\ mm$

$\underbrace{۲/۴۲۰\times۱۰^{۶}\ mm}_{\text{مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست: }۰/۰۰۱\times۱۰^{۶}\ mm}$

$\Rightarrow$ دقت اندازه‌گیری $= ۰/۰۰۱\times۱۰^{۶}\times(۱۰^{-۳}\ m) = ۱m$

ب) $۲/۴۲۰\times۱۰^{۳}\ m \Rightarrow$ مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست: $۰/۰۰۰۱\times۱۰^{۳}m = ۰/۱m$

$\underbrace{۲/۴۲۰\times۱۰^{۳}\ m}_{\text{مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست: }۰/۰۰۰۱\times۱۰^{۳}\ m}$

$\Rightarrow$ دقت اندازه‌گیری $= ۰/۱m$

ج) $۲/۴۲\ km \Rightarrow$ مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست : $۰/۰۱\ km$

$\underbrace{۲/۴۲\ km}_{\text{مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست: }۰/۰۱\ km}$

$\Rightarrow$ دقت اندازه‌گیری $= ۰/۰۱\times(۱۰^{۳}\ m) = ۱۰m$

د) $۲۴۲۰۰۰\ cm \Rightarrow$ مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست : $۱\ cm$

$\Rightarrow$ دقت اندازه‌گیری $= ۱\times(۱۰^{-۲}\ m) = ۰/۰۱m$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، با به‌دست آوردن مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست برای هر یک از اعداد داده شده، در حالت (د) بیشترین دقت اندازه‌گیری و در حالت (ج) کم‌ترین دقت اندازه‌گیری را داریم.

۶۷ **۲** با توجه به متن کتاب درسی، دقتِ وسیلهٔ اندازه‌گیری، مهارت شخص آزمایشگر و تعداد دفعات انجام آزمایش، از عواملی هستند که بر خطای آزمایش و دقت اندازه‌گیری در آن مؤثر هستند (۳ مورد). از طرفی یکای مورد استفاده برای گزارشِ مقدار کمیت‌های اندازه‌گیری‌شده و همین‌طور دیجیتالی بودن یا نبودنِ وسیلهٔ اندازه‌گیری، ارتباطی با مقدار دقت و خطای آزمایش ندارند.

۶۸ **۴** برای پاسخ دادن به این سوال، به نکات زیر توجه کنید:

۱) مهارت شخص آزمایشگر در انجام آزمایش و خواندن نتیجهٔ آن از عوامل موثر بر دقت و خطای نتایج به‌دست آمده است که این شکل نشان‌دهندهٔ همین موضوع است.

۲) برای آن‌که عدد خوانده‌شده دقیق‌تر باشد، شخص باید به‌طور عمود به خط‌کش نگاه کند، بنابراین عدد خوانده شده از مکان B دقیق‌تر خواهد بود.

۳) محل تقاطع خط‌چین با خط‌کش، معادل عددی است که شخص می‌خواند، بنابراین عدد خوانده‌شده از مکان C بزرگ‌تر از B و عدد خوانده‌شده از مکان B بزرگ‌تر از A خواهد بود.

۶۹ **۱** اختلاف بین اندازه‌گیری‌های اول و ششم با سایرین خیلی زیاد است (داده‌های پرت) و از آن‌ها صرف‌نظر کرده و به‌صورت زیر میانگین‌گیری می‌کنیم:

$$\text{جرم جسم} = \frac{۸/۲ + ۸/۳ + ۸/۴ + ۸/۳}{۴} = ۸/۳\ kg$$

از طرفی این اندازه‌گیری با یک ترازوی دیجیتال با دقت ۱۰۰ gr یا ۰/۱ kg انجام شده و با توجه به دقت اندازه‌گیری آن می‌توان نوشت:

$$\text{جرم جسم} = ۸/۳\pm۰/۱kg \xrightarrow[\text{جرم جسم}]{\text{محدودهٔ واقعی}} ۸/۳-۰/۱\le m\le ۸/۳+۰/۱$$

$$\Rightarrow ۸/۲kg \le m \le ۸/۴kg$$

۷۰ **۱** اگر مقداری که می‌خواهیم اندازه بگیریم، بر کوچک‌ترین مقدار درجه‌بندی وسیلهٔ اندازه‌گیری بخش‌پذیر باشد، می‌توانیم این مقدار را دقیق‌تر اندازه بگیریم. کوچک‌ترین درجه‌بندی پیمانه‌های مدرج (۱)، (۲) و (۳) به ترتیب برابر $۲cm^۳$، $۳cm^۳$ و $۴cm^۳$ است که مقدار $۴۶cm^۳$ فقط بر $۲cm^۳$ بخش‌پذیر است و در نتیجه توسط پیمانهٔ (۱)، حجم مایع دقیق‌تر اندازه‌گیری می‌شود.

۷۱ **۱** با توجه به داده‌های مسأله و کمک گرفتن از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ داریم:

$$\rho_A = ۱/۵\rho_B\ ,\ (V_B = ۵۰۰cm^۳ \Rightarrow m_B = ۲۰۰gr)$$

$$(V_A = ۲۰۰cm^۳ \Rightarrow m_A = ?)$$

$$\text{چگالی}: \rho = \frac{m}{V} \rightarrow \rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{۲۰۰}{۵۰۰} = ۰/۴\ gr/cm^۳$$

$$\xrightarrow{\rho_A = ۱/۵\rho_B} \rho_A = ۱/۵\times۰/۴ = ۰/۶\ gr/cm^۳$$

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \Rightarrow m_A = \rho_A V_A = ۰/۶\times۲۰۰ = ۱۲۰\ gr$$

نگاهی دیگر

برای مقایسهٔ چگالی دو ماده با توجه به رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$، می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A} \Rightarrow ۱/۵ = \frac{m_A}{۲۰۰}\times\frac{۵۰۰}{۲۰۰}$$

$$\Rightarrow m_A = ۱۲۰\ gr$$

۷۲ **۴** **گام اول:** ابتدا جرم جسم را از رابطهٔ زیر برحسب گرم به‌دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = \underbrace{۴}_{\frac{gr}{cm^۳}\text{ واحد}}\times(\underbrace{۲\times۲\times۲}_{\text{حجم مکعب برحسب }cm^۳}) = ۳۲gr$$

گام دوم: در ادامه با توجه به استراتژی تبدیل واحد به‌صورت زنجیره‌ای داریم:

$$m = ۳۲gr = ۳۲gr\times\frac{\text{۱ قیراط}}{۲۰۰\times۱۰^{-۳}\ gr} = ۱۶۰\ \text{قیراط}$$

۷۳ **۱** ابتدا باید دقت شود که دسی‌متر یعنی $۱۰^{-۱}\ m$ و دسی‌متر مکعب، معادل $۱(dm)^۳ = ۱\times(۱۰^{-۱}m)^۳ = ۱۰^{-۳}m^۳$ است. $۱۰^{-۳}m^۳$

در SI، یکاهای کمیت‌های جرم، چگالی و حجم به‌ترتیب kg، $kg/m^۳$ و $m^۳$ است. بنابراین ابتدا باید داده‌های سؤال را به یکای آن‌ها در SI تبدیل کنیم:

$$\begin{cases} \text{جرم}: m = ۵gr = ۵\times(۱۰^{-۳}\ kg) = ۵\times۱۰^{-۳}\ kg \\ \text{حجم}: V = ۰/۰۰۲dm^۳ = ۰/۰۰۲\times(۱۰^{-۱}m)^۳ = ۲\times۱۰^{-۶}\ m^۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{۵\times۱۰^{-۳}}{۲\times۱۰^{-۶}} = ۲/۵\times۱۰^{۳}\ kg/m^۳$$

۷۴ **۱** دو لیتر خون معادل با $۲۰۰۰\ cm^۳$ بوده و جرم آن برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow ۱/۰۵ = \frac{m}{۲۰۰۰} \Rightarrow m = ۲۱۰۰gr = ۲۱۰dagr$$

تذکر

برای تبدیل گرم به دکاگرم، آن را در $۱۰^{-۱}$ ضرب کرده‌ایم:

$$۱dagr = ۱۰^{۱}\ gr \longrightarrow ۱\ gr = ۱۰^{-۱}\ dagr$$

gajmarket.com

۷۵ ۲ وقتی حاصل اندازه‌گیری توسط یک دستگاه رقمی (دیجیتال) برابر $۲/۸۳\,kg/m^۳$ گزارش شود، دقت اندازه‌گیری برای این وسیلهٔ دیجیتالی برابر $۰/۰۱\,kg/m^۳$ خواهد بود.

$$۰/۰۱\,kg/m^۳ \xrightarrow[\times ۱۰^{-۳}]{\text{تبدیل } gr/cm^۳ \text{ به } kg/m^۳} ۰/۰۱\times ۱۰^{-۳}\,gr/cm^۳ = \text{دقت اندازه‌گیری}$$

$$\Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری} = ۱۰^{-۵}\,gr/cm^۳$$

۷۶ ۳ **گام اول:** با حذف دادهٔ پرت ۴cm، از سایر نتایج میانگین می‌گیریم تا طول جسم به‌دست آید.

$$\text{طول مکعب}: a = \frac{۲/۱+۱/۸+۲/۳+۱/۸}{۴} = ۲cm$$

گام دوم: محاسبهٔ حجم و جرم مکعب:

$$V = a^۳ = ۲^۳ = ۸cm^۳$$

$$m = \rho V = ۸\times ۸ = ۶۴\,gr$$

۷۷ ۳ شیب نمودار، در واقع همان چگالی جسم بر حسب $\frac{kg}{cm^۳}$ است (با توجه به یکای محورهای افقی و قائم). برای تبدیل $gr/mm^۳$ به $kg/cm^۳$ به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

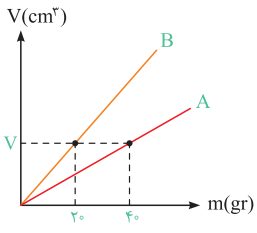
$$\rho = ۰/۰۱\frac{gr}{(mm)^۳} = ۰/۰۱\times \frac{(۱۰^{-۳}\,kg)}{(۱۰^{-۱}\,cm)^۳}$$

$$\Rightarrow \rho = ۰/۰۱\times \frac{۱۰^{-۳}\,kg}{۱۰^{-۳}\,cm^۳} = ۰/۰۱\,kg/cm^۳$$

توجه

هر میلی‌متر برابر با ۰/۱ یا $۱۰^{-۱}$ سانتی‌متر است.

۷۸ ۴ در حجم یکسان V، جرم A برابر ۴۰ gr و جرم B برابر ۲۰ gr است و می‌توان نوشت:



$$V_A = V_B = V$$

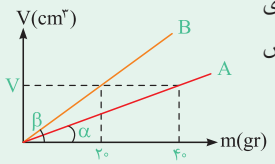
$$m_B = ۲۰\,gr\ ,\ m_A = ۴۰\,gr$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B}\times \frac{V_B}{V_A}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{۴۰}{۲۰}\times \frac{V}{V} = ۲$$

به جور دیگه فکر کنیم

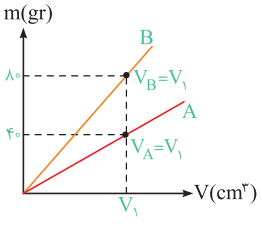
با توجه به این‌که نمودار حجم برحسب جرم برای دو ماده رسم شده است، شیب نمودار برابر عکس چگالی است و داریم:



$$\tan\theta = \frac{۱}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{۱}{\tan\theta}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \rho_A = \frac{۱}{\tan\alpha} = \frac{۱}{\frac{V}{۴۰}} = \frac{۴۰}{V} \\ \rho_B = \frac{۱}{\tan\beta} = \frac{۱}{\frac{V}{۲۰}} = \frac{۲۰}{V} \end{cases} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = ۲$$

۷۹ ۳ با توجه به نمودار داده شده، می‌توان نوشت:



$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \xrightarrow{\rho_A = ۴۰۰۰\,kg/m^۳ = ۴\,gr/cm^۳}$$

$$۴ = \frac{۴۰}{V_A} \Rightarrow V_A = V_۱ = ۱۰\,cm^۳$$

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{۸۰}{۱۰} = ۸\,gr/cm^۳ \Rightarrow \begin{cases} m'_B = ۴۰۰gr \\ \rho_B = ۸\,gr/cm^۳ \end{cases}$$

(V_B برابر $V_۱$ است.)

$$\Rightarrow V'_B = \frac{m'_B}{\rho_B} = \frac{۴۰۰}{۸} = ۵۰\,cm^۳ = ۵۰\,mLit$$

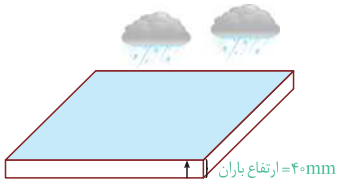
به جور دیگه فکر کنیم

با توجه به شکل، شیب نمودار مربوط به B (چگالی فلز B) دو برابر شیب نمودار مربوط به A (چگالی فلز A) است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\rho_B = ۲\rho_A = ۲\times ۴۰۰۰ = ۸۰۰۰\,kg/m^۳ = ۸\,gr/cm^۳$$

$$m'_B = ۴۰۰\,gr \Rightarrow V'_B = \frac{m'_B}{\rho_B} = \frac{۴۰۰}{۸} = ۵۰\,cm^۳ = ۵۰\,mLit$$

۸۰ ۴ **گام اول:** (محاسبهٔ حجم باران):



$$\text{حجم باران}: V = \text{مساحت زمین} \times \text{ارتفاع آب باران}$$

$$\text{ارتفاع باران} = ۴۰\,mm = ۴\times ۱۰^{-۲}\,m$$

$$\text{سطح زمین} = ۲۵۰۰\,km^۲ = ۲۵۰۰\times (۱۰^۳\,m)^۲ = ۲/۵\times ۱۰^۹\,m^۲$$

$$\text{حجم باران}: V = ۲/۵\times ۱۰^۹ \times ۴\times ۱۰^{-۲} = ۱۰^۸\,m^۳$$

گام دوم: (محاسبهٔ جرم باران): طبق رابطهٔ چگالی داریم:

$$\text{جرم باران}: m = \rho V = ۱۰^۳\times ۱۰^۸ = ۱۰^{۱۱}\,kg$$

۸۱ ۴ **گام اول:** (محاسبهٔ جرم ظرف و جرم مایع): اگر ظرف به طور کامل از مایع پر شود، جرم مایع درون ظرف را برابر $m_{\text{مایع}}$ در نظر می‌گیریم. حال اگر ظرف تا نیمه از مایع پر شود، جرم مایع داخل ظرف برابر $\frac{m_{\text{مایع}}}{۲}$ خواهد بود. حال می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \text{ظرف تا نیمه از مایع پر شود} \Rightarrow \text{جرم کل} = m_{\text{ظرف}} + \frac{m_{\text{مایع}}}{۲} = ۲۴۰\,gr \\ \text{ظرف به طور کامل از مایع پر شود} \Rightarrow \text{جرم کل} = m_{\text{ظرف}} + m_{\text{مایع}} = ۳۰۰\,gr \end{cases}$$

با توجه به دو معادلهٔ به دست آمده در فوق، جرم ظرف و جرم مایع به دست می‌آید.

$$\begin{cases} m_{\text{ظرف}} + \frac{m_{\text{مایع}}}{۲} = ۲۴۰ \\ m_{\text{ظرف}} + m_{\text{مایع}} = ۳۰۰ \end{cases} \Rightarrow m_{\text{ظرف}} = ۱۸۰\,gr\ ,\ m_{\text{مایع}} = ۱۲۰\,gr$$

گام دوم: (محاسبهٔ چگالی مایع): حال با توجه به حجم کل ظرف که برابر حجم کل مایع است، می‌توان چگالی مایع را به‌دست آورد:

$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{V_{\text{مایع}}} = \frac{۱۲۰}{۸۰} = ۱/۵\,gr/cm^۳$$

۸۲ ۴ برای حل این سؤال می‌توان گفت، جرم مایع پرکنندهٔ ظرف برابر $(۵۴۰-۳۰۰=۲۴۰gr)$ و جرم روغن پرکنندهٔ ظرف برابر $(۴۶۰-۳۰۰=۱۶۰gr)$ است.

از طرفی حجم مایع و حجم روغن داخل ظرف با هم برابر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_{\text{مایع}} = V_{\text{روغن}} \Rightarrow \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} = \frac{m_{\text{روغن}}}{\rho_{\text{روغن}}} \Rightarrow \frac{۲۴۰}{۱/۲} = \frac{۱۶۰}{\rho_{\text{روغن}}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{روغن}} = ۰/۸\,gr/cm^۳ = ۸۰۰\,kg/m^۳ = ۸۰۰\,gr/Lit$$

۸۳ **۱** برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: ابتدا جرم مجموعهٔ روغن و ظرف را در دو حالت به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} m_{\text{روغن}} + m_{\text{ظرف}} = \text{جرم کل: حالت اول (ظرف پر از روغن است)} \\ = m_{\text{ظرف}} + \rho_{\text{روغن}} V_{\text{روغن}} = m_{\text{ظرف}} + ۰/۸ \times ۴۰۰ = m_{\text{ظرف}} + ۳۲۰\,gr \\ m_{\text{روغن}} + \frac{۳}{۴} m_{\text{ظرف}} = \text{جرم کل: حالت دوم (۲۵ درصد از روغن برداشته شود)} \\ = m_{\text{ظرف}} + \frac{۳}{۴} \times ۳۲۰ = m_{\text{ظرف}} + ۲۴۰\,gr \end{cases}$$

طبق صورت سؤال، وقتی ۲۵ درصد از روغن برداشته شود، جرم کل مجموعه ۲۰ درصد کاهش می‌یابد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$m_{\text{ظرف}} + ۲۴۰ = \frac{۸۰}{۱۰۰}(m_{\text{ظرف}} + ۳۲۰) \Rightarrow m_{\text{ظرف}} = ۸۰\,gr$$

گام دوم: وقتی ظرف به طور کامل از آب پر شود، وزن کل مجموعه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$m_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} = ۱ \times ۴۰۰ = ۴۰۰\,gr$$

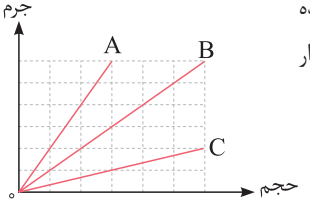
$$\text{وزن کل مجموعه} = (m_{\text{ظرف}} + m_{\text{آب}}) \times g = (۸۰ + ۴۰۰) \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰ = ۴/۸N$$

(تبدیل گرم به کیلوگرم)

۸۴ **۲** دقت شود که سنگین بودن یک جسم نسبت به جسم دیگر، دلیل بر فرورفتن آن جسم در آب نمی‌شود. به طور مثال فرض کنید ۰/۵kg آهن و ۵kg چوب را بر روی سطح آب قرار دهیم. گرچه جرم این چوب بیشتر از آهن است (سنگین‌تر است)، ولی چون چگالی آن کم‌تر از چگالی آب است، در آب فرو نمی‌رود ولی از آن‌جایی که چگالی آهن بیشتر از چگالی آب است، آهن در آب فرو می‌رود.

در گزینهٔ (۲) نیز چون چگالی پرتقالِ با پوست، کم‌تر از آب است بر روی سطح آب شناور می‌ماند ولی چون چگالی پرتقالِ بدون پوست، بیشتر از آب است، در آب فرو می‌رود.

۸۵ **۳** شیب نمودار جرم ـ حجم یک ماده برابر چگالی آن است، بنابراین با توجه به نمودار می‌توان نوشت:



$$\frac{\rho_A}{\rho_C} = \frac{\text{شیب نمودار A}}{\text{شیب نمودار C}} = \frac{\frac{۶}{۳}}{\frac{۲}{۶}} = ۶ \Rightarrow \rho_A = ۶\rho_C$$

$$\frac{\rho_B}{\rho_C} = \frac{\text{شیب نمودار B}}{\text{شیب نمودار C}} = \frac{۱}{\frac{۲}{۶}} = ۳ \Rightarrow \rho_B = ۳\rho_C$$

بنابراین نسبت حجم مایع‌ها برابر است با:

$$V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \begin{cases} \frac{V_A}{V_C} = \frac{m_A}{m_C} \times \frac{\rho_C}{\rho_A} = \frac{۴}{۱} \times \frac{۱}{۶} = \frac{۲}{۳} \\ \frac{V_B}{V_C} = \frac{m_B}{m_C} \times \frac{\rho_C}{\rho_B} = ۲ \times \frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۳} \end{cases}$$

بنابراین حجم مایع‌های A و B برابر است و حجم مایع C بیشتر از آن‌ها است و در نتیجه گزینهٔ (۳) صحیح است.

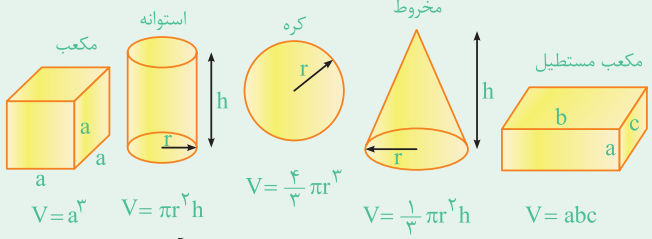
تذکر

چون چگالی A بیشتر از چگالی B است، مایع A پایین‌تر از مایع B قرار می‌گیرد.

۸۶ **۳**

یادآوری

حجم برخی از اجسام که شکل هندسی مشخصی دارند به‌صورت زیر است، آن‌ها را به‌خاطر بسپارید:



در مسائلی که شکل هندسی یک جسم تغییر می‌کند، جرم آن ثابت می‌ماند.

$$V = \frac{۴}{۳}\pi R^۳ = \frac{۴}{۳} \times \pi \times ۵^۳\,cm^۳ \;,\; \rho = ۶\frac{gr}{cm^۳} \;,\; m = ?$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = ۶ \times \frac{۴}{۳} \times \pi \times \underbrace{۲۵ \times ۵}_{۵^۳} = ۱۰۰۰\pi\,gr$$

$$\Rightarrow m = \pi\,kg = ۳۱۴\,kg$$

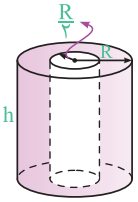
۸۷ **۱** با توجه به این‌که می‌خواهیم جرم ستاره‌ها با جرم کل آب خلیج فارس برابر شود، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم $\left(\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V\right)$:

$$\text{جرم آب خلیج‌فارس} = \text{جرم ستاره‌های کوتوله} \Rightarrow \rho_۱ V_۱ = \rho_۲ V_۲$$

$$\Rightarrow ۱۰۰ \times ۱۰^۶ \times V_۱ = ۱۰۰۰ \times (\underbrace{۲۵۰۰۰۰ \times ۱۰^۶}_{m^۲ \text{ به } km^۲ \text{ تبدیل}} \times ۵۰) \Rightarrow V_۱ = ۱/۲۵ \times ۱۰^۸\,m^۳$$

۸۸ **۲** با توجه به نمودار، چگالی جسم $\rho = \frac{۱۸}{۳} = ۶\frac{gr}{cm^۳}$ است. در ادامه باتوجه به تمرین (۱۴) در درسنامه، گزینهٔ (۲) صحیح است.

۸۹ **۲**



حجم کره (در حالت اول): $V_۱ = \frac{۴}{۳}\pi R^۳$

حجم استوانه (در حالت دوم): $V_۲ = (\pi R^۲ - \pi(\frac{R}{۲})^۲) \times h$

$$\Rightarrow V_۲ = \frac{۳}{۴}\pi R^۲ h$$

با توجه به این‌که با نیمی از مواد حاصل از ذوب کره، استوانه را ساخته‌ایم، حجم استوانه نصف حجم کره است و می‌توان نوشت:

$$V_۲ = \frac{۱}{۲}V_۱ \Rightarrow \frac{۳}{۴}\pi R^۲ h = \frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۳}\pi R^۳$$

$$\Rightarrow h = \frac{۸}{۹}R$$

۹۰ **۲** **گام اول:** ابتدا حجم ظرف را که برابر با حجم الکل است، به‌دست می‌آوریم.

$$V = \pi R^۲ h \simeq ۳ \times ۱۰^۲ \times ۴۰ = ۱۲۰۰۰\,cm^۳$$

گام دوم: جرم الکل برابر است با:

$$m = \rho V = ۰/۸ \times ۱۲۰۰۰ = ۹۶۰۰\,gr$$

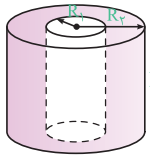
گام سوم: در هر دقیقه ۲ گرم الکل تبخیر می‌شود، پس زمان مورد نیاز برای تبخیر همهٔ الکل موجود در ظرف برابر است با:

$$\text{زمان} = \frac{\text{جرم الکل}}{\text{آهنگ تبخیر}} \Rightarrow \text{زمان} = \frac{۹۶۰۰}{۲} = ۴۸۰۰\,min = ۸۰\,h$$

۹۱ **۴** برای دو حالت، چگالی جسم ثابت می‌ماند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\rho_۱ = \rho_۲ \Rightarrow \frac{m_۱}{V_۱} = \frac{m_۲}{V_۲} \Rightarrow \frac{m_۲}{m_۱} = \frac{V_۲}{V_۱}$$

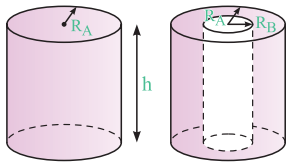
gajmarket.com



$$\begin{cases} \text{حجم در حالت اول: } V_1 = L\times(\pi R_2^2 - \pi R_1^2) \\ \text{حجم در حالت دوم: } V_2 = 3L\times(\pi(2R_2)^2 - \pi(2R_1)^2) \\ = 12\underbrace{L(\pi R_2^2 - \pi R_1^2)}_{V_1} = 12V_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{V_2}{V_1} = 12 \Rightarrow m_2 = 12m_1 \Rightarrow m_2 = 12M$$

۹۲ | ۴ در مقایسهٔ چگالی استوانه‌های A و B، کافی است حجم آن‌ها را مقایسه کنیم:



$$\begin{cases} m_A = m_B \\ V_A = \pi R_A^2 h \\ V_B = \pi(R_A^2 - \underbrace{R_B^2}_{(\frac{1}{2}R_A)^2})h = \frac{3}{4}\pi R_A^2 h \end{cases}$$

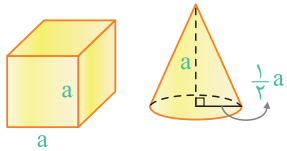
$$\Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A} = 1\times\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

۹۳ | ۳ با توجه به اطلاعات سؤال می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \frac{\rho_A}{\rho_B} = 1/6 \\ r_A = 3cm, r_B = 6cm \end{cases} \xrightarrow{\text{حجم کره: } V=\frac{4}{3}\pi r^3} \frac{V_B}{V_A} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 = \left(\frac{6}{3}\right)^3 = 8$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A} \Rightarrow 1/6 = \frac{m_A}{m_B}\times 8 \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{5}$$

۹۴ | ۳ با توجه به اطلاعات سؤال، به کمک رابطهٔ $m = \rho V$ به این سؤال پاسخ می‌دهیم:



$$V_{\text{مکعب}} = (\text{ضلع})^3 = a^3$$

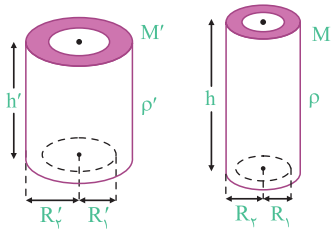
$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3}\times(\text{مساحت قاعده})\times(\text{ارتفاع})$$

$$\Rightarrow V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3}\left[\pi\times\frac{1}{4}a^2\right]\times a = \frac{1}{12}\pi a^3 \simeq \frac{1}{4}a^3$$

$$m = \rho V \Rightarrow \frac{m_{\text{مخروط}}}{m_{\text{مکعب}}} = \frac{\rho_1}{\rho_2}\times\frac{V_{\text{مخروط}}}{V_{\text{مکعب}}}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{\rho_1}{\rho_2}\times\frac{\frac{1}{4}a^3}{a^3} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = 4$$

۹۵ | ۳ ابتدا حجم دو استوانه و نسبت آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} M = 3M' \\ \rho = 2\rho' \\ R_1' = 3R_1 \\ R_2' = 3R_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V' = \pi R_2'^2 h' - \pi R_1'^2 h' = \pi h'(R_2'^2 - R_1'^2) \\ = \pi h'((3R_2)^2 - (3R_1)^2) = 9\pi h'(R_2^2 - R_1^2) \\ V = \pi R_2^2 h - \pi R_1^2 h = \pi h(R_2^2 - R_1^2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{V}{V'} = \frac{\pi h(R_2^2 - R_1^2)}{9\pi h'(R_2^2 - R_1^2)} = \frac{h}{9h'}$$

در ادامه با کمک رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$، می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho'}{\rho} = \frac{M'}{M}\times\frac{V}{V'} \Rightarrow \frac{\rho'}{2\rho'} = \frac{M'}{3M'}\times\frac{h}{9h'}$$

$$\Rightarrow \frac{h}{h'} = \frac{27}{2} = 13/5$$

۹۶ | ۱ جرم جسم برابر ۱۱/۵gr و حجم آن برابر $23/1 - 18/5 = 4/6mL$ است. بنابراین چگالی این جسم برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{11/5\times10^{-3}}{4/6\times10^{-6}} = 2500kg/m^3$$

۹۷ | ۴ حجم قطعهٔ آهن با حجم آب بالا آمده در حالت اول و حجم قطعهٔ فلز با حجم آب بالا آمده در حالت دوم برابر است.

$$\frac{V_{\text{آهن}}}{V_{\text{فلز}}} = \frac{Ah_1}{Ah_2} = \frac{h_1}{h_2} \Rightarrow \frac{V_{\text{آهن}}}{V_{\text{فلز}}} = \frac{58-50}{62-50} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{m_{\text{آهن}}=m_{\text{فلز}}} \frac{\rho_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{آهن}}} = \frac{V_{\text{آهن}}}{V_{\text{فلز}}} = \frac{2}{3}$$

۹۸ | ۲ برای محاسبهٔ چگالی فلز، ابتدا حجم آب جابه‌جا شده را (که برابر با حجم قطعه فلز است) به‌دست می‌آوریم:

حجم فلز = حجم آب جابه‌جا شده

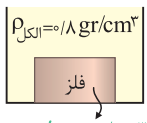
$$\Rightarrow V = \text{سطح مقطع داخلی استوانه}\times\text{ارتفاع آب بالا آمده} = 10\times1/2 = 12cm^3$$

$$\text{چگالی فلز: } \rho = \frac{m}{V} = \frac{90\,gr}{12cm^3} = 7/5\,gr/cm^3 \Rightarrow \text{جرم فلز: } m = 90\,gr$$

در این نمودار، جرم m برابر است با:

$$7/5 = \frac{m_1}{10} \Rightarrow m_1 = 75gr$$

۹۹ | ۱ در این مسأله باید دقت شود که حجم الکل سرریز شده از ظرف با حجم قطعه فلز برابر است. بنابراین می‌توان نوشت:



$$\text{برای الکل: } \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 0/8 = \frac{160}{V}$$

$$\Rightarrow V = \frac{160}{0/8} = 200cm^3$$

$$\text{برای قطعه فلز: } \rho' = \frac{m'}{V'} \Rightarrow 2/7 = \frac{m'}{200} \Rightarrow \text{جرم قطعه فلز: } m' = 540\,gr$$

خلاقیت حرفه‌ای‌ها

حل این تست پر تکرار، به‌صورت زیر سریع‌تر انجام می‌پذیرد:

$$V_{\text{فلز}} = V_{\text{مایع}} \Rightarrow \frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} \Rightarrow \frac{m_{\text{فلز}}}{2/7} = \frac{160}{0/8} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 540gr$$

۱۰۰ | ۲ با قرار دادن هر گوی در داخل ظرف، حجم مایع بالا آمده در ظرف، برابر حجم گوی می‌شود. حال فرض کنید با قرار دادن N عدد گوی در داخل ظرف، مایع به اندازهٔ 2cm بالا می‌آید. بنابراین می‌توان نوشت:

$$N\times V_{\text{گوی}} = \underbrace{V_{\text{مایع بالا آمده}}}_{Ah} \Rightarrow N\times V_{\text{گوی}} = Ah$$

$$\xrightarrow{V_{\text{گوی}}=\frac{m_{\text{گوی}}}{\rho_{\text{گوی}}}} N\times\frac{m_{\text{گوی}}}{\rho_{\text{گوی}}} = Ah$$

$$\Rightarrow N\times\frac{120}{8} = 60\times2 \Rightarrow N = 8$$

بنابراین با قرار دادن ۸ گوی در داخل ظرف، مایع تا لبهٔ ظرف بالا می‌آید.

۱۰۱ ۴ **گام اول:** ابتدا محاسبه می‌کنیم که اگر یک مکعب با طول ضلع ۱۰ cm و بدون حفره داشته باشیم، جرم آن چه‌قدر است؟

$m = \rho V = ۸ \times (۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰) = ۸۰۰۰\,gr = ۸\,kg$: جرم مکعب بدون حفره

گام دوم: جرم مکعب در سؤال برابر با ۶ kg داده شده است، بنابراین به اندازهٔ حجم ۲ کیلوگرم از فلز، در آن حفره وجود دارد.

حجم ۲ کیلوگرم از فلز (یا ۲۰۰۰ gr از فلز) = حجم حفره

$$\Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{۲۰۰۰\,gr}{۸\,gr/cm^۳} = ۲۵۰\,cm^۳$$

بنابراین، گزینهٔ (۴) صحیح است.

۱۰۲ ۱ می‌دانیم که در دمای ثابت، چگالی یک ماده تا هنگامی‌که ساختار مولکولی آن تغییر نکند، ثابت می‌ماند، بنابراین در اثر تغییرات فیزیکی مانند تغییر شکل یا تکه‌تکه کردن، چگالی واقعی مادهٔ سازنده تغییر نمی‌کند.

۱۰۳ ۳ **گام اول:** با توجه به جرم کرهٔ فلزی و چگالی آن، حجم واقعی فلز مورد استفاده را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m_{فلز}}{V_{فلز}} \Rightarrow ۲/۷ = \frac{۱۰۸۰}{V_{فلز}} \Rightarrow V_{فلز} = ۴۰۰\,cm^۳$$: حجم واقعی فلز

گام دوم: حال با توجه به اختلاف حجم واقعی فلز و حجم کل کره، می‌توان نوشت:

$V_{کره} = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ \simeq \frac{۴}{۳} \times ۳ \times ۵^۳ = ۵۰۰\,cm^۳$: حجم کره

$V_{حفره} = V_{کره} - V_{فلز} = ۵۰۰ - ۴۰۰ = ۱۰۰\,cm^۳$: حجم حفره

$$\text{خواستهٔ مسئله} : \frac{\text{حجم حفره}}{\text{حجم کره}} \times ۱۰۰ = \frac{۱۰۰}{۵۰۰} \times ۱۰۰ = ٪۲۰$$

۱۰۴ ۱ مشابه با سؤالات قبل داریم:

$$\begin{cases} \text{حجم ظاهری مکعب} = \text{حجم آب خارج‌شده} = ۲۰۰\,cm^۳ \\ \text{حجم ظاهری مکعب} = \text{حجم واقعی مکعب فلزی} + \text{حجم حفرهٔ موجود} \end{cases}$$

هم‌چنین با استفاده از اطلاعات سؤال داریم:

$$\begin{cases} \text{جرم مکعب} = ۱۴۰۰\,gr \\ \text{چگالی فلز} = ۸\,gr/cm^۳ \end{cases} \xrightarrow{V=\frac{m}{\rho}} \text{حجم واقعی مکعب} = \frac{۱۴۰۰}{۸} = ۱۷۵\,cm^۳$$

در نتیجه حجم حفرهٔ موجود در مکعب برابر است با:

$۲۰۰ - ۱۷۵ = ۲۵\,cm^۳$ = حجم ظاهری − حجم واقعی = حجم حفرهٔ موجود

۱۰۵ ۴ برای پاسخ دادن به این سؤال، ابتدا حجم واقعی فلز توپر و فلز توخالی را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \text{وزن مکعب توپر} = m_۱ g \Rightarrow ۱۰ m_۱ = ۸ \Rightarrow m_۱ = ۰/۸\,kg = ۸۰۰\,gr \\ \Rightarrow \text{حجم مکعب توپر} : V_۱ = \frac{m_۱}{\rho} = \frac{۸۰۰}{۱۰} = ۸۰\,cm^۳ \\ \text{وزن مکعب توخالی} = m_۲ g \Rightarrow ۱۰ m_۲ = ۴ \Rightarrow m_۲ = ۰/۴\,kg = ۴۰۰\,gr \\ \Rightarrow \text{حجم واقعی مکعب توخالی} : V_۲ = \frac{m_۲}{\rho} = \frac{۴۰۰}{۱۰} = ۴۰\,cm^۳ \end{cases}$$

$\Rightarrow$ حجم حفره $= ۸۰ - ۴۰ = ۴۰\,cm^۳$

۱۰۶ ۳ **گام اول:** حجم واقعی آهن (حجم مادهٔ به کاررفته) برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow ۸ = \frac{۳۲ \times ۱۰^۳}{V_{فلز}} \Rightarrow V_{فلز} = ۴۰۰۰\,cm^۳$$

حجم کل مکعب برابر است با:

$V_{کل} = ۱۰ \times ۲۰ \times ۳۰ = ۶۰۰۰\,cm^۳$

بنابراین حجم حفرهٔ داخل مکعب برابر است با:

$V_{حفره} = V_{کل} - V_{فلز} = ۶۰۰۰ - ۴۰۰۰ = ۲۰۰۰\,cm^۳$

گام دوم: حال جرم روغنی که در حجم این حفره جای می‌گیرد را به دست می‌آوریم:

$m = \rho V = ۰/۸ \times ۲۰۰۰ = ۱۶۰۰\,gr$: برای روغن

۱۰۷ ۳ اختلاف حجم مخلوط در دو حالت، در واقع مربوط به جرم یخ ذوب شده در دو حالت است، بنابراین اگر فرض کنیم حجم m گرم یخ، قبل از ذوب برابر $V_{یخ}$ و بعد از ذوب برابر $V_{آب}$ باشد، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} V_{یخ} - V_{آب} = ۵\,cm^۳ \\ V_{یخ} = \frac{m}{\rho_{یخ}} = \frac{m}{۰/۹} \Rightarrow \frac{m}{۰/۹} - m = ۵ \Rightarrow m = ۴۵\,gr \quad \text{(جرم یخ ذوب شده)} \\ V_{آب} = \frac{m}{\rho_{آب}} = \frac{m}{۱} \end{cases}$$

۱۰۸ ۱ در هر دو حالت، حجم کل مجموعه را به دست می‌آوریم:

حالت اول: در این حالت m گرم یخ داریم، بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_۱ = \frac{m}{\rho_{یخ}} \Rightarrow V_۱ = \frac{m}{۰/۹} = \frac{۱۰}{۹} m$$

حالت دوم: در این حالت ۲۰ درصد از جرم یخ ذوب شده است، بنابراین ۰/۸m یخ و ۰/۲m آب داریم. بنابراین حجم کل مجموعه برابر است با:

$$V_۲ = V_{یخ} + V_{آب} \xrightarrow{V=\frac{m}{\rho}} V_۲ = \frac{۰/۸m}{۰/۹} + \frac{۰/۲m}{۱} = \frac{۴۹}{۴۵} m$$

برای محاسبهٔ درصد تغییرات حجم کل مجموعه می‌توان نوشت:

$$\text{درصد تغییرات حجم} = \frac{V_۲ - V_۱}{V_۱} \times ۱۰۰ = \frac{\frac{۴۹}{۴۵}m - \frac{۱۰}{۹}m}{\frac{۱۰}{۹}m} \times ۱۰۰ = -۲٪$$

$\Rightarrow$ حجم مجموعه ۲ درصد کاهش یافته است.

۱۰۹ ۳ چگالی مخلوط همگن دو ماده از رابطهٔ $\rho_{کل} = \frac{\rho_۱ V_۱ + \rho_۲ V_۲}{V_۱ + V_۲}$ به‌دست می‌آید و داریم:

$$\begin{cases} \rho_{کل} = ۱۴۰۰\,kg/m^۳ = ۱/۴\,gr/cm^۳ \\ \rho_۱ = ۱۳۰۰\,kg/m^۳ = ۱/۳\,gr/cm^۳ \quad , \quad V_۱ = V \\ \rho_۲ = ۱۵۰۰\,kg/m^۳ = ۱/۵\,gr/cm^۳ \quad , \quad V_۲ = V' \end{cases}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$۱/۴ = \frac{(۱/۳ \times V) + (۱/۵ \times V')}{V + V'} \Rightarrow ۱/۴(V + V') = ۱/۳V + ۱/۵V'$$
$$\Rightarrow V' = V$$

۱۱۰ ۳ اگر چگالی مخلوط ۱۰ درصد بیشتر از چگالی الکل شود، با فرض صرف‌نظر کردن از کاهش حجم مخلوط در اثر اختلاط داریم:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{\rho_{الکل} V_{الکل} + \rho_{آب} V_{آب}}{V_{الکل} + V_{آب}}$$

$$۱/۱ \times ۰/۸ = \frac{۰/۸ \times V_{الکل} + ۱ \times ۱۰۰۰}{V_{الکل} + ۱۰۰۰} \Rightarrow V_{الکل} = ۱۵۰۰\,cm^۳$$

۱۱۱ ۳ برای محاسبهٔ چگالی مخلوط به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{cases} \rho_{کل} = \frac{m_{کل}}{V_{کل}} = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲} \\ V_۱ = \frac{۱}{۳}V \rightarrow m_۱ = \rho_۱ V_۱ = \frac{۱}{۳}V\rho_۱ \\ V_۲ = \frac{۲}{۳}V \rightarrow m_۲ = \rho_۲ V_۲ = \frac{۲}{۳}V\rho_۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \rho_{کل} = \frac{\frac{۱}{۳}V\rho_۱ + \frac{۲}{۳}V\rho_۲}{\frac{۱}{۳}V + \frac{۲}{۳}V} = \frac{۱}{۳}\rho_۱ + \frac{۲}{۳}\rho_۲ = \frac{\rho_۱ + ۲\rho_۲}{۳}$$

gajmarket.com

۱۱۲ **۴** اگر جرم مخلوط را برابر m درنظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} m_۱ = \frac{۲۵}{۱۰۰}m = \frac{۱}{۴}m \Rightarrow V_۱ = \frac{m_۱}{\rho_۱} = \frac{\frac{۱}{۴}m}{\rho_۱} = \frac{m}{۴\rho_۱} \\ m_۲ = m - \frac{۲۵}{۱۰۰}m = \frac{۷۵}{۱۰۰}m = \frac{۳}{۴}m \Rightarrow V_۲ = \frac{m_۲}{\rho_۲} = \frac{\frac{۳}{۴}m}{\rho_۲} = \frac{۳m}{۴\rho_۲} \end{cases}$$

$$\rho_{کل} = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲} = \frac{\frac{۱}{۴}\cancel{m} + \frac{۳}{۴}\cancel{m}}{\frac{\cancel{m}}{۴\rho_۱} + \frac{۳\cancel{m}}{۴\rho_۲}} = \frac{۱}{\frac{\rho_۲ + ۳\rho_۱}{۴\rho_۱\rho_۲}} = \frac{۴\rho_۱\rho_۲}{\rho_۲ + ۳\rho_۱}$$

۱۱۳ **۲** **حالت اول:** اگر حجم ظرف را برابر V در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$V_A = \frac{۱}{۲}V \ , \ V_B = \frac{۱}{۲}V$$

$$(\rho_{کل})_۱ = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V} = \frac{\rho_A \times \frac{۱}{۲}V + \rho_B \times \frac{۱}{۲}V}{V}$$

$$\Rightarrow (\rho_{کل})_۱ = \frac{\rho_A + \rho_B}{۲} = ۴۰۰۰ \Rightarrow \rho_A + \rho_B = ۸۰۰۰ \frac{kg}{m^۳} : \text{رابطهٔ I}$$

حالت دوم: مشابه با روند طی‌شده در حالت اول، داریم $(V_A = \frac{۱}{۴}V \ , \ V_B = \frac{۳}{۴}V)$:

$$(\rho_{کل})_۲ = \frac{\rho_A \times \frac{۱}{۴}V + \rho_B \times \frac{۳}{۴}V}{V}$$

$$\Rightarrow (\rho_{کل})_۲ = \frac{\rho_A + ۳\rho_B}{۴} = ۵۰۰۰ \Rightarrow \rho_A + ۳\rho_B = ۲۰۰۰۰ \frac{kg}{m^۳} : \text{رابطهٔ II}$$

$$\text{رابطه‌های (I) و (II)} \Rightarrow \begin{cases} \rho_A + \rho_B = ۸۰۰۰ \\ \rho_A + ۳\rho_B = ۲۰۰۰۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \rho_A = ۲۰۰۰ \, kg/m^۳ \ , \ \rho_B = ۶۰۰۰ \, kg/m^۳$$

۱۱۴ **۳** در هر یک از گزینه‌های داده شده، حجم آب را به‌دست می‌آوریم. حجم آب باید حتماً مضرب صحیحی از حجم پیمانه باشد، بنابراین گزینه‌ای که حجم آب در آن مضرب صحیحی از حجم پیمانه نشود قابل قبول نیست.

بررسی گزینه‌ها

(۱)
$$\rho_{مخلوط} = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲}{V_۱ + V_۲} \Rightarrow ۰/۸۴ = \frac{۱V_۱ + ۰/۸ \times ۴۰۰}{V_۱ + ۴۰۰}$$

$$\Rightarrow V_۱ = ۱۰۰ cm^۳ \Rightarrow \text{یک پیمانه آب}$$

(۲)
$$\rho_{مخلوط} = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲}{V_۱ + V_۲} \Rightarrow ۰/۹ = \frac{۱V_۱ + ۰/۸ \times ۴۰۰}{V_۱ + ۴۰۰}$$

$$\Rightarrow V_۱ = ۴۰۰ cm^۳ \Rightarrow \text{چهار پیمانه آب}$$

(۳)
$$\rho_{مخلوط} = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲}{V_۱ + V_۲} \Rightarrow ۰/۸۸ = \frac{۱V_۱ + ۰/۸ \times ۴۰۰}{V_۱ + ۴۰۰}$$

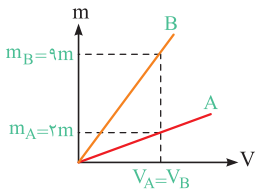
$$\Rightarrow V_۱ = \frac{۸۰۰}{۳} cm^۳ \Rightarrow \text{مضرب صحیحی از حجم پیمانه نیست}$$

(۴)
$$\rho_{مخلوط} = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲}{V_۱ + V_۲} \Rightarrow ۰/۹۲ = \frac{۱V_۱ + ۰/۸ \times ۴۰۰}{V_۱ + ۴۰۰}$$

$$\Rightarrow V_۱ = ۶۰۰ cm^۳ \Rightarrow \text{شش پیمانه آب}$$

۱۱۵ **۱** برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: ابتدا با توجه به نمودار داده شده، چگالی مادهٔ B را به دست می‌آوریم:



$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\text{یکسان } V} \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_B}{۳} = \frac{۹m}{۳m} \Rightarrow \rho_B = ۹ gr/cm^۳$$

گام دوم: ٪۲۵ از جرم مخلوط A و ٪۷۵ از آن B است و این یعنی $m_B = ۳m_A$

است. برای محاسبهٔ چگالی مخلوط از رابطهٔ $\rho_{کل} = \frac{m_{کل}}{V_{کل}}$ استفاده می‌کنیم:

$$\rho_A = ۳ gr/cm^۳ \ , \ \rho_B = ۹ gr/cm^۳ \ , \ m_B = ۳m_A$$

$$\rho_{کل} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} = \frac{۴m_A}{\frac{m_A}{۳} + \frac{۳m_A}{۹}} = \frac{۴}{\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۳}}$$

$$\Rightarrow \rho_{کل} = \frac{۴}{\frac{۵}{۶}} = ۴/۸ gr/cm^۳ = ۴۸۰۰ kg/m^۳$$

۱۱۶ **۲** با توجه به رابطهٔ مربوط به چگالی مخلوط دو ماده می‌توان نوشت (مادهٔ ۱ طلا و مادهٔ ۲ نقره است):

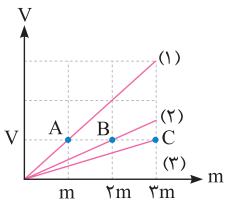
$$\begin{cases} \rho_{کل} = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲}{V_۱ + V_۲} \Rightarrow ۱۳/۶ = \frac{۱۹V_۱ + ۱۰V_۲}{\underbrace{V_۱ + V_۲}_{۵cm^۳}} \\ \Rightarrow ۱۹V_۱ + ۱۰V_۲ = ۶۸ cm^۳ : \text{رابطهٔ (I)} \\ V_۱ + V_۲ = ۵ cm^۳ : \text{رابطهٔ (II)} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{روابط I, II}} \begin{cases} ۱۹V_۱ + ۱۰V_۲ = ۶۸ \\ V_۱ + V_۲ = ۵ \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} V_۱ = ۲cm^۳ \ , \ V_۲ = ۳cm^۳$$

بنابراین جرم نقرهٔ به‌کار رفته در مخلوط برابر است با:

$$m_{نقره} = \rho_{نقره} V_{نقره} \xrightarrow{V_{نقره} = V_۲ = ۳cm^۳} m_{نقره} = ۱۰ \times ۳ = ۳۰ gr$$

۱۱۷ **۳** با توجه به نمودار داده‌شده، چگالی سه مایع به‌صورت زیر است:



$$\rho_۱ = \frac{m}{V} \ , \ \rho_۲ = \frac{۲m}{V} = ۲\rho_۱$$

$$\rho_۳ = \frac{۳m}{V} = ۳\rho_۱$$

با توجه به رابطهٔ مربوط به چگالی مخلوط چند ماده، از تقسیم کردن جرم کل مایعات بر حجم کل مایعات، چگالی مخلوط به دست می‌آید (البته اگر کاهش حجم صورت نگیرد). بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_۱ = \frac{۲۵}{۱۰۰}V \ , \ V_۲ = \frac{۳۰}{۱۰۰}V \ , \ V_۳ = (۱ - \frac{۲۵}{۱۰۰} - \frac{۳۰}{۱۰۰})V = \frac{۴۵}{۱۰۰}V$$

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_۱ + m_۲ + m_۳}{V_۱ + V_۲ + V_۳} = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲ + \rho_۳V_۳}{V_۱ + V_۲ + V_۳}$$

$$\Rightarrow \rho_{مخلوط} = \frac{\rho_۱(\frac{۲۵}{۱۰۰}V) + ۲\rho_۱(\frac{۳۰}{۱۰۰}V) + ۳\rho_۱(\frac{۴۵}{۱۰۰}V)}{V}$$

$$\Rightarrow \rho_{مخلوط} = (\frac{۲۵}{۱۰۰} + \frac{۶۰}{۱۰۰} + \frac{۱۳۵}{۱۰۰})\rho_۱ = \frac{۲۲۰}{۱۰۰}\rho_۱ \Rightarrow \rho_{مخلوط} = ۲/۲\rho_۱$$

۱۱۸ ۴

نکته

برای محاسبهٔ چگالی مخلوط چند مایع، باید جرم کل مایعات را بر حجم کل آن‌ها تقسیم کنیم. بنابراین اگر در اثر مخلوط کردن دو مایع، حجم کل به اندازهٔ V' کاهش یابد، برای محاسبهٔ چگالی مخلوط آن‌ها می‌توان نوشت:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_1+m_2}{V_1+V_2-V'}$$

(V': حجم کاهش‌یافته بر اثر مخلوط کردن)

بنابراین در این سؤال می‌توان نوشت:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_1+m_2}{V_1+V_2-V'}=\frac{\rho_1V_1+\rho_2V_2}{V_1+V_2-V'}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}}=\frac{4\times200+5\times100}{200+100-40}=\frac{1300}{260}=5\,gr/cm^3=5000\,kg/m^3$$

۱۱۹ ۳ برای حل این سؤال، یکاهای انرژی و نیرو را برحسب یکاهای اصلی محاسبه می‌کنیم:

محاسبهٔ یکای نیرو:

$$F=ma\Rightarrow \text{یکای نیرو}\equiv kg.\frac{m}{s^2}$$

محاسبهٔ یکای انرژی:

یکای جابه‌جایی × یکای نیرو ≡ یکای انرژی (یا کار) ⇒ جابه‌جایی × نیرو = کار

$$\Rightarrow \text{یکای انرژی}\equiv kg.\frac{m}{s^2}\times m=kg.\frac{m^2}{s^2}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، برای تعریف یکای کمیت‌های نیرو و انرژی، از ۳ یکای اصلی kg، m و s استفاده می‌کنیم، بنابراین $\alpha=\beta=3$ است.

$$\frac{\alpha}{\beta}=\frac{3}{3}=1$$

۱۲۰ ۱ **گام اول:** ابتدا کمیت‌های α و β را برحسب یکاهای اصلی SI به‌دست می‌آوریم:

$$\alpha=10^{-12}\frac{1}{\mu s^2}=(10^{-12}\frac{1}{\mu s^2})\times(\frac{10^6\,\mu s}{1s})^2=1\frac{1}{s^2}$$

$$\beta=10^{-15}\frac{1}{mm^2.\mu s^2}$$

$$\Rightarrow \beta=(10^{-15}\frac{1}{mm^2.\mu s^2})\times(\frac{10^6\,\mu s}{1s})^2\times(\frac{10^3\,mm}{1m})^2=10^3\frac{1}{m^2.s^2}$$

گام دوم: با جای‌گذاری $x=10cm=0/1m$ داریم:

$$a=\alpha x+\beta x^3\Rightarrow a=1\times0/1+10^3\times(0/1)^3=1/1\frac{m}{s^2}$$

۱۲۱ ۳ یکاهای به‌کار رفته در هر مورد را برحسب یکاهای اصلی (kg، m و s) می‌نویسیم:

الف) $1\frac{kg.m^2}{s^3}$

ب) $1\frac{\mu g.m^2}{ms^3}=1\frac{\mu g.m^2}{ms^3}\times(\frac{1kg}{10^9\,\mu g})\times(\frac{10^3\,ms}{1s})^3=1\frac{kg.m^2}{s^3}$

ج) $1\frac{ng.cm^2}{\mu s^3}=1\frac{ng.cm^2}{\mu s^3}\times(\frac{1kg}{10^{12}\,ng})\times(\frac{1m}{10^2cm})^2\times(\frac{10^6\,\mu s}{1s})^3$

$$\Rightarrow 1\frac{ng.cm^2}{\mu s^3}=100\frac{kg.m^2}{s^3}$$

د) $1\frac{N.\mu m}{\mu s}=1\frac{kg.\frac{m}{s^2}.\mu m}{\mu s}=1\frac{kg.m^2}{s^3}$

هـ) $1\frac{J}{s}=1\frac{N.m}{s}=1\frac{kg.\frac{m}{s^2}.m}{s}=1\frac{kg.m^2}{s^3}$

بنابراین یکاهای (الف)، (ب)، (د) و (هـ) معادل با هم هستند.

۱۲۲ ۱ تمام واحدها را به واحد اصلی تبدیل می‌کنیم:

$$x=1ng\times\frac{1g}{10^9ng}\times\frac{1kg}{10^3g}\times(1km\times\frac{10^3m}{1km})^3\times\frac{1}{(1\mu s\times\frac{1s}{10^6\,\mu s})^2}\times\frac{1}{m}$$

$$\Rightarrow x=\frac{10^{-9}\times10^{-3}kg\times10^{+9}m^3\times10^{12}}{m.s^2}$$

$$\Rightarrow x=\frac{10^{+9}kg.m^3}{m.s^2}=10^{+9}\frac{kg.m^2}{s^2}$$ رابطهٔ (۱):

از فرمول $F=ma$ داریم: $N=kg.\frac{m}{s^2}$ رابطهٔ (۲):

در نتیجه از روابط (۱) و (۲) داریم: $x=10^{+9}N.m$ رابطهٔ (۳):

از رابطهٔ $W=Fd$ داریم: $J=N.m$ رابطهٔ (۴):

در نتیجه از روابط (۳) و (۴) داریم: $x=10^{+9}J=1GJ$

۱۲۳ ۲ از آن‌جایی که عبارت سمت چپ رابطهٔ فرضی، یعنی x بیانگر کمیت طول در دستگاه SI است، بنابراین یکای هر یک از جمله‌های سمت راست رابطهٔ فرضی داده‌شده نیز باید بر حسب متر باشد:

$$[\alpha t^4]=m\Rightarrow[\alpha].s^4=m\Rightarrow[\alpha]=\frac{m}{s^4}$$

$$[\frac{\beta}{t}]=m\Rightarrow m=\frac{[\beta]}{s}\Rightarrow[\beta]=m.s$$

در ادامه با توجه به یکسان بودن یکای حجم و پارامتر فرضی $\alpha^p\beta^q$، داریم:

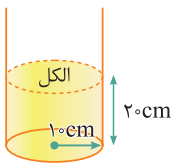
$$[V]=[\alpha^p\beta^q]\Rightarrow m^3=[\alpha]^p\times[\beta]^q\Rightarrow(\frac{m}{s^4})^p\times(m.s)^q=m^3$$

$$\Rightarrow\frac{m^p}{s^{4p}}\times(m^q.s^q)=m^3$$

$$\Rightarrow m^{(p+q)}s^{(q-4p)}=m^3\Rightarrow\begin{cases}q-4p=0\Rightarrow q=4p\Rightarrow\frac{p}{q}=\frac{1}{4}\\p+q=3\end{cases}$$

۱۲۴ ۱ هر یک از ظرف‌ها را جداگانه بررسی می‌کنیم.

ظرف استوانه‌ای:

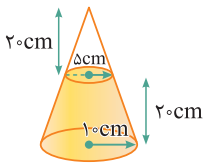


$$V=\pi R^2h=3\times10^2\times20=6000cm^3$$

$$m=\rho V=0/8\times6000=4800gr$$

$$t_1=\frac{m}{\text{آهنگ جرمی پر شدن ظرف}}=\frac{4800}{4}=1200s$$

ظرف مخروطی:



حجم مایع درون ظرف برابر حجم کل مخروط منهای حجم مخروط خالی بالای ظرف است و می‌توان نوشت:

$$V=\frac{1}{3}\pi\times10^2\times40-\frac{1}{3}\pi\times5^2\times20$$

$$\Rightarrow V=4000-500=3500cm^3$$

$$\Rightarrow t_2=\frac{V}{\text{آهنگ حجمی پر شدن ظرف}}=\frac{3500}{7}=500s$$

$$\Rightarrow t_1-t_2=1200-500=700s$$

۱۲۵ ۱ حجم آب درون استوانه برابر است با:

$$V_{\text{آب}}=\pi r^2h=3\times(10)^2\times9cm^3=2700\,cm^3=2700\times10^{-6}\,m^3$$