

یادآوری اعداد اول

شمارنده‌های یک عدد

به اعداد طبیعی که عدد a بر آن‌ها بخش‌پذیر است، شمارنده‌های (یا مقسوم‌علیه‌های) عدد a می‌گویند. به‌عنوان مثال:

شمارنده‌های عدد ۲۴: ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۸، ۱۲، ۲۴

نکته کوچک‌ترین شمارنده هر عدد طبیعی، عدد یک می‌باشد. هم‌چنین بزرگ‌ترین شمارنده هر عدد، خود آن عدد است.

اعداد اول

هر عدد طبیعی و بزرگ‌تر از یک که هیچ شمارنده طبیعی به جز یک و خودش نداشته باشد، عدد اول نامیده می‌شود.

مانند: ۲، ۳، ۵، ۷ و ...

نکته تنها عدد اول زوج عدد ۲ می‌باشد.

نکته اعداد اول انتها ندارند و بی‌شمارند.

۱ حاصل جمع دو عدد اول ۱۰۳ شده است. آن دو عدد اول را بیابید.

پاسخ: چون حاصل جمع دو عدد، عددی فرد شده است، حتماً یکی از آن‌ها زوج و دیگری فرد است. چون این عددها اول هستند و تنها عدد اول زوج عدد ۲ است، پس یکی عدد ۲ و دیگری ۱۰۱ می‌باشد.

۲ حاصل ضرب دو عدد اول برابر ۸۲ شده است. آن دو عدد کدام‌اند؟

پاسخ: اگر حاصل ضرب دو عدد زوج باشد، حداقل یکی از آن‌ها زوج است و چون این اعداد اول هستند، حتماً یکی از آن دو عدد، عدد ۲ و دیگری $۴۱ = ۸۲ \div ۲$ می‌باشد.

عدد مرکب

اگر عددی طبیعی و بزرگ‌تر از یک را بتوان به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی غیر از یک نوشت، آن عدد مرکب است. یا به

عبارت دیگر عدد مرکب عددی است که بیش از دو مقسوم‌علیه دارد. به‌عنوان نمونه اعداد ۱۵ و ۳۲ مرکب‌اند زیرا $۱۵ = ۳ \times ۵$

و $۳۲ = ۴ \times ۸$

۳ تمام اعداد طبیعی مرکب بین ۱۰ و ۲۰ را به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک بنویسید.

پاسخ: $۱۲ = ۳ \times ۴$ ، $۱۴ = ۲ \times ۷$ ، $۱۵ = ۳ \times ۵$ ، $۱۶ = ۲ \times ۸$ ، $۱۸ = ۳ \times ۶$

نکته ۱- عدد یک چون فقط یک مقسوم‌علیه دارد، نه اول است و نه مرکب.

۲- اعداد طبیعی به سه دسته عددهای اول، عددهای مرکب و عدد یک تقسیم می‌شوند.

تجزیه یک عدد

هر عدد مرکب را می‌توان به صورت ضرب دو یا چند عدد اول نوشت. به این کار تجزیه می‌گویند. مثلاً:

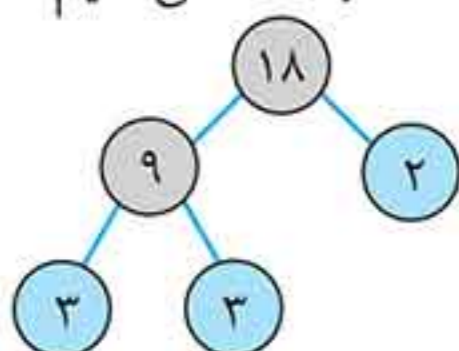
$۱۸ = ۲ \times ۳ \times ۳$

روش تجزیه یک عدد

برای تجزیه کردن یک عدد، معمولاً از نمودار درختی استفاده می‌کنند. برای این کار، ابتدا عدد داده شده را به صورت ضرب دو عدد

غیر از یک می‌نویسیم. اعداد جدید را نیز به همین ترتیب به صورت ضرب دو عدد می‌نویسیم. این کار را آن قدر ادامه می‌دهیم تا به

اعداد اول برسیم. حاصل ضرب این اعداد اول، همان عدد اصلی می‌باشد.



تذکره بعد از تجزیه یک عدد، می‌توان آن را به صورت حاصل ضرب اعداد توان‌دار نوشت.

$۱۸ = ۳^۲ \times ۲$

مثلاً داریم:

اعداد داده شده را به کمک نمودار درختی، تجزیه کنید و به صورت ضرب اعداد توان دار بنویسید.

۴۵ (آ) پاسخ

۴۵ = ۳ × ۳ × ۵ = ۳^۲ × ۵

۷۲ (ب) پاسخ

۷۲ = ۲ × ۲ × ۲ × ۳ × ۳ = ۲^۳ × ۳^۲

۳۶۰ (پ) پاسخ

۳۶۰ = ۲ × ۲ × ۲ × ۵ × ۳ × ۳ = ۲^۳ × ۵ × ۳^۲

شمارنده‌های مشترک دو عدد

برای به دست آوردن شمارنده‌های مشترک دو عدد، شمارنده‌های هر یک را نوشته و اعداد مشترک بین آن‌ها را انتخاب می‌کنیم.

شمارنده‌های مشترک ۱۲ و ۱۸ را پیدا کنید.

شمارنده‌های عدد ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲
 شمارنده‌های عدد ۱۸: ۱, ۲, ۳, ۶, ۹, ۱۸
 ⇒ ۱, ۲, ۳, ۶ شمارنده‌های مشترک دو عدد ۱۲ و ۱۸

ب.م.م دو عدد

ب.م.م یعنی بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه یا شمارنده مشترک دو یا چند عدد. به عنوان نمونه در مثال بالا بزرگ‌ترین عددی که هر دو عدد ۱۲ و ۱۸ بر آن بخش پذیرند، عدد ۶ می‌باشد. بنابراین ب.م.م این دو عدد برابر ۶ می‌باشد و می‌نویسیم $(۱۲, ۱۸) = ۶$.

ب.م.م اعداد زیر را بیابید.

(ب) (۸۰, ۴۰)

شمارنده‌های عدد ۳۶: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۹, ۱۲, ۱۸, ۳۶ } ⇒ (۳۶, ۲۴) = ۱۲

شمارنده‌های عدد ۲۴: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۱۲, ۲۴

شمارنده‌های عدد ۴۰: ۱, ۲, ۴, ۵, ۸, ۱۰, ۲۰, ۴۰ } ⇒ (۴۰, ۸۰) = ۴۰

شمارنده‌های عدد ۸۰: ۱, ۲, ۴, ۵, ۸, ۱۰, ۱۶, ۲۰, ۴۰, ۸۰

(آ) (۳۶, ۲۴) پاسخ

(ب)

هرگاه عدد A بر عدد B بخش پذیر باشد، ب.م.م آن دو عدد برابر عدد کوچکتر یعنی B می‌باشد. مثلاً $(۳۶, ۱۲) = ۱۲$

دو عدد نسبت به هم اول (متباین)

هرگاه ب.م.م دو عدد، برابر یک شد، می‌گوییم آن دو عدد نسبت به هم اول (یا متباین) هستند. مثلاً ۱۷ و ۸ نسبت به هم اول هستند، زیرا ب.م.م آن‌ها برابر یک است.

۱) دو عدد اول همواره نسبت به هم اول هستند، مانند: $(۳, ۵) = ۱$
 ۲) دو عدد متوالی همواره نسبت به هم اول هستند، مانند: $(۷, ۸) = ۱$

تذکره ممکن است دو عدد مرکب نسبت به هم اول باشند، مانند ۹ و ۱۶ (چون هیچ مقسوم‌علیه مشترکی غیر از یک ندارند)، بنابراین نسبت به هم اول هستند.

مضارب یک عدد

مضرب‌های طبیعی یک عدد، از ضرب آن عدد در اعداد طبیعی به دست می‌آیند. مضرب‌های یک عدد بر خودش بخش پذیرند. مانند: $۵ \times ۱ = ۵$, $۵ \times ۲ = ۱۰$, $۵ \times ۳ = ۱۵$, ...
 مضرب‌های یک عدد بی‌پایان هستند.

دستنامه ۱

نکته ۱ - کوچکترین مضرب یک عدد خود آن عدد است.
 ۲- اگر عدد موردنظر اول باشد، تمام مضربهای آن به غیر از خودش مرکب هستند.

مضربهای مشترک دو عدد

ابتدا مضربهای هر عدد را نوشته، سپس مضربهای مشترک آنها را پیدا می‌کنیم. مضربهای مشترک دو عدد بی‌پایان هستند. هم‌چنین مضارب مشترک دو عدد بر خود آن اعداد بخش‌پذیرند.

۷ مضرب مشترک دو عدد ۱۲ و ۱۸ را بنویسید.

پاسخ: مضربهای عدد ۱۲: ۱۲, ۲۴, ۳۶, ۴۸, ۶۰, ۷۲, ۸۴, ...
 مضربهای عدد ۱۸: ۱۸, ۳۶, ۵۴, ۷۲, ۹۰, ...
 مضربهای مشترک ۱۲ و ۱۸: ۳۶, ۷۲, ...

ک.م.م دو یا چند عدد

ک.م.م دو عدد، کوچکترین مضرب مشترک آن دو عدد است که بر آن دو عدد بخش‌پذیر می‌باشد. در مثال قبلی ک.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ برابر ۳۶ می‌شود که آن را به صورت $[۱۲, ۱۸] = ۳۶$ می‌نویسیم.

۸ حاصل عبارت‌های زیر را بیابید.

(ب) $[۱۳, ۷]$

(آ) $[۲۴, ۸]$

مضربهای عدد ۸: ۸, ۱۶, ۲۴, ۳۲, ...
 مضربهای عدد ۲۴: ۲۴, ۴۸, ۷۲, ...
 $\Rightarrow [۲۴, ۸] = ۲۴$

مضربهای عدد ۱۳: ۱۳, ۲۶, ۳۹, ۵۲, ۶۵, ۷۸, ۹۱, ۱۰۴, ...
 مضربهای عدد ۷: ۷, ۱۴, ۲۱, ۲۸, ۳۵, ۴۲, ۴۹, ۵۶, ۶۳, ۷۰, ۷۷, ۸۴, ۹۱, ۹۸, ...
 $\Rightarrow [۱۳, ۷] = ۹۱$

نکته ۱ هرگاه دو عدد نسبت به هم اول باشند، یعنی ب.م.م آنها برابر یک باشد، ک.م.م آنها برابر ضربشان است.
 ۲) هرگاه یکی از دو عدد بر دیگری بخش‌پذیر باشد، ک.م.م آنها برابر عدد بزرگتر است.

نکته ۲ از روی ک.م.م دو عدد می‌توان هر مضرب مشترکی از دو عدد را پیدا کرد.

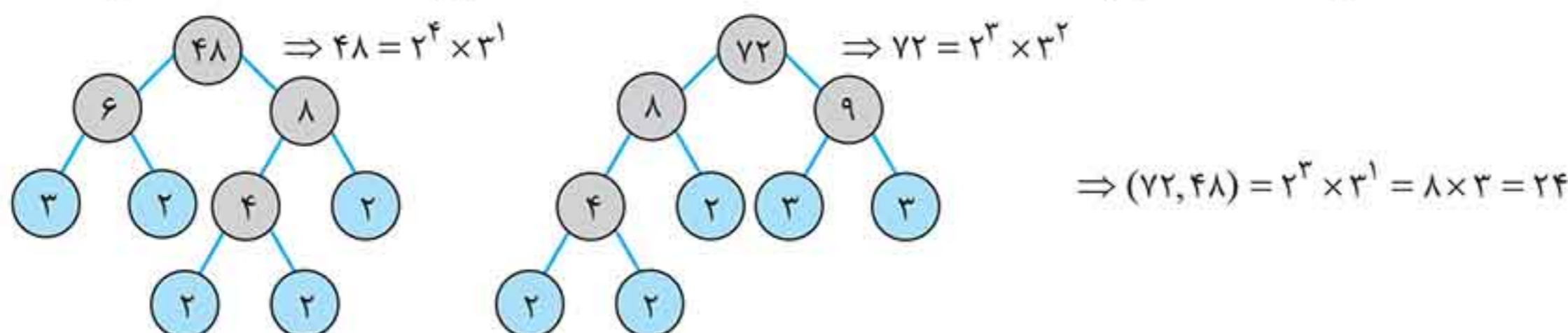
۹ عدد پیدا کنید که بر دو عدد ۸ و ۱۲ بخش‌پذیر باشند.

پاسخ: این سه عدد که باید پیدا کنیم، مضارب مشترک ۸ و ۱۲ هستند، کافی است ابتدا ک.م.م دو عدد را پیدا کرده، سپس دو مضرب ک.م.م را نیز به دست آوریم:

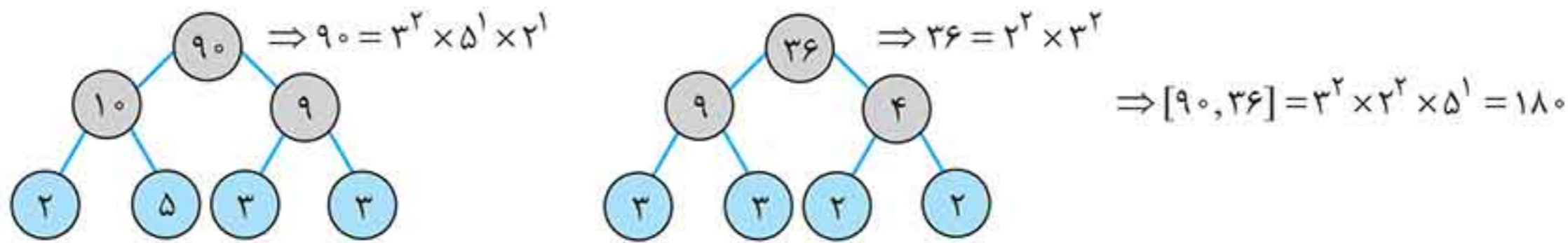
مضربهای عدد ۸: ۸, ۱۶, ۲۴, ...
 مضربهای عدد ۱۲: ۱۲, ۲۴, ...
 $\Rightarrow [۸, ۱۲] = ۲۴ \Rightarrow$ مضارب مشترک ۸ و ۱۲: ۲۴, ۴۸, ۷۲, ...

به دست آوردن ب.م.م و ک.م.م از راه تجزیه

برای به دست آوردن ب.م.م چند عدد، ابتدا آنها را تجزیه می‌کنیم. سپس اعداد را به صورت ضرب اعداد اول توان‌دار می‌نویسیم. حاصل ضرب پایه‌های مشترک با کمترین توان ب.م.م اعداد می‌باشد. مثلاً برای به دست آوردن ب.م.م دو عدد ۷۲ و ۴۸ داریم:



برای به دست آوردن ک.م.م چند عدد، ابتدا آن‌ها را به صورت ضرب اعداد اول توان دار تجزیه می‌کنیم. حاصل ضرب همه پایه‌ها (مشترک یا غیرمشترک) با بیش‌ترین توان برابر ک.م.م دو عدد است. مثلاً برای به دست آوردن ک.م.م دو عدد ۹۰ و ۳۶ داریم:



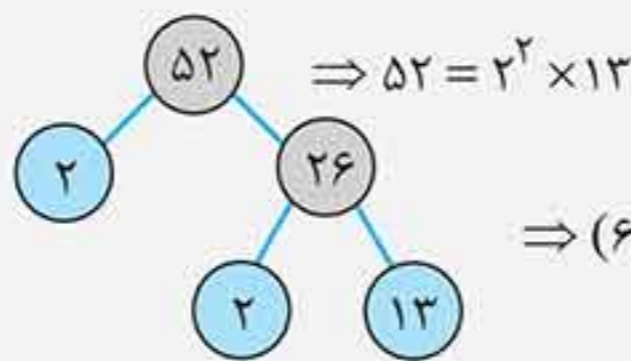
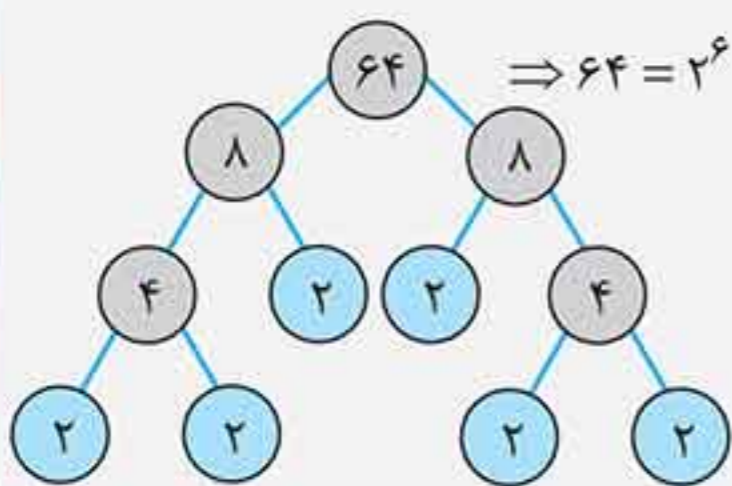
۱۵ ب.م.م و ک.م.م زوج عددهای داده شده را به کمک تجزیه پیدا کنید.

(ب) ۲۱۰، ۱۸۰

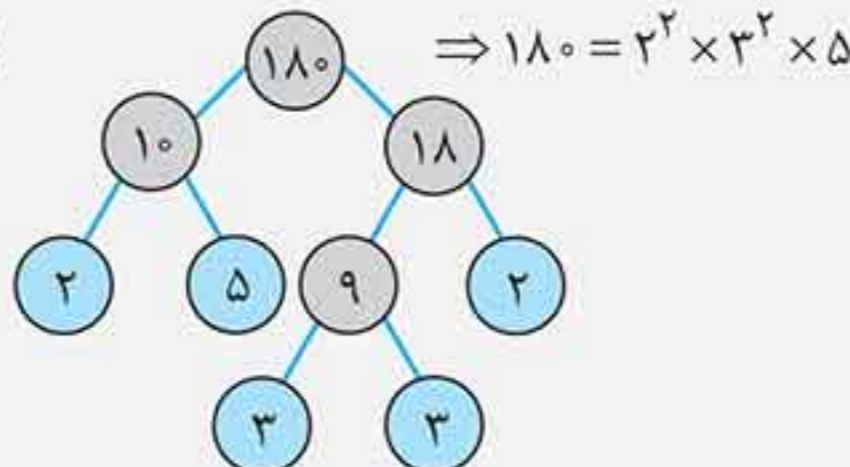
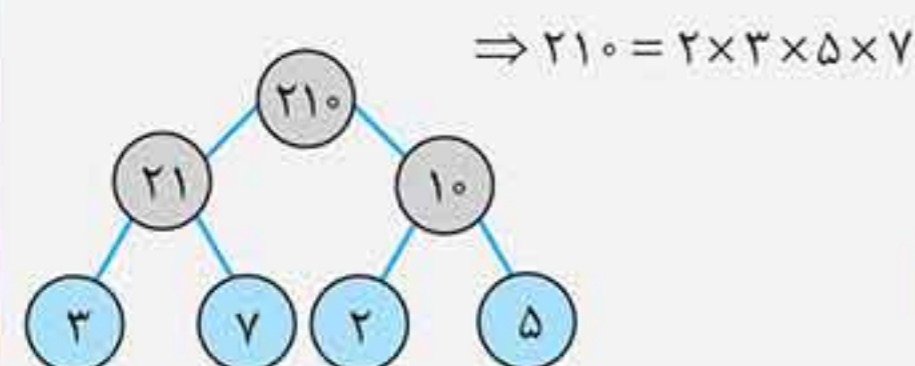
(آ) ۶۴، ۵۲

پاسخ:

(آ)



$\Rightarrow (64, 52) = 2^2 = 4$, $[64, 52] = 2^6 \times 13$



(ب)

$\Rightarrow \begin{cases} (210, 180) = 2 \times 3 \times 5 = 30 \\ [210, 180] = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \end{cases}$

$[a, b] \times (a, b) = a \times b$

$(12, 18) = 6$, $[12, 18] = 36 \Rightarrow 6 \times 36 = 12 \times 18 = 216$

نکته بین ب.م.م و ک.م.م و ضرب دو عدد رابطهٔ روبه‌رو وجود دارد: مثلاً داریم:

خودت حل کن...

- ۱ جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.
 - (آ) ب.م.م دو عدد اول برابر است.
 - (ب) کوچک‌ترین مضرب یک عدد، است.
 - (پ) ب.م.م دو عدد که بر هم بخش پذیرند، برابر عدد است.
 - (ت) ک.م.م هر دو عدد اول همواره است.
 - (ث) تنها عدد طبیعی که شمارندهٔ اول ندارد، عدد است.
- ۲ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.
 - (آ) بزرگ‌ترین شمارندهٔ یک عدد برابر کوچک‌ترین مضرب طبیعی آن عدد است.
 - (ب) ک.م.م دو عدد اول برابر یک است.
 - (پ) ک.م.م دو عدد که یکی بر دیگری بخش پذیر است، برابر عدد بزرگ‌تر می‌باشد.
 - (ت) هر عدد طبیعی حداقل ۲ مقسوم‌علیه دارد.
 - (ث) هر عدد طبیعی یا اول است یا مرکب.
 - (ج) حاصل ضرب هر دو عدد اول همیشه عددی مرکب است.
- ۳ حاصل جمع دو عدد اول برابر ۶۳ شده است. آن دو عدد اول را بیابید.
- ۴ حاصل ضرب دو عدد اول برابر ۱۳۴ شده است. آن دو عدد اول را بیابید.

۵ حاصل ضرب دو عدد اول برابر ۱۴۳ شده است. آن دو عدد اول را بیابید.

- شمارنده‌های هر دسته از اعداد زیر را نوشته و شمارنده‌های مشترک هر دسته را مشخص کنید.

۲۷,۴۵ ۷

۵۶,۴۹ ۶

۷۲,۱۶,۴۰ ۹

۳۶,۳۲ ۸

- ب.م.م هر دسته اعداد زیر را به روش نوشتن همه مقسوم‌علیه‌ها به دست آورید.

۵۵,۴۴ ۱۱

۵۱,۳۴ ۱۰

۲۴,۳۲,۵۴ ۱۳

۲۴,۳۸ ۱۲

- ک.م.م هر دسته از اعداد زیر را با نوشتن مضرب‌های هر عدد بنویسید.

۸۰,۱۲۰ ۱۵

۱۴,۳۵ ۱۴

۲۴,۳۲,۱۲ ۱۷

۲۵,۱۵ ۱۶

۱۸ تجزیه اعداد زیر را به دست آورید.

۵۴۰ (ت)

۳۲۰ (پ)

۱۷۵ (ب)

۱۴۴ (آ)

- حاصل عبارات زیر را به کمک تجزیه بیابید.

(۳۶۰,۴۸) ۲۰

(۳۶,۸۱) ۱۹

[۱۷۰,۵۱] ۲۲

[۷۲,۳۲] ۲۱

[[۶۵,۱۰۴],۲۶] ۲۴

((۱۴۴,۹۶),۲۴) ۲۳

[۵۴,۳۰,۴۵] ۲۶

(۲۴,۳۶,۲۰) ۲۵

۲۷ سه عدد پیدا کنید که اعداد ۱۶ و ۲۴ شمارنده‌های آن باشند.

۲۸ حاصل عبارات زیر را بدون محاسبه بیابید.

[۷,۸] (ت)

(پ) [۴۵,۱۵]

(ب) (۱۳,۱۰۱)

(آ) (۵۶,۲۸)

۲۹ عددی بین ۱۵۰ و ۲۰۰ بنویسید که شمارنده‌های اول آن فقط ۷ و ۵ باشند.

۳۰ عددی بین ۲۵۰ و ۳۰۰ بنویسید که شمارنده‌های اول آن فقط ۳ و ۱۱ باشند.

۳۱ (آ) دو عدد مرکب بنویسید که نسبت به عدد ۲۰ اول باشند.

(ب) دو عدد مرکب بنویسید که ب.م.م آن‌ها با عدد ۳۲ برابر ۳۲ باشد.

(پ) دو عدد مرکب بنویسید که ک.م.م آن‌ها با عدد ۲۸ برابر ۲۸ باشد.

(ت) سه عدد بنویسید که ک.م.م آن‌ها برابر حاصل ضرب آن‌ها باشد.

۳۲ ب.م.م دو عدد ۱۲ و ک.م.م آن‌ها ۷۲ است. اگر یکی از اعداد ۳۶ باشد، دیگری چند است؟

۳۳ می‌خواهیم در یک ظرف به ترتیب به اندازه ۴۸، ۷۲ و ۱۱۲ لیتر از سه مایع مختلف بریزیم. با چه پیمانه‌های مشترکی می‌توان این کار را انجام داد؟ بزرگ‌ترین پیمانه‌ای که می‌توان به وسیله آن این کار را انجام داد، چند لیتری است؟

۳۴ علی دور یک میدان را هر ۱۵ ثانیه یک‌بار و حسین دور همان میدان را هر ۲۵ ثانیه یک‌بار دور می‌زنند. اگر آن‌ها از یک نقطه شروع به دویدن کنند، در چه ثانیه‌ای دوباره در همان نقطه به یکدیگر می‌رسند؟ در این مدت هر کدام چند دور زده‌اند؟



تعیین عددهای اول

الگوریتم غربال

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰
۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰

یکی از روش‌هایی که اعداد اول را در یک محدوده عددی مشخص می‌کند، استفاده از روش الگوریتم غربال می‌باشد. مثلاً می‌خواهیم اعداد اول ۱ تا ۶۰ را مشخص کنیم. در زیر مراحل به دست آوردن اعداد اول ۱ تا ۶۰ آورده شده است.

باید مضارب اعداد اول را به ترتیب خط بزنیم:

مرحله اول: ابتدا عدد ۱ را که نه اول است و نه مرکب خط می‌زنیم. سپس مضرب‌های عدد ۲ (به غیر از خودش) را که همگی مرکب هستند، خط می‌زنیم. توجه داشته باشید که اولین مضرب ۲ را که خط زدیم عدد $۲^۲$ یا ۴ می‌باشد.

مرحله دوم: همه مضرب‌های ۳ (به غیر از خودش) را خط می‌زنیم. توجه کنید که مضرب‌های ۶، ۱۲، ۱۸ و ... قبلاً به خاطر این که مضرب ۲ نیز هستند، خط خورده‌اند. اولین عددی که در این مرحله خط می‌خورد، عدد $۳^۲$ یا ۹ است.

مرحله سوم: مضرب‌های ۵ (به غیر از خودش) را خط می‌زنیم. بعضی از مضرب‌های ۵ مانند ۱۰، ۱۵، ۲۰ و ... قبلاً خط خورده‌اند. اولین مضرب ۵ که خط می‌خورد، عدد $۵^۲ = ۲۵$ می‌باشد.

مرحله چهارم: مضرب‌های ۷ (به غیر از خودش) همگی به جز $۷^۲ = ۴۹$ قبلاً خط خورده‌اند، آن را خط می‌زنیم.

حال اگر بخواهیم مضارب ۱۱ را خط بزنیم، اولین عدد که باید خط بخورد $۱۱^۲ = ۱۲۱$ است که در بین اعداد نیست. پس الگوریتم کامل است و دیگر خط زدن را ادامه نمی‌دهیم.

اکنون دور اعداد باقی‌مانده را خط می‌کشیم. این اعداد، اعداد اول بین ۱ تا ۶۰ می‌باشند.

۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹, ۲۳, ۲۹, ۳۱, ۳۷, ۴۱, ۴۳, ۴۷, ۵۳, ۵۹

نکته در روش غربال، اولین مضرب هر عدد اول که اولین بار خط می‌خورد، مربع آن عدد می‌باشد. مثلاً در بین مضارب ۵، عدد $۵^۲ = ۲۵$ برای نخستین بار خط می‌خورد.

نکته در روش غربال، تا جایی مضرب‌های یک عدد اول را خط می‌زنیم که مربع عدد اول در نظر گرفته شده از عدد آخر کوچکتر باشد.

مثال ۱۱ در غربال ۱ تا ۵۰۰ اولین مضرب ۱۳ و اولین مضرب ۱۹ که برای اولین بار خط می‌خورند، کدام‌اند؟

پاسخ: $۱۹^۲ = ۳۶۱$: اولین مضرب ۱۹ و $۱۳^۲ = ۱۶۹$: اولین مضرب ۱۳

مثال ۱۲ برای پیدا کردن اعداد اول ۱ تا ۳۰۰، باید مضرب‌های کدام اعداد اول خط بخورند؟

پاسخ: $۲^۲ = ۴ < ۳۰۰$ ، $۳^۲ = ۹ < ۳۰۰$ ، $۵^۲ = ۲۵ < ۳۰۰$ ، $۷^۲ = ۴۹ < ۳۰۰$

بنابراین باید تا مضرب ۱۷ خط زده شود. $\Rightarrow ۱۹^۲ = ۳۶۱ > ۳۰۰$ ، $۱۷^۲ = ۲۸۹ < ۳۰۰$ ، $۱۳^۲ = ۱۶۹ < ۳۰۰$ ، $۱۱^۲ = ۱۲۱ < ۳۰۰$

نکته در روش الگوریتم غربال برای این که بفهمیم یک عدد در مضارب کدام عدد اول خط خورده است، ابتدا عدد را تجزیه می‌کنیم. کوچکترین پایه یا کوچکترین شمارنده اول، جواب ما است. مثلاً چون $۱۴۰۰ = ۲^۳ \times ۵^۲ \times ۷$ است، بنابراین این عدد در مضارب ۲ (کوچکترین شمارنده اول آن) خط می‌خورد.

مثال ۱۳ عدد ۱۷۵ ابتدا در مضارب کدام عدد اول، خط می‌خورد؟

پاسخ: تجزیه ۱۷۵ برابر است با $۵^۲ \times ۷$. پس این عدد ابتدا در مضارب ۵ خط می‌خورد.

درسنامه

۱۴ ترتیب خط خوردن اعداد ۴۸۹، ۷۷، ۲۵۲ و ۱۲۵ را در غربال ۱ تا ۵۰۰ مشخص نمایید.
پاسخ: ابتدا اعداد را تجزیه می‌کنیم:
 $۴۸۹ = ۳ \times ۱۶۳$ ، $۷۷ = ۷ \times ۱۱$ ، $۲۵۲ = ۲^۲ \times ۳^۲ \times ۷$ ، $۱۲۵ = ۵^۳$
 با توجه به تجزیه اعداد، ابتدا عدد ۲۵۲ خط می‌خورد، چون جزء مضارب ۲ است. بعد از آن ۴۸۹ خط می‌خورد، چون مضرب ۳ است سپس ۱۲۵ خط می‌خورد، چون جزء مضارب ۵ است و در آخر ۷۷ چون مضرب ۷ است.

تعیین اول یا مرکب بودن یک عدد

ابتدا جذر حدودی آن عدد را به دست می‌آوریم. سپس تمام اعداد اول کوچک‌تر یا مساوی آن جذر را می‌نویسیم. حالا کافی است بخش‌پذیری عدد موردنظر را بر آن اعداد اول بررسی کنیم. اگر بر هیچ کدام از آن اعداد اول بخش‌پذیر نبود، عدد موردنظر اول است وگرنه اگر حتی به یکی از آن اعداد اول بخش‌پذیر باشد، عدد موردنظر مرکب است.

۱۵ تعیین کنید عدد ۳۰۱ اول است یا مرکب؟
پاسخ: پس باید بخش‌پذیری عدد ۳۰۱ بر اعداد اول ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳ و ۱۷ بررسی شود. $\sqrt{۳۰۱} = ۱۸ \Rightarrow$
 در تقسیم ۳۰۱ بر ۷، باقی‌مانده صفر می‌شود، پس عدد ۳۰۱ بر عدد ۷ بخش‌پذیر است، بنابراین مرکب می‌باشد.

خودت حل کن...

۳۵ جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.
 (آ) در روش الگوریتم غربال، اولین عددی که در حذف مضارب ۱۱، خط می‌خورد، عدد می‌باشد.
 (ب) تعداد اعداد اول بین ۴۰ و ۵۰، می‌باشد.
 (پ) در روش الگوریتم غربال برای تعیین اعداد اول ۱ تا ۱۰۰، اولین عددی که خط می‌خورد، عدد است.
 (ت) برای تشخیص اول یا مرکب بودن یک عدد، بخش‌پذیری عدد را تا اعداد اول کوچک‌تر از آن عدد بررسی می‌کنیم.

۳۶ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.
 (آ) در الگوریتم غربال برای تعیین اعداد اول ۱ تا ۱۰۰، عدد ۶۵ زودتر از عدد ۸۰ خط می‌خورد.
 (ب) در الگوریتم غربال، همواره مضارب ۲، زودتر از مضارب ۳ خط می‌خورند.
 (پ) در الگوریتم غربال برای تعیین اعداد اول ۱ تا ۱۰۰، آخرین عددی که خط می‌خورد، عدد ۹۹ است.
 (ت) برای تشخیص اول یا مرکب بودن عدد ۳۰۱، بخش‌پذیری این عدد را تا اعداد ۱۵۰ بررسی می‌کنیم.
 - به کمک الگوریتم غربال اعداد اول هر قسمت را مشخص کنید.

- ۳۷** اعداد اول از ۱ تا ۳۰
 - ۳۸** اعداد اول بین ۵۰ تا ۶۰
 - ۳۹** اعداد اول بین ۱۱۰ تا ۱۲۰
 - ۴۰** در غربال ۱ تا ۳۰۰، اولین مضرب ۷، ۱۱، ۱۳ و ۱۷ که برای اولین بار خط می‌خورند، چه اعدادی هستند؟
 - ۴۱** برای پیدا کردن اعداد اول بین ۲۰۰ تا ۴۰۰، باید مضرب‌های کدام اعداد اول خط بخورند؟
 - ۴۲** در الگوریتم غربال از ۲۰۰ تا ۳۰۰، ترتیب خط خوردن مقابل را مشخص کنید.
 ۱۵۵، ۱۶۱، ۲۸۹، ۲۹۸، ۲۰۱
 - ۴۳** در الگوریتم غربال ۱ تا ۲۰۰، عدد ۵۱ چندمین عددی است که خط می‌خورد؟
 - ۴۴** اول یا مرکب بودن اعداد زیر را بررسی کنید.
- | | | | |
|---------|---------|---------|---------|
| ۸۳ (آ) | (ب) ۱۴۳ | (پ) ۱۹۳ | (ت) ۲۴۷ |
| (ث) ۳۱۳ | (ج) ۳۴۷ | (چ) ۴۲۱ | (ح) ۸۴۷ |

پایخ پریش های فصل ۲

۱۰ مقسوم علیه های عدد ۳۴: ۱, ۲, ۱۷, ۳۴
 مقسوم علیه های عدد ۵۱: ۱, ۳, ۱۷, ۵۱
 $\Rightarrow 17 = (34, 51)$: مقسوم علیه های مشترک ۳۴ و ۵۱

۱۱ مقسوم علیه های عدد ۴۴: ۱, ۲, ۴, ۱۱, ۲۲, ۴۴
 مقسوم علیه های عدد ۵۵: ۱, ۵, ۱۱, ۵۵
 $\Rightarrow 11 = (44, 55)$: مقسوم علیه های مشترک ۴۴ و ۵۵

۱۲ شمارنده های ۲۴: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۱۲, ۲۴
 شمارنده های ۳۸: ۱, ۲, ۱۹, ۳۸
 $\Rightarrow 2 = (24, 38)$: شمارنده های مشترک ۲۴, ۳۸

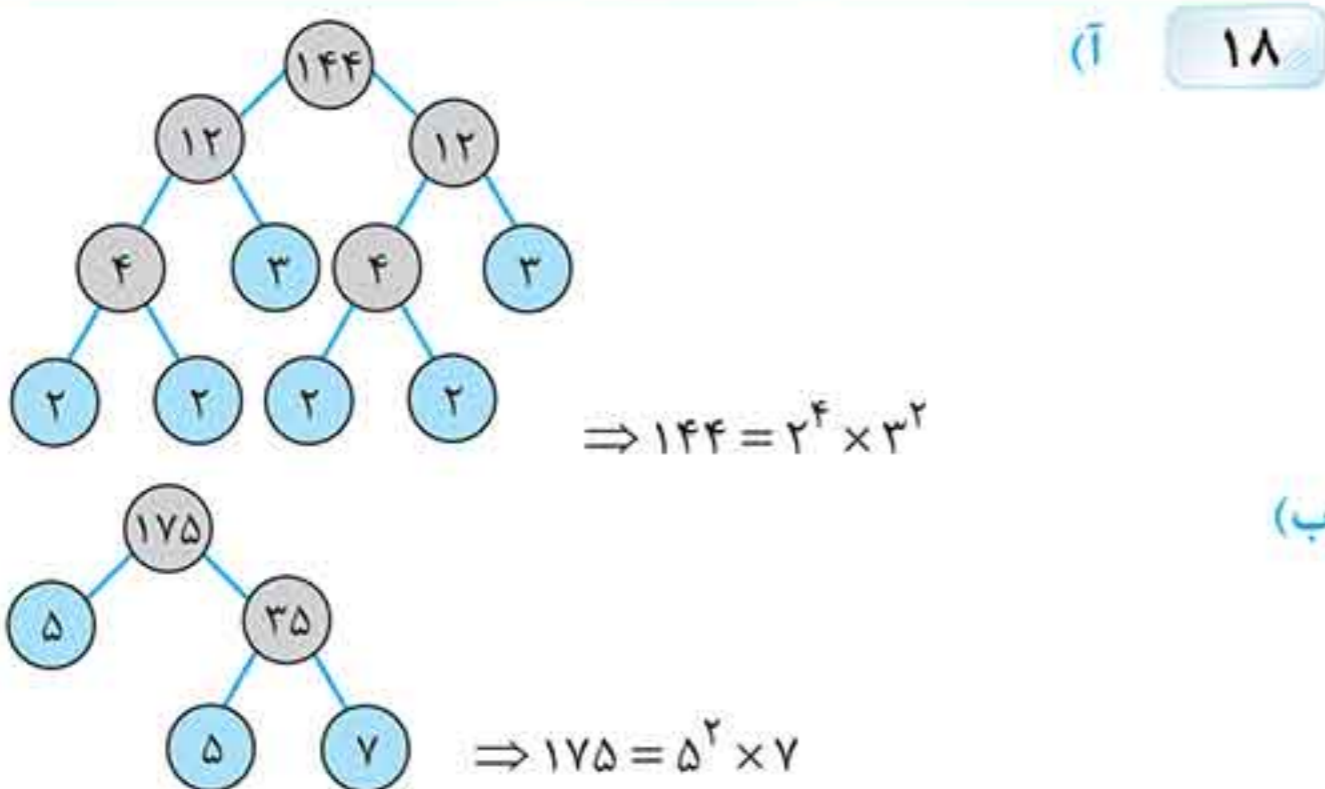
۱۳ شمارنده های عدد ۲۴: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۱۲, ۲۴
 شمارنده های عدد ۳۲: ۱, ۲, ۴, ۸, ۱۶, ۳۲
 شمارنده های عدد ۵۴: ۱, ۲, ۳, ۶, ۹, ۱۸, ۲۷, ۵۴
 $\Rightarrow 2 = \text{م.م.ب.}$: شمارنده های مشترک

۱۴ مضرب های عدد ۱۴: ۱۴, ۲۸, ۴۲, ۵۶, ۷۰, ۸۴, ...
 $\Rightarrow [14, 35] = 70$: مضرب های عدد ۳۵: ۳۵, ۷۰, ۱۰۵, ...

۱۵ مضرب های عدد ۸۰: ۸۰, ۱۶۰, ۲۴۰, ۳۲۰, ۴۰۰, ...
 $\Rightarrow [80, 120] = 240$: مضرب های عدد ۱۲۰: ۱۲۰, ۲۴۰, ۳۶۰, ...

۱۶ مضرب های عدد ۱۵: ۱۵, ۳۰, ۴۵, ۶۰, ۷۵, ۹۰, ۱۰۵, ...
 $\Rightarrow [15, 25] = 75$: مضرب های عدد ۲۵: ۲۵, ۵۰, ۷۵, ۱۰۰, ۱۲۵, ...

۱۷ مضارب ۲۴: ۲۴, ۴۸, ۷۲, ۹۶, ۱۲۰, ...
 مضارب ۳۲: ۳۲, ۶۴, ۹۶, ۱۲۸, ...
 مضارب ۱۲: ۱۲, ۲۴, ۳۶, ۴۸, ۶۰, ۷۲, ۸۴, ۹۶, ۱۰۸, ...
 $\Rightarrow [24, 32, 12] = 96$



۱ (آ) یک (ب) خود عدد (پ) کوچک تر (ت) مرکب

۲ (آ) درست (ب) نادرست. زیرا ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل ضرب آنها است. (پ) درست (ت) نادرست. چون عدد طبیعی ۱، فقط یک مقسوم علیه دارد. (ث) نادرست. عدد ۱ نه اول است و نه مرکب. (ج) نادرست. اعداد متوالی ۸, ۹ یا ۱۴, ۱۵ اول نیستند. (چ) درست (ح) نادرست. زیرا مجموع دو عدد اول ۵, ۲، عدد اول ۷ است.

۳ جمع دو عدد، برابر عددی فرد شده است. پس یکی از آنها زوج و دیگری فرد می باشد. این اعداد اول هستند. پس یکی برابر ۲ و دیگری ۶۱ هستند.

۴ ضرب دو عدد، برابر عددی زوج شده است. پس حداقل یکی از آنها زوج است. چون این اعداد اول هستند پس برابر با ۲ و ۶۷ می باشند.

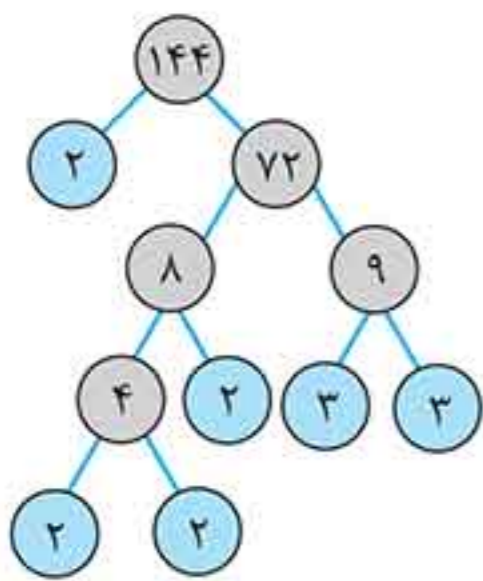
۵ تنها حالتی که ضرب دو عدد اول برابر ۱۴۳ شود 11×13 می باشد. پس اعداد مورد نظر ۱۱ و ۱۳ هستند.

۶ شمارنده های عدد ۴۹: ۱, ۷, ۴۹
 شمارنده های عدد ۵۶: ۱, ۲, ۴, ۷, ۸, ۱۴, ۲۸, ۵۶
 $\Rightarrow 1, 7$: شمارنده های مشترک دو عدد ۴۹ و ۵۶

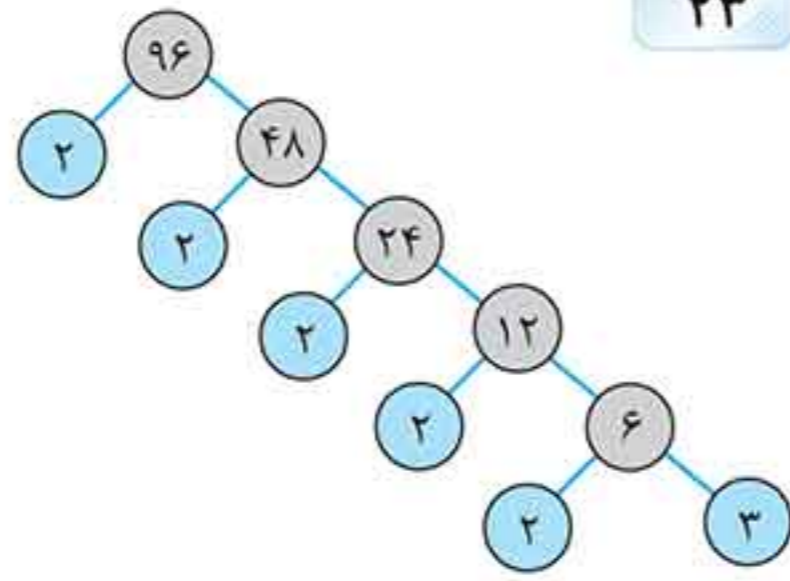
۷ شمارنده های عدد ۴۵: ۱, ۳, ۵, ۹, ۱۵, ۴۵
 شمارنده های عدد ۲۷: ۱, ۳, ۹, ۲۷
 $\Rightarrow 1, 3, 9$: شمارنده های مشترک دو عدد ۴۵ و ۲۷

۸ شمارنده های عدد ۳۶: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۹, ۱۲, ۱۸, ۳۶
 شمارنده های عدد ۳۲: ۱, ۲, ۴, ۸, ۱۶, ۳۲
 $\Rightarrow 1, 2, 4$: شمارنده های مشترک ۳۲, ۳۶

۹ شمارنده های عدد ۷۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۹, ۱۲, ۱۸, ۲۴, ۳۶, ۷۲
 شمارنده های عدد ۱۶: ۱, ۲, ۴, ۸, ۱۶
 شمارنده های عدد ۴۰: ۱, ۲, ۴, ۵, ۸, ۱۰, ۲۰, ۴۰
 $\Rightarrow 1, 2, 4, 8$: شمارنده های مشترک سه عدد



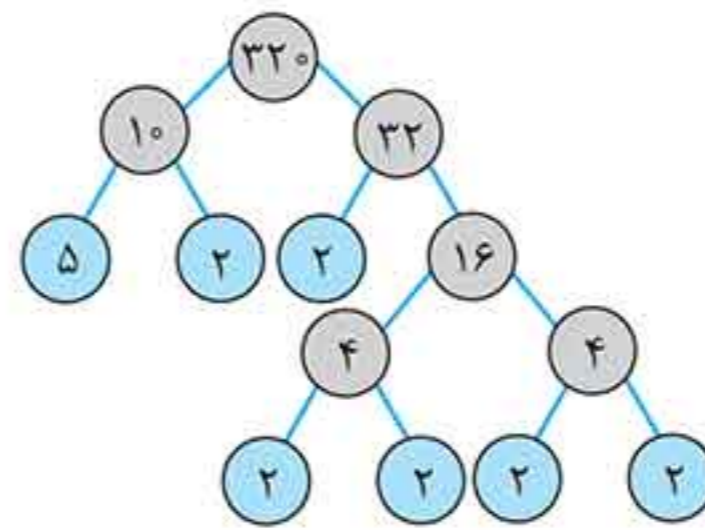
$$144 = 2^4 \times 3^2$$



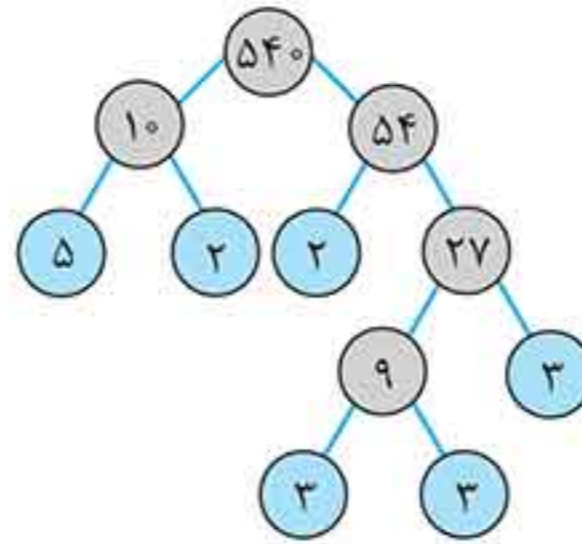
$$96 = 2^5 \times 3$$

$$(144, 96) = 2^4 \times 3 = 48 \Rightarrow ((144, 96), 24) = 24$$

۲۳



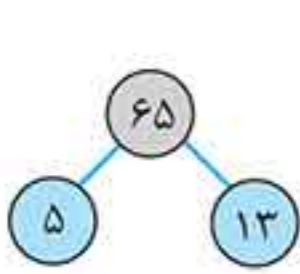
$$\Rightarrow 320 = 2^6 \times 5$$



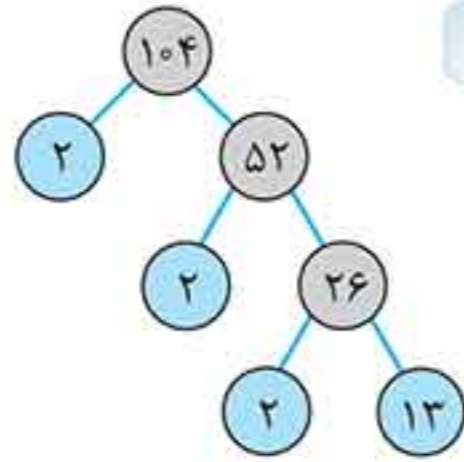
$$\Rightarrow 540 = 2^3 \times 3^3 \times 5$$

(پ)

(ت)



$$65 = 5 \times 13$$

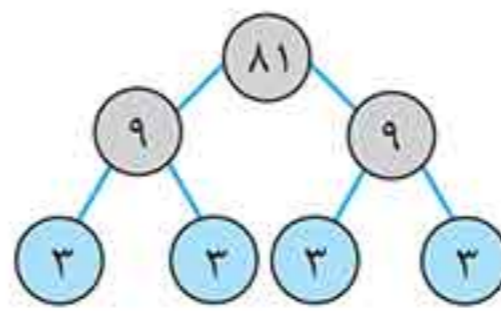


$$104 = 2^3 \times 13$$

$$\Rightarrow [65, 104] = 2^3 \times 5 \times 13 = 520 \Rightarrow [[65, 104], 26] = 520$$

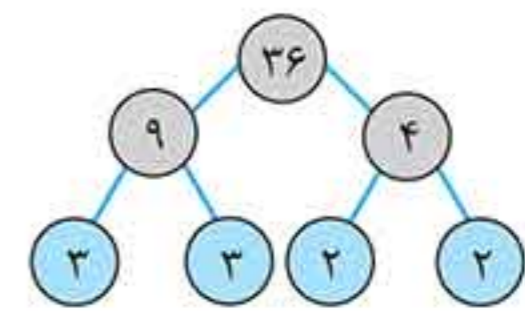
چون ۵۲۰ مضرب ۲۶ است، پس ک.م.م ۵۲۰ و ۲۶ برابر ۵۲۰ است.

۲۴



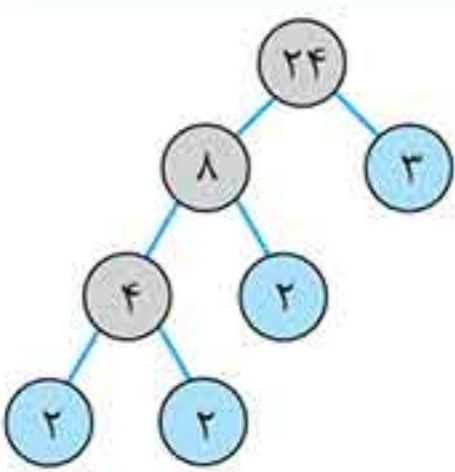
$$81 = 3^4$$

$$\Rightarrow (36, 81) = 3^2 = 9$$

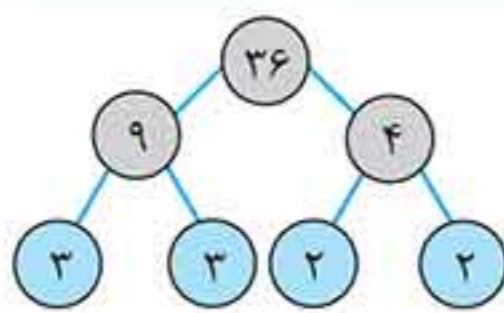


$$36 = 2^2 \times 3^2$$

۱۹

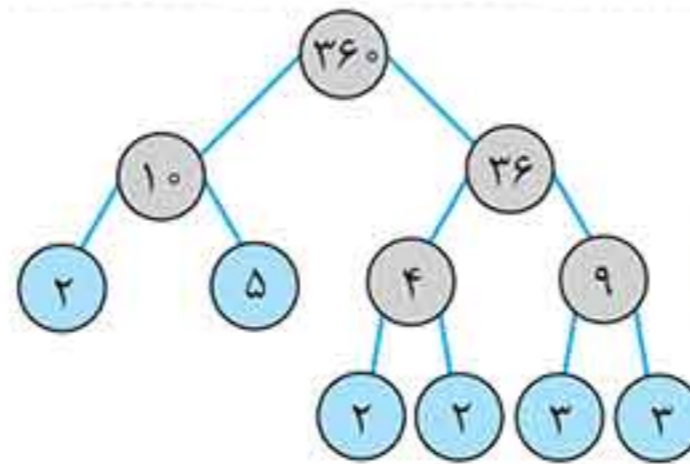


$$24 = 2^3 \times 3^1$$



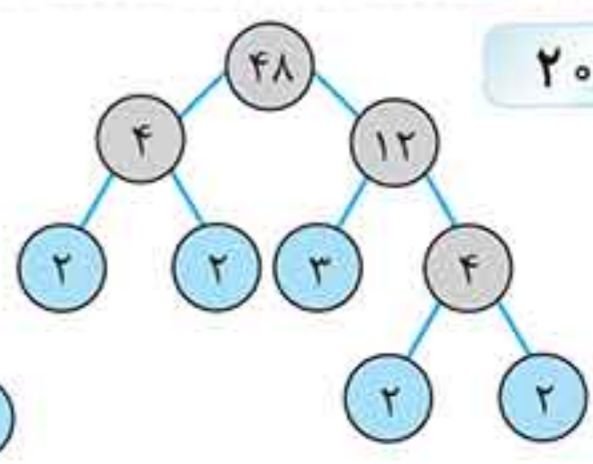
$$36 = 2^2 \times 3^2$$

۲۵



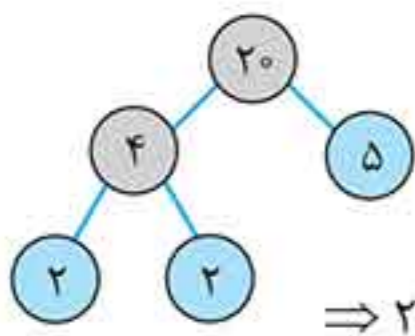
$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$(360, 48) = 2^3 \times 3^1 = 24$$



$$48 = 2^4 \times 3$$

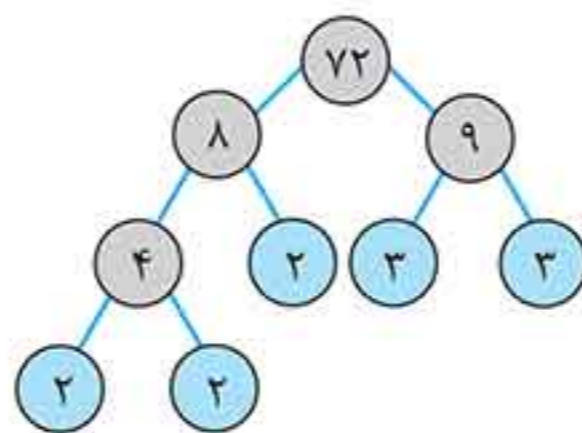
۲۰



$$\Rightarrow 20 = 2^2 \times 5$$

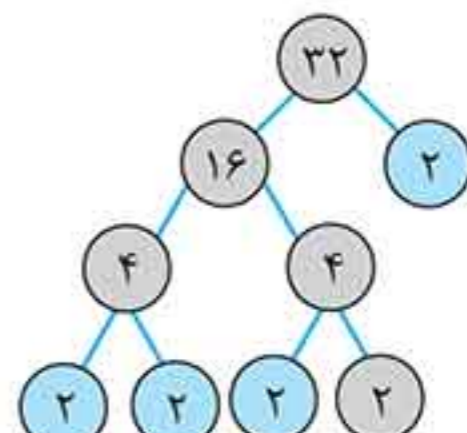
$$\Rightarrow (24, 36, 20) = 2^2 = 4$$

۲۶



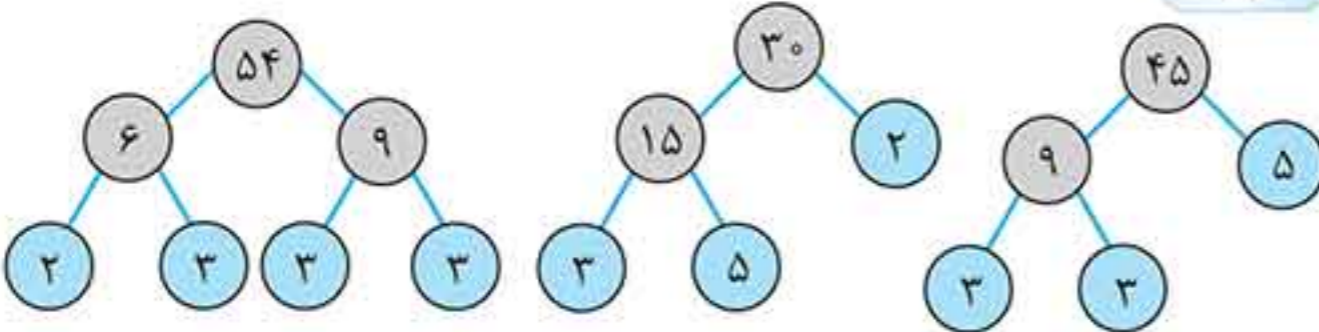
$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$$[72, 22] = 2^2 \times 3^1 = 12$$



$$22 = 2 \times 11$$

۲۱



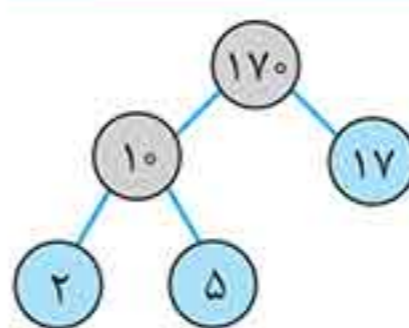
$$54 = 2 \times 3^3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 = 3^2 \times 5$$

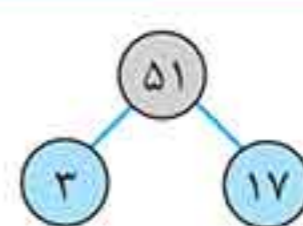
$$\Rightarrow [54, 30, 45] = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

۲۲



$$170 = 2 \times 5 \times 17$$

$$\Rightarrow [170, 51] = 2 \times 5 \times 3 \times 17 = 510$$



$$51 = 3 \times 17$$

۳۳ ۴۸، ۲۴، ۱۶، ۸، ۴، ۲، ۱: مقسوم‌علیه‌های عدد ۴۸

۷۲، ۳۶، ۲۴، ۱۸، ۹، ۶، ۳، ۲، ۱: مقسوم‌علیه‌های عدد ۷۲

۱۱۲، ۵۶، ۲۸، ۱۴، ۷، ۴، ۲، ۱: مقسوم‌علیه‌های عدد ۱۱۲

۸، ۴، ۲، ۱: مقسوم‌علیه‌های مشترک ۱۱۲، ۷۲، ۴۸

۸ لیتری: بزرگ‌ترین پیمانه مشترک بین سه ظرف

۳۴ علی در مضارب ۱۵ ثانیه و حسین در مضارب ۲۵ ثانیه به نقطه شروع می‌رسند، پس باید ک.م.م ۱۵ و ۲۵ را به دست آوریم:

۱۵ مضارب‌های عدد: $15, 30, 45, 60, 75, \dots$

۲۵ مضارب‌های عدد: $25, 50, 75, 100, \dots$

در ثانیه ۷۵ دوباره یکدیگر را می‌بینند. $\Rightarrow [25, 15] = 75$

علی ۵ دور دویده است. $\Rightarrow 75 \div 15 = 5$

حسین ۳ دور دویده است. $\Rightarrow 75 \div 25 = 3$

۳۵ (آ) $11^2 = 121$

(ب) ۳ تا، زیرا این اعداد عبارتند از: ۴۱، ۴۳، ۴۷

(پ) یک

(ت) جذر

۳۶ (آ) نادرست. زیرا ۸۰ عددی زوج بوده و در مضارب ۲ خط می‌خورد. اما $65 = 5 \times 13$ در مضارب ۵ خط می‌خورد. (ب) درست.

(پ) نادرست، زیرا آخرین عددی که خط می‌خورد از مضارب ۷ و عدد $91 = 7 \times 13$ می‌باشد.

(ت) نادرست. تا اعداد اول کم‌تر از جذر ۳۰۱ یعنی ۱۸ بررسی را انجام می‌دهیم.

۳۷ ابتدا عدد یک و مضارب ۲ را خط می‌زنیم. سپس مضارب ۳ و بعد از آن مضارب ۵ را خط می‌زنیم. دیگر لازم نیست مضارب ۷ خط بخورند. چون مجذور (مربع) عدد ۷ یعنی ۴۹ از ۳۰ بزرگ‌تر است.

۱٪	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰

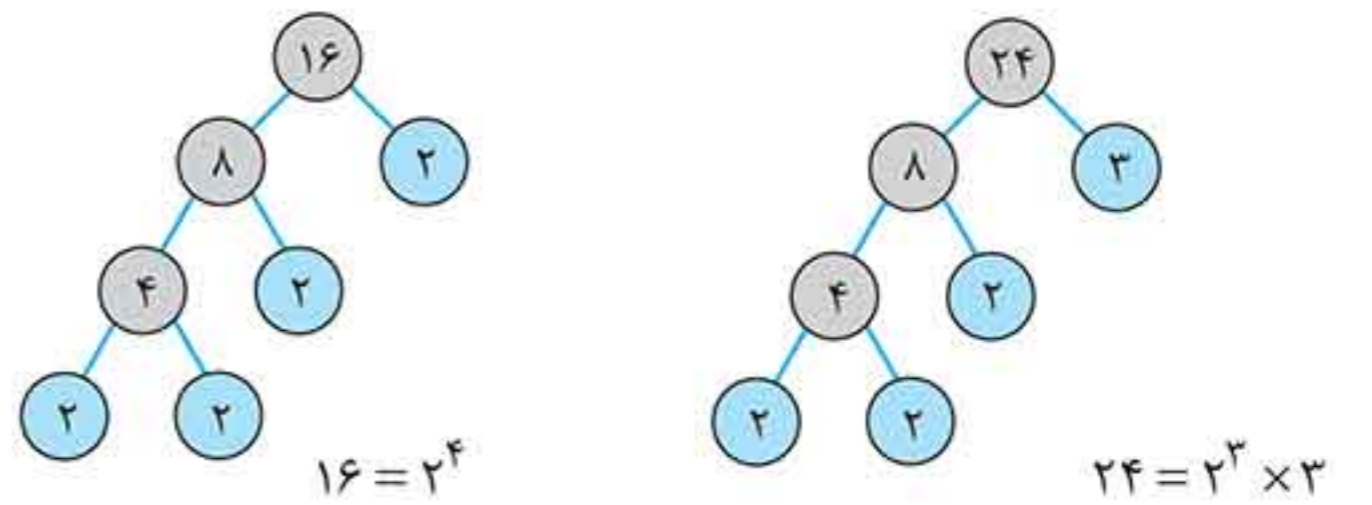
اعداد ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۱۹، ۲۳ و ۲۹ اعداد اول از ۱ تا ۳۰ هستند.

۳۸ ابتدا مضارب ۲ یعنی اعداد زوج را خط می‌زنیم. سپس مضارب ۳، ۵ و در آخر مضارب ۷ را خط می‌زنیم. توجه شود که مضارب ۷ قبلاً همگی خط خورده‌اند.

۵۱ ۵۲ ۵۳ ۵۴ ۵۵ ۵۶ ۵۷ ۵۸ ۵۹

اعداد ۵۳ و ۵۹ اول هستند.

۲۷ کافی است ک.م.م ۱۶ و ۲۴ را پیدا کرده، سپس ۲ تا از مضرب‌های ک.م.م آن‌ها را به دست آوریم.



$16 = 2^4$
 $24 = 2^3 \times 3$
 $\Rightarrow [24, 16] = 2^4 \times 3 = 48$
 سه عدد $48 \times 2 = 96$ ، $48 \times 3 = 144$ و 48 بر اعداد ۱۶ و ۲۴ بخش پذیرند.

۲۸ (آ) ۲۸

(ب) ۱
 (ت) $7 \times 8 = 56$
 (پ) ۴۵

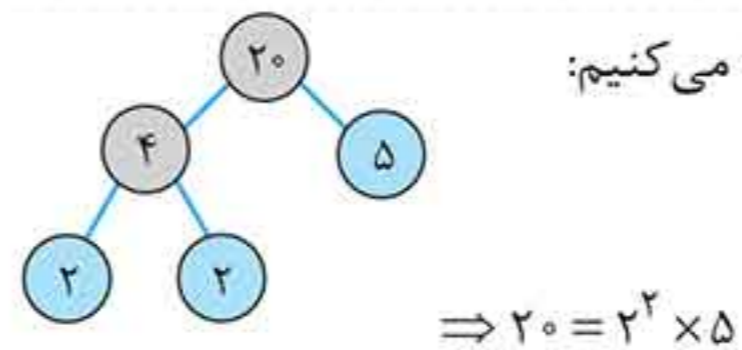
۲۹ حالت‌های مختلف ضرب توان‌های ۷ و ۵ را به دست می‌آوریم تا عددی بین ۲۰۰ و ۱۵۰ به دست آید.

$7^2 \times 5 = 245 \times$ ، $7 \times 5^2 = 175 \checkmark$

۳۰ حالت‌های مختلف ضرب توان‌های ۳ و ۱۱ را به دست می‌آوریم تا عددی بین ۲۵۰ و ۳۰۰ به دست آید.

$11^2 \times 3 = 363 \times$ ، $11 \times 3^2 = 297 \checkmark$

۳۱ (آ) ابتدا ۲۰ را تجزیه می‌کنیم:



هر عددی که تجزیه آن از اعداد ۲ و ۵ تشکیل نشده باشد، جواب مسأله است. مانند: $3^2 = 27$ ، $17 \times 11 = 187$

(ب) هر مضرب از ۳۲ را که در نظر بگیریم، ب.م.م آن با عدد ۳۲ برابر عدد ۳۲ می‌شود مانند ۶۴ یا ۹۶ یا ۱۲۸ یا ...

$(32, 64) = (32, 96) = (32, 128) = \dots = 32$

(پ) هر مقسوم‌علیه مخالف ۱ از عدد ۲۸ را که در نظر بگیریم، ک.م.م آن با عدد ۲۸ برابر ۲۸ می‌شود مانند ۴، ۱۴، ۷ و ...

$[2, 28] = [14, 28] = [4, 28] = [7, 28] = 28$

چون دو عدد مرکب خواسته شده، اعداد ۴ و ۱۴ مورد قبول هستند.

(ت) هر سه عددی که نسبت به هم اول باشند، ک.م.م آن‌ها برابر با حاصل ضرب آن‌ها می‌شود. مانند ۳، ۷ و ۱۲۱، ۹، ۵ یا ۱۳، ۹، ۵ ...

... یا $[5, 9, 13] = 585$ یا $[2, 9, 121] = 2178$ یا $[2, 3, 7] = 42$

۳۲ ضرب دو عدد = ک.م.م دو عدد / ب.م.م دو عدد

$\Rightarrow 72 = \frac{36 \times 2}{1} \Rightarrow \frac{72}{3} = 24$

ب) داریم $\sqrt{143} \approx 11$ ، پس بخش پذیری عدد ۱۴۳ را به اعداد اول کمتر یا مساوی ۱۱ بررسی می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} 143 \overline{) 2} \\ 143 \overline{) 3} \\ 143 \overline{) 5} \\ 143 \overline{) 7} \\ 143 \overline{) 11} \\ \hline 1 \quad 2 \quad 3 \quad 3 \quad 0 \end{array}$$

عدد ۱۴۳ بر ۱۱ بخش پذیر است پس ۱۴۳ اول نیست.

پ) داریم $\sqrt{193} \approx 14$ ، پس بخش پذیری عدد ۱۹۳ را بر اعداد اول کمتر از ۱۴ بررسی می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} 193 \overline{) 2} \\ 193 \overline{) 3} \\ 193 \overline{) 5} \\ \hline 1 \quad 1 \quad 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 193 \overline{) 7} \\ 193 \overline{) 11} \\ 193 \overline{) 13} \\ \hline 4 \quad 6 \quad 11 \end{array}$$

این عدد بر ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱ و ۱۳ بخش پذیر نیست پس ۱۹۳ اول است.
ت) داریم $\sqrt{247} \approx 15$ ، پس بخش پذیری ۲۴۷ را تا اعداد اول کمتر از ۱۵ بررسی می‌کنیم. ۲۴۷ بر ۲، ۳، ۵ و ۷ بخش پذیر نیست. هم‌چنین داریم:

$$\begin{array}{r} 247 \overline{) 7} \\ 247 \overline{) 11} \\ 247 \overline{) 13} \\ \hline 2 \quad 5 \quad 0 \end{array}$$

پس ۲۴۷ مرکب است. (زیرا $247 = 13 \times 19$)

ث) داریم $\sqrt{313} \approx 17$ و این عدد بر ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳ و ۱۷ بخش پذیر نیست، پس عددی اول است.

ج) داریم $\sqrt{347} \approx 18$ و این عدد بر ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳ و ۱۷ بخش پذیر نیست، پس عددی اول است.

چ) داریم $\sqrt{421} \approx 20$ و این عدد بر ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳ و ۱۷ بخش پذیر نیست، پس عدد اول است.

ح) داریم $\sqrt{847} \approx 29$ و این عدد بر ۱۱ بخش پذیر است، پس عدد اول نیست.

۳۹) باید مضارب ۲، ۳، ۵ و ۷ به ترتیب خط بخورند. چون $11^2 = 121$ از ۱۲۰ بزرگ‌تر است، لازم نیست مضارب ۱۱ بررسی شود.
۱۲۰ ۱۲۱ ۱۲۲ ۱۲۳ ۱۲۴ ۱۲۵ ۱۲۶ ۱۲۷ ۱۲۸ ۱۲۹
فقط عدد ۱۲۳ اول است.

۴۰) مربع این اعداد اولین بار خط می‌خورند یعنی:

$$7^2 = 49, 11^2 = 121, 13^2 = 169, 17^2 = 289$$

۴۱) باید مضارب اعداد اول را به ترتیب خط بزنییم تا به عدد اولی برسیم که مربع آن از ۴۰۰ بیش‌تر باشد.

$$17^2 = 289 < 400, 19^2 = 361 < 400, 23^2 = 529 > 400$$

بنابراین مضارب اعداد اول ۲ تا عدد ۱۹ باید خط بخورند.

۴۲) $289 = 17^2, 161 = 7 \times 23, 298 = 2 \times 149$

$$201 = 3 \times 67, 155 = 5 \times 31$$

با توجه به تجزیه‌های بالا، اعداد زیر به ترتیب از چپ به راست خط می‌خورند: ۲۹۸، ۲۰۱، ۱۵۵، ۱۶۱، ۲۸۹

۴۳) ابتدا نصف اعداد به غیر از ۲ به خاطر زوج بودن خط

می‌خورند. هم‌چنین عدد یک خط می‌خورد. یعنی $\frac{200}{2} = 100$ تا عدد

(اعداد زوج و عدد یک) خط می‌خورند. سپس مضارب ۳ شامل ۹، ۱۵، ۲۱ و ... خط می‌خورند. عدد ۵۱ جزو این دسته می‌باشد. برای این که بفهمیم ۵۱ چندمین عدد این دسته است به این صورت عمل می‌کنیم:

$$8 = 7 + 1 = \frac{51-9}{6} + 1 = 7 + 1 = 8$$

پس ۵۱ هشتمین عدد این دسته است. در کل ۵۱، صد و هشتمین عددی است که خط می‌خورد.

۴۴) آ) داریم: $\sqrt{83} \approx 9$ پس بخش پذیری عدد ۸۳ را به اعداد

اول کمتر از ۹ بررسی می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} 83 \overline{) 2} \\ 83 \overline{) 3} \\ 83 \overline{) 5} \\ 83 \overline{) 7} \\ \hline 1 \quad 2 \quad 3 \quad 6 \end{array}$$

این عدد بر ۲، ۳، ۵ و ۷ بخش پذیر نیست، پس عددی اول است.

تست‌های پایانی فصل ۲

درسنامه ۱

- ۱ تجزیه عدد ۵۲۰ کدام گزینه می‌باشد؟
 (۱) $2^3 \times 5^1 \times 13^1$ (۲) $2^4 \times 7^2 \times 13^2$ (۳) $2^4 \times 5^2 \times 13$ (۴) $2^3 \times 5 \times 13^2$
- ۲ در تجزیه عدد ۱۷۴، توان عدد ۳ کدام گزینه است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) ۳
- ۳ عدد ۱۷۶۴ چند شمارنده اول دارد؟
 (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۲
- ۴ تفاضل دو عدد اول ۸۱ است. حاصل ضرب آن دو عدد کدام گزینه است؟
 (۱) ۱۷۶ (۲) ۱۶۶ (۳) ۱۹۵ (۴) ۱۶۲
- ۵ خمس مجموع دو عدد اول ۱۱ است. اختلاف این دو عدد چند است؟
 (۱) ۵۱ (۲) ۹ (۳) ۵۵ (۴) ۵۳
- ۶ حاصل $(1200, 800), (120)$ کدام گزینه است؟
 (۱) ۸۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۴۰ (۴) ۲۰
- ۷ حاصل $[12, 16, 18]$ چه عددی است؟
 (۱) ۱۴۴ (۲) ۲۵۲ (۳) ۷۲ (۴) ۳۲۰
- ۸ ب.م.م دو عدد ۲۴ و ک.م.م آن‌ها ۳۶۰ است. اگر یکی از اعداد ۱۲۰ باشد، دیگری چند است؟
 (۱) ۱۴۴ (۲) ۳۶ (۳) ۱۸ (۴) ۷۲
- ۹ اگر ب.م.م دو عدد ۴ و ک.م.م آن دو عدد ۲۴ باشد، حاصل جمع آن دو عدد کدام می‌تواند باشد؟
 (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۲۰ (۴) ۲۴
- ۱۰ اگر $A = 35^2 \times 14$ و $B = 12^3 \times 16$ باشد، $[A, B]$ کدام است؟
 (۱) ۳۵ (۲) $2^{10} \times 3^3 \times 5^2 \times 7^2$ (۳) $2^7 \times 5^3 \times 7^2$ (۴) 1800^2
- ۱۱ ب.م.م دو عدد $8 \times a$ و $10 \times a$ عدد ۴ است. ک.م.م این دو عدد کدام است؟ (a عدد اول است).
 (۱) ۷۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۴۰ (۴) ۸۰

درسنامه ۲

- ۱۲ در بین اعداد ۱۱۳، ۱۳۹، ۲۶۷، ۸۲، ۷۸ چند عدد اول وجود دارد؟
 (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲
- ۱۳ کدام گزینه عددی اول است؟
 (۱) ۹۷۱۷۳ (۲) ۴۹۷ (۳) $271^3 + 189^4$ (۴) هیچ کدام
- ۱۴ چند عدد اول کوچک‌تر از ۱۰۰۰ داریم که مجموع ارقامشان ۲ باشد؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۱۵ در روش غربال برای یافتن اعداد اول ۱ تا ۱۰۰، کدام یک از اعداد زیر، دیرتر خط می‌خورد؟
 (۱) ۴۶ (۲) ۹۹ (۳) ۷۵ (۴) ۵۵

- ۱۶ در روش غربال برای یافتن اعداد اول ۱ تا ۱۰۰، آخرین عددی که خط می خورد، چند است؟
 ۹۹ (۱) ۸۵ (۲) ۹۱ (۳) ۴۹ (۴)
- ۱۷ در روش غربال برای یافتن اعداد اول ۱ تا ۱۰۰، کدام یک از اعداد زیر زودتر خط می خورد؟
 ۹۹ (۱) ۹۱ (۲) ۷۷ (۳) ۲۵ (۴)
- ۱۸ در روش غربال برای یافتن اعداد اول ۱ تا ۱۰۰، عدد ۶۰ چندمین عددی است که خط می خورد؟
 ۵۰ (۱) ۲۵ (۲) ۳۰ (۳) ۲۹ (۴)
- ۱۹ در غربال ۱ تا ۲۰۰۰ آخرین عددی که مضارب آن خط می خورند، چند است؟
 ۴۱ (۱) ۳۱ (۲) ۴۷ (۳) ۴۳ (۴)
- ۲۰ در روش غربال برای یافتن اعداد اول ۱ تا ۱۰۰، ۶۵ چندمین عددی است که خط می خورد؟
 ۷۱ (۱) ۶۹ (۲) ۷۰ (۳) ۷۲ (۴)

پایخ تتهای پایانی فصل ۲

۶ ۴ ۳ ۲ ۱

ابتدا اعداد را تجزیه می کنیم.

$\Rightarrow 1200 = 2^4 \times 3^1 \times 5^2$

$\Rightarrow 800 = 2^5 \times 5^2$

$\Rightarrow 120 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1$

$(1200, 800) = 2^4 \times 5^2 \Rightarrow (2^4 \times 5^2, 120)$
 $= (2^4 \times 5^2, 2^3 \times 3 \times 5^1) = 2^3 \times 5 = 8 \times 5 = 40$

۱ ۴ ۳ ۲ ۱

$\Rightarrow 520 = 2^3 \times 5 \times 13$

۲ ۴ ۳ ۲ ۱

عدد ۱۷۴ را تجزیه می کنیم.

$\Rightarrow 174 = 2^1 \times 3^1 \times 29^1$

۳ ۴ ۳ ۲ ۱

عدد را تجزیه می کنیم. شماره‌های اول این عدد ۲، ۳ و ۷ هستند.

۴ ۴ ۳ ۲ ۱

چون تفاضل ۲ عدد اول، عددی فرد شده است، پس یکی از آن‌ها زوج و دیگری فرد است و چون دو عدد اول هستند، یکی از آن اعداد ۲ و دیگری ۸۳ است. بنابراین حاصل ضرب آن‌ها برابر $2 \times 83 = 166$ می باشد.

۵ ۴ ۳ ۲ ۱

چون مجموع دو عدد اول، عددی فرد شده است، حتماً یکی از آن‌ها زوج و عدد ۲ می باشد.
 اختلاف دو عدد ۲، ۵۳: $53 - 2 = 51$
 مجموع دو عدد $11 \times 5 = 55$

۱۲ (۴ ۳ ۲ ۱)

۷۸ و ۸۲ زوج و مرکب هستند. ۲۶۷ بر ۳ بخش پذیر است. فقط ۱۱۳ و ۱۳۹ اول هستند.

۱۳ (۴ ۳ ۲ ۱)

گزینه (۱) بر ۳ و گزینه (۲) بر ۷ بخش پذیرند. هم چنین گزینه (۳) دو عدد فرد با هم جمع شده اند که حاصل جمع دو عدد فرد، عددی زوج است که مرکب می باشد.

۱۴ (۴ ۳ ۲ ۱)

سه عدد داریم که عبارتند از: ۲, ۱۱, ۱۰۱

۱۵ (۴ ۳ ۲ ۱)

$۴۶ = ۲ \times ۲۳$, $۹۹ = ۳^۲ \times ۱۱$

$۷۵ = ۳ \times ۵^۲$, $۵۵ = ۵ \times ۱۱$

پس اعداد زیر به ترتیب از چپ به راست خط می خورند:

۴۶, ۷۵, ۹۹, ۵۵

۱۶ (۴ ۳ ۲ ۱)

آخرین عدد اول که باید مضارب آن خط بخورد ۷ می باشد، که عدد $۹۱ = ۷ \times ۱۳$ جزء مضارب ۷ و آخرین عددی است که خط می خورد.

۱۷ (۴ ۳ ۲ ۱)

$۹۹ = ۳^۲ \times ۱۱$, $۹۱ = ۷ \times ۱۳$, $۷۷ = ۷ \times ۱۱$, $۲۵ = ۵ \times ۵$

۱۸ (۴ ۳ ۲ ۱)

۶۰ جزء مضارب ۲ است که خط می خورد. عدد ۶۰ سی آمین مضرب ۲ است. چون خود ۲ خط نمی خورد و به جای آن عدد یک خط می خورد، پس ۶۰ همان سی آمین عددی است که خط می خورد.

۱۹ (۴ ۳ ۲ ۱)

$۴۱^۲ = ۱۶۸۱ < ۲۰۰۰$, $۴۳^۲ = ۱۸۴۹ < ۲۰۰۰$

$۴۷^۲ = ۲۲۰۹ > ۲۰۰۰$

پس مضارب ۴۳ آخرین مضاربی هستند که خط می خورند.

۲۰ (۴ ۳ ۲ ۱)

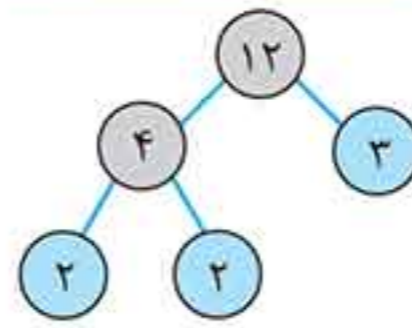
ابتدا عدد یک و اعداد زوج خط می خورند که تعداد آنها ۵۰ تا است. سپس مضارب ۳ یعنی اعداد ۹, ۱۵, ..., ۹۹ خط می خورند که تعداد

آنها برابر است با: $\frac{۹۹-۹}{۶} + ۱ = ۱۶$

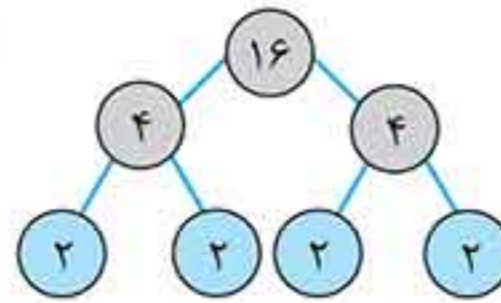
پس از آن مضارب ۵ یعنی به ترتیب ۵, ۲۵, ۳۵, ۵۵ و ۶۵ خط می خورند. پس عدد ۶۵، هفتادمین ($۵۰ + ۱۶ + ۴ = ۷۰$) عددی است که خط می خورد.

۷ (۴ ۳ ۲ ۱)

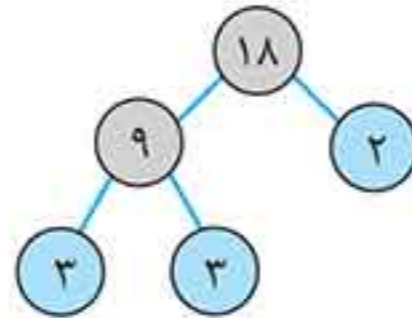
ابتدا اعداد را تجزیه می کنیم.



$\Rightarrow ۱۲ = ۲^۲ \times ۳$



$\Rightarrow ۱۶ = ۲^۴$



$\Rightarrow ۱۸ = ۲ \times ۳^۲$

$\Rightarrow [۲^۲ \times ۳, ۲^۴, ۲ \times ۳^۲] = ۲^۴ \times ۳^۲ = ۱۶ \times ۹ = ۱۴۴$

۸ (۴ ۳ ۲ ۱)

بین ب.م.م و ک.م.م و ضرب دو عدد رابطه زیر وجود دارد:

$(a, b) \times [a, b] = a \times b$

پس داریم: $۲۴ \times ۲۶۰ = ۱۲۰ \times \square \Rightarrow \square = \frac{۲۴ \times ۲۶۰}{۱۲۰} = ۷۲$

۹ (۴ ۳ ۲ ۱)

دو عدد مورد نظر باید مضرب ۴ و کوچک تر یا مساوی از ۲۴ باشند که عبارتند از: ۴, ۸, ۱۲, ۱۶, ۲۰, ۲۴

با بررسی این اعداد ۴ و ۸ یا ۱۲ هستند که ک.م.م آنها برابر ۲۴ است. پس داریم:

که فقط عدد ۲۰ در گزینه ها وجود دارد.

۱۰ (۴ ۳ ۲ ۱)

$A = ۲۵^۲ \times ۱۴ = (۵ \times ۷)^۲ \times (۲ \times ۷) = ۵^۲ \times ۷^۲ \times ۲ \times ۷$
 $= ۲ \times ۵^۲ \times ۷^۳$

$B = ۱۲^۳ \times ۱۶ = (۲^۲ \times ۳)^۳ \times ۲^۴ = ۲^۶ \times ۳^۳ \times ۲^۴ = ۲^{۱۰} \times ۳^۳$
 $\Rightarrow [A, B] = ۲^{۱۰} \times ۳^۳ \times ۵^۲ \times ۷^۳$

۱۱ (۴ ۳ ۲ ۱)

$(۸a, ۱۰a) = (۲^۳ \times a, ۲ \times ۵ \times a)$

پایه های مشترک با کم ترین توان $۲ \times a = ۴ \Rightarrow a = ۲$

اعداد مورد نظر: $۱۰ \times ۲ = ۲۰$, $۸ \times ۲ = ۱۶$

$\Rightarrow [۲۰, ۱۶] = [۲^۲ \times ۵, ۲^۴] = ۲^۴ \times ۵ = ۸۰$