

درس ۲۵

راهبردهای حذف حالت‌های نامطلوب و الگویابی

راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

هر گاه در مسئله‌ای تعداد داده‌ها و حالت‌های نامطلوب زیاد باشند، ابتدا با راهبرد الگوسازی تمام حالت‌های ممکن را پیدا می‌کنیم. سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف می‌کنیم.

فرض کنید دوست شما نام یکی از شهرهای ایران (تعداد شهرهای ایران ≈ 1200) را در نظر گرفته است. شما باید با طرح چند سؤال، شهر مورد نظر را پیدا کنید. او فقط می‌تواند به سؤال‌های شما بله و خیر بگوید.

برای پیدا کردن شهر مورد نظر باید از راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب استفاده کرد. می‌توان با انتخاب سؤال‌های مناسب، گزینه‌های نامطلوب زیادی را حذف کرد.

سؤالاتی از قبیل: ۱) آیا در استان ... قرار دارد؟ ۲) آیا حرف اول شهر ... است؟

پیغام: به چند حالت می‌توان سه رقم متمایز از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ را انتخاب کرد به طوری که مجموع آن‌ها بر ۳ بخش‌پذیر باشد؟

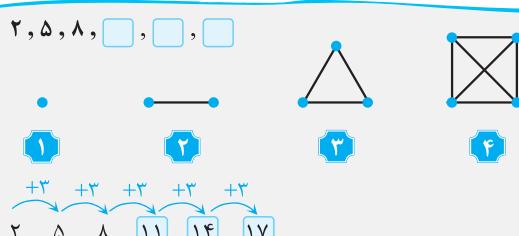
رقم‌های متمایز	مجموع رقم‌ها
۱، ۲، ۳	۶✓
۱، ۲، ۴	۷✗
۱، ۲، ۵	۸✗
۱، ۳، ۴	۸✗
۱، ۳، ۵	۹✓
۱، ۴، ۵	۱۰✗
۲، ۳، ۴	۹✓
۲، ۳، ۵	۱۰✗
۲، ۴، ۵	۱۱✗
۳، ۴، ۵	۱۲✓

پیغام: جدولی با دو ستون در نظر می‌گیریم. در ستون اول، تمام حالت‌های انتخاب ۳ رقم متمایز و در ستون دوم، مجموع رقم‌ها را می‌نویسیم. هر حالتی که مجموع رقم‌ها بر ۳ بخش‌پذیر باشد، جواب است.

در ریاضی با دو نوع الگوی عددی یا هندسی روبه‌رو می‌شویم. کشف الگو، رابطه و نظم موجود در بین دنباله‌های عددی یا هندسی کمک می‌کند تا بتوانید خواسته مسئله را به دست آورید. این راهبرد در مسئله‌هایی کاربرد دارد که بین شکل‌ها یا عددها، الگو و رابطه خاصی وجود داشته باشد.

تفاوت راهبردهای الگوسازی و الگویابی

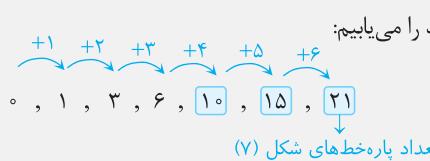
هدف از الگوسازی، نظم دادن به داده‌های مسئله است، در صورتی که در الگویابی، هدف پیدا کردن رابطه بین شکل‌ها یا عددها است.



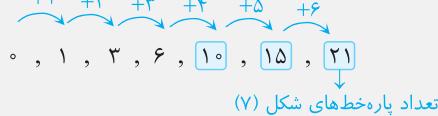
پیغام: آ) سه عدد بعدی الگو را پیدا کنید.

پیغام: ب) شکل هفتم از چند پاره خط تشکیل شده است؟

پیغام: آ) عددها سه تا سه تا اضافه می‌شوند، بنابراین:



ب) ابتدا تعداد پاره خط‌های شکل‌های ۱ تا ۴ را پشت سر هم می‌نویسیم و بعد الگوی موجود را می‌یابیم:



تعداد پاره خط‌های شکل (۷)

خودت حل کن...



مجموع سن سه نفر ۱۲ سال و حاصل ضرب سن آنها ۶۰ سال است. سن سه نفر را مشخص کنید.

۱۳

اعدادی بین ۷۰ و ۸۰ که مجموع ارقام آنها بر ۸ بخش پذیر است را مشخص کنید.

۱۴

در یک مسابقه، برد ۵، مساوی ۳ و باخت یک امتیاز دارد. اگر تیمی ۶ بازی انجام داده باشد و دست کم یک برد، یک مساوی و یک باخت داشته باشد و امتیاز تیم ۱۶ باشد، تعداد برد، مساوی و باخت های تیم را مشخص کنید.

۱۵

برای نوشتن اعداد از ۱ تا ۹۹ چند بار رقم ۳ تکرار می شود؟

۱۶

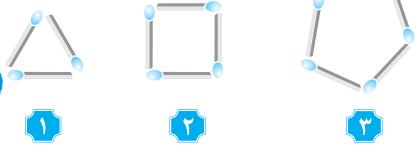
علی، داود، محمد و ماهان عضو یک تیم والیبال هستند. محمد از دو نفر بلندتر است، داود از همه بلندتر است و ماهان کوتاه ترین فرد نمی باشد. افراد را به ترتیب قد مرتب کنید.

۱۷

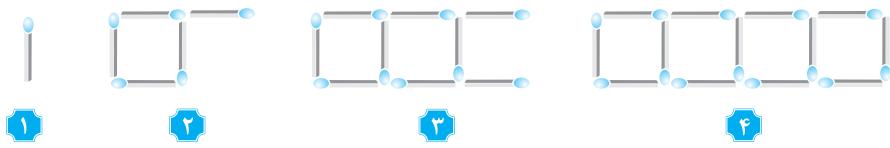


شکل هفتم با چند چوب کبریت ساخته می شود؟ چرا؟

(آ)



۱۸



(ب)

سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید. رابطه بین عددها را توضیح دهید.

(آ) ۲, ۶, ۱۰, , ,

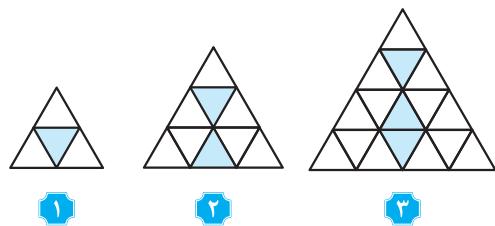
(ب) ۳, ۹, ۲۷, , ,

(پ) ۱, ۴, ۹, , ,

۱۹

اگر شکل ها به همین ترتیب ادامه پیدا کند، چه کسری از شکل شماره (۵) رنگی است؟

۲۰



$$1 \times 8 + 1 = 9, \quad 12 \times 8 + 2 = 98, \quad 123 \times 8 + 3 = 987$$

(۱)

(۲)

(۳)

با توجه به الگوی مقابل، سه عدد بعدی را بنویسید.

۲۱

درس نامه ۱۳



راهبردهای خدمت و آزمایش و زیرمسئله

راهبرد خدمت و آزمایش

ممکن است حل یک مسئله، روش و راه حل^۱ مستقیمی نداشته باشد یا راه رسیدن به جواب آن طولانی و دشوار باشد. شما می‌توانید با یک روش منطقی و منظم پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنید، سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، خدمت خود را بررسی کنید و با توجه به نتیجه به دست آمده خدمت بعدی را بزنید تا کم کم به پاسخ مسئله نزدیک شوید. برای نشان دادن خدمت‌ها و آزمایش‌های خود راه حل مناسبی پیدا کنید.

۵ یک تاس را ۲۰ بار پرتاب کردہ‌ایم. اگر اعداد رو شده ۲ یا ۳ و مجموع آن‌ها ۴۵ باشد، از هر عدد چند بار رو شده است؟

پاسخ: برای خدمت اولیه، تعداد دفعاتی که ۲ و ۳ ظاهر می‌شوند را یکسان و برابر ۱۰ می‌گیریم. با توجه به این‌که در این حالت مجموع از ۴۵ بیشتر می‌شود، پس باید حالت‌هایی را در نظر بگیریم که تعداد ۳‌ها کم شود:

بررسی و آزمایش	تعداد ۳	تعداد ۲
$10 \times 2 + 10 \times 3 = 50 \times$	۱۰	۱۰
$11 \times 2 + 9 \times 3 = 49 \times$	۱۱	۹
$12 \times 2 + 8 \times 3 = 48 \times$	۱۲	۸
$13 \times 2 + 7 \times 3 = 47 \times$	۱۳	۷
$14 \times 2 + 6 \times 3 = 46 \times$	۱۴	۶
$15 \times 2 + 5 \times 3 = 45 \checkmark$	۱۵	۵

با توجه به جدول، ۱۵ بار عدد ۲ و ۵ بار عدد ۳ ظاهر شده است.

راهبرد زیرمسئله

برای حل مسئله‌های چندمرحله‌ای و پیچیده از راهبرد زیرمسئله استفاده می‌کنیم. در این راهبرد ابتدا مسئله را به چند مسئله ساده تبدیل می‌کنیم. فهرستی از این زیرمسئله‌ها را درست می‌کنیم، سپس به ترتیب به آن‌ها پاسخ می‌دهیم. اگر ترتیب زیرمسئله‌ها را درست تشخیص داده باشیم، حل هر زیرمسئله به حل^۲ مسئله بعدی کمک می‌کند تا در نهایت به خواسته اصلی مسئله برسیم.

۶ پس انداز هفتگی محمد ۴۰۰۰ تومان است. او حساب کرد ۵ هفته پس‌انداز او، ثلث قیمت کفشه است که دوست دارد بخرد. قیمت

کفشه‌قدر است؟

پاسخ: ابتدا پس‌انداز ۵ هفته محمد را به دست می‌آوریم:

$$(تومان) ۵ \times 4000 = 20000$$

با توجه به فرض، این مقدار ثلث قیمت کفشه است، بنابراین:

$$(تومان) 3 \times 20000 = 60000 = \text{قیمت کفشه}$$

خودت حل کن...

۳۰ دستگاه موتور و اتومبیل در یک پارکینگ وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ‌های آن‌ها ۹۴ عدد باشد، چند موتور و چند اتومبیل در پارکینگ وجود دارد؟

هنگام تولد علی، پدرش ۲۸ سال سن داشت. اکنون مجموع سن آن‌ها ۵۰ سال است. علی چند سال دارد؟

دو زاویه متمم‌اند. یکی از این زاویه‌ها ۴ برابر دیگری است. اندازه هر زاویه را به دست آورید.

$5 \times \square + 11 = 41$ به جای \square چه عددی می‌توان قرار داد؟



میوه‌فروشی، ۴۰ کیلوگرم سیب به قیمت هر کیلوگرم ۲۰۰۰ تومان، ۸۰ کیلوگرم پرتقال به قیمت ۲۰۰۰ تومان و ۳۰ کیلوگرم انار به قیمت ۴۰۰۰ تومان خرید. او هر کیلوگرم سیب را به قیمت ۲۵۰۰ تومان، هر کیلوگرم پرتقال را به قیمت ۲۵۰۰ تومان و هر کیلوگرم انار را به قیمت ۵۰۰۰ تومان فروخت. این میوه‌فروش، از این کار خود چقدر سود برده است؟

طول، عرض و عمق یک استخر به ترتیب ۲۰، ۱۲ و ۳ متر است. می‌خواهند کف و دیواره‌های این استخر را کاشی کنند. اگر قیمت هر مترمربع کاشی ۲۵۰۰ تومان باشد، برای کاشی کاری استخر چند تومان بول برای خرید کاشی لازم است؟

۱۵



علی $\frac{1}{3}$ بول خود را کتاب و $\frac{1}{5}$ بول خود را دفتر خریده است و ۳۵۰۰۰ تومان برای او باقی مانده است. بول علی چه قدر بوده است؟



کشاورزی ۴۵ درصد زمین خود را گندم، $37/5$ درصد آن را جو و بقیه را ذرت بذرپاشی کرده است. اگر مساحت زمین او ۱۵ هکتار باشد، مساحت زیر کشت ذرت چه قدر است؟

درسنامه ۱۲



راهبردهای حل مسئله‌های ساده‌تر و روش‌های نمادین

راهبرد حل مسئله ساده‌تر

برای حل بعضی از مسئله‌ها، ابتدا مسئله‌ای ساده‌تر را که با مسئله اصلی در ارتباط است، حل می‌کنیم. سپس با استفاده از نتیجه و پاسخ مسئله ساده شده، جواب مسئله اصلی را به دست می‌آوریم. برای ساده کردن مسئله، می‌توان از عده‌های تقریبی یا عدددهای کوچک‌تر استفاده کرد. برای نتیجه‌گیری و پیدا کردن پاسخ مسئله، از راهبرد الگویابی استفاده می‌کنیم و الگوی کشف شده در مسئله ساده را به مسئله اصلی مرتبط می‌کنیم.

۷ قطر سیاره مشتری، ۱۳۹۸۲۲ کیلومتر و قطر سیاره تیر، ۴۸۷۹ کیلومتر است. قطر سیاره مشتری تقریباً چند برابر قطر سیاره تیر است؟

پیغام: با توجه به کلمه تقریباً در صورت مسئله می‌توان تقریبی از قطرهای دو سیاره را با روش گرد کردن به دست آورد و سپس این دو عدد را با هم مقایسه کرد:

$$\frac{\text{قطر سیاره مشتری}}{139822} \approx \frac{140000}{140000}, \quad \frac{\text{قطر سیاره تیر}}{4879} \approx \frac{5000}{5000} = 28$$

۸ حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

پیغام: ابتدا حاصل عبارتهایی با مجموع کمتر (حل مسئله ساده‌تر) را به دست می‌آوریم و با پیدا کردن یک الگو، حاصل عبارت

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{1024} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{1024}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{8}{16} + \frac{4}{16} + \frac{2}{16} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

در حاصل عبارت‌ها، مخرج کسر، بزرگ‌ترین عدد در بین مخرج‌های داده شده است و صورت کسر یک واحد کمتر از مخرج کسر است.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{1024} = \frac{1023}{1024}$$

بنابراین:

راهبرد روش‌های نمادین

بسیاری از مسئله‌ها را می‌توانیم به کمک نمادهای جبری به یک معادله تبدیل کنیم. در بعضی از مسئله‌ها هم می‌توانیم از مدل‌سازی هندسی استفاده کنیم. تبدیل مسئله به یک شکل هندسی و حل هندسی آن نیز نوعی روش نمادین یا مدل‌سازی به شمار می‌رود.

۹ علی کتاب داستانی را در ۸ ساعت مطالعه کرد و ۷ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب 10^3 صفحه داشته باشد، علی به طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

پیغام: فرض کنیم تعداد صفحاتی که علی به طور متوسط در هر ساعت می‌خواند \square باشد، طبق سؤال داریم:

$$8 \times \underbrace{\square}_{\substack{\text{تعداد صفحات مطالعه} \\ \text{شده توسط علی}}} + 7 = 10^3$$

با استفاده از راهبرد حدس و آزمایش، عددی که درون مربع قرار می‌گیرد برابر ۱۲ است.

خودت حل کن...

۳۰ مساحت تقریبی مربع به ضلع 10m چهقدر است؟

۳۱ مجموع زاویه‌های داخلی یک 15 ضلعی را به دست آورید.

۳۲ اگر 10 نقطه را که هیچ سه تای آن‌ها روی یک خط نیستند، دو به دو وصل کنیم، چند پاره خط به وجود می‌آید؟

۳۳ عددی را 3 برابر و 5 واحد از آن کم کرده‌ایم، حاصل برابر 19 شده است. اگر یک واحد به دو برابر آن عدد اضافه کنیم، حاصل کدام است؟

۳۴ اگر به 5 برابر عددی 4 واحد اضافه کنیم، هفت برابر همان عدد به دست می‌آید. آن عدد را پیدا کنید.

۳۵ یک نخ را به شکل یک مربع به ضلع 8 متر درآورده‌ایم. اگر این نخ را به صورت یک مستطیل در بیاوریم، آن‌گاه طول مستطیل 12 متر می‌شود. عرض مستطیل را به دست آورید.



۳۶ مغازه‌داری 10 جفت کفش مردانه که قیمت هر جفت آن 40000 تومان و 15 جفت کفش زنانه که قیمت هر جفت آن 50000 تومان است، خریداری کرده است. او هر جفت کفش مردانه را 50000 تومان می‌فروشد. اگر وی بخواهد 325000 تومان سود کند، هر جفت کفش زنانه را به چه قیمتی باید بفروشد؟

۳۷ اگر به دو برابر یک زاویه، 20° اضافه کنیم، سه برابر همان زاویه به دست می‌آید. اندازه آن زاویه را به دست آورید.

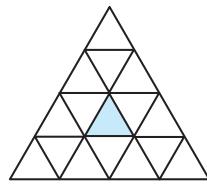


پاسخ پرسش‌های فصل ۱

با توجه به شکل، ۳ قسمت از 10° قسمت باقی می‌ماند که مربوط به دانش‌آموزانی است که در حال مطالعه هستند، پس:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 12 \\ \hline 10 & ? \\ \hline \end{array} \Rightarrow ? = \frac{10 \times 12}{3} = 40$$

بنابراین تعداد دانش‌آموزان کلاس 40 نفر است.



۵ هر یک از سه مثلث کناری را به چهار مثلث برابر تقسیم می‌کنیم. شکل به صورت مقابل درمی‌آید:

با توجه به شکل، $\frac{1}{16}$ آن رنگی شده است.

۶ در جدول زیر ابتدا تمام حالت‌هایی که حاصل ضرب دو عدد طبیعی 12 می‌باشند را مشخص می‌کنیم و در هر حالت حاصل جمع آن‌ها را به دست می‌آوریم:

یکی از دو عدد	عدد دیگر	حاصل جمع
۱	۱۲	۱۳
۲	۶	۸
۳	۴	۷

با توجه به جدول، اگر دو عدد 3 و 4 باشند، آن‌گاه حاصل جمع آن‌ها کمترین مقدار می‌باشد.

۷ در جدول زیر، ابتدا دو عدد طبیعی که حاصل جمع آن‌ها برابر 10° است را مشخص می‌کنیم و در هر حالت حاصل ضرب آن‌ها را در ردیف جدول مربوطه قرار می‌دهیم. با توجه به این‌که کوچک‌ترین عدد طبیعی برابر یک است، در ستون مربوط به عدد اول، اعداد 1 تا 5 را قرار می‌دهیم:

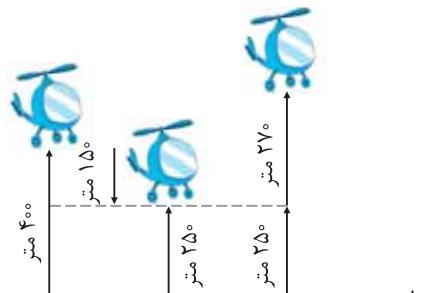
یکی از دو عدد	عدد دیگر	حاصل ضرب
۱	۹	۹
۲	۸	۱۶
۳	۷	۲۱
۴	۶	۲۴
۵	۵	۲۵

با توجه به جدول در حالتی که هر دو عدد 5 باشند، حاصل ضرب آن‌ها بیشترین مقدار را دارد.

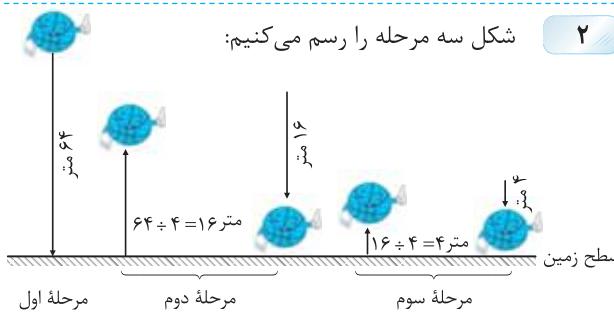
۸ با توجه به شرط سؤال، فقط می‌توان از رقم‌های 1 و 2 در یکان استفاده کرد. بعد از مشخص کردن یکان، رقم‌هایی که می‌توانند در دهگان و صدگان قرار گیرند را تعیین می‌کنیم.

۹ عدد می‌توان با شرط مسئله نوشت:

صدگان	دهگان	یکان
۳	۲	۱
۴	۲	۱
۴	۳	۱
۴	۳	۲



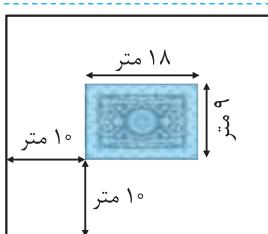
مرحله سوم مرحله دوم مرحله اول
 $(\text{متر}) = 25 + 27 = 52$ ارتفاع بالگرد



۲ شکل سه مرحله را رسم می‌کنیم:

۳ طول مسیری که توپ طی کرده است، برابر است با:

$$64 + 16 + 16 + 4 + 4 = 104 \text{ متر}$$

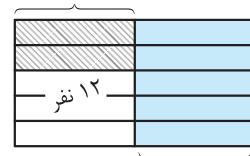


۴ با توجه به شکل، هم طول و هم عرض سالن 20 متر بیشتر از طول و عرض زمین والیال می‌باشند، بنابراین:

$$\text{عرض سالن} = 9 + 20 = 29 \text{ متر} \quad \text{طول سالن} = 38 \times 29 = 1102 \text{ مترمربع}$$

۵ با استفاده از راهبرد رسم شکل، مسئله را حل می‌کنیم: چون با دو کسر از کل کلاس سر و کار داریم و ضمناً مخرج کسرها مساوی نیستند، بهتر است ابتدا مخرج کسرها را یکی کنیم.

$$\frac{1}{5} \text{ دانش‌آموزان} = \frac{2}{10} \text{ دانش‌آموزان} \text{ که والیال بازی می‌کنند.}$$



۶ $\frac{1}{5}$ دانش‌آموزان که فوتبال بازی می‌کنند.

نفر اول	نفر دوم	نفر سوم	نفر جمع
۱	۱	۶۰	۶۲ ✕
۱	۲	۳۰	۳۳ ✕
۱	۳	۲۰	۲۴ ✕
۱	۴	۱۵	۲۰ ✕
۱	۵	۱۲	۱۸ ✕
۱	۶	۱۰	۱۷ ✕
۲	۲	۱۵	۱۹ ✕
۲	۳	۱۰	۱۵ ✕
۲	۵	۶	۱۳ ✕
۳	۴	۵	۱۲ ✓

۱۴ اعداد بین ۷۰ و ۸۰ را در جدول زیر مشخص می‌کنیم و در هر حالت مجموع ارقام را به دست می‌آوریم و حالت‌هایی که مجموع بر ۸ بخش‌پذیر است را مشخص می‌کنیم:

عدد	۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹
مجموع ارقام	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
بخش‌پذیری بر ۸	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✓

بنابراین مجموع ارقام دو عدد ۷۱ و ۷۹ بر ۸ بخش‌پذیر می‌باشد.

۱۵ در جدول زیر، تمام حالت‌هایی که در ۶ بازی اتفاق می‌افتد را مشخص می‌کنیم و در هر حالت مجموع امتیازها را به دست می‌آوریم (توجه کنیم که کوچکترین عددی که در ستون‌های ۲، ۱ و ۳ نوشته می‌شود باید یک باشد):

جمع امتیازها			
تعداد برد	تعداد باخت	تعداد مساوی	
۴	۱	۱	$4 \times 5 + 1 \times 1 + 1 \times 3 = 24 ✕$
۳	۱	۲	$3 \times 5 + 1 \times 1 + 2 \times 3 = 22 ✕$
۳	۲	۱	$3 \times 5 + 2 \times 1 + 1 \times 3 = 20 ✕$
۲	۱	۳	$2 \times 5 + 1 \times 1 + 3 \times 3 = 20 ✕$
۲	۳	۱	$2 \times 5 + 3 \times 1 + 1 \times 3 = 16 ✓$
۲	۲	۲	$2 \times 5 + 2 \times 1 + 2 \times 3 = 18 ✕$
۱	۱	۴	$1 \times 5 + 1 \times 1 + 4 \times 3 = 18 ✕$
۱	۴	۱	$1 \times 5 + 4 \times 1 + 1 \times 3 = 12 ✕$
۱	۳	۲	$1 \times 5 + 3 \times 1 + 2 \times 3 = 14 ✕$
۱	۲	۳	$1 \times 5 + 2 \times 1 + 3 \times 3 = 16 ✓$

با توجه به جدول در دو حالت تیم می‌تواند ۱۶ امتیاز داشته باشد.

۱۶ با نوشتن اعدادی که رقم ۳ در آن‌ها به کار می‌رود، تعداد رقم‌های ۳ به کار رفته را به دست می‌آوریم:
 $3, 13, 23, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 43, 53, 63, 73, 83, 93$
 تعداد دفعاتی که رقم ۳ به کار رفته

۱۷ جدولی با چهار ستون در نظر می‌گیریم. افراد را در ستون‌های مختلف قرار می‌دهیم. فرض کنیم می‌خواهیم افراد از چپ به راست از بلندترین به کوتاه‌ترین مرتب شده باشند. واضح است که در سمت چپ تمام ردیف‌ها باید داود قرار بگیرد و بقیه را در ردیف‌های مختلف قرار می‌دهیم:

۱۰ پاره خط

ش ب، س ب، ت ب، پ ب: ابتدای پاره خط ب باشد.
 ش پ، س پ، ت پ: ابتدای پاره خط پ باشد.
 ش ت، س ت: ابتدای پاره خط ت باشد.
 ش س: ابتدای پاره خط س باشد.
 $4+3+2+1=10$ = تعداد کل پاره خط‌ها

۱۰ به چهار طریق می‌توان ۲۰۰۰ ریال تمبر برای ارسال تهیه کرد:



تعداد تمیرهای ۲۰۰ ریالی	تعداد تمیرهای ۳۰۰ ریالی	مجموع
۱۰	۰	$10 \times 200 = 2000$
۷	۲	$7 \times 200 + 2 \times 300 = 2000$
۴	۴	$4 \times 200 + 4 \times 300 = 2000$
۱	۶	$1 \times 200 + 6 \times 300 = 2000$

توجه کنیم که تعداد تمیرهای ۳۰۰ ریالی حتماً باید عددی زوج باشد.

۱۱ با شماره‌گذاری انگشتان یک دست به صورت زیر داریم:
 حالت‌های مختلف نمایش عدد ۲:



انگشت اول	۱	۱	۱	۱	۲	۲	۲	۳	۴
انگشت دوم	۲	۳	۴	۵	۳	۴	۵	۴	۵

با توجه به جدول، به ۱۰ طریق می‌توان عدد ۲ را نمایش داد.

۱۲ در پرتاپ یک سکه دو حالت «رو» و «پشت» اتفاق می‌افتد.
 اگر ظاهر شدن «رو» را با «ر» و ظاهر شدن «پشت» را با «پ» نمایش دهیم، آن‌گاه جدول زیر برای حالت‌های مختلف پرتاپ سه بار یک سکه به وجود می‌آید:

پرتاپ سوم	پرتاپ دوم	پرتاپ اول
ر	ر	ر
ر	ر	پ
ر	پ	ر
ر	پ	پ
پ	ر	ر
پ	ر	پ
پ	پ	پ
پ	پ	ر

با توجه به جدول ۸ ردیف به وجود می‌آید و در نتیجه ۸ حالت در سه پرتاپ اتفاق می‌افتد.

۱۳ ابتدا همه حالت‌هایی که حاصل ضرب سه عدد طبیعی برای ۶۰ می‌شود را می‌نویسیم (می‌توان حالت‌هایی که جمع سه عدد طبیعی برای ۱۲ است را در نظر گرفت ولی حالت‌ها زیاد می‌شود). حاصل جمع را در هر حالت به دست می‌آوریم و با حذف حالت‌های نامطلوب، جواب را به دست می‌آوریم.

برای حدس، سن علی را ۱۰ سال در نظر می‌گیریم؛ (دقت کنید که در مبحث سن، تفاضل سن هر دو نفر همواره و با گذشت زمان، مقداری ثابت است).

سن علی	سن پدر	مجموع و بررسی
۱۰	$10 + 28 = 38$	۴۸ ✗
۱۱	۳۹	۵۰ ✓

با توجه به جدول، سن علی یازده سال است.

اگر مجموع دو زاویه ۹۰° باشد، دو زاویه متمم یکدیگرند:

یکی از زوایا	زاویه دیگر	بررسی و آزمایش
۱۰°	$4 \times 10^\circ = 40^\circ$	$10^\circ + 40^\circ = 50^\circ$ ✗
۱۱°	$4 \times 11^\circ = 44^\circ$	$11^\circ + 44^\circ = 55^\circ$ ✗
۱۲°	$4 \times 12^\circ = 48^\circ$	$12^\circ + 48^\circ = 60^\circ$ ✗
۱۳°	$4 \times 13^\circ = 52^\circ$	$13^\circ + 52^\circ = 65^\circ$ ✗
۱۴°	$4 \times 14^\circ = 56^\circ$	$14^\circ + 56^\circ = 70^\circ$ ✗
۱۵°	$4 \times 15^\circ = 60^\circ$	$15^\circ + 60^\circ = 75^\circ$ ✗
۱۶°	$4 \times 16^\circ = 64^\circ$	$16^\circ + 64^\circ = 80^\circ$ ✗
۱۷°	$4 \times 17^\circ = 68^\circ$	$17^\circ + 68^\circ = 85^\circ$ ✗
۱۸°	$4 \times 18^\circ = 72^\circ$	$18^\circ + 72^\circ = 90^\circ$ ✓

دو زاویه 18° و 72° هستند.

۲۵ به جای عدهای مختلفی را قرار می‌دهیم. از عدد ۸ شروع می‌کنیم:

	بررسی و آزمایش
۸	$5 \times 8 + 11 = 51$ ✗
۷	$5 \times 7 + 11 = 46$ ✗
۶	$5 \times 6 + 11 = 41$ ✓

راهبرد مناسب، راهبرد زیرمیثله است.

ابتدا پولی که میوه‌فروش بابت خرید میوه‌ها پرداخت کرده است را به دست می‌آوریم:

$$40 \times 2200 + 80 \times 2000 + 30 \times 4000 = 88000 + 160000 + 120000 = 368000 \quad (\text{تومان})$$

$$\begin{aligned} &\text{اکنون پولی که بابت فروش میوه‌ها به دست آمده است را حساب می‌کنیم:} \\ &40 \times 2500 + 80 \times 2500 + 30 \times 5000 = 100000 + 200000 + 150000 = 450000 \quad (\text{تومان}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{بنابراین:} \\ &\text{پول حاصل از خرید} - \text{پول حاصل از فروش} = \text{سود} \\ &= 450000 - 368000 = 82000 \quad (\text{تومان}) \end{aligned}$$

۲۷ ابتدا مساحت کف و دیوارهای استخرا به دست می‌آوریم:

مطابق شکل مقابل، داریم:

$$\text{مساحت} = 20 \times 12 = 240 \quad (\text{مترمربع})$$

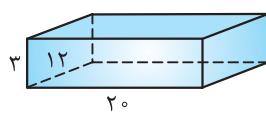
$$\text{مساحت مستطیل به ابعاد} 20 \times 3 + 2(20 \times 12) = 240 + 72 + 120 = 432 \quad (\text{مترمربع})$$

با توجه به این که قیمت هر مترمربع کاشی 2500 تومان است و به

متربع کاشی نیاز داریم، پس پولی که بابت خرید کاشی‌ها باید پرداخت

کیمی برابر است با:

$$432 \times 2500 = 1080000 \quad (\text{تومان})$$



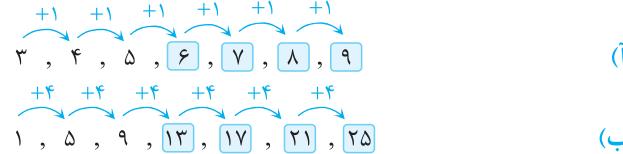
ابتدا مساحت کف و دیوارهای

۲۷

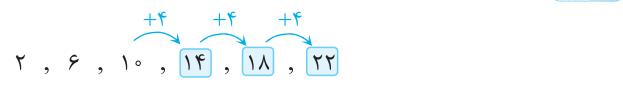
(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	نتیجه
دادود	علی	محمد	ماهان	✗
دادود	علی	محمد	ماهان	✗
دادود	علی	محمد	ماهان	✗
دادود	علی	محمد	ماهان	✓
دادود	علی	محمد	ماهان	✗
دادود	علی	محمد	ماهان	✗

با مشاهده تمام حالت‌ها، ردیف چهارم حالت مطلوب است.

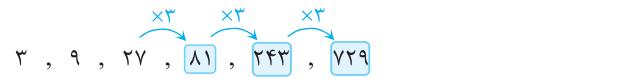
۱۸ ابتدا در هر قسمت تعداد چوب‌کبریت‌های هر شکل و سپس الگوی موجود را می‌بابیم:



۱۹ (آ) عدها چهار تا چهار تا اضافه می‌شوند:



(ب) هر عدد در عدد ۳ ضرب می‌شود تا عدد بعدی به دست آید:



(پ) اعداد طبیعی در خودشان ضرب شده‌اند:

$$1, 4, 9, 4 \times 4 = 16, 5 \times 5 = 25, 6 \times 6 = 36$$

۲۰ در شکل (۱)، $2 \times 2 = 4$ مثلث یکسان داریم که یک

قسمت آن رنگی شده است بنابراین $\frac{1}{4}$ شکل رنگ شده است.

در شکل (۲)، $3 \times 3 = 9$ مثلث یکسان داریم که دو قسمت آن رنگی شده

است، بنابراین $\frac{2}{9}$ شکل رنگی شده است. می‌توان جدول زیر را در نظر

گرفت:	شماره شکل	۳	۴	۵
تعداد مثلث‌های یکسان	4×4	5×5	6×6	
تعداد مثلث‌های رنگ شده	۳	۴	۵	
کسر رنگی شده	$\frac{3}{16}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{5}{36}$	

$$(4): 1234 \times 8 + 4 = 9876$$

$$(5): 12345 \times 8 + 5 = 98765$$

$$(6): 123456 \times 8 + 6 = 987654$$

۲۲ برای حدس اول تعداد موتورها و اتومبیل‌ها را یکسان در نظر می‌گیریم: (از هر کدام ۱۵ تا)

بررسی و آزمایش	تعداد اتومبیل	تعداد موتور
۱۵	۱۵	$15 \times 2 + 15 \times 4 = 90$
۱۴	۱۶	$14 \times 2 + 16 \times 4 = 92$
۱۳	۱۷	$13 \times 2 + 17 \times 4 = 94$

در بررسی حدس اول، تعداد چرخ‌ها ۹۰ شده است و با توجه به این که تعداد چرخ‌ها ۹۴ است، باید تعداد اتومبیل‌ها بیشتر از تعداد موتورها شود. بنابراین ۱۳ موتور و ۱۷ اتومبیل در پارکینگ وجود دارد.

۲۱

۲۲

ابتدا نقطه ب را با دو پاره خط به نقاط پ و ت وصل می کنیم. سپس نقطه پ را با یک پاره خط به ت وصل می کنیم. بنابراین:

$$2+1=3$$

تعداد پاره خط های حاصل از ۳ نقطه

ابتدا نقطه ب را با سه پاره خط به نقطه های پ، ت و ث وصل می کنیم. سپس نقطه پ را با دو پاره خط به نقطه های ت و ث وصل می کنیم و در انتهای نقطه ت را به نقطه ث وصل می کنیم تا یک پاره خط دیگر به وجود آید، بنابراین:

تعداد پاره خط های حاصل از ۴ نقطه بنابراین تعداد پاره خط های حاصل از ۱۰ نقطه مسئله برابر است با:

$$9+8+7+6+5+4+3+2+1=45$$

فرض کنیم عدد مطلوب باشد، در این صورت:

۳۳

$$3 \times \square - 5 = 19$$

با استفاده از راهبرد حدس و آزمایش، داریم:

$$\square = 8 \Rightarrow 2 \square + 1 = 2 \times 8 + 1 = 17$$

فرض کنیم عدد مطلوب باشد، طبق فرض مسئله باید عددی به جای \square قرار دهیم تا تساوی $5 \times \square + 4 = 7 \times \square$ برقرار باشد. از راهبرد حدس و آزمایش برای پیدا کردن عدد استفاده می کنیم:

\square	بررسی و آزمایش
۱	$5 \times 1 + 4 = 7 \times 1$
۲	$5 \times 2 + 4 = 7 \times 2$

بنابراین عدد مورد نظر برابر ۲ است.

۳۵

ابتدا با استفاده از راهبرد زیرمسئله، آن را به دو مسئله تبدیل می کنیم:

(آ) طول نخ (محیط مربع) چه قدر است؟

ب) اگر طول یک مستطیل ۱۲ متر و محیط آن ۳۲ متر (طول نخ) باشد، عرض مستطیل چه قدر است؟

فرض کنیم عرض مستطیل \square متر باشد، در این صورت:

$$2(\text{طول} + \text{عرض}) = 32 \Rightarrow 2 \times (\square + 12) = 32 \Rightarrow \square + 12 = 16$$

با استفاده از راهبرد حدس و آزمایش، داریم:

ابتدا پولی که بابت خرید کفش ها داده است را به دست می آوریم:

$$10 \times 40000 + 15 \times 50000 = 1150000$$

این شخص می خواهد ۳۲۵۰۰۰ تومان سود کند، پس پول حاصل از فروش کفش ها را به دست می آوریم:

$$\text{پول خرید محصول} + \text{سود} = \text{پول حاصل از فروش}$$

$$1150000 + 325000 = 1475000$$

اگر قیمت فروش هر جفت کفش زنانه \square تومان باشد، باید داشته باشیم:

$$10 \times 50000 + 15 \times \square = 1475000$$

با راهبرد حدس و آزمایش، داریم:

فرض کنیم اندازه زاویه مورد نظر \square باشد، طبق فرض باید

$$3 \times \square + 20^\circ = 3 \times 2 \times 20^\circ$$

تساوی \square برقرار باشد، با استفاده از راهبرد

حدس و آزمایش، عددی که به جای \square قرار می گیرد، 20° است.

۲۸

نکرده است:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{5}{15} + \frac{3}{15} = \frac{8}{15} \Rightarrow 1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$$

علی $\frac{7}{15}$ از پول خود را خرج نکرده است. با توجه به این که ۳۵۰۰۰ تومان پول برای علی باقی مانده است، مقدار پول اولیه علی را به دست می آوریم:

۷	۳۵۰۰۰
۱۵	?

$$(35000 \times 7) / 15 = 245000$$

۲۹

ابتدا مشخص می کنیم چند درصد زمین را ذرت کاشته است:

$$100 - (45 + 37) / 5 = 17 / 5$$

با توجه به این که $17 / 5$ درصد از زمین را ذرت کاشته است، پس:

$$(17 / 5) \times 15 = 2 / 625 = \frac{\text{مساحت زمین}}{\text{(هکتار)}}$$

۳۰

راهبرد مناسب، راهبرد حل مسئله ساده تر است. طول تقریبی ضلع مربع را برابر ۱۰۰ در نظر می گیریم و با توجه به این عدد، مساحت تقریبی مربع را به دست می آوریم:

$$(100 \times 100) = 10000 \text{ متر مربع}$$

۳۱

ابتدا یک پنجضلعی و یک ششضلعی را در نظر می گیریم و مجموع زاویه های داخلی آن ها را به دست می آوریم و با پیدا کردن یک الگو، مجموع زاویه های داخلی ۱۵ ضلعی را به دست می آوریم:

با توجه به شکل بالا، از نقطه (آ) دو پاره خط رسم کردایم تا $3 = 5 - 2$ تعداد ضلع ها

مثلث به دست آید و در نتیجه:

(مجموع زاویه های داخلی مثلث) $= 3 \times 180^\circ = 540^\circ$

با توجه به شکل رویه رو، اگر از نقطه آ، سه پاره خط رسم کنیم، آن گاه $4 - 2 = 2$ مثلث به دست می آید و در نتیجه:

$4 \times 180^\circ = 720^\circ = \text{مجموع زاویه های داخلی ۶ ضلعی}$

اگر همین کار را برای یک ضلعی انجام دهیم، آن گاه $13 - 2 = 11$ مثلث به دست می آید و در نتیجه:

مثلث به وجود می آید و در نتیجه:

$13 \times 180^\circ = 2340^\circ = \text{مجموع زاویه های داخلی ۱۵ ضلعی}$

۳۲

ابتدا ۳ و ۴ نقطه در نظر می گیریم و آن ها را دو به

هم وصل می کنیم و با پیدا کردن یک الگو، تعداد پاره خط های حاصل از وصل کردن دو به دوی ۱۰ نقطه را به دست می آوریم:

• ب

• ب

• ت

۱

تَهَّاَيِّ پَيَانِيِّ فَصْلِ

یک خط کش 60 سانتی متری شکست و به دو قسمت تقسیم شد. اگر یکی از قسمت ها 12 سانتی متر کوتاه تر از دیگری باشد، اندازه قسمت کوچک تر چند سانتی متر است؟

۱۸ (۴) ۲۰ (۳) ۲۴ (۲) ۲۶ (۱)

آسانسوری در رفت و برگشت های مختلف، از طبقه اول به طبقه پنجم و سپس به طبقه دوم می رود. سپس به طبقه چهارم و بعد به طبقه سوم می رود. اگر فاصله هر دو طبقه از یکدیگر 3 متر باشد، در مجموع طول مسیری که آسانسور پیموده چه قدر است؟ (آزمون Timss)

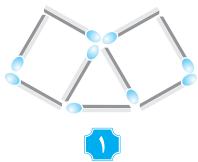
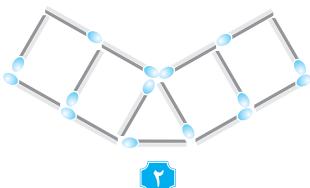
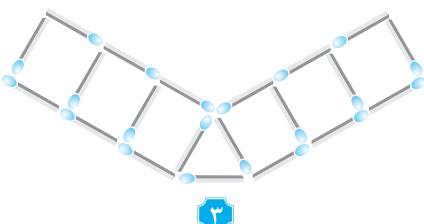
۴۵ (۴) ۲۰ (۳) ۲۷ (۲) ۱۸ (۱)

حسین تعدادی سبب داشت. او نصف سبب ها را به احمد و یک چهارم سبب های باقی مانده را به رضا داد و 9 سبب برای او باقی ماند.

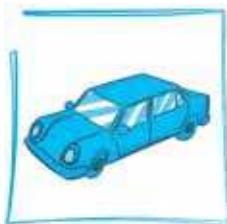
حسین در ابتدا چند سبب داشت؟

۳۲ (۴) ۲۴ (۳) ۲۸ (۲) ۳۶ (۱)

برای ساختن شکل های زیر از چوب کبریت استفاده شده است. اگر ساختن این شکل ها را ادامه دهیم، چند چوب کبریت لازم است تا شکل (آزمون Timss) شماره 20 را بسازیم؟

۱۲۳ (۴) ۱۲۱ (۳) ۱۲۰ (۲) ۱۱۸ (۱)

۲۲



اتومبیلی دارای یک مخزن سوخت با گنجایش 40 لیتر است. این اتومبیل برای پیمودن هر 100 کیلومتر $\frac{7}{2}$ لیتر سوخت مصرف می کند. یک سفر 350 کیلومتری با مخزن پر از سوخت آغاز می شود. در پایان این سفر چه مقدار سوخت در مخزن اتومبیل باقی می ماند؟

۱۴/۶ (۲) ۱۴/۴ (۱) ۱۵ (۴) ۱۴/۸ (۳)

طول و عرض یک مستطیل 20 و 8 متر است. اگر درصد به طول آن اضافه و 25 درصد از عرض آن کم شود، مساحت مستطیل جدید کدام است؟

۱۶۰ (۴) ۱۵۴ (۳) ۱۴۸ (۲) ۱۴۴ (۱)

وزن دو میله A و B روی هم 36 گرم است. میله A از 7 قسمت و میله B از 5 قسمت تشکیل شده است. اگر تمام قسمت ها مساوی (آزمون Timss) باشند، وزن میله A چند گرم است؟

۲۸ (۴) ۲۱ (۳) ۱۴ (۲) ۷ (۱)

طول، عرض و عمق یک استخر به ترتیب 8 ، 4 ، 8 و 3 متر است. اگر در هر ساعت 6 متر مکعب آب وارد استخر شود، پس از چند ساعت استخر پر از آب می شود؟

۲۰ (۴) ۱۸ (۳) ۱۶ (۲) ۱۵ (۱)

به چند حالت می توان با 40 متر پارچه دو نوع چادر 3 و 5 متری دوخت به طوری که از هر کدام حداقل یکی داشته باشیم؟

۳ (۴) ۴ (۳) ۴ (۲) ۱ (۱)

جمع دو عدد طبیعی زوج برابر 16 است. بیش ترین مقدار برای حاصل ضرب آن ها کدام است؟

۶۴ (۴) ۸۰ (۳) ۵۶ (۲) ۶۰ (۱)

۱۱ کشاورزی روز اول $\frac{1}{2}$ زمینش، روز دوم $\frac{1}{3}$ باقی‌مانده از زمینش و روز سوم $\frac{1}{4}$ باقی‌مانده از زمینش را سم‌پاشی کرد. چه کسری از زمین این کشاورز هنوز سم‌پاشی نشده است؟

$\frac{1}{12} \quad (4)$

$\frac{1}{9} \quad (3)$

$\frac{1}{8} \quad (2)$

$\frac{1}{6} \quad (1)$

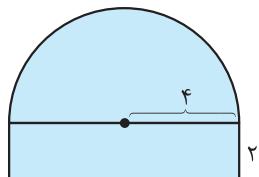
۱۲ با رقم‌های $0, 2, 0$ و 3 چند عدد سه رقمی می‌توان نوشت؟

$18 \quad (4)$

$15 \quad (3)$

$12 \quad (2)$

$8 \quad (1)$



۱۳ مساحت شکل مقابل کدام است؟ ($\pi = 3$)

$34 \quad (1)$

$28 \quad (2)$

$40 \quad (3)$

$45 \quad (4)$

۱۴ حاصل عبارت $\frac{1}{100} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{n}$ چه‌قدر است؟

$\frac{100}{99} \quad (4)$

$\frac{100}{3} \quad (3)$

$\frac{101}{2} \quad (2)$

$\frac{101}{100} \quad (1)$

۱۵ در یک شیرینی‌سرا 150 کیلوگرم شیرینی وجود دارد. اگر $\frac{2}{5}$ شیرینی‌ها تر و بقیه خشک باشند و قیمت هر کیلوگرم شیرینی تر 15000 تومان و شیرینی خشک 11000 تومان باشد، درآمد این شیرینی‌سرا چه‌قدر است؟



$1890000 \quad (1)$

$1920000 \quad (2)$

$1950000 \quad (3)$

$1980000 \quad (4)$

۱۶ سارا یک بازی روی صفحه شطرنج انجام می‌دهد. مهره او روی خانه $[3]$ قرار دارد. او ابتدا مهره‌اش را 3 خانه به سمت راست، سپس 4 خانه به سمت بالا و در انتهای 2 خانه به سمت چپ می‌آورد. در حال حاضر مهره سارا روی کدام خانه قرار دارد؟

$[5] \quad (4)$

$[8] \quad (3)$

$[6] \quad (2)$

$[4] \quad (1)$

۱۷ کانگورویی مسیرهایی نیم‌دایره‌ای را طی می‌کند. اگر شعاع نیم‌دایره اول یک متر و در هر جهش شعاع نیم‌دایره نصف شود، کانگورو بعد از سه بار جهش کامل چند متر را طی کرده است؟ ($\pi = 3$)

$5/5 \quad (4)$

$5/25 \quad (3)$

$5/2 \quad (2)$

$4/75 \quad (1)$

۱۸ قورباغه‌ای می‌خواهد از یک دیوار عمودی بالا برود. او با هر جهش 5 متر بالا می‌رود و هر بار 3 متر سُر می‌خورد و پایین می‌آید. اگر ارتفاع دیوار 20 متر باشد، قورباغه با چند جهش به بالای دیوار می‌رسد؟

$9 \quad (4)$

$10 \quad (3)$

$11 \quad (2)$

$12 \quad (1)$

۱۹ چهار خط که فقط هر دو تای آن‌ها در یک نقطه متقطع‌اند، چند ناحیه در صفحه ایجاد می‌کنند؟

$9 \quad (4)$

$10 \quad (3)$

$11 \quad (2)$

$12 \quad (1)$

۲۰ $\frac{1}{3}$ بچه‌های مدرسه‌ای به اردو رفتند. $\frac{5}{6}$ بچه‌هایی که در مدرسه مانده‌اند، در حیاط مشغول بازی هستند و فقط 7 نفر در کلاس درس مانده‌اند. این مدرسه چند دانش‌آموز دارد؟

$48 \quad (1)$

$54 \quad (2)$

$63 \quad (3)$

$72 \quad (4)$



پاسخ‌نده‌های پایان فصل

۴ ۳ ۲ ۱

از راهبرد زیرمسئله برای حل استفاده می‌کنیم (ابتدا طول و عرض مستطیل جدید را به دست می‌آوریم):

$$\text{طول مستطیل جدید} = 20 + 0 / 2 \times 20 = 24$$

$$\text{عرض مستطیل} = 8 - 0 / 25 \times 8 = 6$$

$$\text{عرض} \times \text{طول} = 24 \times 6 = 144$$

۴ ۳ ۲ ۱

از روش نمادین برای حل مسئله استفاده می‌کنیم: دو میله A و B با هم از $7+5=12$ قسمت مساوی تشکیل شده‌اند. پس داریم:

$$12 \times \boxed{\square} = 36 \Rightarrow \boxed{\square} = 3$$

بنابراین:

$$\text{وزن میله A} = 7 \times 3 = 21$$

۴ ۳ ۲ ۱

از راهبرد زیرمسئله برای حل استفاده می‌کنیم. ابتدا حجم استخر را به دست می‌آوریم:

$$\text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول} = \text{حجم استخر} = 8 \times 4 \times 3 = 96$$

با توجه به این که در هر ساعت، ۶ مترمکعب آب وارد استخر می‌شود، با تقسیم عدد ۹۶ بر ۶، تعداد ساعت لازم برای پر شدن استخر را به دست می‌آوریم:

$$96 \div 6 = 16$$

۴ ۳ ۲ ۱

از راهبرد الگوسازی استفاده می‌کنیم:

تعداد چادرهای ۵ متری	۵	۲
تعداد چادرهای ۳ متری	۵	۱۰
پارچه مورد نیاز	۴۰	۴۰

۴ ۳ ۲ ۱

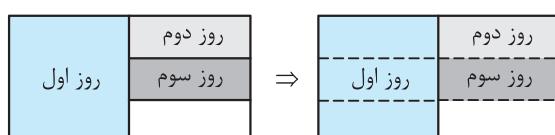
از راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب استفاده می‌کنیم:

یکی از دو عدد	۲	۴	۶	۸
عدد دیگر	۱۴	۱۲	۱۰	۸
حاصل ضرب	۲۸	۴۸	۶۰	۶۴

با توجه به جدول، بیشترین مقدار برای حاصل ضرب برابر ۶۴ است.

۴ ۳ ۲ ۱

از راهبرد رسم شکل برای حل استفاده می‌کنیم:



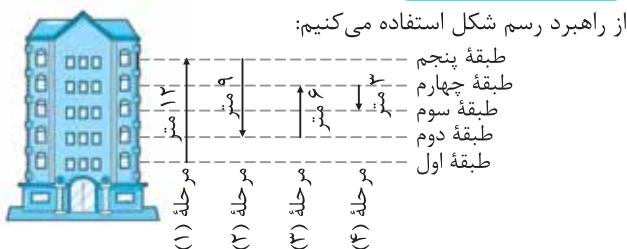
با توجه به شکل، $\frac{1}{6}$ از زمین این کشاورز سمپاشی نشده است.

۴ ۳ ۲ ۱

برای حل ابتدا از روش نمادین استفاده می‌کنیم. اگر طول قسمت کوچک‌تر سانتی‌متر باشد، در این صورت طول قسمت بزرگ‌تر $+12$ است. بنابراین:

$$\text{روش حدس و آزمایش} \rightarrow \boxed{\square} + (\boxed{\square} + 12) = 60 \Rightarrow \boxed{\square} = 24$$

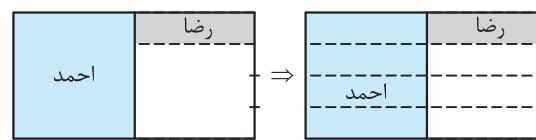
۴ ۳ ۲ ۱



$$\text{طول مسیر طی شده توسط آسانسور} = 12 + 9 + 6 + 3 = 30$$

۴ ۳ ۲ ۱

از راهبرد رسم شکل برای حل استفاده می‌کنیم:

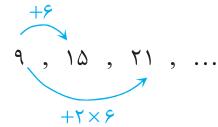


با توجه به شکل $\frac{3}{8}$ سیب‌ها برای حسین باقی‌مانده است، پس:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 9 \\ \hline 8 & ? \\ \hline \end{array} \Rightarrow ? = \frac{9 \times 8}{3} = 24$$

۴ ۳ ۲ ۱

از راهبرد الگویابی استفاده می‌کنیم. تعداد چوب‌کبریت‌ها را در سه شکل ابتدایی به دست می‌آوریم و نظم بین آن‌ها را مشخص می‌کنیم:



بنابراین:

$$\text{تعداد چوب‌کبریت‌های شکل دوم} = 15 = 9 + 1 \times 6 = 9 + (2-1) \times 6$$

$$\text{تعداد چوب‌کبریت‌های شکل سوم} = 21 = 9 + 2 \times 6 = 9 + (3-1) \times 6$$

$$\text{تعداد چوب‌کبریت‌ها در شکل (۲۰)} = 9 + 19 \times 6 = 9 + 114 = 123$$

۴ ۳ ۲ ۱

از راهبرد زیرمسئله برای حل استفاده می‌کنیم: ابتدا مقدار سوخت مصرف شده این اتومبیل را برای پیمودن 35° کیلومتر به دست می‌آوریم:

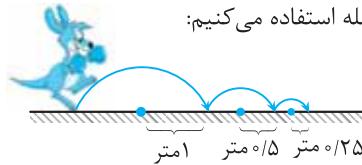
$$\begin{array}{|c|c|} \hline 100 & 7/2 \\ \hline 350 & ? \\ \hline \end{array} \Rightarrow ? = \frac{350 \times 7/2}{100} = 25/2$$

مقدار سوخت باقی‌مانده در باک برابر $14/8 = 14 - 25/2 = 40$ لیتر است.

فصل اول | راهبردهای حل مسئله

۱۷

از راهبرد رسم شکل و زیرمسئله استفاده می‌کنیم:



محیط دایره برابر حاصل ضرب عدد π در قطر دایره است.

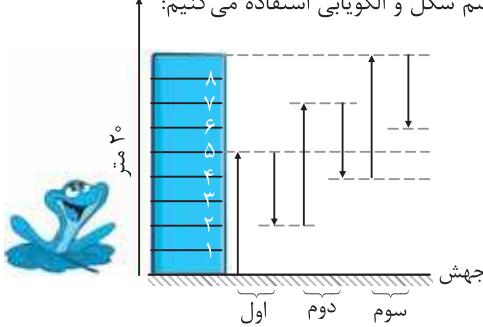
+ محیط نیم دایره به قطر ۲ متر = مسافت طی شده توسط کانگورو

محیط نیم دایره به قطر ۵/۰ متر + محیط نیم دایره به قطر ۱ متر

$$= \frac{1}{\cancel{\pi}}(\pi \times \cancel{\cancel{1}}) + \frac{1}{2}(\pi \times 1) + \frac{1}{2}(\pi \times 5/0) = 3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} \times 5/0 \\ = 3 + 1/5 + 0/25 = 5/25$$

۱۸

از راهبردهای رسم شکل و الگویابی استفاده می‌کنیم:



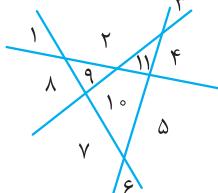
۲۵

با توجه به اعداد به دست آمده در سه جهش اول، جایگاه قورباغه بعد از سُر خوردن در هر جهش به صورت رو به رو است:

در جهش هشتم، قورباغه به ارتفاع ۱۶ متری از سطح زمین می‌رسد و چون در جهش نهم، ۵ متر بالا می‌رود به ارتفاع ۲۰ متری از سطح زمین می‌رسد.

۱۹

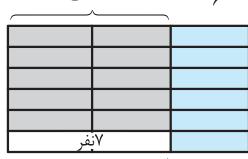
از راهبرد رسم شکل استفاده می‌کنیم.
چهار خط دو به دو متقاطع رسم می‌کنیم
و ناحیه‌های ایجاد شده را شماره‌گذاری می‌کنیم.
مطابق شکل، ۱۱ ناحیه ایجاد می‌شود.



۲۰

از راهبرد رسم شکل استفاده می‌کنیم:

۵/ دانش آموزان باقی مانده در حیاط



۱/۳ دانش آموزانی که به ارد و رفتند.

با توجه به شکل، ۲ قسمت از ۱۸ قسمت کل در کلاس مانده‌اند،

بنابراین:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 7 \\ \hline 18 & ? \\ \hline \end{array} \Rightarrow ? = \frac{18 \times 7}{2} = 63$$

۱۲

از راهبرد الگوسازی استفاده می‌کنیم:

اعداد سه رقمی با رقم صدگان ۲ به صورت زیر می‌باشند:

۲۰۰, ۲۰۲, ۲۰۳, ۲۲۰, ۲۲۲, ۲۲۳, ۲۳۰, ۲۳۲, ۲۳۳

به همین ترتیب ۹ عدد سه رقمی می‌توان نوشت که رقم صدگان آن ۳

باشد. بنابراین ۱۸ عدد سه رقمی با رقم‌های ۰, ۲, ۳ می‌توان نوشت.

۱۳

از راهبرد زیرمسئله استفاده می‌کنیم. شکل از دو قسمت تشکیل شده است:

۱) نیم دایره به شعاع ۴

$$\frac{1}{\cancel{\pi}}(\pi \times \cancel{\cancel{4}} \times 4) = 3 \times 2 \times 4 = 24$$

۲) مستطیل با ابعاد ۲ و ۸

مساحت مستطیل = $2 \times 8 = 16$

مساحت شکل = $24 + 16 = 40$

بنابراین:

۱۴

از راهبرد حل مسئله ساده‌تر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1}{2} \times 1 \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{2} = \frac{\cancel{\cancel{4}}}{\cancel{2}}$$

$$\frac{1}{2} \times 1 \frac{1}{3} \times 1 \frac{1}{4} = \frac{\cancel{\cancel{4}}}{2} \times \frac{5}{\cancel{\cancel{4}}} = \frac{5}{2} = \frac{\cancel{\cancel{5}}}{\cancel{2}}$$

بنابراین:

آخرین صورت

$$\frac{1}{2} \times 1 \frac{1}{3} \times 1 \frac{1}{4} \times \dots \times 1 \frac{1}{100} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{101}{100} = \frac{101}{2}$$

اولین مخرج

۱۵

با استفاده از راهبرد زیرمسئله، داریم:

$$\frac{2}{5} \times 150 = 60 = \text{وزن شیرینی تر}$$

$$60 \times 15000 = 900000 \quad (1)$$

$$150 - 60 = 90 = \text{وزن شیرینی خشک}$$

$$90 \times 11000 = 990000 \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow 900000 + 990000 = 1890000$$

۱۶

از راهبرد رسم شکل استفاده می‌کنیم: صفحه شطرنجی

به صورت مقابل در نظر می‌گیریم

و جایه‌جایی‌ها را روی آن انجام

می‌دهیم:

با توجه به شکل، مهره روی خانه

قرار می‌گیرد.

