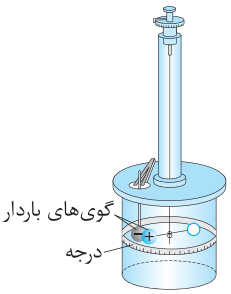
درسنامه ۲

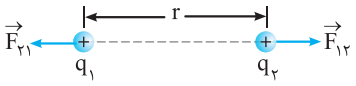
قانون کولن



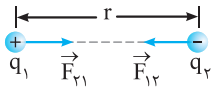
اجسام باردار به یکدیگر نیروی جاذبه و دافعه وارد می‌کنند که به آن نیروی الکتریکی می‌گویند.

دانشمند فرانسوی، شارل آگوستین کولن با استفاده از یک ترازوی پیچشی، عوامل مؤثر بر نیروی بین دو جسم باردار کوچک را مشخص کرد.

اگر دو بار q_1 و q_2 در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار گیرند، مطابق شکل‌های زیر به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند:



(آ) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی هم‌نام، رانشی است.



(ب) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی ناهم‌نام، رایشی است.

F_{12} نیرویی است که بار q_1 به بار q_2 وارد می‌کند و F_{21} نیرویی است که بار q_2 به بار q_1 وارد می‌کند. در مورد جهت این نیروها به نکات زیر توجه کنید:

۱) این دو نیرو همیشه خلاف جهت هم هستند.

۲) راستای این دو نیرو در راستای خطی است که دو ذره را به هم متصل می‌کند.

۳) اندازهٔ این دو نیرو همیشه با هم برابر است و از رابطهٔ قانون کولن به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

تعریف قانون کولن: بزرگی نیروی الکتریکی رایشی و رانشی بین دو ذرهٔ باردار q_1 و q_2 که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، با حاصل‌ضرب اندازهٔ بار دو ذره نسبت مستقیم و با مجذور فاصلهٔ بین دو ذره از هم، نسبت وارون دارد:

$$\underbrace{F_{12}=F_{21}=F}_{\text{قانون سوم نیوتون}} \Rightarrow \boxed{F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}}$$

q_1 و q_2: بار دو جسم بر حسب کولن (C)، r: فاصلهٔ بین دو ذره بر حسب متر (m)

k: ثابت کولن بر حسب $\frac{N.m^2}{C^2}$ $(k=8/89\times10^9\simeq9\times10^9)$

ضریب k را بر حسب ضریب ثابت دیگری به نام ε_0 (ضریب گذردهی الکتریکی خلأ) بیان کنند.

$$k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0},\ \varepsilon_0=8/85\times10^{-12}\ \frac{C^2}{N.m^2}$$

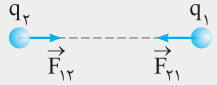
مثال

دو ذرهٔ $q_1=+3\mu C$ و $q_2=-6\mu C$ در فاصلهٔ $30cm$ از یکدیگر ثابت شده‌اند.

آ) اندازهٔ نیرویی که ذرهٔ q_1 به q_2 وارد می‌کند، بزرگ‌تر است یا اندازهٔ نیرویی که q_2 به q_1 وارد می‌کند؟

ب) اندازهٔ نیرویی را که این دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند، محاسبه کنید.

پاسخ: آ) طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند با هم برابرند:



$$F_{12}=F_{21}$$

ب) از قانون کولن استفاده می‌کنیم:

$$F=k\frac{q_1\times|q_2|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{3\times10^{-6}\times6\times10^{-6}}{(30)^2\times10^{-4}}=1/8N$$

مثال

دو بار نقطه‌ای $+2\mu C$ و $+10\mu C$ در فاصلهٔ r از یکدیگر ثابت شده‌اند. اگر بزرگی نیرویی که بار $+2\mu C$ به بار $+10\mu C$ وارد می‌کند برابر F باشد، بزرگی نیرویی که بار $+10\mu C$ به $+2\mu C$ وارد می‌کند چند F است؟

پاسخ: طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که دو ذرهٔ باردار به هم وارد می‌کنند هم‌اندازه هستند.

درسنامه ۲

مثال

دو ذرهٔ باردار q_1 و q_2 در محل خود ثابت شده‌اند. اگر $\vec{F}_{21}$ در جهت مثبت محور x ها باشد، $\vec{F}_{12}$ در کدام جهت است؟

پاسخ: طبق قانون سوم نیوتون جهت نیروها خلاف یکدیگر است، بنابراین اگر یکی از نیروها در جهت مثبت محور x ها باشد، نیروی دیگر در جهت منفی محور x ها خواهد بود.

نکته

طبق رابطهٔ قانون کولن اگر فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی n برابر شود، نیرو $\frac{1}{n^2}$ برابر می‌شود، یعنی به عنوان مثال اگر فاصله ۲ برابر شود، نیرو $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود و اگر یکی از بارها n برابر شود، نیرو نیز n برابر می‌شود.

مثال

در هر یک از حالت‌های زیر نیروی بین دو ذرهٔ باردار چند برابر می‌شود؟ (مشابه امتحان نهایی)

آ) فاصلهٔ بارها دو برابر شود.

ب) فاصلهٔ بارها نصف شود.

پ) فقط اندازهٔ یکی از بارها دو برابر شود.

ت) اندازهٔ هر یک از بارها دو برابر شود.

پاسخ: آ) طبق قانون کولن، نیرو با مجذور فاصله رابطهٔ عکس دارد.

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

بنابراین؛

اگر فاصلهٔ دو بار دو برابر شود، نیرو $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود یا:

$$F \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{r_2 = 2r_1} \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

ب) اگر فاصله نصف شود، نیرو ۴ برابر می‌شود یا:

$$F \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{r_2 = \frac{1}{2} r_1} \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)^2 = 4$$

پ) $$F \propto |q_1||q_2| \xrightarrow{\text{اندازهٔ } q_1 \text{ دو برابر، اندازهٔ } q_2 \text{ ثابت}} F \propto |q_1| \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{2|q_1|}{|q_1|} = 2$$

ت) $$F \propto |q_1||q_2| \xrightarrow{\text{اندازهٔ } q_1 \text{ و } q_2 \text{ دو برابر شده‌اند.}} \frac{F_2}{F_1} = \frac{2|q_1| \times 2|q_2|}{|q_1||q_2|} = 4$$

توجه: رابطهٔ قانون کولن برای نیروی بین دو ذرهٔ باردار است. محاسبهٔ نیروی الکتریکی بین دو جسم باردار بزرگ نیاز به ریاضیات پیشرفته‌تری دارد. در مسائل فرض بر این است که می‌توانید دو جسم را مانند دو ذره در نظر بگیرید.

مثال

دو بار هم‌اندازهٔ q روی دو کرهٔ فلزی مشابه در فاصلهٔ معینی از یکدیگر قرار دارند. اگر نیمی از بار یکی را برداشته و به دیگری اضافه کنیم، نیروی الکتریکی بین دو بار در همان فاصله، در هر یک از حالات زیر چند برابر می‌شود؟

آ) بارها هم‌نام باشند.

ب) بارها ناهم‌نام باشند.

پاسخ: آ) اگر بارها هم‌نام باشند، بار ذرهٔ اول به $\frac{1}{2}q$ و بار ذرهٔ دوم به $\frac{3}{2}q$ می‌رسد.

$$\frac{F'}{F} = \frac{k\frac{|\frac{1}{2}q||\frac{3}{2}q|}{r^2}}{k\frac{|q||q|}{r^2}} = \frac{3}{4}$$

ب) اگر بارها ناهم‌نام باشند و نیمی از بار اول را برداریم، آن‌گاه بار آن به $\frac{1}{2}q$ می‌رسد و اگر این نصف بار را به بار دوم اضافه کنیم، با توجه به ناهم‌نام بودن بارها، نصف بار دوم خنثی می‌شود و بار دوم نیز از نظر مقدار به $\frac{1}{2}q$ می‌رسد.

$$q_1' = \frac{1}{2}q \ , \ q_2' = -\frac{1}{2}q \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{k\frac{|\frac{q}{2}| \times |\frac{q}{2}|}{r^2}}{k\frac{q^2}{r^2}} = \frac{1}{4}$$

درسنامه ۲

مثال

دو کرهٔ فلزی یکسان که روی دو پایهٔ عایق قرار دارند، دارای بارهای الکتریکی $q_۱ = +۱۲\mu C$ و $q_۲ = -۲\mu C$ می‌باشند. اگر این دو کره را با هم تماس داده و سپس از هم جدا کنیم و در همان فاصلهٔ قبل قرار دهیم، نیروی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟

پاسخ: با توجه به یکسان بودن کره‌ها، بار جدید کره‌ها به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$q'_۱ = q'_۲ = \frac{q_۱ + q_۲}{۲} = \frac{۱۲ + (-۲)}{۲} = +۵\mu C$$

حال با توجه به رابطهٔ کولن نسبت نیروها را می‌نویسیم:

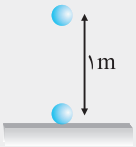
$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_۱| \times |q'_۲|}{|q_۱| \times |q_۲|} \times (\frac{r}{r'})^۲ = \frac{۵ \times ۵}{۱۲ \times ۲} \times ۱ = \frac{۲۵}{۲۴}$$

نکته

یک کولن بار الکتریکی، مقدار بار بسیار زیادی است. در مثال زیر این موضوع را درک خواهید کرد.

مثال

دو کرهٔ رسانای بزرگ در فاصلهٔ یک متری از هم قرار دارند و به هر کدام از آن‌ها بار $+۱C$ داده‌ایم. برای این‌که کرهٔ بالایی در همان فاصلهٔ یک متری باقی بماند، چند انسان ۱۰۰ کیلوگرمی باید روی کرهٔ بالایی بایستند؟ از وزن کره‌ها صرف‌نظر کنید. $\left(g = ۱۰\frac{N}{kg}\ ,\ k = ۹\times ۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲}\right)$



پاسخ: باید وزن انسان‌ها، نیروی F را خنثی کند، بنابراین:

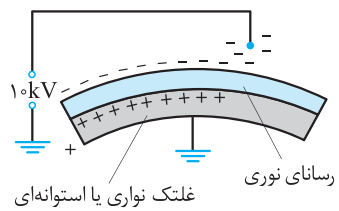
$$F = mg \times \underbrace{N}_{\text{تعداد انسان‌ها}} \Rightarrow k\frac{q_۱q_۲}{r^۲} = mg \times N \Rightarrow ۹\times ۱۰^۹ \times \frac{۱\times ۱}{۱^۲} = ۱۰۰۰ \times N \Rightarrow N = ۹\times ۱۰^۶$$ ۹ میلیون نفر!!!

توجه: امکان قرار دادن بار یک کولن روی یک کره وجود ندارد.

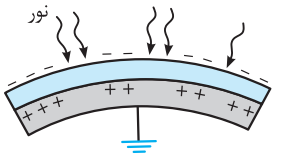
روش کار دستگاه کپی

اساس کار دستگاه کپی باردار شدن و نیروی بین اجسام باردار است.

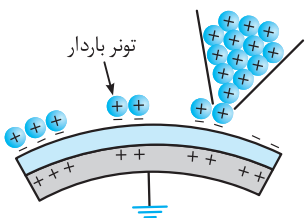
دستگاه کپی شامل استوانه‌ای است که به آن درام می‌گویند و مطابق شکل آن را به‌صورت مثبت باردار می‌کنند. سطح استوانه با روکش رسانا پوشانده شده است که آن را به‌صورت ناهم‌نام با درام یعنی منفی باردار می‌کنند.



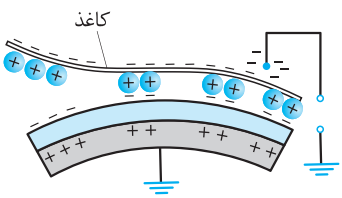
هنگامی که برگه را روی سطح شیشه‌ای دستگاه قرار می دهند، نور شدیدی به آن تابانده می‌شود. قسمت‌های سفید رنگ کاغذ، نور را بازتاب می‌کنند ولی قسمت‌های تیره رنگ که شامل نوشته یا تصویر هستند، تقریباً بازتاب ناچیزی دارند. نورهای بازتاب‌شده پس از برخورد با بخش رسانای روی غلتک باعث خنثی شدن بار آن قسمت‌ها می‌شوند.



در مرحلهٔ بعد، پودر باردار را از روی غلتک عبور می‌دهند که جذب قسمت‌های باردار می‌شوند.



در مرحلهٔ آخر، کاغذ سفید که به‌صورت ناهم‌نام با پودر سیاه، باردار شده است را از روی آن عبور می‌دهند تا پودر سیاه را جذب می‌کند.



درسنامه ۲

ترکیب مسائل نیرو با حرکت‌شناسی

با رابطهٔ $F = ma$ آشنا شده‌اید؛ در این رابطه، نیروی F ممکن است نیروی الکتریکی باشد. بنابراین اگر نیرو از جنس الکتریکی باشد، باز هم می‌توانید از قانون دوم نیوتون استفاده کرده و شتاب حرکت ذره را به‌دست آورید.

مثال

دو جسم کوچک رسانا و باردار با جرم یکسان $2g$ حامل بارهای $+10\mu C$ هستند و در فاصلهٔ $30cm$ از یکدیگر نگه داشته شده‌اند؛ اگر در این حالت رها شوند، شتاب ناشی از نیروی الکتریکی، بلافاصله پس از رها شدن چند m/s^2 می‌شود؟ $\left(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}\right)$

پاسخ: ابتدا نیروی بین دو جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{10\times10^{-6}\times10\times10^{-6}}{900\times10^{-4}} = 10N$$

حال از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم تا شتاب را به‌دست آوریم:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{10}{2\times10^{-3}} = 5\times10^3 m/s^2$$

مثال

دو جسم باردار با بارهای $q_2 = 4q_1$ و جرم‌های $m_2 = 4m_1$ در فاصلهٔ کمی از یکدیگر نگه داشته شده‌اند. اگر تنها نیروی وارد بر این دو جسم نیروی الکتریکی آن‌ها به یکدیگر باشد، شتاب جسم دوم چند برابر شتاب جسم اول می‌شود؟

پاسخ: نیروی الکتریکی که دو جسم به یکدیگر وارد می‌کنند، هم‌اندازه است، بنابراین رابطهٔ $q_2 = 4q_1$ کاربردی ندارد.

شتاب با جرم رابطهٔ عکس دارد:

$$a = \frac{F}{m} \xrightarrow{F\ \text{هم‌اندازه}} \frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{m_1}{4m_1} = \frac{1}{4}$$

۹. از داخل پرانتز کلمهٔ مناسب را انتخاب کنید و یا جای خالی را با کلمهٔ مناسب پر کنید.

آ) اگر فقط اندازهٔ یکی از بارهای الکتریکی دو برابر شود، اندازهٔ نیروی الکتریکی بین دو بار ..... (نصف، دو برابر) می‌شود. (تجربی- شهریور ۹۵)

ب) بزرگی نیروی الکتریکی بین دو ذرهٔ باردار با مربع فاصلهٔ دو ذره از هم نسبت ..... (مستقیم، وارون) دارد. (ریاضی- شهریور ۹۴ و شهریور ۸۸)

پ) نیرویی که دو جسم ..... بر هم وارد می‌کنند، نیروی الکتریکی نام دارد. (تجربی- خرداد ۸۹)

ت) نیروی کولنی میان دو بار الکتریکی ..... رانشی است. (تجربی- خرداد ۸۷)

ث) با نصف شدن فاصلهٔ میان دو بار الکتریکی نقطه‌ای، نیروی الکتریکی بین آن‌ها ..... ($\frac{1}{2}$، چهار) برابر می‌شود. (ریاضی- دی ۸۸ و تجربی- خرداد ۸۸)

۱۰. دو ذره با بارهای $q_1 = 2\mu C$ و $q_2 = 5\mu C$ در فاصلهٔ ۳۰ سانتی‌متری از یکدیگر ثابت شده‌اند، نیروی الکتریکی که دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند، چند نیوتون است؟ $\left(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}\right)$ (تجربی- شهریور ۸۹)

۱۱. دو ذره با بارهای q_1 و $q_2 = 5q_1$ در فاصلهٔ ۳ سانتی‌متر از یکدیگر ثابت شده‌اند. اندازهٔ نیرویی که دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند، $50N$ است. اندازهٔ q_1 و q_2 را حساب کنید. $\left(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}\right)$ (تجربی- دی ۸۹)

۱۲. دو بار نقطه‌ای بر هم نیروی $\vec{F}$ وارد می‌کنند. اگر فاصلهٔ بارها و هم‌چنین اندازهٔ یکی از بارها را دو برابر کنیم، نیرویی که بر هم وارد می‌کنند، چند $\vec{F}$ می‌شود؟

۱۳. دو کرهٔ فلزی کوچک و هم‌اندازه دارای بارهای الکتریکی $q_1 = -10\mu C$ و $q_2 = 4\mu C$ در فاصلهٔ معینی از یکدیگر قرار دارند. دو کره را با هم تماس داده و در همان فاصلهٔ اولیه قرار می‌دهیم.

آ) بار جدید هر کره چقدر است؟

ب) چه تعداد الکترون بین کره‌ها مبادله شده است؟ $(e = 1/6\times10^{-19}C)$

پ) اندازهٔ نیروی الکتریکی بین دو کره چند برابر حالت اول شده است؟

پاسخ‌های تشریحی

۹ آ) دو برابر ب) وارون پ) باردار
ت) هم‌نام ث) چهار

۱۰ از قانون کولن استفاده می‌کنیم:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{2\times10^{-6}\times5\times10^{-6}}{30^2\times10^{-4}} = \frac{9\times10^2}{900} = 1N$$

۱۱ مقادیر بیان‌شده در مسئله را در قانون کولن وارد می‌کنیم:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 50 = 9\times10^9 \times \frac{|q_1|\times|5q_1|}{3^2\times10^{-4}} \Rightarrow 50 = 5q_1^2\times10^{13}$$

$$\Rightarrow q_1^2 = 10^{-12} \Rightarrow |q_1| = 10^{-6}C = 1\mu C \;,\; |q_2| = 5|q_1| = 5\mu C$$

۱۲

$$\begin{cases} q_1' = -2q_1 \\ q_2' = q_2 \\ r' = 2r \end{cases} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q_1'|\times|q_2'|}{|q_1|\times|q_2|}\times(\frac{r}{r'})^2$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = 2\times1\times(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \vec{F'} = \frac{1}{2}\vec{F}$$

۱۳ آ) با توجه به یکسان بودن اندازهٔ کره‌ها، بار جدید دو کره با هم برابرند و از فرمول زیر به‌دست می‌آیند:

$$q' = \frac{q_1+q_2}{2} = \frac{-10+4}{2} = -3\mu C$$

ب) با مقایسهٔ بار قدیم کرهٔ ۱ و بار جدید آن، مشخص می‌شود که به اندازهٔ $7\mu C$ بار از دست داده است.

$$q_1 = -10\mu C \;,\; q_1' = -3\mu C \Rightarrow \Delta q = 7\mu C$$

$$|\Delta q| = |ne| \Rightarrow 7\times10^{-6} = n\times1/6\times10^{-19}$$

$$\Rightarrow n = \frac{7\times10^{-6}}{1/6\times10^{-19}} = \frac{7}{1/6}\times10^{13}$$

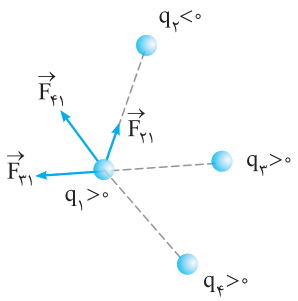
$$= \frac{70}{16}\times10^{13} = \frac{35}{8}\times10^{13} = 4/375\times10^{13}$$

پ)
$$\frac{F'}{F} = \frac{|q_1'|\times|q_2'|}{|q_1|\times|q_2|}\times(\frac{r}{r'})^2 = \frac{3\times3}{10\times4}\times1 = \frac{9}{40}$$

درسنامه ۳

برهم‌نهی نیروهای الکتروستاتیکی

آزمایش نشان می‌دهد اگر تعدادی ذره در یک فضا قرار داشته باشند، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برایند نیروهایی است که هر یک از ذره‌ها در غیاب سایر ذره‌ها، بر آن ذره وارد می‌کنند. به عنوان مثال، اگر چند ذره مطابق شکل قرار داشته باشند، نیروهای وارد بر بار q_1 را مطابق شکل رسم کرده و سپس برایندگیری می‌کنیم:



نیروی برایند: $\vec{F}_T = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41}$

موضوع بیان‌شده را اصل برهم‌نهی نیروهای کولنی می‌گویند.

مراحل استفاده از اصل برهم‌نهی

۱) مطابق شکل بالا نیروهای وارد بر ذرهٔ مورد نظر را طوری رسم کنید که ابتدای هر کدام از نیروها، روی ذرهٔ مورد نظر باشد.

۲) اندازهٔ هر یک از نیروها را با استفاده از رابطهٔ کولن محاسبه کنید.

۳) بردار نیروی خالص (نیروی برایند) را رسم کنید. با توجه به جهت نیروها، اندازهٔ بردار برایند را به‌دست آورید.

انواع سؤال‌های اصل برهم‌نهی: سؤال‌های مربوط به اصل برهم‌نهی به سه دستهٔ کلی تقسیم می‌شوند:

۱) ذره‌ها روی یک خط باشند. ۲) ذره‌ها در صفحه باشند به طوری‌که روی یک خط نباشند. ۳) ذره‌ها به‌صورت سه‌بعدی نسبت به هم قرار داشته باشند.

در کتاب درسی حالت (۱) و حالت (۲) فقط برای حالتی که نیروها بر هم عمود هستند، بررسی شده است.

حالت اوّل: ذره‌ها روی یک خط باشند.

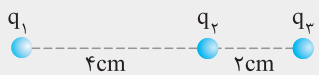
در این حالت راستای نیروی بین ذره‌ها، هم‌راستا با خطی است که ذره‌ها روی آن قرار دارند. بنابراین نیروهای وارد بر هر ذره با هم هم‌جهت یا خلاف جهت هستند یعنی در هنگام برایندگیری به ترتیب نیروها با هم جمع یا از هم کم می‌شوند.

توجه: اگر نیروها در راستای محور x باشند، می‌توان آن‌ها را بر حسب بردار یکهٔ $\vec{i}$ و اگر نیروها در راستای محور y باشند، می‌توان آن‌ها را بر حسب بردار یکهٔ $\vec{j}$ نوشت.

درسنامه ۳

مثال

سه ذرهٔ $q_1 = +2/5\mu C$ ، $q_2 = -1/0\mu C$ و $q_3 = +4\mu C$ مطابق شکل در محل خود ثابت شده‌اند. نیروی وارد بر بار q_3 چند نیوتون و در کدام جهت است؟ $\left(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}\right)$

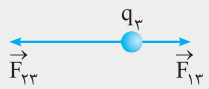


پاسخ: نیروی وارد بر q_3 برابر است با برایند نیروهای وارد بر q_3 از طرف q_1 و q_2 در غیاب بار دیگر. بنابراین باید F_{13} (نیرویی که بار q_1 به q_3 وارد می‌کند) و F_{23} را جداگانه محاسبه کنیم:

$$F_{13} = k\frac{|q_1||q_3|}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{2/5\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(6)^2\times10^{-4}} = \frac{9\times10^{-2}}{36\times10^{-4}} = \frac{1}{4}\times10^2 = 25N$$

$$F_{23} = k\frac{|q_3||q_2|}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{4\times10^{-6}\times1\times10^{-6}}{(2)^2\times10^{-4}} = \frac{9\times4\times10^{-3}}{4\times10^{-4}} = 90N$$

با توجه به علامت بارها، جهت نیروهای F_{13} و F_{23} را تعیین می‌کنیم:



با توجه به این‌که دو نیرو در خلاف جهت هم هستند، باید آن‌ها را از هم کم کنیم:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$$

$F_{23} > F_{13}$ است، بنابراین $\vec{F}_T$ هم‌جهت با $\vec{F}_{23}$ و به سمت چپ خواهد شد.

$$F_T = F_{23} - F_{13} = 90 - 25 = 65N$$

مثال

مثال قبل را بر حسب بردارهای یکّه بنویسید.

پاسخ: $\vec{F}_{13}$ به سمت راست و $\vec{F}_{23}$ به سمت چپ است.

$$\vec{F}_{13} = +25\vec{i}\ ,\ \vec{F}_{23} = -90\vec{i}$$

حال نیروی برایند را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 25\vec{i} + (-90\vec{i}) = -65\vec{i}$$

یعنی اندازهٔ نیرو $65\,N$ و به سمت خلاف جهت محور x ها است.

نیروی صفر و بار در حال تعادل: اگر دو ذرهٔ باردار q_1 و q_2 در محل خود ثابت شده باشند، می‌توان بار q_3 را در محلی قرار داد که برایند نیروهای وارد بر q_3 از طرف q_1 و q_2 صفر شود و یا اصطلاحاً بار q_3 در حالت تعادل قرار گیرد. برای تعیین محل q_3 به نکات زیر توجه کنید.

۱) q_3 حتماً روی خطی که بارهای q_1 و q_2 را به یکدیگر متصل می‌کند قرار می‌گیرد، زیرا اگر روی خط نباشند، نیروهای وارد بر q_3، زاویه‌ای می‌سازند که برآیند آن‌ها صفر نمی‌شود.

۲) مقدار و علامت q_3 اهمیتی ندارد.

۳) اگر q_1 و q_2 هم‌نام باشند، q_3 بین دو بار قرار می‌گیرد و اگر ناهم‌نام باشند، q_3 خارج از دو بار قرار می‌گیرد.

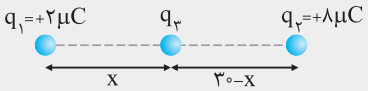
۴) q_3 همیشه نزدیک‌تر به باری است که اندازهٔ کوچک‌تری دارد.

مثال

دو بار q_1 و q_2 در فاصلهٔ $30cm$ از یکدیگر ثابت شده‌اند. در هر یک از حالت‌های زیر بار q_3 را دقیقاً در چه محلی قرار دهیم تا بار q_3 در حالت تعادل قرار گیرد؟ (برایند نیروهای وارد بر q_3 صفر باشد.) (مشابه ریاضی- شهریور ۹۰)

آ) $q_1 = +2\mu C\ ,\ q_2 = +8\mu C$ ب) $q_1 = +2\mu C\ ,\ q_2 = -8\mu C$

پاسخ: آ) بارها هم‌نام هستند، بنابراین بار سوم بین دو بار قرار داده می‌شود. چون اگر در خارج دو بار قرار گیرد، دو نیروی $\vec{F}_{13}$ و $\vec{F}_{23}$ هم‌جهت می‌شوند و برایند آن‌ها نمی‌تواند صفر باشد.



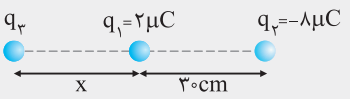
برای در تعادل ماندن بار q_3، باید نیروهای وارد بر آن از طرف q_1 و q_2 در خلاف جهت هم و هم‌اندازه باشند.

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k\frac{|q_1||q_3|}{x^2} = k\frac{|q_2||q_3|}{(30-x)^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(30-x)^2} \Rightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{8}{(30-x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{(30-x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{30-x} \Rightarrow 30-x = 2x \Rightarrow x = 10cm$$

درسنامه ۳

ب) بارها ناهم‌نام هستند. بنابراین محل بار سوم خارج فاصلهٔ دو بار و به بار کوچک‌تر نزدیک‌تر است. چون اگر در فاصلهٔ بین دو بار قرار گیرد، $\vec{F}_{۱۳}$ و $\vec{F}_{۲۳}$ هم‌جهت بوده و برایند آن‌ها نمی‌تواند صفر باشد.



$$F_{۱۳}=F_{۲۳}\Rightarrow k\frac{|q_۱||q_۳|}{x^۲}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{(۳۰+x)^۲}\Rightarrow\frac{|q_۱|}{x^۲}=\frac{|q_۲|}{(۳۰+x)^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۲}{x^۲}=\frac{۸}{(۳۰+x)^۲}\Rightarrow\frac{۱}{x^۲}=\frac{۴}{(۳۰+x)^۲}\Rightarrow\frac{۱}{x}=\frac{۲}{۳۰+x}\Rightarrow ۲x=۳۰+x\Rightarrow x=۳۰cm$$

حالت دوم: نیروهای عمود بر هم

اگر نیروها بر هم عمود باشند، با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس می‌توانید اندازهٔ نیروی برایند را محاسبه کنید.

نمایش بردارها بر حسب بردارهای یکهٔ $\vec{i}$ و $\vec{j}$

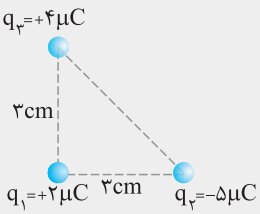
یکی از روش‌های نمایش بردارها استفاده از بردارهای یکهٔ $\vec{i}$ و $\vec{j}$ است. اندازهٔ بردارهای $\vec{i}$ و $\vec{j}$ برابر ۱ واحد است. بردار $\vec{i}$ در جهت محور x ها و بردار $\vec{j}$ در جهت محور y ها است. به عنوان مثال اگر برداری با اندازهٔ ۲۰ واحد به سمت مثبت محور x ها باشد، می‌توانیم آن را به‌صورت $۲۰\vec{i}$ نمایش دهیم. اگر برداری با اندازهٔ ۲۰ واحد به سمت منفی محور y ها باشد، می‌توانیم آن را به‌صورت $-۲۰\vec{j}$ نمایش می‌دهیم.

مثال

مطابق شکل سه ذرهٔ باردار در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند.

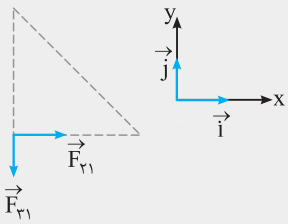
آ) برایند نیروهای وارد بر $q_۱$ را، بر حسب بردارهای یکه بنویسید. $\left(k=۹\times۱۰^۹\frac{N.m^۲}{C^۲}\right)$

ب) اندازهٔ برایند را به‌دست آورده و جهت نیروی برایند را روی شکل نشان دهید.



پاسخ: با توجه به علامت بارها، جهت نیروهای وارد بر $q_۱$ را نمایش می‌دهیم و سپس اندازهٔ آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

آ)

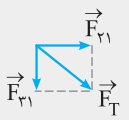


$$\begin{cases}F_{۲۱}=k\dfrac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\dfrac{۲\times۱۰^{-۶}\times۵\times۱۰^{-۶}}{(۳)^۲\times۱۰^{-۴}}=۱۰^۲N\\ \vec{F}_{۲۱}=+۱۰۰\vec{i}\end{cases}$$

$$\begin{cases}F_{۳۱}=k\dfrac{|q_۱||q_۳|}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\dfrac{۲\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{-۶}}{(۳)^۲\times۱۰^{-۴}}=۸۰N\\ \vec{F}_{۳۱}=-۸۰\vec{j}\end{cases}$$

$$\vec{F}_T=\vec{F}_{۲۱}+\vec{F}_{۳۱}=+۱۰۰\vec{i}-۸۰\vec{j}$$

ب) بردارهای $\vec{i}$ و $\vec{j}$ بر هم عمود هستند. بنابراین از رابطهٔ فیثاغورس استفاده می‌کنیم:

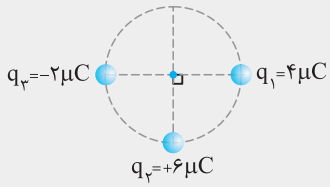


$$F_T=\sqrt{F_{۲۱}^۲+F_{۳۱}^۲}=\sqrt{۱۰۰^۲+۸۰^۲}=\sqrt{۱۰۰۰۰+۶۴۰۰}=\sqrt{۴۰۰(۲۵+۱۶)}=۲۰\sqrt{۴۱}N$$

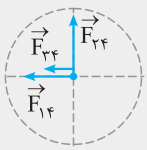
درسنامه ۳

مثال

مطابق شکل سه بار الکتریکی روی دایره‌ای با شعاع ۱۰cm قرار دارند. بزرگی نیروی وارد بر بار $q_4 = 1\mu C$ در مرکز دایره را تعیین کنید. $(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



پاسخ: ابتدا جهت نیروهای وارد بر q_4 را رسم می‌کنیم و سپس اندازه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

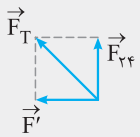


$$F_{14} = k\frac{|q_1||q_4|}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{4\times10^{-6}\times1\times10^{-6}}{(0/1)^2} = 3/6N$$

$$F_{24} = k\frac{|q_2||q_4|}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{6\times10^{-6}\times1\times10^{-6}}{(0/1)^2} = 5/4N$$

$$F_{34} = k\frac{|q_3||q_4|}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{2\times10^{-6}\times1\times10^{-6}}{(0/1)^2} = 1/8N$$

$\vec{F}_{14}$ و $\vec{F}_{34}$ هم‌جهت هستند، بنابراین برایند آن‌ها به‌صورت زیر می‌شود:

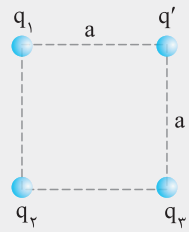


$$F' = F_{14} + F_{34} = 3/6 + 1/8 = 5/4N$$

$$F_T = \sqrt{F_{24}^2 + F'^2} = \sqrt{5/4^2 + 5/4^2} = 5/4\sqrt{2}N$$

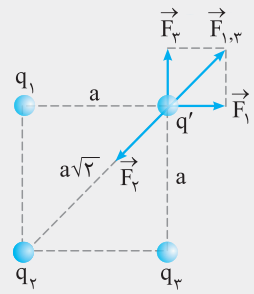
مثال

مطابق شکل چهار ذرهٔ باردار در چهار رأس مربعی ثابت شده‌اند. $q_1 = q_3 = +8nC$ **است. بار q_2 چند نانوکولن باشد تا بار q' در حال تعادل باشد؟**



پاسخ: علامت و مقدار بار در حال تعادل اهمیتی ندارد. برای رسم شکل فرض می‌کنیم علامت q' مثبت است.

برای تعادل بار q' باید برایند سه نیروی رسم‌شده، صفر شود.



$$F_1 = F_3 \Rightarrow F_{1,3} = \sqrt{F_1^2 + F_3^2} = \sqrt{2}F_1$$

$$q' \text{ در حال تعادل} \Rightarrow F_2 = F_{1,3} \Rightarrow k\frac{|q_2||q'|}{(a\sqrt{2})^2} = \sqrt{2}\times k\frac{|q_1||q'|}{a^2}$$

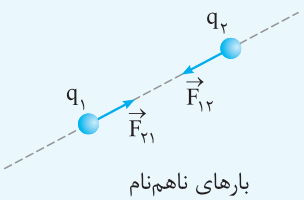
$$\Rightarrow \frac{|q_2|}{2a^2} = \sqrt{2}\frac{|q_1|}{a^2} \Rightarrow |q_2| = 2\sqrt{2}|q_1| \Rightarrow |q_2| = 16\sqrt{2}nC$$

علامت q_2 باید مخالف علامت q_1 و q_3 باشد. یعنی $q_2 = -16\sqrt{2}nC$ است.

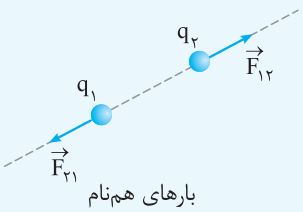
توجه: طبق اصل کوانتیده بودن بار، مقدار بار یک جسم نمی‌تواند به صورت رادیکالی باشد ولی از نظر تئوری مقدار رادیکالی را می‌پذیریم.

نکته

نیروی بین دو بار الکتریکی در راستای خط واصل بین دو بار است و جهت آن به علامت بارها بستگی دارد.



بارهای ناهم‌نام



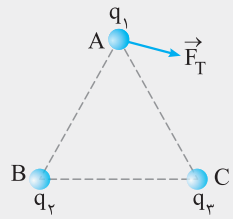
بارهای هم‌نام

در تجزیهٔ نیروی برایند، از این نکته استفاده می‌کنیم.

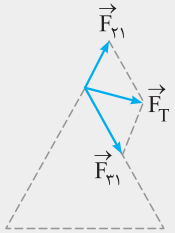
درسنامه ۳

مثال

سه ذرهٔ باردار در سه رأس مثلث متساوی‌الاضلاعی قرار گرفته‌اند. اگر برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 مطابق شکل باشد، علامت و اندازهٔ بارهای q_2 و q_3 را با هم مقایسه کنید.



پاسخ: نیرویی که q_2 به q_1 وارد می‌کند، در راستای ضلع BA و نیرویی که بار q_3 به q_1 وارد می‌کند، در راستای ضلع CA است. بنابراین نیروی F_T را تجزیه می‌کنیم تا F_{21} و F_{31} مشخص شوند. از انتهای F_T به موازات ضلع AB و AC رسم کنید.



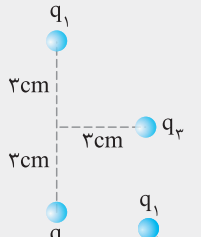
طبق جهت F_{21} و F_{31} نتیجه می‌گیریم: q_2 با q_1 هم‌نام است و q_3 با q_1 ناهم‌نام است. بنابراین q_2 و q_3 نیز ناهم‌نام هستند. طبق شکل، $|F_{31}|>|F_{21}|$ است:

$$|F_{31}|>|F_{21}| \Rightarrow k\frac{|q_3||q_1|}{r^2} > k\frac{|q_2||q_1|}{r^2} \Rightarrow |q_3|>|q_2|$$

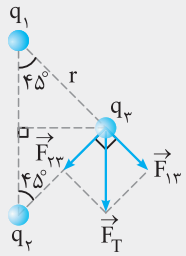
توجه: اندازهٔ q_1 با q_2 و q_3 قابل مقایسه نیست.

مثال

مطابق شکل سه ذرهٔ باردار $q_1 = -q_2 = +2\mu C$ و $q_3 = 10\mu C$ در محل‌های نشان داده‌شده، ثابت شده‌اند. برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 چند نیوتون است؟ (برگرفته از کتاب درسی)



پاسخ: ابتدا نیروهای وارد بر q_3 را رسم کرده و اندازهٔ آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:



$$F_{13} = F_{23} = k\frac{|q_1||q_3|}{r^2} \xrightarrow{r=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}cm} F_{13} = 9\times10^9 \times \frac{2\times10^{-6}\times10\times10^{-6}}{18\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow F_{13} = \frac{18}{18}\times10^2 = 100N$$

با توجه به مثلث‌های قائم‌الزاویه در شکل، داریم:

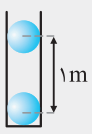
$$F_T = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2} = \sqrt{2}F_{13} = 100\sqrt{2}N$$

ترکیب نیروی الکتریکی با نیروهای دیگر

نیروی کولنی می‌تواند با سایر نیروها ترکیب شود. در این‌گونه سؤال‌ها کافی است با توجه به متن سؤال رابطهٔ بین نیروها را مشخص کنید. نیروهای کولنی مشابه سؤال‌های زیر می‌تواند با نیروی وزن، کشش نخ، نیروی فنر و ... ترکیب شود. در هر حالت کافی است، نیروهای وارد بر جسم را رسم کنید تا به راحتی رابطهٔ بین نیروها با نیروی کولنی را مشخص کنید.

مثال

مطابق شکل دو گلولهٔ رسانا و کوچک که بار یکسان دارند، در فاصلهٔ ۱m از هم ثابت شده‌اند و در حالت تعادل داخل لولهٔ شیشه‌ای و بدون اصطکاک قرار دارند.



آ) بار گلوله‌ها را از نظر هم‌نام و ناهم‌نام بودن مشخص کنید.

ب) اگر جرم هر گلوله ۳۶۰g باشد، اندازهٔ بار هر گلوله چقدر است؟ $(g=10N/kg \text{ و } k=9\times10^9 N.m^2/C^2)$

پاسخ: آ) اگر گلولهٔ در حال تعادل بالایی را در نظر بگیرید، نیروی وزن رو به پایین است، بنابراین نیروی کولنی رو به بالا می‌شود؛ یعنی نیروی بین گلوله‌ها دافعه است. بنابراین این گلوله‌ها هم‌نام هستند یعنی هر دو مثبت یا هر دو منفی هستند.

ب) با توجه به حالت تعادل گلولهٔ بالایی، نتیجه می‌گیریم که اندازهٔ F و mg باید برابر باشند:

$$F = mg \Rightarrow k\frac{|q||q|}{r^2} = mg \Rightarrow 9\times10^9 \times \frac{q^2}{1^2} = 360\times10^{-3}\times10 \Rightarrow q^2 = \frac{36\times10^{-1}}{9\times10^9} = 4\times10^{-10} \Rightarrow |q| = 2\times10^{-5}C = 20\mu C$$

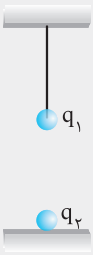
درسنامه ۳

مثال

مطابق شکل گلولهٔ بسیار سبکی (جرم ناچیز) با بار q_1 توسط نخ نازک و نارسانا از سقف آویزان شده است و بار q_2 روی زمین و زیر بار q_1 قرار داده شده است. در هر حالت کشش نخ چگونه تغییر می‌کند؟

آ) بار q_2 ناهم‌نام با بار q_1 باشد.

ب) بار q_2 هم‌نام با بار q_1 باشد.

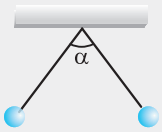


پاسخ: آ) اگر بار q_2 با بار q_1 ناهم‌نام باشد، ربایشی به سمت پایین به بار q_1 وارد می‌شود و باعث می‌شود، کشش نخ افزایش می‌یابد.

ب) اگر بار q_2 با بار q_1 هم‌نام باشد، دافعه ای رو به بالا به بار q_1 وارد می‌شود و باعث می‌شود، کشش نخ کاهش یابد.

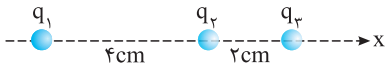
مثال

مطابق شکل دو گلولهٔ باردار و رسانا با نخ نارسانا از سقف آویزان شده‌اند و در حالت تعادل با هم زاویهٔ α می‌سازند. اگر بار گلوله‌ها را افزایش دهیم، زاویهٔ α چگونه تغییر می‌کند؟



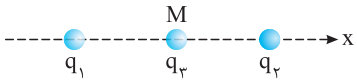
پاسخ: اگر بار گلوله‌ها افزایش یابند، نیروی دافعهٔ بین گلوله‌ها افزایش می‌یابد. با افزایش نیروی دافعه، زاویهٔ بین نخ‌ها افزایش می‌یابد.

۱۴. در شکل روبه‌رو بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار q_3 چند نیوتون است؟ (تجربی- دی ۹۲ و ۸۷)



$(q_1 = 4\mu C \ , \ q_2 = q_3 = -2\mu C \ , \ k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

۱۵. مطابق شکل، دو ذره با بارهای $q_1 = 3\times10^{-6}C$ و $q_2 = -2\times10^{-6}C$ در فاصلهٔ $0/4m$ از یکدیگر ثابت شده‌اند. نیروی الکتریکی برایند وارد بر بار $q_3 = -2\times10^{-6}C$ را که در نقطهٔ M، وسط خط واصل دو ذره قرار گرفته است، بر حسب بردار یکهٔ $\vec{i}$ بنویسید. $(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$ (تجربی- خرداد ۹۶)



۱۶. دو کره با بارهای $q_1 = q$ و $q_2 = 2q$ در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند.

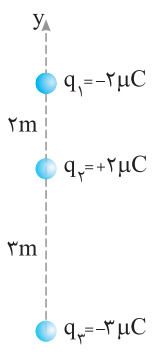
آ) نیروی الکتریکی را که این دو کره به یکدیگر وارد می‌کنند، با هم مقایسه کنید.

ب) اگر جرم کره‌ها $m_1 = m$ و $m_2 = 2m$ باشند، شتاب ناشی از نیروی الکتریکی دو کره را با هم مقایسه کنید.

۱۷. مطابق شکل، سه ذرهٔ باردار q_1، q_2 و q_3 در نقطه‌های A، B و C ثابت شده‌اند. نیروی الکتریکی وارد بر بار q_2 را بر حسب بردار یکهٔ دستگاه مختصات نشان داده‌شده در شکل بنویسید.

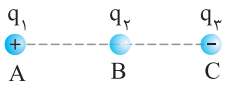
$(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2} \ , \ q_1 = q_2 = 2\mu C \ , \ q_3 = -4\mu C \ , \ AC = CB = 30cm)$

۱۸. سه ذرهٔ باردار روی محور y ها مطابق شکل روبه‌رو قرار دارند. برایند نیروهای وارد بر بار q_2 را در SI بر حسب بردارهای یکه محاسبه کنید. $(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$ (ریاضی- دی ۹۴)



۱۹. دو بار $q_1 = 16\mu C$ و $q_2 = 9\mu C$ در فاصلهٔ $28cm$ از یکدیگر ثابت شده‌اند. بار q_3 را در چه نقطه‌ای قرار دهیم تا اندازهٔ نیروی وارد بر q_3 از طرف دو بار q_1 و q_2 هم‌اندازه باشند؟

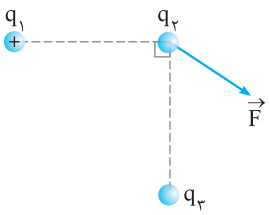
۲۰. دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 مطابق شکل در نقطه‌های A و B ثابت شده‌اند و q_3 در نقطهٔ C، در راستای AB، در حال تعادل است.



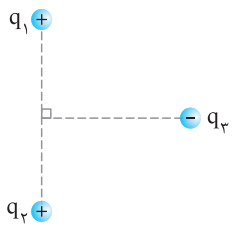
آ) نوع بار q_2 مثبت است یا منفی؟ (ریاضی- شهریور ۹۰)

ب) مقادیر $|q_1|$ و $|q_2|$ را مقایسه کنید.

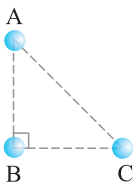
۲۱. در شکل روبه‌رو $\vec{F}$ برایند نیروهای وارد بر q_2 است. نوع بار q_2 و q_3 را مشخص کنید. (ریاضی- دی ۹۱)



۲۲. مطابق شکل روبه‌رو، بار نقطه‌ای q_3 روی عمودمنصف خط واصل دو ذرهٔ باردار مساوی q_1 و q_2 قرار دارد. نیروی الکتریکی برایند وارد بر q_3 را رسم کنید. (ریاضی- خرداد ۹۰)

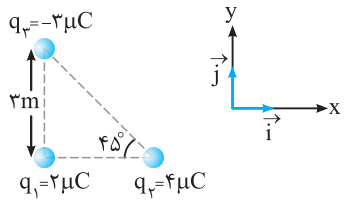


۲۳. سه ذرهٔ باردار مطابق شکل روبه‌رو در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر q_B را محاسبه کنید. (تجربی- دی ۹۱)

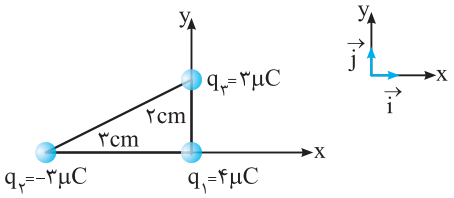


$$(AB = BC = 2cm \ , \ q_A = q_B = q_C = 2\mu C \ , \ k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$$

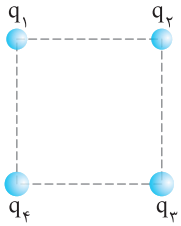
۲۴. سه ذرهٔ باردار مطابق شکل روبه‌رو در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند، نیروی الکتریکی وارد بر ذرهٔ واقع در رأس قائمه، بر حسب بردارهای $\vec{i}$ و $\vec{j}$ چند نیوتون است؟ $(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$ (ریاضی- خرداد ۹۶)



۲۵. مطابق شکل، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای قرار دارند. برایند نیروهای وارد بر بار q_1 را بر حسب بردارهای یکهٔ $\vec{i}$ و $\vec{j}$ دستگاه مختصات نشان داده‌شده در شکل بنویسید. $(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$ (تجربی- خرداد ۹۵)



۲۶. سه ذرهٔ باردار q_1، q_2 و q_3 مطابق شکل در سه رأس مربعی ثابت شده‌اند. اگر $q_1 = q_3 = 5\mu C$ باشد، نوع و اندازهٔ بار q_2 را طوری تعیین کنید که بار q_4 در حال تعادل باشد.

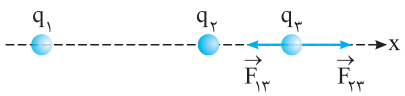


۲۷. مانند شکل، دو گلوله با بارهای هم‌نام و مساوی، هر کدام به جرم ۱۰ گرم را در یک لولهٔ شیشه‌ای قائم با بدنهٔ نارسانا و بدون اصطکاک رها می‌کنیم. در حالت تعادل، گلوله‌ها در فاصلهٔ ۴۰ سانتی‌متری از هم قرار دارند. بار الکتریکی هر گلوله را محاسبه کنید.

$$(g = 10\frac{N}{kg} \ , \ k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$$ (ریاضی- خرداد ۸۷)

پاسخ‌های تشریحی

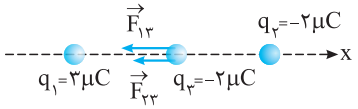
۱۴ با توجه به علامت بارها، نیروهای وارد بر q_3 را رسم می‌کنیم:



$$F_{13}=k\frac{|q_1||q_3|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{6^2\times10^{-4}}=20N$$
$$\Rightarrow \vec{F}_{13}=-20\vec{i}$$
$$F_{23}=k\frac{|q_2||q_3|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{3^2\times10^{-4}}=90N$$
$$\Rightarrow \vec{F}_{23}=+90\vec{i}$$
$$\vec{F}_T=\vec{F}_{23}+\vec{F}_{13}=90\vec{i}-20\vec{i}=70\vec{i}$$

$\vec{F}_T$ در جهت مثبت محور x ها است و اندازهٔ آن ۷۰ نیوتون می‌باشد.

۱۵



$$F_{13}=k\frac{|q_1||q_3|}{r^2}=\frac{9\times10^9\times3\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{(0/2)^2}=1/35N$$
$$\Rightarrow \vec{F}_{13}=-1/35\vec{i}$$
$$F_{23}=k\frac{|q_2||q_3|}{r^2}=\frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{(0/2)^2}=0/9N$$
$$\Rightarrow \vec{F}_{23}=-0/9\vec{i}$$
$$\vec{F}_T=\vec{F}_{13}+\vec{F}_{23}=-2/25\vec{i}$$

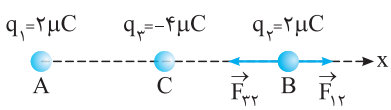
---

۱۶ آ) طبق قانون سوم نیوتون، $F_{12}=F_{21}$ می‌باشد.

ب) با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب‌ها را مقایسه می‌کنیم:

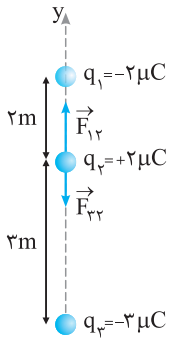
$$a=\frac{F}{m}\Rightarrow a_1=\frac{F}{m}\ ,\ a_2=\frac{F}{2m}\Rightarrow a_1=2a_2$$

۱۷



$$F_{12}=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{(60\times10^{-2})^2}=0/1N$$
$$\Rightarrow \vec{F}_{12}=0/1\vec{i}$$
$$F_{32}=k\frac{|q_2||q_3|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(30\times10^{-2})^2}=0/8N$$
$$\Rightarrow \vec{F}_{32}=-0/8\vec{i}$$
$$\vec{F}=\vec{F}_{12}+\vec{F}_{32}\Rightarrow \vec{F}=-0/7\vec{i}$$

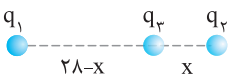
۱۸



$$F_{12}=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{2^2}=9\times10^{-3}N$$
$$\Rightarrow \vec{F}_{12}=9\times10^{-3}\vec{j}$$
$$F_{32}=k\frac{|q_2||q_3|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times3\times10^{-6}}{3^2}=6\times10^{-3}N$$
$$\Rightarrow \vec{F}_{32}=-6\times10^{-3}\vec{j}$$
$$\vec{F}=\vec{F}_{12}+\vec{F}_{32}=(9-6)\times10^{-3}\vec{j}=3\times10^{-3}\vec{j}$$

---

۱۹ اگر بخواهیم اندازهٔ دو نیرو با یکدیگر برابر شود، می‌توان بار q_3 را یک بار بین دو بار و بار دیگر خارج دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر قرار داد:

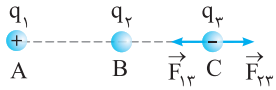


$$F_{13}=F_{23}\Rightarrow k\frac{|q_1||q_3|}{(28-x)^2}=k\frac{|q_2||q_3|}{x^2}$$
$$\Rightarrow\frac{16}{(28-x)^2}=\frac{9}{x^2}\Rightarrow\frac{4}{28-x}=\frac{3}{x}$$
$$\Rightarrow 4x=84-3x\Rightarrow x=\frac{84}{7}=12cm$$

$$F_{13}=F_{23}\Rightarrow k\frac{q_1q_3}{(28+x)^2}=k\frac{q_2q_3}{x^2}$$
$$\Rightarrow\frac{16}{(28+x)^2}=\frac{9}{x^2}\Rightarrow\frac{4}{28+x}=\frac{3}{x}$$
$$\Rightarrow 84+3x=4x\Rightarrow x=84cm$$

---

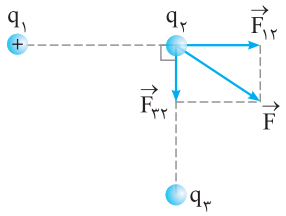
۲۰ آ) منفی، زیرا نیرویی که بار q_1 به بار q_3 وارد می‌کند، رباینی است. بنابراین برای تعادل بار q_3 باید نیروی رانشی از طرف q_2 به q_3 وارد شود. بنابراین q_2 و q_3 هم‌نام هستند، یعنی q_2 منفی می‌باشد.



ب) بار q_3 در حال تعادل $\Rightarrow F_{13}=F_{23}\Rightarrow k\frac{|q_1||q_2|}{AC^2}=k\frac{|q_2||q_3|}{BC^2}$

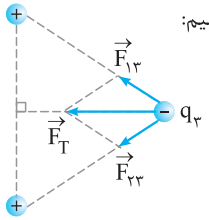
$$\Rightarrow\frac{|q_1|}{AC^2}=\frac{|q_2|}{BC^2}\xrightarrow{AC>BC}|q_1|>|q_2|$$

۲۱ نیروی F را مطابق شکل تجزیه می‌کنیم:

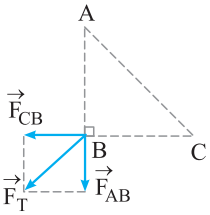


طبق شکل، بار q_1 بار q_2 را دفع کرده است. بنابراین هم‌نام هستند، $q_2 > 0$ و بار q_3 بار q_2 را جذب کرده است. بنابراین ناهم‌نام هستند و $q_3 < 0$،

۲۲ با توجه به علامت بارها نیروها را رسم می‌کنیم:



۲۳ دو نیروی دافعه بر q_B وارد می‌شود که با توجه به یکسان بودن بارها و فاصله‌ها، با هم برابر هستند.

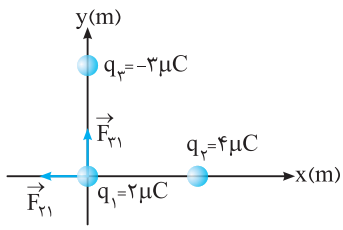


$$F_{AB}=F_{CB}=k\frac{|q_A||q_B|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{2^2\times10^{-4}}=90N$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{AB}=-90\vec{j}$$
$$\vec{F}_{CB}=-90\vec{i}$$

$$F_T=\sqrt{F_{AB}^2+F_{CB}^2}=\sqrt{2}F_{AB}=90\sqrt{2}N$$

۲۴



$$F_{21}=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}=\frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{3^2}=8\times10^{-3}N$$

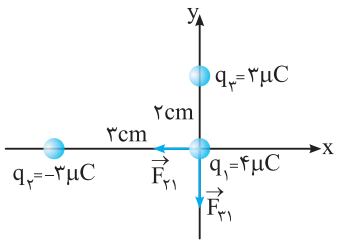
$$\Rightarrow \vec{F}_{21}=-8\times10^{-3}\vec{i}$$

$$F_{31}=k\frac{|q_1||q_3|}{r^2}=\frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}\times3\times10^{-6}}{3^2}=6\times10^{-3}N$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{31}=+6\times10^{-3}\vec{j}$$

$$\vec{F}_T=\vec{F}_{21}+\vec{F}_{31}\Rightarrow \vec{F}_T=-8\times10^{-3}\vec{i}+6\times10^{-3}\vec{j}$$

۲۵



$$F_{21}=k\frac{|q_2||q_1|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{3\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{9\times10^{-4}}=120N$$

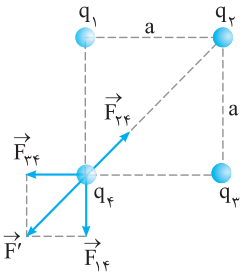
$$\Rightarrow \vec{F}_{21}=-120\vec{i}$$

$$F_{31}=k\frac{|q_3||q_1|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{3\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{4\times10^{-4}}=270N$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{31}=-270\vec{j}$$

$$\vec{F}=\vec{F}_{21}+\vec{F}_{31}\Rightarrow \vec{F}=-120\vec{i}-270\vec{j}$$

۲۶ اگر q_1 و q_3 بار q_4 را دفع یا جذب کنند، آن‌گاه q_2 باید q_4 را به ترتیب جذب یا دفع کند. بنابراین علامت q_2 مخالف علامت q_1 و q_3 است. یعنی در این سؤال q_2 منفی است. علامت q_4 تأثیری ندارد. بنابراین برای رسم، فرض کنید q_4 مثبت است:



برای این‌که بار q_4 در حالت تعادل باشد، باید برایند F_{14} و F_{34} (F') هم‌اندازه و خلاف جهت F_{24} باشد:

$$\sqrt{F_{14}^2+F_{34}^2}=F_{24}\xrightarrow{F_{14}=F_{34}}\sqrt{2}F_{14}=F_{24}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}k\frac{|q_1||q_4|}{a^2}=k\frac{|q_2||q_4|}{(a\sqrt{2})^2}$$ (قطر مربع $\sqrt{2}$ برابر ضلع آن است.)

$$\Rightarrow \sqrt{2}|q_1|=\frac{|q_2|}{2}\Rightarrow|q_2|=2\sqrt{2}|q_1|\Rightarrow|q_2|=2\sqrt{2}\times5=10\sqrt{2}\mu C$$

۲۷ برای این‌که گلولهٔ بالایی در تعادل باشد، باید نیروی وزن گلوله توسط نیروی الکتریکی خنثی شود.

$$F=mg\Rightarrow k\frac{|q||q|}{r^2}=mg$$

$$\Rightarrow 9\times10^9\times\frac{q^2}{40^2\times10^{-4}}=10\times10^{-3}\times10$$

$$\Rightarrow \frac{9}{16}\times10^{+11}\times q^2=10^{-1}$$

$$\Rightarrow q^2=\frac{16}{9}\times10^{-12}\Rightarrow q=\frac{4}{3}\times10^{-6}C=\frac{4}{3}\mu C$$