

کتاب کار و تمرین ریاضی هفتم



حسام سبحانی طهرانی

باناام خدا

مقدمه:

به نام خداوند جان و فرد
کرین برتر اندیشه برنگذرد

کتابی که در دست دارید «**کتاب کار و تمرین ریاضی هفتم**» است که نگارش آن بر عهده مؤلف گرامی آقای حسام سبحانی طهرانی بوده و زیر نظر دبیر محترم مجموعه آقای هادی عزیززاده تهیه شده است. این کتاب براساس کتاب جدید آموزش و پرورش برای کلاس هفتم (پایه اول دوره اول متوسطه) نگاشته شده است. این کتاب تمامی نکته‌های مربوط به کتاب جدید هفتم را دربرمی‌گیرد و تمرین‌های آن به گونه‌ای طراحی شده‌اند که متنوع بوده و ابتکار دانش‌آموزان را به همراه داشته باشند.

هر فصل کتاب بر اساس موضوع‌بندی کتاب درسی تفکیک شده و هر بخش آن شامل قسمت‌های زیر است:

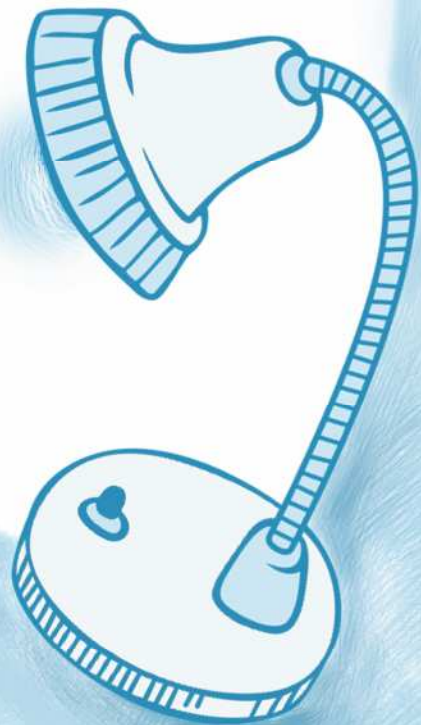
- ۱ عبارتهای درست یا نادرست
- ۲ کامل کردن جملات
- ۳ پرسش‌های چهارگزینه‌ای
- ۴ پرسش‌های با پاسخ تشریحی
- ۵ پرسش‌های مبتکرانه

بخش پرسش‌های مبتکرانه فقط برای دانش‌آموزان علاقمند و سخت‌کوش است و معلمان عزیز در حل یا عدم حل آن‌ها صاحب اختیار هستند.

امیدواریم این مجموعه برای دانش‌آموزان عزیز مفید بوده و در رسیدن به موفقیت، یاری‌گر آنها باشد.

در پایان لازم می‌دانیم از مؤلف محترم، دبیر مجموعه و خانم‌ها محبوبه شریفی، سپیده خداوردی (حروفچین و صفحه‌آرا)، خانم‌ها مریم رسولی و بهاره خدایمی (گرافیک‌ها) و زهرا گودرز، رضیه صفریان و سپیده رشیدی (طراح جلد) سپاس‌گزاری کنیم.

انتشارات مبتکران



فهرست

عنوان	صفحه
فصل اول:	
راهبردهای حل مسئله	
درس نامه	۸
تمرین‌های فصل اول	۱۱
پرسش‌های مبتکرانه	۱۴
آزمون پایانی فصل اول	۱۷
فصل دوم:	
عددهای صحیح	
درس نامه	۲۰
تمرین‌های فصل دوم:	
معرفی عددهای علامت‌دار	۲۲
جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)	۲۳
جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)	۲۶
ضرب و تقسیم عددهای صحیح	۲۷
پرسش‌های مبتکرانه	۳۰
آزمون پایانی فصل دوم	۳۳
فصل سوم:	
عبارت‌های جبری	
درس نامه	۳۸
تمرین‌های فصل سوم:	
الگوهای عددی	۳۹
عبارت‌های جبری	۴۲
مقدار عددی یک عبارت جبری	۴۴
معادله	۴۷
پرسش‌های مبتکرانه	۵۱
آزمون پایانی فصل سوم	۵۵
فصل چهارم:	
هندسه و استدلال	
درس نامه	۵۸
تمرین‌های فصل چهارم:	
روابط بین پاره‌خط‌ها	۶۱
روابط بین زاویه‌ها	۶۳
تبدیلات هندسی	۶۸
شکل‌های مساوی (هم‌نهشت)	۷۲
پرسش‌های مبتکرانه	۷۵
آزمون پایانی فصل چهارم	۷۷
فصل پنجم:	
شمارنده‌ها و اعداد اول	
درس نامه	۸۲
تمرین‌های فصل پنجم:	
عدد اول	۸۳
شمارنده اول	۸۵
بزرگ‌ترین شمارنده مشترک	۸۸

- ۹۰ کوچک‌ترین مضرب مشترک
- ۹۳ پرسش‌های مبتکرانه
- ۹۵ آزمون نوبت اول

فصل ششم:

سطح و حجم

- ۱۰۰ درس‌نامه
- تمرین‌های فصل ششم:
- ۱۰۲ حجم‌های هندسی
- ۱۰۶ محاسبهٔ حجم‌های منشوری
- ۱۰۹ مساحت جانبی و کل
- ۱۱۳ حجم و سطح
- ۱۱۶ پرسش‌های مبتکرانه
- ۱۱۹ آزمون پایانی فصل ششم

فصل هفتم:

توان و جذر

- ۱۲۴ درس‌نامه
- تمرین‌های فصل هفتم:
- ۱۲۶ تعریف توان
- ۱۲۸ محاسبهٔ عبارت توان‌دار
- ۱۳۲ ساده کردن عبارت‌های توان‌دار
- ۱۳۵ جذر و ریشه
- ۱۳۸ پرسش‌های مبتکرانه
- ۱۴۱ آزمون پایانی فصل هفتم

فصل هشتم:

بردار مختصات

- ۱۴۴ درس‌نامه
- تمرین‌های فصل هشتم:
- ۱۴۶ پاره‌خط جهت‌دار
- ۱۴۷ بردارهای مساوی و قرینه
- ۱۴۹ مختصات
- ۱۵۲ بردار انتقال
- ۱۵۷ پرسش‌های مبتکرانه
- ۱۵۹ آزمون پایانی فصل هشتم

فصل نهم:

آمار و احتمال

- ۱۶۴ درس‌نامه
- تمرین‌های فصل نهم:
- ۱۶۶ جمع‌آوری و نمایش داده‌ها
- ۱۶۹ نمودارها و تغییر نتیجه‌ها
- ۱۷۱ احتمال یا اندازه‌گیری شانس
- ۱۷۴ احتمال و تجربه
- ۱۸۱ آزمون نوبت دوم

پاسخ‌نامه:

- ۱۸۷ پاسخ‌نامه پرسش‌های مبتکرانه



فصل اول:

راهبردهای حل مسئله

فصل اول

راهبردهای حل مسئله

درسنامه

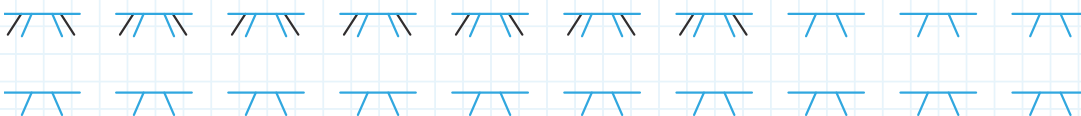
در اینجا می‌خواهیم ۸ راهبرد مطرح شده در کتاب را به همراه یک راهبرد دیگر (راهبرد بازگشتی) در قالب مثال توضیح دهیم.

۱ راهبرد رسم شکل:

گاهی کشیدن شکل ساده‌ای از مسئله، به درک بهتر ما از آن کمک می‌کند.

مثال در یک پارکینگ ۲۰ دوچرخه و اتومبیل قرار دارد. اگر تعداد چرخ‌ها ۵۴ باشد، چند اتومبیل و چند دوچرخه در این پارکینگ است؟

پاسخ ابتدا فرض می‌کنیم همه آنها دوچرخه هستند. متوجه می‌شویم که ۱۴ چرخ کم داریم؛ پس به هر شکل ۲ چرخ می‌افزاییم تا به ۵۴ چرخ برسیم.



پس ۷ اتومبیل و ۱۳ دوچرخه داریم. این مسئله را می‌توان با راهبردهای دیگری نیز حل کرد که در ادامه خواهیم دید.

۲ راهبرد الگوسازی:

در این راهبرد می‌توانیم همه حالت‌های ممکن را با نظم و ترتیب مشخصی در یک جدول نظام‌دار بنویسیم تا از بین آنها پاسخ موردنظر را بیابیم.

البته همانطور که از نام این راهبرد پیداست، بهتر است پس از نوشتن چند حالت، الگویی برای آن یافته تا در زمان کوتاه‌تری به پاسخ برسیم.

مثال مسئله قبل را به کمک راهبرد الگوسازی حل کنید.

پاسخ از صفر اتومبیل و ۲۰ دوچرخه آغاز می‌کنیم و حالت‌های دیگر را به ترتیب می‌نویسیم تا به الگویی برسیم.

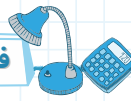
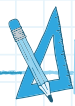
با توجه به جدول، پی می‌بریم که با افزودن هر اتومبیل و کاستن هر

دوچرخه، ۲ چرخ به آن افزوده می‌شود؛ پس باید $\frac{54-40}{2} = 7$ اتومبیل

و ۱۳ دوچرخه داشته باشیم.

دوچرخه	۲۰	۱۹	۱۸	...	۱۳
اتومبیل	۰	۱	۲	...	۷
تعداد کل چرخ‌ها	۴۰	۴۲	۴۴	...	۵۴

$\begin{matrix} \curvearrowright & \curvearrowright \\ +2 & +2 \end{matrix}$

**۳ راهبرد حدس و آزمایش:**

در این راهبرد گاهی صرفاً با انجام چند آزمایش و تحلیل نتایج آن به پاسخ می‌رسیم و گاهی نیاز است از یک جدول نیز کمک بگیریم. نکته مهم در این راهبرد، انتخاب حدس‌های هوشمندانه و تحلیل نتایج برای انجام حدس بعدی است.

مثال مسئله قبل را با راهبرد حدس و آزمایش حل کنید.

دوچرخه	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
اتومبیل	۱۰	۹	۸	۷
تعداد کل چرخ‌ها	۶۰	۵۸	۵۶	۵۴

پاسخ ابتدا حدس می‌زنیم ۱۰ دوچرخه و ۱۰ اتومبیل داریم. همان‌طور که می‌بینید، گاهی این راهبرد شباهت‌هایی با راهبرد الگوسازی دارد.

۴ راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب:

در این راهبرد، گاهی به کمک جدول نظام‌دار همه حالت‌های ممکن را می‌نویسیم و سپس با حذف حالت‌های نامطلوب، جواب مسئله را می‌یابیم. گاهی هم در استفاده از راهبرد حدس و آزمایش، از این راهبرد کمک می‌گیریم.

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times \square \\ \hline \square \square \end{array}$$

مثال در ضرب مقابل به جای \square و \bigcirc چه اعدادی می‌توان نوشت؟

از بین سایر رقم‌ها، تنها رقم ۴ است که پس از ضرب در

پاسخ چون حاصل دو رقمی شده است، پس قطعاً برای \square

۱۶ خودش رقم یکان حاصل می‌شود. پس:

نمی‌توان رقم‌های ۰، ۷، ۸، ۹ گذاشت. حالت‌های نامطلوب

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 4 \\ \hline \bigcirc 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times \square \\ \hline \square \square \end{array}$$

۵ راهبرد الگویابی:

در برخی از مسائل نظم و الگوی خاصی وجود دارد که برای حل آنها نیاز است، آن الگو را کشف کنیم.

$$7, 13, 19, 25, \dots$$

مثال بیستمین عدد در دنباله عددی مقابل چند است؟

$$+6 \quad +6 \quad +6$$

$$\text{عدد بیستمین عدد} = 7 + (19 \times 6) = 121$$

پاسخ از اولین عدد تا بیستمین عدد ۱۹ فاصله ۶ تایی وجود دارد؛ پس:

۶ راهبرد زیرمسئله:

در این راهبرد، مسئله را به چند مسئله کوچک‌تر تبدیل کرده و با حل مرحله به مرحله این مسئله‌های کوچک، پاسخ نهایی را می‌یابیم.

مثال میانگین ۱۰ درس سامان ۱۹ شده است. اگر نمره ریاضی او پس از اعتراض ۲ نمره افزایش یابد، معدل او چند

می‌شود؟ (ضرایب دروس یکسان است).

$$19 \times 10 = 190$$

پاسخ زیرمسئله ۱: مجموع نمرات سامان قبل از اعتراض؟

$$19 + 2 = 192$$

زیرمسئله ۲: مجموع نمرات سامان پس از اعتراض؟

$$\frac{192}{10} = 19,2$$

زیرمسئله ۳: معدل جدید؟

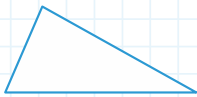
۷ راهبرد حل مسئله ساده‌تر:

در این راهبرد سعی می‌کنیم مسئله داده شده را یک یا چندبار با اعداد ساده‌تری حل کنیم و به کمک الگویی که در حل آنها دیده می‌شود، مسئله اصلی را پاسخ دهیم.

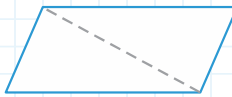
مثال مجموعه زاویه‌های یک ۱۰ ضلعی چند درجه است؟

$$(10-2) \times 180 = 1440$$

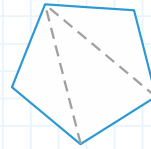
پاسخ با توجه به شکل، پی می‌بریم که هر n ضلعی از $n-2$ مثلث تشکیل شده است. پس:



$$1 \times 180 = 180$$



$$2 \times 180 = 360$$



$$3 \times 180 = 540$$

۸ راهبرد روش‌های نمادین:

در این راهبرد، مسئله را به صورت یک مدل یا عبارت ریاضی درآورده و سپس آن را حل می‌کنیم.

مثال اگر از ۴ برابر عددی ۷ واحد کم کنیم، حاصل ۲۵ می‌شود. آن عدد چیست؟

$$(4 \times \square) - 7 = 25$$

$$4 \times \square = 32$$

$$\square = 32 \div 4 = 8$$

۹ راهبرد بازگشتی:

در برخی مسائل، بهتر است مسئله را از انتها به ابتدا حل کنیم. این راهبرد بیشتر در مواقعی کاربرد دارد که اطلاعاتی از پایان مسئله داریم و می‌خواهیم چیزی از ابتدا یا میانه مسئله بیابیم.

مثال در یک سبد تعدادی سیب قرار دارد. هر نفر که به سراغ سبد می‌رود، نصف سیب‌ها را به همراه یک سیب دیگر

برمی‌دارد. اگر پس از نفر سوم، ۵ سیب در سبد مانده باشد، در ابتدا چند سیب در سبد بوده است؟

پاسخ

$$5 + 1 = 6 \xrightarrow{\times 2} 12$$

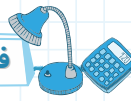
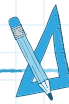
قبل از نفر سوم

$$12 + 1 = 13 \xrightarrow{\times 2} 26$$

قبل از نفر دوم

$$26 + 1 = 27 \xrightarrow{\times 2} 54$$

قبل از نفر اول (ابتدا)



تمرین‌های فصل اول

پاسخ تشریحی پاسخ پرسش‌های زیر را به صورت تشریحی بنویسید.

(مثلاً ۱۰۵ را به کمک راهبرد گفته شده حل کنید.)



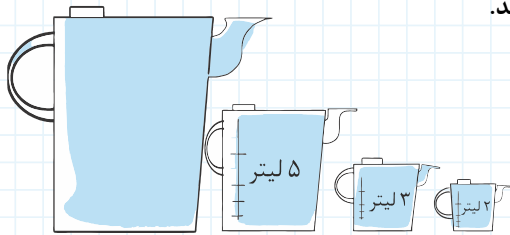
۱- کشاورزی نصف زمین خود را جو، ثلث بقیه را گندم و ربع باقیمانده آن را ذرت می‌کارد. به کمک راهبرد رسم شکل نشان دهید، چه کسری از زمین او خالی می‌ماند؟

۲- اگر زمین او ۴ هکتار باشد، مساحت زیر کشت هر بذر را حساب کنید.

۳- کیانوش ۳ پیراهن به رنگ‌های قرمز، آبی و سفید، ۳ شلوار به رنگ‌های مشکی، قهوه‌ای و سرمه‌ای و ۲ کت به رنگ‌های مشکی و سبز دارد. به کمک راهبرد الگوسازی مشخص کنید او به چند حالت می‌تواند لباس‌های خود را بپوشد؟

۴- می‌خواهیم با استفاده از یک مفتول ۱۴ متری مستطیلی بسازیم که ضلع‌های آن عدد طبیعی بوده و بیشترین مساحت ممکن را داشته باشد. به کمک راهبرد الگوسازی، طول و عرض این مستطیل را بیابید.

۵- مینا می‌خواهد ظرفی را که بیش از ۱۰ لیتر گنجایش دارد، با یکی از پیمانه‌های ۲، ۳ یا ۵ لیتری از آب پر کند. او اگر از پیمانه ۲ لیتری استفاده کند، در آخرین مرحله یک لیتر از ظرف سرازیر می‌شود. اگر از پیمانه سه لیتری استفاده کند، در آخرین مرحله دو لیتر از ظرف سرازیر می‌شود و اگر از پیمانه ۵ لیتری استفاده کند، در آخرین مرحله سه لیتر از ظرف سرازیر می‌شود. به کمک راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب گنجایش ظرف را بیابید.



۶- به کمک راهبرد الگویابی، سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید.

۱ ۲, ۶, ۱۰, ۱۴,

۲ ۲۴۳, ۸۱, ۲۷, ۹,

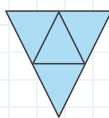
۳ ۳, ۸, ۱۸, ۳۸, ۷۸,

۴ ۱, ۴, ۹, ۱۶,

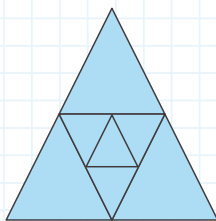
۷- به کمک راهبرد الگویابی مشخص کنید مساحت شکل ششم چند برابر مساحت شکل دوم است؟



(۱)

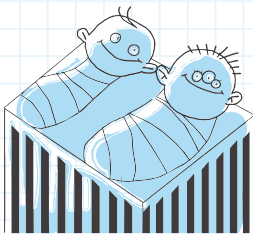


(۲)



(۳)

۷- در کشوری ناگهان نوعی بیماری رایج شد که بخشی از نوزادان با سه چشم به دنیا می آمدند. یکی از پزشکان برای آن که متوجه شود این بیماری چه قدر شیوع پیدا کرده است، عکسی از اتاق نوزادان بیمارستان این کشور گرفت. او با بررسی این عکس متوجه شد که ۴۰ نوزاد در این اتاق حضور داشته اند که روی هم رفته دارای ۱۰۰ چشم هستند. به کمک راهبرد حدس و آزمایش درصد نوزادان سه چشم را بیابید.



۸- آزیتا در یک مسابقه دو استقامت ۲۱ کیلومتری شرکت کرد. او پنج کیلومتر اول را با سرعت میانگین ۲۵۰ متر در دقیقه، پنج کیلومتر دوم را با سرعت میانگین ۲۰۰ متر در دقیقه و پنج کیلومتر سوم را با سرعت ۱۰۰ متر در دقیقه دوید. اگر او تمام مسیر را در عرض ۲ ساعت و ۵۰ دقیقه دویده باشد، بقیه مسیر را با چه سرعتی دویده است؟ (به کمک راهبرد زیر مسئله جواب را پیدا کنید.)

۹- در جام حذفی فوتبال یکی از کشورهای اروپایی ۸۳ تیم حضور دارند. برای تعیین تیم قهرمان چند بازی باید برگزار شود؟ به کمک راهبرد حل مسئله ساده تر جواب را بیابید.

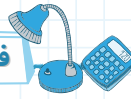
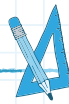
۱۰- بهرام برای خرید یک خودروی ۴۰ میلیون تومانی، ۴ میلیون به فروشنده پرداخت و قرار شد که باقیمانده پول را در ۵ قسط بپردازد. مبلغ هر قسط را به کمک راهبرد روش های نمادین تعیین کنید.

برای مسئله های ۱۱ تا ۲۰ راهبردی مناسب انتخاب کرده و مسئله را حل کنید. اگر راهبرد شما با راهبردهای گفته شده متفاوت است، آن را شرح دهید.

۱۱- سازمان شهرداری می خواهد دور تا دور مجسمه ای با قاعده مربع به ضلع ۳ متر را تا فاصله یک متر چمن بکارد. محیط و مساحت قسمت چمن کاری شده را پیدا کنید.

۱۲- با انگشتان یک دست به چند صورت می توان عدد ۳ را نشان داد؟ عدد ۲ چطور؟

- با مقایسه پاسخ این دو سؤال به چه نتیجه ای می رسید؟ چگونه می توان آن را توجیه کرد؟



۱۳- تیم ملی فوتبال ایران در جام جهانی ۲۰۱۸ با تیم‌های اسپانیا، پرتغال و مراکش هم‌گروه بود. تیم ایران به چند طریق می‌توانست در این گروه ۴ امتیاز کسب کند؟ (هر پیروزی در فوتبال ۳ امتیاز و هر تساوی یک امتیاز دارد و شکست امتیازی ندارد.)

۱۴- تیم ملی والیبال ایران قرار است در یک گروه به دیدار تیم‌های چین، آمریکا و روسیه برود. تیم ایران به چند طریق می‌تواند در این گروه ۴ امتیاز کسب کند؟ (هر پیروزی با اختلاف بیش از یک ست ۳ امتیاز دارد و هر شکست به این صورت امتیازی ندارد. هر پیروزی با اختلاف یک ست ۲ امتیاز و هر شکست به این صورت یک امتیاز دارد.)

۱۵- ناهید ۵۰۰۰۰ تومان پول داشت. او با این پول ۵ دفتر مشابه و ۴ خودکار ۲۰۰۰ تومانی خرید و فروشنده ۷۰۰۰ تومان به او پس داد. قیمت هر دفتر چقدر است؟

۱۶- حاصل عبارت $1+2+3+4+\dots+9+10+11+\dots+99+100$ را بیابید.

۱۷- سرعت صوت در هوا ۳۴۳ متر بر ثانیه است. در ۴۵ کیلومتری شهری یک انفجار مهیب روی می‌دهد. تقریباً چند ثانیه پس از این انفجار، مردم این شهر صدای آن را می‌شنوند؟



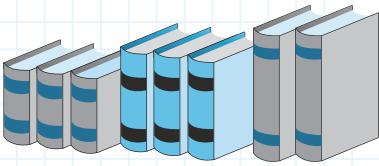
۱۸- می‌خواهیم دیوارها و سقف اتاقی را رنگ کنیم. طول، عرض و ارتفاع این اتاق به ترتیب ۵، ۴ و ۳ متر است. برای هر مترمربع از این اتاق $\frac{1}{4}$ کیلوگرم رنگ لازم است. برای دیوارها از نوعی رنگ روغنی به قیمت کیلویی ۱۲۰۰۰ تومان و برای سقف از نوعی رنگ پلاستیک به قیمت کیلویی ۱۰۰۰۰ تومان استفاده می‌کنیم. اگر دستمزد نقاش برای رنگ کردن این اتاق مترمربعی ۲۵۰۰ تومان باشد، هزینه رنگ کردن این اتاق را بیابید.

۱۹- معدل کارنامه دانش‌آموزی $\frac{19}{65}$ شده است. نمرات کارنامه این دانش‌آموز $\frac{19}{5}$ یا ۲۰ است. اگر تعداد درس‌های او ۱۰ تا باشد، در چند درس نمره $\frac{19}{5}$ و در چند درس ۲۰ گرفته است؟

پرسش‌های مبتکرانه

۱- در یک سالن تئاتر صندلی سارا از انتهای سالن صندلی هفتم، از جلوی سالن صندلی هشتم، از سمت راست صندلی چهارم و از سمت چپ صندلی پنجم است. در این سالن چند صندلی جلوی سارا قرار دارد؟

۲- شکل مقابل ۸ کتاب در سه اندازه مختلف را نشان می‌دهد. اگر در هر جابه‌جایی مجاز باشیم جای دو کتاب مجاور را با دو کتاب مجاور دیگر طوری عوض کنیم که خود آن دو کتاب جابه‌جا نشوند، با حداقل چند جابه‌جایی می‌توانیم کتاب‌ها را طوری بچینیم که هیچ دو کتاب هم‌اندازه‌ای، مجاور هم‌دیگر قرار نگیرند؟



۳- در ترکیب زیر، به جای مربع‌ها فقط می‌توان از عددهای ۲، ۳ و ۴ استفاده کرد و تکرار رقم‌ها مجاز است. چند عدد مختلف می‌تواند برای A به دست آید؟

$$(\square + \square) - (\square \times \square) = A$$

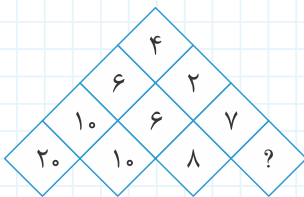
$$\square 7 - \triangle 4 = \triangle 1$$

$$\square 5 - \triangle 2 = \triangle 2$$

$$\square 7 - \triangle 2 = ?$$

۴- در تساوی‌های مقابل، بین عددها و شکل‌ها ارتباط خاصی برقرار است. به جای علامت سؤال چه عددی قرار می‌گیرد؟

۵- چه عددی می‌تواند به جای علامت سؤال قرار گیرد؟

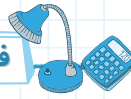
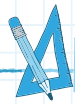


۶- ضربی به صورت مقابل است: در جاهای خالی چه عددهایی می‌توان قرار داد که:

$$\begin{array}{r} 2 \square \\ \times \quad \square \\ \hline \square \square 1 \end{array}$$

الف) حاصل ضرب آنها بیشترین مقدار ممکن شود.

ب) حاصل ضرب آنها کمترین مقدار ممکن شود.

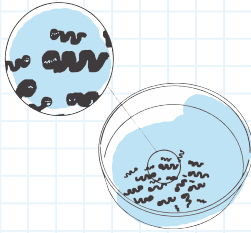


۷- از یک عدد ۱۶ رقمی، رقم‌های سوم (صدگان)، پنجم و دوازدهم آن را به صورت زیر داریم. در این عدد مجموع هر ۴ رقم متوالی برابر ۲۰ است. حاصل $A+B$ را بیابید.

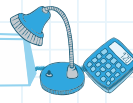
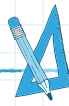
	A		۹		B				۷		۴				
(۱۶)	(۱۵)	(۱۴)	(۱۳)	(۱۲)	(۱۱)	(۱۰)	(۹)	(۸)	(۷)	(۶)	(۵)	(۴)	(۳)	(۲)	(۱)

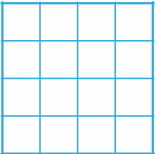
۸- کشاورزی به کمک پسرش در شش مرحله زمین کشاورزی خود را درو می‌کند. در مرحله اول کشاورز خمس زمین، در مرحله دوم پسرش $\frac{1}{6}$ باقی‌مانده زمین، در مرحله سوم کشاورز ربع باقی‌مانده زمین، در مرحله چهارم پسر ثلث باقی‌مانده زمین، در مرحله پنجم کشاورز نصف باقی‌مانده زمین و در آخر پسر باقی‌مانده زمین را تا آخر درو می‌کند. اگر این زمین ۳ هکتار باشد، کدام یک مساحت بیش‌تری را درو کرده‌اند؟ چقدر؟

۹- باکتری‌های درون یک ظرف هر ساعت ۴ برابر رشد می‌کنند. اگر ظرف حاوی این باکتری‌ها در ساعت ۱۰ صبح نیمه پر بوده باشد، در چه ساعتی از روز $\frac{1}{8}$ آن پر بوده است؟

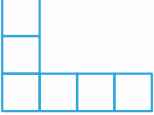



۱۰- در آزمونی $\frac{3}{5}$ از شرکت‌کنندگان به‌طور مستقیم قبول می‌شوند. ۸۰٪ از بقیه نیز به مصاحبه دعوت می‌شوند و بقیه در همان مرحله رد می‌شوند. اگر در مرحله مصاحبه نیز به تعداد افرادی که در مرحله نخست رد شده‌اند، رد شوند و بقیه قبول شوند، چند درصد از افراد دعوت‌شده به مصاحبه در این مرحله رد شده‌اند؟



بارم	آزمون پایانی فصل اول	ردیف
۲	تساوی دو کسر $\frac{۳}{۶}$ و $\frac{۶}{۱۲}$ را با رسم شکل مناسب، نشان دهید.	-۱
۲	سپهر در یک کیسه تعدادی مهره دارد. نصف مهره‌ها را به علی یک سوم باقی‌مانده مهره‌ها را به حسن می‌دهد و ۶ مهره اضافه می‌آورد. او در این کیسه چند مهره داشته است؟	-۲
۲	در جمع مقابل مقادیر x و y را حساب کنید.	-۳
	$\begin{array}{r} x x x \\ + y y y \\ + ۸ ۸ ۸ \\ \hline y x x ۸ \end{array}$	
۲	حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.	-۴
	$\frac{۲۰۱}{۲۰۲} \times \frac{۲۰۲}{۲۰۳} \times \dots \times \frac{۲۹۹}{۳۰۰} =$ $1\frac{1}{۲} \times 1\frac{1}{۳} \times 1\frac{1}{۴} \times \dots \times 1\frac{1}{۴۰} =$ $(1 + \frac{1}{۲}) \times (1 + \frac{1}{۳}) \times (1 + \frac{1}{۴}) \times \dots \times (1 + \frac{1}{۹۹}) =$	
۲	در شکل مقابل چند مربع وجود دارد؟	-۵
		
۲	عددی را بیابید که اگر از ۶ برابر آن ۸ واحد کم کنیم، عدد ۷۶ به دست آید.	-۶
۲	هیراد کتاب داستانی را در ۸ ساعت مطالعه نمود ولی هنوز ۱۷ صفحه از آن باقی‌مانده است. اگر این کتاب ۱۵۳ صفحه داشته باشد، هیراد به طور متوسط در هر ساعت چند صفحه مطالعه کرده است؟	-۷



بارم	ردیف
۲	۸-
فرهاد، سهیل و طاها به ترتیب $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{8}$ از دیواری را رنگ کرده‌اند، چه کسری از این دیوار رنگ شده است؟	
۲	۹-
شکل زیر از ۶ مربع مساوی تشکیل شده است. اگر مساحت شکل ۲۴ مترمربع باشد، محیط شکل چقدر است؟	
	
۲	۱۰-
در شکل مقابل نام تمام نیم‌خطها و پاره‌خطها را بنویسید.	
	

فصل دوم: عددهای صحیح



فصل دوم

معرفی عددهای علامت دار

جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)

جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)

ضرب و تقسیم عددهای صحیح

عددهای صحیح

درسنامه

به مجموعه اعدادی که شامل اعداد طبیعی، قرینه آنها و عدد صفر باشد، اعداد صحیح می گویند.

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

مخفف کلمه آلمانی Zahlen

قرینه اعداد صحیح

برای قرینه کردن یک عدد صحیح باید علامت آن را عوض کرد. بدین ترتیب، روشن است که قرینه قرینه هر عدد برابر خود آن عدد می شود. به عبارت بهتر، اگر عددی را زوج بار قرینه کنیم، علامت آن تغییر نمی کند.

$$\underbrace{-(-(-(\dots(-2)\dots))}_{\text{تا } 30}) = +2, \quad \underbrace{-(-(-(\dots(-2)\dots))}_{\text{تا } 31}) = -2$$

جمع اعداد صحیح

علامت حاصل	عدد حاصل *	
علامت یکی از آنها	حاصل جمع دو عدد	دو عدد هم علامت
علامت عدد بزرگ تر	حاصل تفریق دو عدد	دو عدد غیر هم علامت

* برای یافتن عدد حاصل، علامت ها را در نظر نمی گیریم.

$$(-2) + (-3) = -5$$

$$(+1) + (+4) = +5$$

$$(-2) + (+3) = +1$$

$$(+1) + (-4) = -3$$

مثال

تفریق اعداد صحیح

عدد اول را با قرینه عدد دوم جمع می کنیم.

$$(-2) - (-3) = (-2) + (+3) = +1$$

$$(+1) - (+4) = (+1) + (-4) = -3$$

مثال

جمع و تفریق برداری:

انتهای بردار = طول بردار + ابتدای بردار → جمع متناظر با بردار

ابتدای بردار = طول بردار - انتهای بردار → تفریق متناظر با بردار

طول بردار = ابتدای بردار - انتهای بردار → تفریق فرعی