

فهرست

فصل اول: آشنایی با مبانی ریاضیات

- درس اول: آشنایی با منطق ریاضی ۸
- درس دوم: مجموعه - زیرمجموعه ۲۰
- درس سوم: قوانین اعمال بین مجموعه‌ها (جبر مجموعه‌ها) ۲۸
- پرسش‌های دشوار ۳۹

فصل دوم: احتمال

- درس اول: مبانی احتمال ۴۲
- درس دوم: احتمال غیرهم‌شانس ۶۰
- درس سوم: احتمال شرطی ۶۶
- درس چهارم: پیشامدهای مستقل و وابسته ۷۲
- پرسش‌های دشوار ۸۲

فصل سوم: آمار توصیفی

- درس اول: توصیف و نمایش داده‌ها ۸۶
- درس دوم: معیارهای گرایش به مرکز ۹۲
- درس سوم: معیارهای پراکندگی ۹۹
- پرسش‌های دشوار ۱۰۹

فصل چهارم: آمار استنباطی

- درس اول: گردآوری داده‌ها ۱۱۱
- درس دوم: برآورد ۱۱۹
- پرسش‌های دشوار ۱۲۶
- پاسخ پرسش‌های دشوار ۱۳۷

فصل



آشنایی بامبانی
ریاضیات

درس

آشنایی با منطق ریاضی

منطق ریاضی یا منطق نمادین به بررسی دقیق استدلال‌های ریاضی می‌پردازد و درستی یا نادرستی یک استدلال را مشخص می‌کند.

گزاره: جمله‌ای است خبری که دارای ارزش درست یا نادرست است.

جمله مرکب

جمله «در فیلم‌های حاتمی‌کیا، پرویز پرستویی یا رضا کیانیان حضور دارند. پرویز پرستویی برای فیلم جدید حاتمی‌کیا دعوت نشده، در نتیجه رضا کیانیان در فیلم جدید حاتمی‌کیا حضور دارد»، یک گزاره است که از چند جمله تشکیل شده، دو جمله اول را مقدمه‌های استدلال و جمله آخر را نتیجه استدلال می‌گویند.

در مورد گزاره‌ها لازم است بدانیم:

۱) یک گزاره نمی‌تواند هم درست و هم نادرست باشد.

۲) ارزش گزاره درست را با «د» یا «T» و ارزش گزاره نادرست را با «ن» یا «F» نمایش می‌دهند.

۳) جملات پرسشی، امری و عاطفی، گزاره محسوب نمی‌شوند. مثلاً جملات: «یک لیوان آب به من بده»، «چه گوشی زیبایی!»، «آیا فیلم زندگی دیگران اثر دونرسمارک را دیده‌ای؟»

گزاره‌نما: هر جمله خبری که شامل یک یا چند متغیر باشد و با جای‌گذاری مقادیری به جای متغیر به یک گزاره تبدیل شود، گزاره‌نما نامیده می‌شود.

دامنه متغیر گزاره‌نما: مجموعه مقادیری است که می‌توان به جای متغیرها قرار داد تا گزاره‌نما تبدیل به گزاره شود و با D نمایش می‌دهند. حالا

اگر به ازای مقادیر جایگزین شده، گزاره‌نما به گزاره‌ای درست تبدیل شود به این مقادیر **مجموعه جواب گزاره‌نما** می‌گویند و با S نمایش می‌دهند.

بدیهی است که S باید زیرمجموعه D باشد.

مثلاً «X مضرب ۵ است» یک گزاره‌نما است که دامنه آن اعداد صحیح و مجموعه جواب آن $\{..., -1, 0, 5, 10, \dots\}$ است.

جدول ارزش گزاره‌ها

هر گزاره دارای ارزش درست یا نادرست است.

جدول ارزش یک گزاره و دو گزاره را در روبه‌رو می‌بینید.

p	p	q
د	د	د
ن	د	ن
	ن	د
	ن	ن

به طور کلی جدول ارزش n گزاره، 2^n حالت دارد.

جداول ارزش که باید بلد باشیم:

۱) **نقیض یک گزاره:** نقیض گزاره p را با $\sim p$ نمایش می‌دهند و معادل فارسی آن «چنین نیست که p» می‌باشد.

مثلاً نقیض گزاره « $a \in \{b, c, d\}$ » به صورت‌های زیر نوشته می‌شود:

«چنین نیست که a عضو مجموعه $\{b, c, d\}$ باشد.» یا «a عضو مجموعه $\{b, c, d\}$ نیست.»

توجه داشته باشید که، ارزش p با ارزش $\sim(\sim p)$ یکسان است و این دو گزاره را هم‌ارز منطقی گویند و این‌طور نشان می‌دهند: $\sim(\sim p) \equiv p$

۴۱ ترکیب فصلی دو گزاره: گزاره مرکب « p یا q » که به صورت « $p \vee q$ » نمایش داده می‌شود را ترکیب فصلی دو گزاره گویند.

رابط منطقی « \vee » را فاصل می‌نامند.

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

در ترکیب فصلی دو گزاره فقط در حالتی که ارزش دو گزاره نادرست باشد، ارزش ترکیب فصلی نادرست است.

۴۲ ترکیب عطفی دو گزاره: گزاره مرکب « p و q » که به صورت « $p \wedge q$ » نمایش داده می‌شود را ترکیب عطفی دو گزاره گویند و رابط منطقی « \wedge » را

عاطف می‌نامند.

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

ترکیب عطفی دو گزاره فقط در حالتی ارزش درست دارد که هر دو گزاره p و q درست باشند.

۴۳ ترکیب شرطی دو گزاره: گزاره مرکب « p آن‌گاه q » که به صورت « $p \Rightarrow q$ » نمایش داده می‌شود را ترکیب شرطی دو گزاره گویند. در ترکیب شرطی

به p ، مقدم (یا فرض) و به q ، تالی (یا حکم) گویند. ترکیب شرطی دو گزاره فقط در حالتی که p درست و q نادرست باشد دارای ارزش نادرست است.

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	ن	د
ن	د	د

« p شرط کافی برای q است» و « q شرط لازم برای p است».

۴۴ ترکیب دوشروطی دو گزاره: گزاره مرکب « $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ » را به صورت « $p \Leftrightarrow q$ » می‌نویسند و به صورت « p اگر و تنها اگر q » یا

« p شرط لازم و کافی برای q » می‌خوانند.

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د

برای مثال، جدول ارزش دو گزاره ۱) « $(p \wedge q \Rightarrow p)$ » و ۲) « $(p \Rightarrow p \vee q)$ » را رسم می‌کنیم. این دو به «ادخال فاصل» و «حذف عاطف» معروفاند

که همواره با « T » هم‌ارزند.

p	q	$p \wedge q$	$p \wedge q \Rightarrow p$
د	د	د	د
د	ن	ن	د
ن	د	ن	د
ن	ن	ن	د

p	q	$p \vee q$	$p \Rightarrow p \vee q$
د	د	د	د
د	ن	د	د
ن	د	د	د
ن	ن	ن	د

به عبارت دیگر داریم:

۱ قانون حذف عاطف: $(p \wedge q \Rightarrow p) \equiv T$

۲ قانون ادخال فاصل: $(p \Rightarrow p \vee q) \equiv T$

مثال | با کمک جدول ارزش نشان می‌دهیم $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$. $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$ را عکس نقیض $p \Rightarrow q$ گویند.

پاسخ |

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \Rightarrow \sim p$
د	د	د	ن	ن	د
د	ن	ن	ن	د	ن
ن	د	د	د	ن	د
ن	ن	د	د	د	د

قوانین گزاره‌ها

۱ قوانین جابه‌جایی:

$$\begin{cases} p \vee q \equiv q \vee p \\ p \wedge q \equiv q \wedge p \end{cases}$$

۲ قوانین شرکت‌پذیری:

$$\begin{cases} (p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r) \\ (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r) \end{cases}$$

۳ قوانین توزیع‌پذیری:

$$\begin{cases} p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \\ p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \end{cases}$$

۴ قانون عکس نقیض:

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$$

۵ قانون نفی مضاعف:

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

۶ قوانین دمورگان:

$$\begin{cases} \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \\ \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \end{cases}$$

سورها

عبارت‌های «به ازای هر» یا «به ازای تمام مقادیر» که با نماد \forall نمایش داده می‌شوند به «سور عمومی» معروف‌اند. همچنین «به ازای بعضی مقادیر» یا «وجود دارد» که با نماد \exists نمایش داده می‌شوند را، «سور وجودی» می‌گویند.

باید بدانیم:

۱ گزاره‌نمای شامل متغیر x که با سور عمومی همراه می‌شود وقتی به یک گزاره درست تبدیل می‌شود که هر عضو از دامنه متغیر در گزاره‌نما

صدق کند؛ به عبارت ساده‌تر هیچ مثال نقضی نداشته باشد. مثلاً گزاره‌نمای $\forall x \in \mathbb{R} : |x| \geq 0$ درست است زیرا به ازای جمیع مقادیر حقیقی x ، قدر مطلق x ، بزرگ‌تر یا مساوی صفر است.

۲ گزاره‌نمای شامل متغیر x که با سور وجودی همراه می‌شود وقتی درست است که مجموعه جواب آن تهی نباشد. یعنی حداقل یک جواب پیدا

کنیم که در گزاره‌نما صدق کند. مثلاً گزاره‌نمای $\exists n \in \mathbb{N} : (2^{2n} + 1) \notin p$ درست است زیرا به ازای $n = 1$ ، $2^{2 \cdot 1} + 1 = 5$ اول نیست.

نقیض سورها

۱ نقیض گزاره $\forall x : P(x)$ عبارت است از: $\exists x : \sim P(x)$

۲ نقیض گزاره $\exists x : P(x)$ عبارت است از: $\forall x : \sim P(x)$

مثال | نقیض گزاره‌های مقابل را بنویسید.

الف $\forall x \in \mathbb{R}^+ : x + \frac{1}{x} \geq 2$ ب $\exists y \in \mathbb{R} : \frac{x-3}{5} = 0$

الف $\sim(\forall x \in \mathbb{R}^+ : x + \frac{1}{x} \geq 2) \equiv \exists x \in \mathbb{R}^+ : x + \frac{1}{x} < 2$

پاسخ |

ب $\sim(\exists y \in \mathbb{R} : \frac{x-3}{5} = 0) \equiv \forall y \in \mathbb{R} : \frac{x-3}{5} \neq 0$

خود گزاره درست است و نقیض آن نادرست است.

خود گزاره به ازای $x = 3$ برقرار و درست است. ولی نقیض آن نادرست است.

درست و نادرست ?

- ۱ یک گزاره می‌تواند هم درست و هم نادرست باشد.
- ۲ دامنه متغیر گزاره‌نمای « $4x^2 - 3x - 1 = 0$ »، مجموعه اعداد حقیقی است.
- ۳ مجموعه جواب گزاره‌نما زیرمجموعه‌ای از دامنه متغیر گزاره‌نما است.
- ۴ فقط در صورتی ارزش گزاره ترکیب فصلی p و q درست است که p و q هر دو درست باشند.
- ۵ هر گزاره شرطی با عکس نقیض خود هم‌ارز است.
- ۶ گزاره‌نمای شامل متغیر x که با سور عمومی همراه می‌شود وقتی به یک گزاره درست تبدیل می‌شود که بعضی از اعضای دامنه متغیر در گزاره‌نما صدق کنند.
- ۷ اگر بوفون ۴ گل بخورد رئال مادرید قهرمان می‌شود. بوفون ۴ گل خورده است. در نتیجه رئال قهرمان شده است.

کامل کنید ?

- ۱ محتوای جمله خبری که دارای ارزش درست یا نادرست است را می‌گویند.
- ۲ جدول ارزش ۴ گزاره p, q, r و s دارای حالت است.
- ۳ هر جمله خبری که شامل یک یا چند متغیر است و با جای‌گذاری مقادیر به جای متغیر، به یک گزاره تبدیل شود نامیده می‌شود و مقادیری که می‌توان به جای متغیر قرار داد تا تبدیل به گزاره شود، نامیده می‌شود.
- ۴ از ترکیب دو یا چند گزاره به وسیله رابط‌ها، گزاره‌ای به دست می‌آید.
- ۵ نقیض گزاره r را به صورت می‌نویسیم و آن را می‌خوانیم.
- ۶ ترکیب فصلی دو گزاره p و q را به صورت و ترکیب عطفی دو گزاره p و q را به شکل نمایش می‌دهیم.
- ۷ در گزاره مرکب « $p \Rightarrow q$ » p را و q را می‌گویند.
- ۸ گزاره مرکب « $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ » را گزاره‌های p و q می‌نامند.
- ۹ عبارت‌های «به ازای هر» با نماد و «به ازای بعضی از مقادیر» با نماد به معروف‌اند.
- ۱۰ گزاره‌نمای شامل متغیر x که با سور وجودی همراه است وقتی درست است که مجموعه جواب آن باشد.

پرسش‌های تشریحی ?

- ۱ از جملات زیر، کدامیک گزاره است. ارزش گزاره‌ها را مشخص کنید.
الف) $1 + 1 = 2$ عددی اول است.

- (ب) چه رنگین کمان زیبایی!
- (پ) دامنه $\sqrt{|x|}$ ، x های بزرگ تر یا مساوی صفر است.
- (ت) در هفته آینده چه روزی باران می بارد؟
- (ث) آمار و احتمال یکی از درس های سال یازدهم رشته ریاضی است.
- (ج) معادله درجه دوم با $\Delta = 0$ ، دارای دو ریشه حقیقی متمایز است.
- (چ) پروفسور مریم میرزاخانی، ریاضی دان ایرانی، اولین زن برنده جایزه فیلدز بود.
- (ح) عدد x عددی صحیح است.
- ۲ در گزاره‌های زیر، دامنه متغیر گزاره‌ها و مجموعه جواب گزاره‌ها را مشخص کنید.

(الف) $6x^2 - 5x - 1 = 0$

(ب) p عددی اول است.

(پ) باقی مانده تقسیم x بر ۵ برابر ۳ است.

(ت) $\frac{x}{\sqrt{x}} \leq 10$

(ث) در پرتاب دو تاس با هم، مجموع ارقام دو تاس بزرگ تر از ۱۱ است.

۳ نقیض هر یک از گزاره‌های زیر را بنویسید.

(الف) ۵ عددی زوج است.

(ب) $x \leq 3$

پ) خوارزمی یکی از بزرگ‌ترین ریاضی‌دانان ایرانی است.

ت) احتمال آمدن حداقل یک «رو» در پرتاب دو سکه با هم، برابر $\frac{3}{4}$ است.

ث) X زوج یا اول است.

ج) دانشگاه صنعتی امیرکبیر در خیابان حافظ است و هوای اهواز غبارآلود است.

چ) اگر p اول باشد، p^2 اول است.

ح) در مثلث ABC ، اگر $BC > AC$ ، آن‌گاه $\hat{A} > \hat{B}$.

۴) مشخص کنید هر یک از استنتاج‌های زیر، درست هستند یا نادرست.

الف) «اگر فردا جمعه باشد، مدرسه تعطیل خواهد بود.»

«فردا مدرسه تعطیل است.»

نتیجه «فردا جمعه است.»

ب) «هر عدد طبیعی که دو مقسوم‌علیه طبیعی داشته باشد، عددی اول است.»

«عدد طبیعی X ، دو مقسوم‌علیه طبیعی دارد.»

نتیجه «عدد طبیعی X اول است.»

پ) «سن علی از رضا و محمد بیشتر است.»

«سن رضا کم‌تر از سن میثم نیست.»

«چنین نیست که سن میثم کم‌تر از محمد باشد.»

نتیجه > سن محمد > سن رضا > سن میثم > سن علی

۵ حالت‌های مختلف ارزش سه گزاره p ، q و r در جدول نمایش داده شده‌اند. جاهای خالی را پر کنید.

p	q	r
د	د
.....	د	ن
د	ن
.....	ن
ن	د
.....	د	ن
ن	ن
.....

p	q
د
.....	ن
ن
.....	ن

۶ اگر p و q دو گزاره باشند، جدول ارزش زیر را کامل کنید.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	ن	ن

\Uparrow ترکیب عطفی \Uparrow ترکیب فصلی \Uparrow ترکیب شرطی \Uparrow ترکیب دوشروطی

۷ جدول‌های ارزش زیر را کامل کنید.

نتایج

الف)

p	T	$p \wedge T$	$p \vee T$	$\sim p$
د	د
ن	د

$p \wedge T \equiv \dots\dots\dots (1)$

$p \vee T \equiv \dots\dots\dots (2)$

$\sim p \vee p \equiv \dots\dots\dots (3)$

نتایج

ب)

p	F	$p \wedge F$	$p \vee F$	$\sim p$
د	ن
ن	ن

$p \wedge F \equiv \dots\dots\dots (1)$

$p \vee F \equiv \dots\dots\dots (2)$

$\sim p \wedge p \equiv \dots\dots\dots (3)$

ب)

p	q	$p \wedge q$	$q \wedge p$
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

نتایج

(۱) $p \wedge q \equiv$

(۲) $p \vee q \equiv$

ت)

p	q	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

نتایج

(۱) $p \vee (p \wedge q) \equiv$

(۲) $p \wedge (p \vee q) \equiv$

ث)

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \Rightarrow \sim p$
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

نتیجه

ج)

p	q	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

نتایج

(۱) $\sim (p \wedge q) \equiv$

(۲) $\sim (p \vee q) \equiv$

۸ با «است» یا «نیست» جاهای خالی را پر کنید.

الف) گزاره «علی در درس آمار و احتمال قبول نشده است یا درس هندسه را ۲۰ شده است»، هم‌ارز منطقی گزاره «اگر درس هندسه را ۲۰ نشده باشد آن‌گاه علی در درس آمار و احتمال را قبول نشده است»

ب) گزاره «چنین نیست که (تمام اعداد اول فرد هستند و ۲ عددی اول نیست)»، هم‌ارز منطقی گزاره «تمام اعداد اول فرد نیستند و ۲ عددی اول نیست»

پ) گزاره «اگر لوییس همیلتون قهرمان فرمول ۱ نشود، سباستین فیتل قهرمان فرمول ۱ می‌شود»، هم‌ارز منطقی گزاره «لوییس همیلتون قهرمان فرمول ۱ می‌شود یا سباستین فیتل قهرمان فرمول ۱ می‌شود»

ت) گزاره «چنین نیست که تیم کواالیرز قهرمان NBA شده یا لبرون جیمز بهترین بازیکن فصل NBA شده است»، هم‌ارز منطقی گزاره «تیم کواالیرز قهرمان NBA نشده و لبرون جیمز بهترین بازیکن فصل NBA نشده است»

۹ جای خالی را با «درست» یا «نادرست» پر کنید.

الف) گزاره مرکب « $\sqrt{2}$ عددی گویاست یا الان باران می بارد.» دارای ارزشی نادرست است. پس گزاره «الان باران می بارد.» دارای ارزش است.

ب) گزاره مرکب «تهران پایتخت ایران است و مهرداد در پاریس زندگی می کند.» دارای ارزشی درست است. پس گزاره «مهرداد در پاریس زندگی می کند.» دارای ارزش است.

پ) گزاره مرکب «اگر علی پیراهن سفید بپوشد آن گاه رضا پیراهن سیاه می پوشد.» دارای ارزشی نادرست است. پس گزاره اول دارای ارزش و گزاره دوم دارای ارزش است.

ت) گزاره مرکب «پرسپولیس ۲۰ بازیکن بالای ۲۳ سال ندارد یا ۲ بازیکن از این تیم کنار گذاشته می شوند.» دارای ارزشی نادرست است. گزاره مرکب «اگر پرسپولیس ۲۰ بازیکن بالای ۲۳ سال داشته باشد آن گاه ۲ بازیکن از این تیم کنار گذاشته می شوند.» دارای ارزش است.

۱۰ جاهای خالی را با «لازم» یا «کافی» پر کنید.

الف) در گزاره «اگر نیمار از بارسلونا جدا شود، شانس نیمار برای دریافت توپ طلا افزایش می یابد.» افزایش شانس نیمار برای دریافت توپ طلا شرط برای جداسدن نیمار از بارسلونا است.

ب) در گزاره «اگر رضا عطاران نقش اول یک فیلم سینمایی را ایفا کند، فروش فیلم سینمایی میلیاردی خواهد بود.» ایفای نقش اول فیلم سینمایی توسط رضا عطاران شرط برای فروش میلیاردی فیلم سینمایی است.

۱۱ جدول ارزش روبرو را کامل کنید.

p	q	~ p	~ q	~ p ∨ q	~ (~ p ∨ q)	p ∧ ~ q
د	د	ن	د
د	ن	د
ن	د	د	ن
ن	ن	د

از جدول ارزش بالا چه نتیجه ای می گیرید؟

۱۲ با استفاده از جدول ارزش نشان دهید: $(p \Leftrightarrow q) \equiv ((p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q))$.

p	q	p ⇔ q	p ∧ q	~ p	~ q	~ p ∧ ~ q	(p ∧ q) ∨ (~ p ∧ ~ q)
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

آیا می توانید با استفاده از قوانین و بدون رسم جدول ارزش، هم ارزی بالا را نشان دهید؟

۱۳ فرض کنید گزاره های p, q و r درباره چهارضلعی ABCD باشند.

p: چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است.

q: چهارضلعی ABCD لوزی است.

r: هر دو ضلع مجاور در چهارضلعی ABCD با هم برابرند.

هر یک از گزاره‌های زیر را به فارسی بنویسید.

الف) $p \Rightarrow q$:

ب) $q \Rightarrow r$:

پ) $r \Rightarrow p$:

ت) $p \wedge \sim q$:

ث) $\sim p \Rightarrow \sim q$:

۱۴ فرض کنید p، q و r گزاره‌های اولیه به صورت زیر باشند:

p: کمیل به سینما می‌رود.

q: هوا گرم است.

r: ترافیک است.

الف) معادل فارسی هر یک از گزاره‌های مرکب زیر را بنویسید.

$$(۱) r \wedge \sim q$$

$$(۲) (r \wedge \sim q) \Rightarrow p$$

$$(۳) \sim (p \Leftrightarrow (q \vee r))$$

ب) هر یک از جملات فارسی زیر را به صورت گزاره نمایش دهید.

(۱) اگر هوا گرم و ترافیک باشد، کمیل به سینما نمی‌رود.

(۲) ترافیک است و کمیل به سینما می‌رود.

۳) اگر هوا گرم نباشد یا ترافیک نباشد، کمیل به سینما می‌رود.

۴) کمیل به سینما می‌رود اگر و فقط اگر نه هوا گرم باشد و نه ترافیک باشد.

۱۵) فرض کنید:

p: پروفیسور بهمن مهری در زمینه معادلات دیفرانسیل تخصص دارد.

$$q: x^2 + y^2 \geq 0$$

r: منطق ریاضی یکی از مباحث کتاب آمار و احتمال یازدهم است.

جدول ارزش گزاره مرکب «پروفیسور بهمن مهری در زمینه معادلات دیفرانسیل تخصص دارد و اگر $x^2 + y^2 < 0$ باشد آن‌گاه منطق ریاضی یکی از مباحث کتاب آمار و احتمال یازدهم است» را تشکیل دهید.

۱۶) گزاره‌های زیر را با استفاده از نمادهای \forall و \exists بنویسید و ارزش هر یک را مشخص کنید.

الف) به ازای همه مقادیر x ، $(x+1)^2 \geq 0$.

ب) برای بعضی از مقادیر طبیعی x ، $x^2 + 2x - 3 = 0$.

پ) هر عدد اول به یکی از صورت‌های $6k+1$ یا $6k-1$ نوشته می‌شود.

ت) مربع هر عدد حقیقی، بزرگ‌تر یا مساوی خودش است.

ث) در فضای نمونه‌ای S ، پیشامدی وجود دارد به طوری که $P(A) \geq 1$ باشد.

ج) هر نقطه‌ای از صفحه که از دو سر پاره خط AB به یک فاصله باشد روی عمودمنصف پاره خط AB قرار دارد.

۱۷) نقیض گزاره «بعضی از فوتبالیست‌ها تحصیل کرده هستند» را بنویسید.

۱۸) ارزش هر یک از گزاره‌های سوری زیر را مشخص کنید و سپس نقیض آن‌ها را بنویسید.

$$\forall x \in \mathbb{Z} : \frac{x^3 + 1}{x + 1} = x^2 - x + 1 \quad (\text{الف})$$

ب) $\exists x \in p : |x - 2| \leq 0$ (p مجموعه اعداد اول است).

$$\forall x \in \mathbb{R} : \frac{x+1}{x} \leq 2 \quad (\text{پ})$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad (\text{ت})$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : \sqrt{x} > x \quad (\text{ث})$$

$$\exists x \in \mathbb{R} : \frac{x+2}{x-3} = 1 \quad (\text{ج})$$

$$\forall n \in \mathbb{N} : (2^n - 1) \in p \quad (\text{چ})$$