

مقدمه ناشر

دوست خوبم سلام؛

چند وقتی است که به طور جدی مسئله اصلی زندگی من «تمرکز» است. به طوری که سعی کردم درباره آن چند کتاب بخوانم. حتی چندین پادکست هم پیرامون آن گوش دادم تا اطلاعات بهتر و بیشتری پیدا کنم. مثلاً فهمیدم عصر حاضر به عنوان Age of Distraction (یعنی عصر پریشان حالی یا آشفتگی) شهرت دارد و حتی محققان توجه و تمرکز را منبعی نایب‌تر از طلا می‌دانند! هم‌چنین پیش‌بینی کرده‌اند در آینده یکی از ابزارهایی که تفاوت ویژه بین افراد یک جامعه ایجاد می‌کند و علت اصلی موفقیت عده‌ای محدود خواهد شد، قدرت تمرکز این افراد است. (البته تمرکز و توجه با هم متفاوت هستند گرچه اغلب ما آن‌ها را به غلط جای هم به کار می‌بریم).

شما امسال در وسط راه آموزش مدرسه‌ای خود هستید! دقیقاً وسط! شروع تمرین تمرکز کردن و تمرکز داشتن از همین سن و سال باعث می‌شود شما هم یکی از افراد موفق آینده باشید، پس متمرکز شروع کنید و متمرکز بمانید!

«یادی از سایه»

نگاه کن
هنوز آن بلند دور
آن سپیده، آن شکوفه‌زار انفجار نور
کهربای آرزوست،
سپیده‌ای که جان آدمی همواره در هوای اوست،
به بوی یک نفس در آن زلال دم‌زدن
سزد اگر هزار بار
بیفتی از نشیب راه و باز
رو نهی بدان فراز ...
به‌سان رود
که در نشیب دره سر به سنگ می‌زند
رونده باش
امید هیچ معجزی ز مرده نیست
زنده باش ...

مقدمه مولف

اول، گپی با دانش آموزان:

بالأخره کتاب کار ریاضی هفتم هم آماده چاپ شد. راستش زمانی که شروع به نوشتن این کتاب کردیم اصلاً فکر نمی کردیم قصه تالیف و تولید این کتاب انقدر طولانی بشه! ولی مهم اینه که بالأخره به سرانجام رسید. نمی دونم تا حالا براتون اتفاق افتاده که چندتا کار نیمه تمام داشته باشید و این که هیچ کدام پرونده شون بسته نمی شه آزارتون بده یا نه، اما مطمئن هستم اگر تا حالا تجربه چنین موقعیتی رو نداشتید حتماً در آینده با اون مواجه خواهید شد.

مشاورها و روانشناس ها می گن تو همچین شرایطی باید کارهای نیمه تمومتون رو لیست کنین و اون ها رو براساس این که کدوم رو زودتر می شه تموم کرد، مرتب کنین و شروع کنین از اول لیست، کاری رو که زودتر از همه می شه به نتیجه رسوند انجام بدین تا تموم بشه! حالا فایده این کار چیه؟!

فایده اش اینه که هم یه کار از لیست کارها کم می شه و احساس در حال پیشرفت بودن می کنین و هم تموم شدن هر کاری انرژی مضاعف برای انجام بقیه کارهای باقی مونده توی لیست رو بهمون می ده. حالا چرا اینا رو گفتیم؟ چون همه ما در طول زندگی مون، بارها و بارها این موقعیت رو تجربه خواهیم کرد. وقتی آدم توی انبوهی از وظایف و کارهای روزانه غرق بشه و هر روز به تعداد اون کارها اضافه بشه به طور ناخواسته شروع به ناراحتی و حتی افسردگی می کنه! این حس، باعث می شه توانایی ما در حل مسائل و مشکلاتمون کم تر بشه و بنابراین به سرانجام رسوندن کارهامون سخت تر! تنها چیزی هم که تو این موقعیت می تونه حال ما رو بهتر کنه، تموم شدن یکی یا چندتا از کارهاییه که ذهنمون رو به خودش مشغول کرده و حسابی تو سرمون سنگینی می کنه!

امیدوارم این چند خط حداقل به یک نفر از خوانندگان این کتاب در طول زندگیش کمک کنه! به من که خیلی کمک کرد!

خیلی مراقب خودتون باشین!

فعلن!

فهرست



۷

فصل اول: راهبردهای حل مسئله

۲۳

فصل دوم: عددهای صحیح

۵۱

فصل سوم: جبر و معادله

۷۷

فصل چهارم: هندسه و استدلال

۱۰۴

آزمون میان نوبت اول

۱۰۶

فصل پنجم: شمارنده‌ها و اعداد اول

۱۳۳

آزمون نوبت اول

۱۳۵

فصل ششم: سطح و حجم

۱۵۶

فصل هفتم: توان و جذر

۱۷۸

فصل هشتم: بردار و مختصات

۲۰۳

آزمون میان نوبت دوم

۲۰۵

فصل نهم: آمار و احتمال

۲۲۵

آزمون نوبت دوم



راهبردهای حل مسئله

فصل اول

شاید اولین مفهومی که تو ذهن بیشتر آدم‌ها بعد از شنیدن کلمه ریاضی شکل می‌گیره، پیزیه به نام حل مسئله! (😊) حل کردن مسئله‌ها جزء جدانشدنی ریاضیه! برای این که بتونیم یک مسئله رو حل کنیم اول باید روش حل مسئله رو تشخیص بدیم. روش‌های کلی حل مسئله‌ها در چند دسته مشخص مانند رسم شکل، الگوسازی، حذف حالت‌های نامطلوب و ... طبقه‌بندی می‌شوند. به هر کدام از این دسته‌ها یک راهبرد حل مسئله می‌گوییم! (یاد بازی‌های استراتژیک افتادیم!) (😊)

مراحل حل مسئله: برای این که بتوانیم یک مسئله را حل کنیم باید سه گام مهم برداریم:

گام ۱: فهمیدن مسئله: برای این که یک مسئله را حل کنیم، اول باید بتوانیم صورت آن را درست بخوانیم و اطلاعات داده شده و خواسته مسئله را تشخیص دهیم. حل کردن مسئله، استفاده از داده‌های مسئله برای رسیدن به خواسته مسئله است! (😊)

گام ۲: انتخاب راهبرد مناسب: وقتی مسئله را خوب فهمیدیم و برایمان کاملاً مشخص شد که مسئله چه چیزی می‌خواهد باید راهبرد مناسب حل مسئله را پیدا کنیم. انتخاب راهبرد درست نیازمند این است که ما انواع راهبردهای حل مسئله را به درستی بشناسیم.

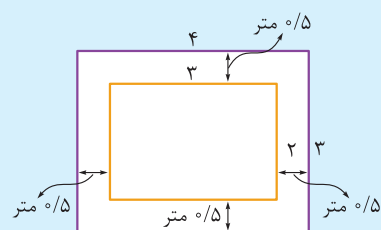
گام ۳: حل مسئله و به دست آوردن جواب: بعد از انتخاب راهبرد درست برای حل مسئله، می‌توانیم از آن استفاده کنیم و به جواب مسئله برسیم.

گام ۴: بازگشت به عقب: حل کردن مسئله با پیداشدن پاسخ آن تمام نمی‌شود، باید پاسخ به دست آمده را بررسی کنیم تا مطمئن شویم جوابی که به دست آورده‌ایم همان خواسته مسئله است. با این کار مطمئن می‌شویم پاسخ به دست آمده منطقی است.

۱. راهبرد رسم شکل

همتا تا حالا ضرب المثل «شنیدن کی بُور مانند دیدن» به‌گوشتون فورده! شاید براتون جالب باشه که بدونید این ضرب‌المثل اساس یکی از موهم‌ترین راهبردهای حل مسئله یعنی راهبرد رسم شکل! (😊) در استفاده از این راهبرد به این نکته توجه کنید که در بسیاری از مسئله‌ها نیاز به رسم شکل دقیق نیست، بلکه با رسم یک شکل تقریبی هم می‌توانیم بسیاری از مسئله‌ها را حل کنیم.

مثال می‌خواهیم تا فاصله نیم متر از ضلع‌های حوض آب مستطیل‌شکلی به ابعاد ۳ و ۲ متر گل کاری کنیم. مساحت زمینی که باید گل کاری شود چه قدر است؟



پاسخ برای پیدا کردن پاسخ این مسئله، کافی است یک شکل تقریبی رسم کنید. یک مستطیل به طول ۳ متر و عرض ۲ متر را به جای حوض آب در نظر می‌گیریم و ناحیه‌ای که باید گل کاری شود را براساس آن رسم می‌کنیم:

مساحت مستطیل کوچک - مساحت مستطیل بزرگ = مساحت قسمت گل کاری شده

$$= 4 \times 3 - 2 \times 2 = 12 - 4 = 8 \text{ m}^2$$

مثال $\frac{1}{4}$ دانش‌آموزان کلاسی به فعالیت‌های ادبی و هنری، نصف بقیه به آزمایش‌های مرتبط با درس علوم و ۱۵ نفر به کارهای پژوهشی مربوط

به درس ریاضی علاقه‌مند هستند. کلاس چند نفر دانش‌آموز دارد؟



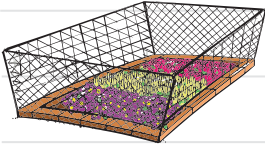
علوم	علوم	ادبی هنری	علوم
ریاضی	ریاضی	ادبی هنری	ریاضی

پاسخ ابتدا با کمک شکل، کسر مربوط به دانش‌آموزانی که به درس ریاضی علاقه‌مند هستند را به دست می‌آوریم:

$$\frac{3}{8} = \frac{15}{\square} \Rightarrow \text{تعداد کل دانش‌آموزان} = \square = \frac{15 \times 8}{3} = 40$$

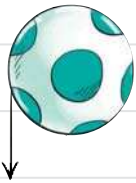
۱ یک باغچه مستطیل‌شکل به طول ۲۰ متر و عرض ۷ متر داریم. اگر بخواهیم به فاصله یک متر از ضلع‌های باغچه، دور تا دور آن را نرده بکشیم،

چند متر نرده احتیاج داریم؟



۲ توپی را از ارتفاع ۴۸ متری، به طور عمودی به سمت زمین رها می‌کنیم. اگر این توپ پس از هر بار

برخورد با زمین، نصف ارتفاع قبلی خود بالا بیاید:

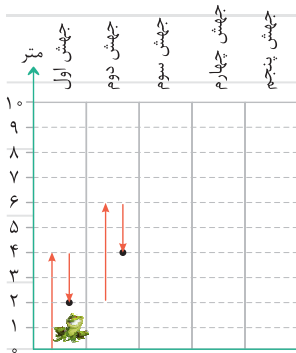


الف) تا لحظه برخورد با زمین، برای بار سوم، توپ چه مسافتی را طی می‌کند؟

ب) پس از برخورد با زمین، برای بار چهارم، تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟

۳ قورباغه‌ای در ته چاهی به عمق ۱۰ متر افتاده است. او با هر بار جهش، ۴ متر به سمت بالا می‌جهد اما

۲ متر به سمت پایین سر می‌خورد. پس از چند جهش به بالای چاه می‌رسد؟ (نمودار مقابل را کامل کنید).

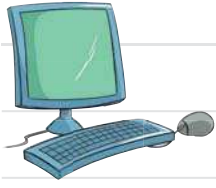


۴ اتاقی به شکل مستطیل به ابعاد ۸ متر و ۶ متر داریم. فرش به شکل مستطیل را کف این اتاق می‌اندازیم به طوری که از هر طرف ۱ متر از کناره‌های

کف اتاق خالی می‌ماند. مساحت فرش چند متر مربع است؟

۵ $\frac{1}{3}$ دانش‌آموزان کلاسی در حال بازی بسکتبال هستند و $\frac{1}{4}$ بقیه دانش‌آموزان فوتبال بازی می‌کنند. سایر بچه‌ها که تعدادشان ۱۲ نفر است، بازی

آن‌ها را تماشا می‌کنند. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟



۶ یک ویروس رایانه، روز اول $\frac{1}{3}$ حافظه و روز دوم $\frac{1}{4}$ حافظه باقی مانده از روز قبل رایانه را پاک می کند. اگر حافظه اولیه این رایانه ۶۰۰ گیگابایت باشد، پس از دو روز چند گیگابایت از حافظه هنوز پاک نشده است؟



۷ $\frac{1}{4}$ باک ماشینی بنزین دارد. در پمپ بنزین، ۱۴ لیتر بنزین به باک اضافه شد و هنوز نصف باک خالی است. گنجایش این باک چند لیتر است؟

۸ در یک سالن، صندلی‌ها ۳ پایه یا ۴ پایه هستند. اگر تعداد صندلی‌ها ۱۱ و تعداد پایه‌های آن‌ها ۳۹ باشد، از هر نوع صندلی، چه تعداد داریم؟

۹ $\frac{1}{3}$ بچه‌های مدرسه‌ای به اردو رفتند. $\frac{5}{6}$ بچه‌هایی که در مدرسه مانده‌اند، در حیاط مشغول بازی هستند و فقط ۷ نفر در کلاس‌های درس مانده‌اند. این مدرسه چند دانش آموز دارد؟

۲. راهبرد الگوسازی

در بعضی از مسئله‌ها نیاز داریم تا همه حالت‌های ممکن یک اتفاق را بنویسیم. به عنوان مثال فرض کنید می‌خواهیم بدانیم با ارقام ۱، ۲ و ۳ چند عدد دورقمی بدون تکرار ارقام می‌توانیم بسازیم؟ برای حل چنین مسئله‌هایی از راهبرد الگوسازی استفاده می‌کنیم. در این روش برای این که حالتی فراموش نشود یا حالت‌های تکراری را ننویسیم باید حالت‌های مختلف مسئله را به ترتیب، منظم و با رعایت یک الگوی مشخص بنویسیم. رسم جدول در این روش کار را ساده‌تر می‌کند. به این جدول، **جدول نظام‌دار** می‌گوییم. چون در این راهبرد با نظم و به طور مرتب همه حالت‌ها را می‌نویسیم، به این راهبرد، تفکر نظام‌دار می‌گوییم.

حالت‌هایی که رقم ۳ دهگان است.	حالت‌هایی که رقم ۲ دهگان است.	حالت‌هایی که رقم ۱ دهگان است.
۳۱	۲۱	۱۲
۳۲	۲۳	۱۳

مثال رضا می‌خواهد با اسکناس‌های ۱۰۰۰ و ۵۰۰۰ تومانی ۳۴۰۰۰ تومان را پرداخت کند. به چند روش می‌توان این کار را انجام داد؟
پاسخ مطابق جدول زیر یک ستون را به اسکناس‌های ۱۰۰۰ تومانی و یک ستون به اسکناس‌های ۵۰۰۰ تومانی اختصاص می‌دهیم.

مبلغ (تومان)	تعداد اسکناس ۵۰۰۰ تومانی	تعداد اسکناس ۱۰۰۰ تومانی
$۳۴ \times ۱۰۰۰ = ۳۴۰۰۰$	۰	۳۴
$۲۹ \times ۱۰۰۰ + ۱ \times ۵۰۰۰ = ۳۴۰۰۰$	۱	۲۹
$۲۴ \times ۱۰۰۰ + ۲ \times ۵۰۰۰ = ۳۴۰۰۰$	۲	۲۴
$۱۹ \times ۱۰۰۰ + ۳ \times ۵۰۰۰ = ۳۴۰۰۰$	۳	۱۹
$۱۴ \times ۱۰۰۰ + ۴ \times ۵۰۰۰ = ۳۴۰۰۰$	۴	۱۴
$۹ \times ۱۰۰۰ + ۵ \times ۵۰۰۰ = ۳۴۰۰۰$	۵	۹
$۴ \times ۱۰۰۰ + ۶ \times ۵۰۰۰ = ۳۴۰۰۰$	۶	۴



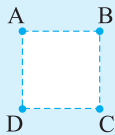
هندسه و استرلا



فصل چهارم

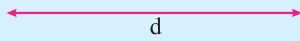
درس اول «روابط بین پاره خط‌ها»

در کتاب ریاضی سال هفتم دو فصل در مورد هندسه داریم، در فصل چهارم به نکاتی در مورد خط، نیم خط، پاره خط، زاویه، چندضلعی و تبدیلات هندسی می‌پردازیم.



نام‌گذاری نقطه‌ها: در ریاضی معمولاً از حروف بزرگ انگلیسی برای نام‌گذاری نقاط و رأس‌ها استفاده می‌کنیم.

تعریف خط راست: اگر مجموعه‌ای از بی‌شمار نقطه پشت سر هم و در یک راستا قرار گیرند، خط راست یا همان خط به وجود می‌آید.



خط‌ها با نام کوچک انگلیسی نام‌گذاری می‌شوند. برای نشان دادن امتداد خط‌ها از پیکان استفاده می‌کنیم.

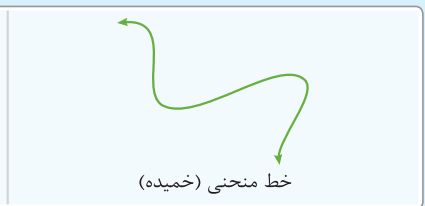
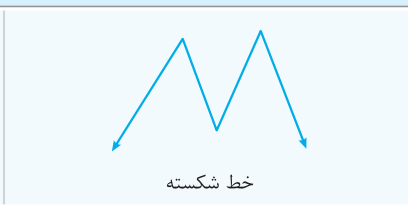


تعریف نیم خط: هر وقت یک طرف خط راست بسته و طرف دیگر تا بی‌نهایت ادامه یابد، نیم خط به وجود می‌آید؛ مانند نیم خط Am .



تعریف پاره خط: وقتی قسمتی از خط بین دو نقطه قرار گیرد و از دو طرف بسته باشد، پاره خط به وجود می‌آید؛ مانند پاره خط \overline{CD} .

یادآوری در حالت کلی سه نوع خط داریم:




طول پاره خط: برای نشان دادن طول پاره خط، نقاط دو سر پاره خط را کنار هم نوشته و بالای آن یک خط کوچک قرار می‌دهیم. به عنوان مثال، طول پاره خط CD را با \overline{CD} نشان می‌دهیم.

شمارش پاره خط‌ها: فرض کنید روی یک خط، n نقطه را مشخص کرده‌ایم. برای شمارش تعداد پاره خط‌های ایجاد شده روی این خط از رابطه زیر استفاده می‌کنیم.

$$\text{تعداد پاره خط‌ها} = \frac{n(n-1)}{2}$$

مثال تعداد پاره خط‌های شکل زیر را بنویسید.

 \Rightarrow تعداد پاره خط $= \frac{3(3-1)}{2} = 3 \Rightarrow XY, XZ, YZ$

پاسخ



شمارش نیم خطها: وقتی روی یک خط، نقطه یا نقاطی قرار دهیم به ازای هر نقطه، دو نیم خط ایجاد می شود. پس اگر تعداد نقاط روی خط را n در نظر بگیریم، $2n$ نیم خط به وجود می آید.

$a \quad M \quad b \Rightarrow$ تعداد نیم خطها $= 2 \times n = 2 \times 1 = 2 \Rightarrow Ma, Mb$

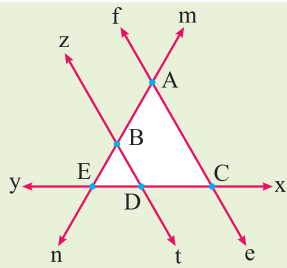
$a \quad Z \quad Y \quad b \Rightarrow$ تعداد نیم خطها $= 2 \times 2 = 4 \Rightarrow Za, Zb, Ya, Yb$

نکته اگر روی یک نیم خط نقطه یا نقاطی قرار دهیم، تعداد نیم خطها برابر تعداد نقاط خواهد بود.

$A \quad B \quad x$ نیم خطها Ax, Bx

۱ شکل های زیر را مانند نمونه نام گذاری کنید.

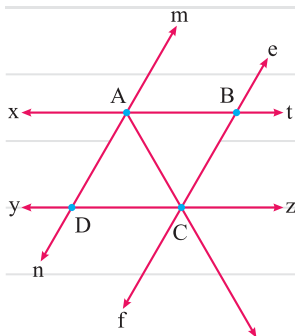
= نمونه



الف) ب)

پ) ت)

۲ با توجه به شکل مقابل به پرسش های زیر پاسخ دهید.



الف) در شکل روبه رو، چند خط وجود دارد؟ نام دو خط را بنویسید.

ب) چند نیم خط وجود دارد؟ نام ۴ نیم خط را بنویسید.

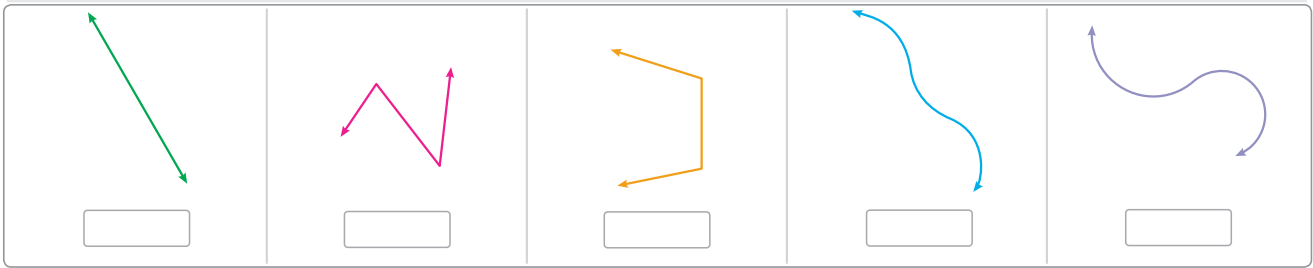
پ) چند پاره خط وجود دارد؟ نام چهار پاره خط را بنویسید.

۳ روی خط xy ، چند نیم خط و چند پاره خط وجود دارد؟

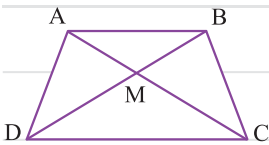




۴ نام خط‌های زیر را بنویسید.



۵ در شکل زیر چند پاره‌خط وجود دارد؟ نام پنج پاره‌خط را بنویسید.



۶ در شکل زیر:



(الف) چند نیم‌خط وجود دارد؟

(ب) چند پاره‌خط وجود دارد؟

(پ) نام سه پاره‌خط بزرگ‌تر از \overline{BD} را بنویسید.

(ت) چهار نیم‌خط نام ببرید که یک سر آن‌ها نقطه E یا B باشد.

۷ درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.



(الف) اگر نقطه وسط یک پاره‌خط را مشخص کنیم، سه پاره‌خط روی آن به وجود می‌آید.



(ب) اگر پاره‌خط را از دو طرف ادامه دهیم، دو نیم‌خط به وجود می‌آید.



(پ) اگر پاره‌خط را از یک طرف امتداد دهیم، یک خط به وجود می‌آید.



(ت) روی یک پاره‌خط، بی‌شمار نقطه وجود دارد.



(ث) از یک نقطه، فقط یک خط راست می‌گذرد.



(ج) از دو نقطه، بی‌شمار خط راست می‌گذرد.



(ج) از یک نقطه، بی‌شمار خط راست می‌گذرد.



(ح) از یک نقطه، بی‌شمار خط خمیده می‌گذرد.



(خ) از دو نقطه، بی‌شمار خط شکسته می‌گذرد.



(د) از دو نقطه، بی‌شمار خط راست می‌گذرد.



جمع و تفریق پاره‌خطها - وقتی روی یک خط با چند نقطه، پاره‌خطهایی ایجاد می‌کنیم، می‌توانیم برای آن‌ها رابطه‌های جمع و تفریق بنویسیم. به طور مثال سه نقطه M, N, P و O را روی خط مقابل ایجاد می‌کنیم، داریم:



رابطه‌های جمع:
$$\begin{cases} \overline{MO} + \overline{OP} = \overline{MP} \\ \overline{MN} + \overline{NO} = \overline{MO} \end{cases}$$

رابطه‌های تفریق:
$$\begin{cases} \overline{MP} - \overline{MN} = \overline{NP} \\ \overline{MO} - \overline{NO} = \overline{MN} \end{cases}$$

۸ با توجه به شکل زیر، تساوی‌های زیر را با نام پاره‌خط مناسب کامل کنید.



الف) $\overline{AB} + \overline{BD} = \square$

ب) $\overline{AC} + \overline{CD} = \square$

پ) $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} = \square$

ت) $\overline{AB} + \square = \overline{AC}$

ث) $\overline{AD} - \overline{AC} = \square$

ج) $\overline{AD} - \overline{BD} = \square$

ح) $\overline{AD} - (\overline{AB} + \overline{CD}) = \square$

ع) $\overline{AD} - \overline{AB} = \square + \overline{BC}$

۹ با توجه به شکل زیر، تساوی‌های زیر را کامل کنید.



الف) $\overline{AD} + \overline{DE} = \square$

ب) $\overline{AC} + \overline{CE} + \overline{EB} = \square$

پ) $\overline{AE} - \overline{AC} = \square$

ت) $\overline{AD} + \square = \overline{AB}$

ث) $\overline{AB} - \square = \overline{AC} + \overline{DB}$

ج) $\overline{BC} - \square = \overline{CE}$

۱۰ در شکل زیر مانند نمونه، $\overline{AB} = ۱۲ \text{ cm}$ ، $\overline{BD} = ۵ \text{ cm}$ و $\overline{AC} = ۱۰ \text{ cm}$ است. با نوشتن رابطه‌های جبری بین پاره‌خطها، طول پاره‌خط‌های \overline{AD} ، \overline{BC} و \overline{DC} را حساب کنید.

$\overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = ۱۲ - ۵ = ۷ \text{ cm}$



= نمونه

۱۱ روی پاره‌خط AB ، نقطه‌های C و D را طوری مشخص کنید که رابطه زیر درست باشد:



$\overline{AB} - \overline{CB} = \overline{AD} + \overline{DC}$

۱۲ روی خط xy ، نقاط A, B, C, D را چنان مشخص کنید که رابطه‌های زیر درست باشند:



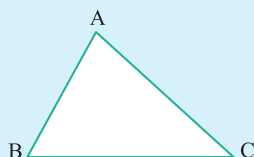
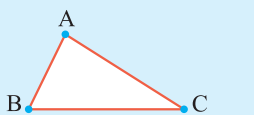
$\overline{AC} + \overline{CD} = \overline{AD}$

$\overline{AD} + \overline{DB} = \overline{AB}$

رابطه بین طول اضلاع مثلث

تعریف مثلث: اگر سه نقطه که بر یک راستا قرار ندارند را به هم وصل کنیم، شکل هندسی به وجود می‌آید که به آن مثلث می‌گوییم.

قانون مهم در مورد مثلث‌ها در هر مثلث مجموع هر دو ضلع، از ضلع سوم بزرگ‌تر است. با توجه به این شرط، برای این‌که سه پاره‌خط بتوانند تشکیل یک مثلث بدهند، باید اندازه هیچ‌کدام از پاره‌خطها بزرگ‌تر یا مساوی حاصل جمع دو پاره‌خط دیگر نباشد.



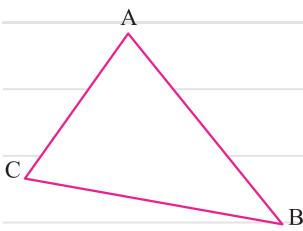
$\overline{AB} + \overline{AC} > \overline{BC}$

$\overline{AC} + \overline{BC} > \overline{AB}$

$\overline{AB} + \overline{BC} > \overline{AC}$



۱۳ با توجه به اضلاع مثلث ABC ، در جاهای خالی، نام ضلع مناسب را بنویسید.

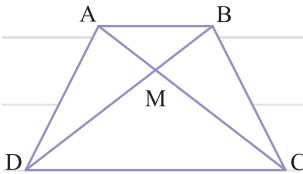


(الف) $\overline{AB} + \overline{AC} >$

(ب) $\overline{BC} + \overline{AC} >$

(پ) $\overline{BC} +$ $> \overline{AC}$

۱۴ با توجه به دوزنقه شکل روبه‌رو، در جای خالی نام پاره‌خط مناسب را بنویسید.



(الف) $\overline{MB} + \overline{MA} >$ (ب) $\overline{MB} + \overline{MC} >$ (پ) $\overline{AM} + \overline{MC} =$

(ت) $\overline{BD} - \overline{DM} =$ (ث) $\overline{AM} + \overline{AB} >$

۱۵ می‌خواهیم با سه پاره‌خط AB ، AC و BC ، مثلث ABC را رسم کنیم. در کدام یک از حالت‌های زیر، می‌توان مثلث را رسم کرد؟ چرا؟

(الف) $AB = 4 \text{ cm}$ ، $AC = 3 \text{ cm}$ و $BC = 8 \text{ cm}$

(ب) $AB = 5 \text{ cm}$ ، $AC = 6 \text{ cm}$ و $BC = 10 \text{ cm}$

۱۶ مثلث ABC متساوی‌الساقین است ($\overline{AB} = \overline{AC}$) و M و N به ترتیب وسط‌های دو ساق AB و AC هستند. اندازه‌های دوتا از ضلع‌های مثلث

ABC ، 12 و 4 سانتی‌متر هستند. اندازه هر یک از پاره‌خط‌های زیر را برحسب سانتی‌متر بنویسید.

$\overline{AB} =$

$\overline{BC} =$

$\overline{AM} =$

$\overline{NC} =$

نسبت بین پاره‌خط‌ها با دانستن اندازه پاره‌خط‌ها و یا نسبت بین آن‌ها می‌توان بین پاره‌خط‌ها رابطه نوشت.

نکته اگر طول دو یا چند پاره‌خط با هم برابر باشد، روی آن‌ها علامت (\sphericalangle) یکسان قرار می‌دهیم.



در شکل مقابل طول پاره‌خط‌های کوچک با هم برابرند.

حالا می‌توانیم نسبت بین پاره‌خط‌ها را بنویسیم. طول پاره‌خط \overline{AB} ، ربع پاره‌خط \overline{AE} است یا طول پاره‌خط \overline{BE} ، سه برابر \overline{AB} است.

$\overline{AB} = \frac{1}{4} \overline{AE}$ یا $\overline{AE} = 4 \overline{AB}$

$\overline{AB} = \frac{1}{3} \overline{BE}$ یا $\overline{BE} = 3 \overline{AB}$

$\overline{BE} = \frac{3}{4} \overline{BF}$ یا $\overline{BF} = \frac{4}{3} \overline{BE}$

۱۷ در شکل زیر، نقطه M وسط پاره‌خط AB و نقطه N وسط پاره‌خط AM است.



(الف) جاهای خالی را با نام پاره‌خط مناسب کامل کنید.

$\overline{AM} =$

$\overline{AN} =$



ب) در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.

الف) $\overline{AB} = \square \overline{MB}$ ب) $\overline{AM} = \square \overline{AB}$ پ) $\overline{AN} = \square \overline{AM}$ ت) $\overline{AM} = \square \overline{MN}$



۱۸ با توجه به شکل مقابل، در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.

الف) $\overline{AE} = \square \overline{AB}$ ب) $\overline{AE} = \square \overline{CE}$

پ) $\overline{BD} = \square \overline{AE}$ ت) $\overline{AD} = \square \overline{AE}$

ث) $\overline{CD} = \square \overline{AD}$ ج) $\overline{BD} = \square \overline{BE}$

۱۹ در شکل زیر نقطه D وسط AE، نقطه C وسط AD و نقطه B وسط AC است. تساوی‌های زیر را با عدد مناسب کامل کنید.



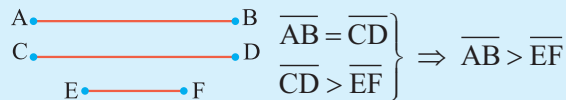
الف) $\overline{AC} = \square \overline{AB}$ ب) $\overline{AC} = \square \overline{BC}$ پ) $\overline{BC} = \square \overline{AC}$ ت) $\overline{AD} = \square \overline{AC}$

ث) $\overline{AD} = \square \overline{AB}$ ج) $\overline{BC} = \square \overline{AD}$ د) $\overline{DE} = \square \overline{AE}$ ه) $\overline{AE} = \square \overline{AD}$

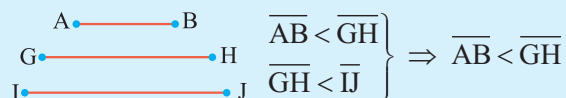
و) $\overline{CD} = \square \overline{AD}$ ز) $\overline{AB} = \square \overline{AE}$

روابط بین پاره‌خطها برای نوشتن روابط بین پاره‌خطها، مانند روابط بین عددها عمل می‌کنیم؛ یعنی کافی است اندازه طول پاره‌خطها را با هم مقایسه کنیم و با توجه به آن از علامت‌های $<$ ، $=$ ، $>$ استفاده می‌کنیم.

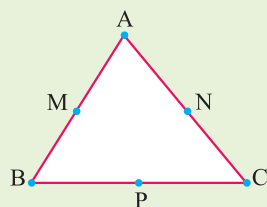
مثال ۱ در مورد پاره‌خطها نیز می‌توانیم به همین شکل عمل کنیم. به عنوان مثال فرض کنید سه پاره‌خط AB، CD و EF را داریم و مطابق شکل می‌دانیم $\overline{AB} = \overline{CD}$ و $\overline{CD} > \overline{EF}$. بنابراین داریم:



مثال ۲ هم‌چنین فرض کنید در مورد سه پاره‌خط AB، GH و IJ می‌دانیم:



۲۰ مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است و نقاط M، N و P وسط‌های اضلاع مثلث هستند. مانند نمونه درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.



نمونه =

$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$ ✓

$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}$ ✓

الف) $\overline{AN} = \frac{1}{2} \overline{AC}$

ب) $\overline{AC} = 2\overline{NC}$

پ) $\overline{PB} = \frac{1}{2} \overline{BC}$

ت) $\overline{PC} = \frac{1}{2} \overline{BC}$

ث) $\overline{BC} = 2\overline{PB}$

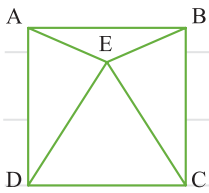
ج) $\overline{AB} = 2\overline{MB}$



$$\left. \begin{array}{l} \overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{AB} \\ \overline{AB} = \overline{AC} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{AC} \quad \square$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{BC} = 2\overline{PB} \\ \overline{AC} = \overline{BC} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AC} = 2\overline{PB} \quad \square$$

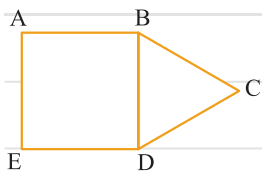
۲۱ در شکل زیر، ABCD مربع و DEC مثلث متساوی الاضلاع است. درستی یا نادرستی رابطه‌های زیر را مشخص کنید.



$$\left. \begin{array}{l} \overline{DC} = \overline{BC} \\ \overline{EC} = \overline{DC} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{EC} = \overline{BC} \quad \square$$

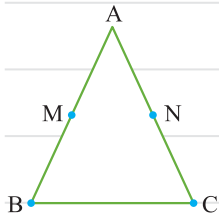
$$\left. \begin{array}{l} \overline{DE} = \overline{CD} \\ \overline{CD} = \overline{AD} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AD} = \overline{DE} \quad \square$$

۲۲ چهارضلعی ABDE مربع و BCD مثلث متساوی الاضلاع است. نتیجه‌گیری زیر را کامل کنید.



$$\left. \begin{array}{l} \overline{AE} = \overline{BD} \\ \overline{BD} = \overline{BC} \end{array} \right\} \xrightarrow{?} \square$$

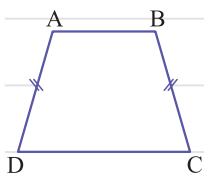
۲۳ مثلث ABC متساوی الساقین است ($AB = AC$) و نقطه‌های M و N وسط ساق‌های مثلث هستند. نتیجه‌گیری‌های زیر را کامل کنید.



$$\left. \begin{array}{l} \overline{BC} < \overline{AC} \\ \overline{AC} = \overline{AB} \end{array} \right\} \xrightarrow{?} \square \quad \left. \begin{array}{l} \overline{BC} > \overline{NC} \\ \overline{NC} = \overline{AN} \end{array} \right\} \xrightarrow{?} \square$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{MB} < \overline{BC} \\ \overline{AM} = \overline{MB} \end{array} \right\} \xrightarrow{?} \square \quad \left. \begin{array}{l} \overline{NC} = \frac{1}{2} \overline{AC} \\ \overline{AC} = \overline{AB} \end{array} \right\} \xrightarrow{?} \square$$

۲۴ دوزنقه شکل زیر، متساوی الساقین است ($AD = BC$). نتیجه‌گیری‌های زیر را کامل کنید.



$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} < \overline{BC} \\ \overline{BC} = \overline{AD} \end{array} \right\} \xrightarrow{?} \square \quad \left. \begin{array}{l} \overline{CD} > \overline{AD} \\ \overline{AD} = \overline{BC} \end{array} \right\} \xrightarrow{?} \square \quad \left. \begin{array}{l} \overline{CD} > \overline{BC} \\ \overline{BC} > \overline{AB} \end{array} \right\} \xrightarrow{?} \square$$

۲۵ اگر اندازه‌های قد چهار دانش‌آموز را با a, b, c و d نشان دهیم، رابطه‌های زیر را کامل کنید.

$$\left. \begin{array}{l} a > b \\ b = c \end{array} \right\} \xrightarrow{?} \square \quad \left. \begin{array}{l} a > b \\ b > d \end{array} \right\} \xrightarrow{?} \square \quad \left. \begin{array}{l} d < c \\ c < a \end{array} \right\} \xrightarrow{?} \square$$

۲۶ در شکل روبه‌رو، $\overline{AC} = \overline{BD}$ است. نتیجه‌گیری زیر را کامل کنید.



$$\left. \begin{array}{l} \overline{AC} = \overline{BD} \\ \overline{CD} = \overline{CD} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AC} + \overline{CD} = \overline{BD} + \overline{DC} \xrightarrow{?} \square = \square$$