

انسان با نادان به دنیا می آید، نه با حقیق!

آن با توسط آموزش اربابه ارباق می شوبه!!!!

«برآوبه رارل»



**3500 Test**

*Discrete Math*  
**10 + 11 + 12**

این نسل از کتاب های ریاضی میکرو که با وسواس خاصی تهیه شده ، ترکیبی است از ۳ کتاب با ۳ استراتژی مختلف:

کتاب اول : تست های واجب و ضروری

کتاب دوم: تست های ویژه تسلط و تثبیت و مرور

کتاب سوم: تست های IQ و چالشی ویژه دانش آموزان مدارس برتر



A. Monsef Shokri

## مقدمه مؤلف

به جای نوشتن مقدمه طول و دراز و تشکر از فک و فامیل و ایل و تبار خودمان و دست اندرکاران کتاب بهتر است توضیحاتی کوتاه و مهم درباره ساخت و بافت این کتاب ارائه کنیم:

I این کتاب دارای سه دسته تست است:

■ **تست های سبز:** این تست ها که شماره آن ها با رنگ سبز مشخص شده است برای همه دانش آموزان واجب و ضروری است.

■ **تست های زرد:** این تست ها که شماره آن ها با رنگ زرد مشخص شده است برای دانش آموزانی است که به دنبال کتاب دوم هستند.

■ **تست های بنفش:** این تست ها که شماره آن ها با رنگ بنفش مشخص شده است برای دانش آموزان مدارس برتر و همچنین دانش آموزانی است که به دنبال تست های چالشی و سطح بالاتر از کنکور سراسری هستند.

## II ویژگی های خاص این کتاب نسبت به سایر کتاب های موجود در بازار:

1 طراحی و معماری داخلی بسیار زیبا، فاخر و مورد پسند دانش آموزان و معلمان و مشاوران

2 طرح تست از مفاهیم و لایه های پنهان کتاب درسی

3 پالایش، ویرایش، نوسازی و بهسازی تمامی تست های کنکورهای دهه ۹۰ و بازآفرینی آن ها در قالب و چهارچوب نظام جدید

4 بررسی کامل تمام تمرینات مطرح شده در کتاب راهنمای معلم که یکی از منابع اصلی تست در کنکور سراسری است.

5 طرح تست های ترکیبی از مفاهیم، اشکال و تمرینات کتاب درسی

6 بافت پوششی و چند لایه تست های کتاب که با حل آن ها می توان از زوایای مختلف یک مطلب را یاد گرفت و مرور کرد.

7 پاسخنامه فوق تشریحی و تمام رنگی کتاب که براساس خط های رنگی بیمارستانی طراحی شده است و رنگ های انتخاب شده می تواند راهنمای شما در رسیدن به مقصد باشد. مثلاً به عنوان نمونه تمام جواب های آخر با رنگ سبز مشخص شده است یا در ابتدای بعضی از پاسخ ها فرمول یا جمله ای به رنگ صورتی دیده می شود که بیانگر نکته مربوط به آن سؤال است یا در تست هایی که نیاز به بررسی گزینه ها دارد گزینه درست با رنگ سبز و گزینه های نادرست با رنگ قرمز مشخص شده اند که راه تشخیص را در یک نگاه برای دانش آموز ساده تر و به قول فرنگی ها *user friendly* (کاربر پسند) می کند.

8 *user friendly* بودن کتاب برای معلمان و مدرسین کنکور به لحاظ نوع چیدمان تست ها و پرهیز از تألیف تست های تیز و خارج از چارچوب نظام جدید و کتاب درسی و گفتمان حاکم بر کنکور سراسری.

9 *user friendly* بودن کتاب برای هر سطحی از دانش آموز با هر میزان از معلومات [پیرمان ساده به دشوار تست ها در هر بخش همپنین نوع پاسخ نامه نویسی منحصربه فرد که فهم و درک آن و سردرآوردن از پوابع های نوشته شده را آسان می کند بقبوض، در ایام کرونا که دسترسی به معلمان بسیار سخت تر و دشوار تر است و دانش آموزان با اشکالات زیادی در درک و فهم تست ها مواجه اند]

10 کتاب یک ویژگی دیگر هم دارد که ربطی به ۹ ویژگی اول ندارد و در گوشه ای از کتاب پنهان است و امکان کشف آن تا قبل از ۱۵ اسفند ۱۴۰۰ وجود ندارد و حداکثر ۸ نفر ممکن است این راز را کشف کنند، اگر شما یکی از این ۸ نفر هستید در اینستاگرام این ویژگی را در دایرکت برای من بفرستید و ۸ جلد از کتاب های دور دنیا در نیم ساعت ویژه کنکور ۱۴۰۱ را هدیه بگیرید.

زمان قرعه کشی در اینستا گرام (اعلام خواهد شد).

alimonsef\_shokri



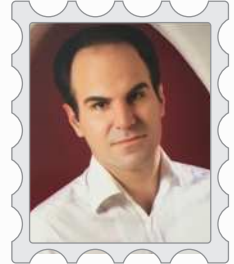
S. Azemati



بررسی کیفیت محتوای و بازبینی نهایی:

محسن داداشی

کارشناس ارشد گراف و ترکیبیات - مدرس المپیاد و کنکور



کارشناس ارشد علمی:

مهندس کیوان دارابی

مؤلف کتابهای کنکور - ملراح کنکورهای آزمایشی



مؤلف همکار:

مهندس بهرام جلالی

مدرس کلاسهای آنلاین کلاسینو

سرپرست تیم ویراستاران و کارشناسی محتوای:

دکتر حسین قرآنی - مهندس شیم صدی

Scientific Expert

کارشناسان  
علمی و محتوایی

- H. Pirzad ..... مهندس حسین پیرزاد
- N.O.shojaee ..... مهندس نوید اورازانی شجاعی
- M. Sehat Kar ..... مهندس محمد صحت کار
- S. Roshani ..... مهندس سوگند روشنی
- Z.Borjian ..... دکتر زبیده برجیان

مطافانه ساعاتی قبل از چاپ کتاب با خبر شدیم حسین پیرزاد از بین ما بپزید.

«روحش شاد و یادش ماندگار»

- M.Sadeghi ..... مهندس مجتبی صادقی
- A. khavaninZadeh ..... مهندس امین خوانین زاده
- KH. KHaki ..... مهندس خشایار خاکی
- Dr.A. Ashtab ..... دکتر آرمان آشتاب
- L. Kazemi ..... لیلا کاظمی
- A. Naghdi ..... عادل نقدی
- D. Majd ..... داریوش مجد

Editorial Biard

ویراستاران  
علمی



Message



# [ مجموعه پرسش‌های چندگزینه‌ای ]



## 3500 Test

### انواع تست‌های آموزشی - سنجشی - تسلط

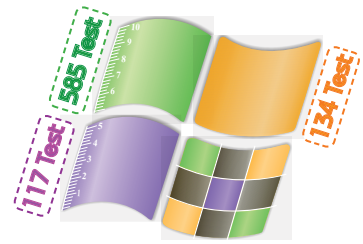
[ سبز ■ زرد ■ بنفش ■ ]	1 تست‌های چهارگزینه‌ای
[ ۳ ] [ ۲ ] [ ۱ ]	2 تست‌های سه‌گزینه‌ای مقایسه‌ای
[ ۲ ] [ ۱ ]	3 تست‌های دوگزینه‌ای از مفاهیم پایه
[ ● ● ● ● ● ]	4 تست‌های چهارگزینه‌ای شمارشی
[ الف ، ب ، ج و ... ]	5 تست‌های چهارگزینه‌ای موردی
[ ۵ ] [ ۴ ] [ ۳ ] [ ۲ ] [ ۱ ]	6 Cloze ..... متن با ۵ جای خالی.....



# Tweet



**Bertrand Russell**   
@Bertrand 1872



از خود انسانیت به یادگار بگذارید، نه انسان! تولید مثل را هر جانوری بلد است

Remind yourself of *humanity*, not man! every animal know how to reproduce

درس اول: ..... استدلال ریاضی

درس دوم: ..... بخش پذیر در اعداد صحیح

درس سوم: ..... هم نخستی

[Translate Tweet](#)

07:30 . 5/31/20

[View Tweet activity](#)

پرفسور برتراند راسل، فیلسوف، ریاضیدان، صاحب نظریه در تئوری مجموعه‌ها، جامعه‌شناس و برنده نوبل ادبیات و از تأثیر گذارترین فیلسوفان و ریاضیدانان قرن ۲۰ می‌باشد.

5,337

7,412

7,120,910,208



# Theory Number

## CHAPTER 1

# تئوری اعداد

Add another Tweet



Bertrand Russell  
1872-1970

# Theory Number

## CHAPTER 1

Lesson . 1

صفحه ۱ تا ۸ گسسته دوازدهم

استدلال ریاضی

درس اول

Bertrand  
Russell

## Number Theory

اثبات مستقیم

N

(کاردرکلاس صفحه ۳ - بند ج)

1. اگر  $k$  حاصل ضرب دو عدد صحیح متوالی باشد، کدام عبارت مربع کامل است؟

(۱)  $6k+1$  (۲)  $8k+1$  (۳)  $2k+1$  (۴)  $4k+1$

2. اگر به حاصل ضرب دو عدد فرد متوالی یک واحد اضافه کنیم، کدام یک از موارد زیر درست است؟

(الف) عدد حاصل برابر با مجذور میانگین دو عدد است. (ب) عدد حاصل برابر با میانگین مجذور دو عدد است.

(۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) هر دو (۴) هیچکدام

3. سه عدد متوالی را در نظر بگیرید، چه تعداد از عبارات زیر گزاره «اگر به حاصل ضرب عدد بزرگتر و عدد کوچکتر یک واحد اضافه کنیم، به دست می‌آید» را به درستی تکمیل می‌کند؟

(الف) مربع عدد و سطر (ب) مربع میانگین اعداد بزرگ و کوچک (ج) میانگین مربعات اعداد بزرگ و کوچک

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(مثال کتاب درسی صفحه ۲ - بند الف)

4. درستی چه تعداد از عبارات زیر با استفاده از «اثبات مستقیم» قابل استدلال است؟

- مجموع دو عدد فرد متوالی مضرب ۴ است.
- مجموع هر سه عدد طبیعی متوالی مضرب ۳ است.
- مربع هر عدد فرد، عددی فرد است.
- مجموع دو عدد زوج متوالی مضرب ۴ است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

5. درستی چه تعداد از گزاره‌های زیر را کمک اثبات مستقیم می‌توان نشان داد؟

● مربع هر عدد به شکل  $4q+3$  عددی به شکل  $4k+3$  است.

● حاصل ضرب دو عدد به شکل  $7q+3$  عددی به شکل  $7k+1$  است.

● مربع عددی به شکل  $8q+7$  عددی به شکل  $8k+1$  است.

● حاصل ضرب دو عدد به شکل  $7q+3$  عددی به شکل  $7k+2$  است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(کاردرکلاس صفحه ۳ - بند ج)

6. چه تعداد از عبارات زیر جمله «با استفاده از اثبات مستقیم می‌توان نشان داد.....» را به درستی تکمیل می‌کند؟

● مجموع سه عدد فرد متوالی مضرب ۳ است. ● مجموع دو عدد فرد، عددی زوج است.

● مجموع دو عدد فرد متوالی مضرب ۴ است. ● مجموع سه عدد زوج متوالی مضرب ۶ است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

7. کدام یک از موارد زیر گزاره «مربع عددی به شکل..... عددی به شکل..... است» را به طور نادرست تکمیل می‌کند؟

(الف)  $5k+1 - 5q+2$  (ب)  $7k+2 - 7q+4$  (ج)  $8k+1 - 8q+3$  (د)  $4k+3 - 4q+3$

(۱) ب و ج (۲) ب و د (۳) الف و ج (۴) الف و د

8. کدام یک از موارد زیر گزاره «حاصل ضرب دو عدد به شکل..... عددی به شکل..... است» را به درستی تکمیل می‌کند؟

(الف)  $6k+1 - 6q+5$  (ب)  $4k+3 - 4q+3$  (ج)  $5k-1 - 5q+3$  (د)  $7k+1 - 7q+4$

(۱) الف و ب (۲) ب و ج (۳) الف و ج (۴) ج و د

9. چه تعداد از گزاره‌های زیر قطعاً درست است؟

(مثال کتاب درسی صفحه ۲ - بند ب)

- مثال‌های  $4=2+2$  و  $6=3+3$  و  $8=5+3$  و ... ثابت می‌کند، هر عدد زوج بزرگتر از ۲ را می‌توان بر حسب مجموع دو عدد اول نوشت.
- مثال‌های  $3=1+2$  و  $5=1+2^2$  و  $17=1+2^2$  و ... نشان می‌دهد، هر عدد به شکل  $2^{2^n} + 1$  عددی اول است.
- حاصل ضرب سه عدد فرد و یک عدد زوج، همواره عددی فرد است.
- مجموع پنج عدد فرد متوالی همواره مضرب ۵ است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

10. اگر به حاصل ضرب چهار عدد طبیعی متوالی یک واحد اضافه کنیم چه تعداد از گزاره‌های زیر درباره آن درست است؟

- مجذور یک عدد فرد است.
- این عدد همواره مرکب است.
- مجذور یک عدد فرد است.
- این عدد همواره مضرب ۳ است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

## Number Theory

(حکام کلی و مثال نقض [یاد نمونه])

N

11. کدام عدد یک مثال نقض [یاد نمونه] برای حکم کلی «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع اعداد طبیعی متوالی نوشت» محسوب می‌شود؟

۱۰ (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۸ (۴)

12. نامساوی  $n^2 > 2^n$  در مجموعه اعداد طبیعی چند مثال نقض [یاد نمونه] دارد؟

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴)

13. کدام دو عدد کلیت حکم «حاصل ضرب دو عدد گنگ، عددی گنگ است» را نقض می‌کند؟

۱ (۱)  $2\sqrt{4}, 2\sqrt{4}$  (۲)  $2+\sqrt{3}, 1+\sqrt{3}$  (۳)  $3-\sqrt{2}, 2-\sqrt{3}$  (۴)  $\log_2^5, \log_5^2$

14. چه تعداد از موارد زیر مثال نقض ندارد؟

(تمرین ۶ کتاب درسی صفحه ۸ - ۸)

- میانگین ۵ عدد طبیعی متوالی، عدد وسطی است.
- حاصل ضرب سه عدد متوالی مضرب ۶ است.
- عبارت  $n^4 + 4$  هرگز اول نیست.
- عبارت  $8^n + 1$  همواره مرکب است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

15. درستی چه تعداد از گزاره‌های زیر را به کمک مثال نقض [یاد نمونه] می‌توان رد کرد؟

(کار در کلاس صفحه ۳ - بند ب و ج)

●  $A \cup B = A \cup C \Rightarrow B = C$

●  $\forall x, y \in \mathbb{R}; \sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

●  $\forall k \in \mathbb{N}; \exists n \in \mathbb{N}; 4k(k+1)+1 = n^2$

●  $\forall x, y \in \mathbb{R}; \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

16. درستی چه تعداد از گزاره‌های زیر را با مثال نقض [یاد نمونه] می‌توان رد کرد؟

● اگر  $x$  و  $y$  گویا باشد،  $x^y$  گویاست.

● اگر  $x$  و  $y$  گنگ باشد،  $x^y$  گنگ است.

● اگر  $x$  و  $y$  صحیح و غیر صفر باشند،  $x^y$  طبیعی است.

● اگر  $x$  و  $y$  طبیعی باشند،  $x^y$  طبیعی است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

17. برای چه تعداد از گزاره‌های زیر عدد «۱» تنها مثال نقض [یاد نمونه] محسوب می‌شود؟

(تمرین ۲ کتاب درسی صفحه ۸ - ۸)

- مربع تمام اعداد طبیعی بزرگتر از خود آن‌هاست.
- عکس هر طبیعی، عددی غیر طبیعی است.
- مکعب تمام اعداد طبیعی از مربع آن‌ها بزرگتر است.
- هر عدد طبیعی یا اول است یا مرکب

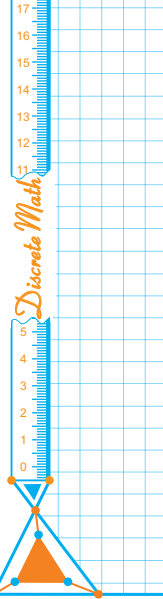
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

18. برای چه تعداد از گزاره‌های زیر عدد «صفر» تنها مثال نقض [یاد نمونه] محسوب می‌شود؟

(تمرین ۲ کتاب درسی صفحه ۸ - ۸)

- مربع تمام اعداد حسابی بزرگتر از خود آن‌هاست.
- هر عدد صحیحی یا مثبت است و یا منفی.
- مکعب تمام اعداد حسابی بزرگتر از مربع آن‌هاست.
- عکس تمام اعداد صحیح یک عدد گویاست.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



(کار در کلاس صفحه ۳ - بند ۳)

19. درستی چه تعداد از گزاره‌های زیر را با مثال نقض [پاد نمونه] می‌توان رد کرد؟

- مجموع دو عدد گنگ، عددی گنگ است.
  - حاصل ضرب دو عدد گویا، عددی گویاست.
  - حاصل ضرب دو عدد گنگ، عددی گویاست.
  - تفاضل دو عدد گویا، عددی گنگ است.
- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

(تمرین ۲ کتاب درسی صفحه ۸ - ۸)

20. درستی چه تعداد از گزاره‌های زیر را با مثال نقض [پاد نمونه] می‌توان رد کرد؟

- مربع هر عدد مثبت، بزرگتر از خود آن عدد است.
  - مربع هر عدد منفی، بزرگتر از خود آن عدد است.
  - مربع بعضی اعداد صحیح برابر با خود آن‌هاست.
  - مکعب هر طبیعی از مربع آن‌ها بزرگتر است.
- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

(مثال کتاب درسی صفحه ۲ - بند ۲ + کار در کلاس صفحه ۳ بند ۳)

21. برای چه تعداد از گزاره زیر عدد  $n = 5$  یک مثال نقض [پاد نمونه] محسوب می‌شود؟

- هر عدد به شکل  $2^{2n} + 1$  اول است.
  - هر عدد به شکل  $2^n - 1$  اول است.
  - هر عدد به شکل  $n^2 + n + 41$  اول است.
  - هر عدد اول یک رقمی مانند  $n$  را می‌توان به شکل مجموع دو مربع کامل نوشت.
- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

(متن کتاب درسی آمار و احتمال)

22. برای چه تعداد از گزاره‌های زیر، عدد «۲» یک مثال نقض [پاد نمونه] به حساب می‌آید؟

- هر عدد اول، فرد است.
  - هر عدد اول، فرد است.
  - هر عدد زوج را می‌توان به شکل مجموع دو عدد اول نوشت.
  - به ازای تمام اعداد طبیعی  $2^n > n^2$  است.
- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

(مثال ۱ کتاب درسی صفحه ۵ - ۵)

23. اگر  $Z$  عددی گویا و  $x, y$  غیر گویا باشند، چه تعداد از عبارات زیر مثال نقض [پاد نمونه] ندارند؟

- $x+y$  گنگ است.
  - $x+z$  گنگ است.
  - $xyz$  گنگ است.
  - $yz$  گنگ است.
- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

24. برای چه تعداد از عبارات زیر مثال نقض [پاد نمونه] وجود دارد؟

- اگر  $x$  گویا و  $y$  گنگ باشد،  $x^y$  گنگ است.
  - اگر  $x$  گنگ و  $y$  گویا باشد،  $x^y$  گنگ است.
  - اگر  $x$  گنگ و  $y$  گنگ باشد،  $x^y$  گنگ است.
  - اگر  $x$  گنگ و  $y$  گنگ باشد،  $2^x + 3^y$  گنگ است.
- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

(کار در کلاس صفحه ۳ - بند ۳)

25. اگر  $A, B, C$  سه مجموعه ناتهی دلخواه باشند، برای چه تعداد از موارد زیر مثال نقض [پاد نمونه] وجود دارد؟

- $A \cap B = A \cap C \Rightarrow B = C$
  - $A - B = A - C \Rightarrow B = C$
  - $A = B \Rightarrow A \cup C = B \cup C$
  - $A \times C = B \times C \Rightarrow A = B$
- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

(مسئله ۲ صفحه ۱۵ - ۱۵)

26. برای چه تعداد از عبارات زیر مثال نقض [پاد نمونه] وجود دارد؟

- اگر  $p$  عدد اول باشد، عبارت  $p^2 - 1$  مضرب ۲۴ است.
  - اگر  $p$  یک عدد اول باشد، عبارت  $16p + 1$  مربع کامل است.
  - اگر  $k$  یک عدد طبیعی باشد،  $6k + 1$  همواره اول است.
  - اگر  $a$  یک عدد زوج باشد،  $a$  را می‌توان بر حسب مجموع دو عدد اول نوشت.
- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

## Number Theory

برهان خلف

N

(متن کتاب درسی صفحه ۵ - ۵ اثبات غیر مستقیم)

27. چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

- اثبات به روش برهان خلف نوعی اثبات غیر مستقیم است.
  - در برهان خلف حکم را نادرست فرض می‌کنیم.
  - منظور از فرض خلف در برهان خلف نقیض فرض است.
  - در اثبات به روش برهان خلف با دنباله‌ای از استدلال‌ها نشان می‌دهیم که فرض خلف باطل است.
- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)



28. فرض خلف در اثبات هر یک از دو گزاره «اگر  $x$  گنگ باشد،  $\frac{1}{x}$  گنگ است» و «اگر  $\sqrt{2}$  گنگ باشد  $1 + \sqrt{2}$  نیز گنگ است» به ترتیب به صورت ..... و ..... است.

(متن کتاب درسی)

(۱)  $x$  گویا است -  $\sqrt{2}$  گویا است.

(۲)  $\frac{1}{x}$  گویا است -  $1 + \sqrt{2}$  گویا است.

(۳)  $\frac{1}{x}$  گویا است -  $\sqrt{2}$  گویا است.

(۴)  $x$  گویا است -  $1 + \sqrt{2}$  گویا است.

(کار در کلاس صفحه ۸ - بند الف)

29. برای اثبات درستی کدام یک از گزاره‌های زیر برهان خلف مناسب است؟

(الف) اگر  $n$  فرد باشد،  $n^2$  نیز فرد است.

(ب) اگر  $n^2$  فرد باشد،  $n$  نیز فرد است.

(۱) فقط الف

(۲) فقط ب

(۳) هر دو

(۴) هیچکدام

30. برای اثبات درستی کدام یک از گزاره‌های زیر برهان خلف مناسب است؟

(الف) اگر  $n^2$  مضرب ۳ باشد،  $n$  نیز مضرب ۳ است.

(ب) اگر  $n$  مضرب ۳ باشد،  $n^2$  نیز مضرب ۳ است.

(۱) فقط الف

(۲) فقط ب

(۳) هر دو

(۴) هیچکدام

31. برای اثبات درستی کدام یک از گزاره‌های زیر برهان خلف مناسب نیست؟

(الف) اگر  $\sqrt{2}$  گنگ باشد  $1 + \sqrt{2}$  نیز گنگ است.

(ب) اگر  $a$  و  $b$  مضرب ۳ باشند، مجموع آن‌ها نیز مضرب ۳ است.

(۱) فقط الف

(۲) فقط ب

(۳) هر دو

(۴) هیچکدام

(تمرین ۲ کتاب درسی صفحه ۸ - ا)

32. برای اثبات درستی کدام یک از گزاره‌های زیر برهان خلف مناسب است؟

(الف) اگر  $\beta$  گنگ ولی  $\alpha + \beta$  گویا باشد  $\alpha - \beta$  گنگ است.

(ب) اگر  $\alpha$ ،  $\beta$  گنگ ولی  $\alpha + \beta$  گویا باشد  $2\beta + \alpha$  گنگ است.

(۱) فقط الف

(۲) فقط ب

(۳) هر دو

(۴) هیچکدام

(مثال صفحه ۶ کتاب درسی)

33. درستی کدام یک از احکام زیر را به کمک برهان خلف می‌توان نشان داد؟

(الف) حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ عددی گنگ است.

(ب) اگر  $a_1, a_2, a_3$  اعداد صحیح و  $b_1, b_2, b_3$  همان اعداد ولی با ترتیب دیگری باشند، عدد  $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$  عددی زوج است.

(۱) فقط الف

(۲) فقط ب

(۳) هر دو

(۴) هیچکدام

(کار در کلاس صفحه ۵ - بند الف)

34. درستی چه تعداد از گزاره‌های زیر را به کمک برهان خلف می‌توان نشان داد؟

● اگر  $a + b$  زوج باشد،  $a - b$  نیز زوج است.

● اگر  $a^2 + b^2$  زوج باشد،  $a + b$  نیز زوج است.

● اگر  $ab = 0$  باشد، آنگاه  $a = 0$  یا  $b = 0$

● اگر  $x, y$  گنگ باشند،  $x + y$  گنگ است.

(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

35. با استفاده از ..... می‌توان نشان داد ارزش گزاره «اگر تابع  $f$  در  $x = a$  پیوسته و  $g$  در  $x = a$  ناپیوسته باشد، تابع  $f + g$  در  $x = a$  ناپیوسته است» ..... است.

(کار در کلاس صفحه ۶ - بند ب)

(۱) مثال نقض - نادرست

(۲) برهان خلف - درست

(۳) اثبات مستقیم - درست

(۴) برهان خلف - نادرست

36. هر عدد به شکل  $3k + 1$  همهٔ عامل‌هایش به شکل  $3q + 1$  است. برای اثبات ..... این حکم از ..... استفاده می‌شود.

(۱) نادرستی - مثال نقض

(۲) درستی - برهان خلف

(۳) نادرستی - برهان خلف

(۴) درستی - اثبات مستقیم

37. برای اثبات درستی گزاره‌ها به روش اشباع [اثبات با در نظر گرفتن همه حالات] از کدام هم‌ارزی منطقی استفاده می‌شود؟

$$(1) (p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$$

$$(2) (p \wedge q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$$

$$(3) (p \Rightarrow q) \wedge r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$$

$$(4) (p \Rightarrow q) \vee r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$$

38. برای نشان دادن درستی گزاره «حاصل ضرب دو عدد متوالی زوج است» بهتر است اعداد صحیح را به صورت ..... تقسیم‌بندی کنیم.

$$(1) k+1, k$$

$$(2) 2k+1, 2k$$

$$(3) 2k+2, 2k+1, 2k$$

$$(4) 2k+1, 2k-1$$

39. می‌خواهیم با استفاده از روش اشباع نشان دهیم  $n^2 - 5n + 7$  همواره فرد است. در این صورت بهتر است  $n$  را به یکی از ..... در نظر بگیریم.

$$(1) \text{ دو حالت } 2k \text{ یا } 2k+1$$

$$(2) \text{ سه حالت } 2k \text{ یا } 2k+2 \text{ یا } 2k+3$$

$$(3) \text{ چهار حالت } 4k \text{ یا } 4k+1 \text{ یا } 4k+2 \text{ یا } 4k+3$$

$$(4) \text{ دو حالت } k \text{ یا } k+1$$

40. برای نشان دادن درستی گزاره «مربع هر عدد فرد به شکل  $8q+1$  است» در خلال اثبات به روش زیر از کدام افزایش اعداد صحیح استفاده می‌شود؟

$$(1) 2k+1, 2k$$

$$(2) 2k+2, 2k+1, 2k$$

$$a=2k+1 \Rightarrow a^2=4k^2+4k+1 \Rightarrow \dots$$

$$(3) k+1, k$$

$$(4) 6k+5, \dots, 6k+1, 6k$$

41. در اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها می‌توان نشان داد. هر عدد اول بزرگ‌تر از 3 به صورت ..... است.

$$(1) 6k+5 \text{ یا } 6k+1$$

$$(2) 5k+2 \text{ یا } 5k+1$$

$$(3) 7k+1 \text{ یا } 7k-1$$

$$(4) 8k+5 \text{ یا } 8k+1$$

42. اگر بدانیم هر عدد اول بزرگ‌تر از 3 به شکل  $6k+1$  یا  $6k-1$  است، با اثبات به کمک روش اشباع می‌توان نشان داد، مربع هر عدد اول بزرگ‌تر از 3 به شکل ..... است.

$$(1) 25k-1$$

$$(2) 48k+1$$

$$(3) 120k+1$$

$$(4) 24k+1$$

43. اگر  $a=8n+3$  باشد، برای این‌که نشان دهیم  $a^2+7$  مضرب 16 است، مناسب‌ترین روش اثبات استفاده از ..... است.

(1) اثبات مستقیم بدون در نظر گرفتن همه حالات

(2) اثبات مستقیم با در نظر گرفتن همه حالات

(3) اثبات به روش برهان خلف

(4) مثال نقض [پاد نمونه]

44. در اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها اگر اعداد  $x, y$  را به صورت  $2k$  یا  $2k+1$  فرض کنیم، می‌توان نشان داد عدد ..... را هرگز نمی‌توان به صورت  $x^2+y^2$  نمایش داد.

$$(1) 45$$

$$(2) 50$$

$$(3) 51$$

$$(4) 52$$

45. برای اثبات درستی کدام گزاره استفاده از روش اشباع [اثبات با در نظر گرفتن همه حالات] یا برهان خلف ضرورتی ندارد؟

(1) اگر  $ab=0$  باشد آنگاه  $a=0$  یا  $b=0$

(2) اگر  $a$  و  $b$  دو عدد صحیح باشند  $(a+b)$  زوج است.

(3) اگر  $a$  و  $b$  دو عدد صحیح باشند  $a^2+b^2$  به شکل  $4k+3$  نیست.

(4) اگر  $a$  و  $b$  دو عدد صحیح و فرد باشند، آنگاه  $a+b$  زوج است.

46. کدام گزاره به‌ازای همه اعداد طبیعی  $n$  درست است؟

(1) عبارت  $n^2+3n$  همواره مضرب 4 است.

(2) عبارت  $n^2+3n+5$  همواره فرد است.

(3) عبارت  $n^3+n^2$  همواره مضرب 3 است.

(4) عبارت  $n^2+3n$  هرگز مربع کامل نیست.

47. اگر  $a$  و  $b$  دو عدد صحیح و  $a^2+b^2$  زوج باشد، چه تعداد از عبارات زیر قطعاً درست است؟

(1)  $a-b$  زوج است.

(2)  $ab$  زوج است.

(3)  $a+b$  فرد است.

(4)  $a+b^3$  زوج است.

$$(1) 1$$

$$(2) 2$$

$$(3) 3$$

$$(4) 4$$

(برگرفته از کار در کلاس صفحه ۵- بند الف)

48. اگر  $a$  و  $b$  دو عدد صحیح و  $a + b$  فرد باشد، آنگاه چه تعداد از عبارات زیر درست است؟

- $ab$  زوج است. (۱)
- $a^2 - b^2$  زوج است. (۲)
- $a + b^2$  فرد است. (۳)
- $ab^2 - a^2b$  زوج است. (۴)

(برگرفته از کار در کلاس صفحه ۵- بند الف)

49. اگر  $a$  و  $b$  دو عدد صحیح و  $ab$  فرد باشد، چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

- $a + b$  عددی زوج است. (۱)
- $a^2 + b^2$  عددی زوج است. (۲)
- $2a + b$  عددی فرد است. (۳)
- $a^2 - 2b$  عددی زوج است. (۴)

50. هر عدد به شکل  $4k + 3$  همهٔ عامل‌هایش به شکل  $4k + 3$  است برای اثبات ..... این حکم از ..... استفاده می‌شود.

- (۱) درستی - برهان خُلف
- (۲) نادرستی - مثال نقض
- (۳) نادرستی - اثبات مستقیم
- (۴) درستی - روش اشباع

51. هر عدد طبیعی بزرگتر از ۱۰ را می‌توان به صورت مجموع سه مربع کامل نوشت، برای اثبات ..... این حکم را ..... استفاده می‌شود.

- (۱) درستی - برهان خُلف
- (۲) درستی - اثبات بازگشتی
- (۳) نادرستی - مثال نقض
- (۴) درستی - اثبات مستقیم

## Number Theory (اثبات بازگشتی) N

(مثال صفحه ۶- کتاب درسی)

52. ارزش چه تعداد از ترکیب‌های دو شرطی زیر درست است؟  $(a, b \in \mathbb{R})$

- $a > b \Leftrightarrow a^2 > b^2$  (۴)
- $a = b \Leftrightarrow |a| = |b|$  (۳)
- $a < b \Leftrightarrow a^3 < b^3$  (۲)
- $a = b \Leftrightarrow a^3 = b^3$  (۱)

(مثال صفحه ۶- کتاب درسی)

53. ارزش چه تعداد از عبارات دو شرطی زیر درست است؟  $(a, b \in \mathbb{R})$

- $a = b \Leftrightarrow \log a = \log b$  (۴)
- $a = b \Leftrightarrow |a| = |b|$  (۳)
- $a = b \Leftrightarrow a^2 = b^2$  (۲)
- $a = b \Leftrightarrow 2^a = 2^b$  (۱)

(کار در کلاس صفحه ۷- کتاب درسی)

54. کدام گزینه همواره برقرار نیست؟  $(a, b \in \mathbb{R})$

- (۴)  $ab = 0 \Leftrightarrow (a + b)^2 = a^2 + b^2$
- (۳)  $a = b \Leftrightarrow a^2 = b^2$
- (۲)  $a > b \Leftrightarrow a^2 > b^2$
- (۱)  $a < b \Leftrightarrow a^5 < b^5$

(کار در کلاس صفحه ۸- کتاب درسی)

55. اگر  $n$  طبیعی باشد، چه تعداد از گزاره‌های زیر هم‌ارز با گزاره « $n$  زوج است» می‌باشد؟

- $n^2$  زوج است. (۱)
- $n + 1$  فرد است. (۲)
- $n^2$  مضرب ۴ است. (۳)
- $n(n + 1)$  زوج است. (۴)

56. کدام یک از عبارات زیر درست است؟

- الف) گزاره « $n$  عدد طبیعی فرد است» و گزاره « $(n + 1)^2$  عدد طبیعی فرد است» هم‌ارز هستند.
- ب) گزاره « $n$  مضرب ۳ است» و گزاره « $n^2$  مضرب ۳ است» هم‌ارز هستند.
- (۱) فقط الف
  - (۲) فقط ب
  - (۳) الف و ب
  - (۴) هیچکدام

(کار در کلاس صفحه ۸- کتاب درسی)

57. کدام یک از عبارات زیر درست است؟

- الف) گزاره « $C$  روی عمود منصف پاره خط  $AB$  است» و گزاره «نقطه  $C$  وسط پاره خط  $AB$  است» هم‌ارز هستند.
- ب) گزاره « $p$  عددی اول است» و گزاره « $p + 1$  عدد مرکب است» هم‌ارز هستند.
- (۱) فقط الف
  - (۲) فقط ب
  - (۳) الف و ب
  - (۴) هیچکدام

(تمرین ۴ صفحه ۸- کتاب درسی)

58. کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز با «حاصل ضرب دو عدد صفر است» می‌باشد؟

- الف) مجموع مکعبات دو عدد برابر با مکعب مجموع آن‌هاست. (ب) مجموع مربعات دو عدد با مربع مجموع آن‌ها برابر است.
- (۱) فقط الف
  - (۲) فقط ب
  - (۳) الف و ب
  - (۴) هیچکدام

59. کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز با «حاصل ضرب دو عدد صفر است» می‌باشد؟

(الف) مربع مجموع دو عدد برابر با مربع تفاضل دو عدد باشد

(ب) حاصل ضرب یکی از دو عدد در مجموع آن‌ها برابر با حاصل ضرب دیگری در تفاضل آن‌ها باشد.

(ج) مجموع حاصل ضرب هر یک از اعداد در مجموع دو عدد برابر با مجموع مربعات آن‌ها باشد.

(۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) الف ، ج (۴) هر سه مورد

60. دانش آموز زلی با اثبات مقابل نشان داد که  $2 = 6$  است، علت نادرستی اثبات کدام است؟

(۱) حکم نادرست

(۲) طرفین هر دو تساوی را نمی‌توان جمع کرد

(۳) استفاده از هم‌ارزی نادرست

(۴) مثال نقض برای آن وجود دارد.

61. اگر  $a, b$  دو عدد حقیقی باشند، کدام یک از ترکیب‌های دو شرطی زیر درست است؟

(الف)  $a^2 - ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow (a-b)^2 + a^2 + b^2 \geq 0$  (ب)  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2 \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0$

(۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) الف ، ب (۴) هیچکدام

62. اگر  $a, b$  دو عدد حقیقی باشند، کدام یک از ترکیب‌های دو شرطی زیر درست است؟

(الف)  $a^2 + ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow (a + \frac{b}{2})^2 + \frac{3b^2}{4} \geq 0$  (ب)  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc \Leftrightarrow (a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2 \geq 0$

(۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) الف ، ب (۴) هیچکدام

(تمرین ۱ صفحه ۸ - کتاب درسی بند الف)

(تمرین ۱ صفحه ۸ - کتاب درسی بند ب)

63. اگر  $x, y$  دو عدد حقیقی مثبت باشند، درستی چه تعداد از گزاره‌های زیر به کمک اثبات بازگشتی قابل اثبات است؟ (تمرین ۱ صفحه ۸ - کتاب درسی)

(۱)  $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$  (۲)  $(\frac{x+y}{2})^2 \geq xy$

(۳)  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$  (۴)  $x^2 + y^2 \geq 2(x+y-1)$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(برگرفته از کاردر کلاس صفحه ۳ - ۳)

64. برای اثبات درستی گزاره «حاصل ضرب دو عدد گویا، عددی گویاست» از کدام روش استفاده می‌شود؟

(۱) برهان خلف (۲) اثبات مستقیم به روش غیر اشباع

(۳) اثبات بازگشتی (۴) اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها

65. برای اثبات درستی گزاره « $\sqrt{2}$  عددی گنگ است» از کدام روش استفاده می‌شود؟

(۱) اثبات مستقیم بدون در نظر گرفتن همه حالت‌ها (۲) برهان خلف

(۳) اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها (۴) اثبات بازگشتی

66. اگر  $x, y$  دو عدد حقیقی مثبت باشند، در اثبات نامساوی  $x^2 + y^2 \geq xy(x^2 + y^2)$  به وسیله اثبات بازگشتی به کدام نامساوی بدیهی می‌رسیم؟

(۱)  $(x+y)^2(x^2 + xy + y^2) \geq 0$  (۲)  $(x-y)^2(x^2 + xy + y^2) \geq 0$

(۳)  $(x-y)^2(x^2 + y^2) \geq 0$  (۴)  $(x+y)^2(x^2 + y^2) \geq 0$

67. اگر  $a, b, c$  سه عدد حقیقی باشند، در اثبات حکم  $a^2 + b^2 + c^2 + m \geq 2(a+b+c)$  به وسیله اثبات بازگشتی حداقل مقدار  $m$  برای این

که به یک رابطه بدیهی برسیم و تمامی مراحل بازگشت پذیر باشند، کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۶

68. در اثبات نامساوی  $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$  به کمک اثبات بازگشتی، به کدام رابطه بدیهی زیر خواهیم رسید؟ (تمرین ۱ صفحه ۸ - کتاب درسی)

(۱)  $(x - xz + y)^2 \geq 0$  (۲)  $(x - yz)^2 + (yz - z)^2 \geq 0$

(۳)  $(x + yz + z)^2 \geq 0$  (۴)  $(x - y)^2 + (x - z)^2 + (y - z)^2 \geq 0$

69. اگر  $a, b$  دو عدد حقیقی باشند، در اثبات نامساوی  $a^2 + ab + b^2 \geq 0$  به کدام نامساوی بدیهی ممکن است برسیم؟ (مثال آخر صفحه ۷ - ۷)

(۱)  $(a+b)^2 + a^2 + b^2 \geq 0$  (۲)  $(a-b)^2 + a^2 + b^2 \geq 0$

(۳)  $(a-1)^2 + (b-1)^2 \geq 0$  (۴)  $(a-b)^2 + (a+b)^2 \geq 0$

70. در اثبات نامساوی  $x^2 + y^2 + m \geq x + xy + y$  به وسیلهٔ اثبات بازگشتی حداقل مقدار  $m$  برای این که به یک رابطهٔ بدیهی برسیم و تمامی مراحل بازگشت پذیر باشند، کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{5}{2}$  (۳) ۲ (۴)

71. در اثبات حکم  $\frac{b-a}{1-ab} < 1$  با فرض  $0 < a < b < 1$  و با استفاده از روش بازگشتی، از کدام عبارت بدیهی استفاده می‌شود؟

- ۱ (۱)  $(a+1)(1-b) < 0$  (۲)  $(1-a)(b+1) < 0$   
 ۳ (۳)  $(1+a)(b-1) < 0$  (۴)  $(a-1)(b+1) > 0$

72. اگر  $a, b$  اعداد حقیقی باشند، در اثبات درستی نامساوی  $|a+b| \leq |a| + |b|$  به روش بازگشتی با استفاده از قضیه‌های دو شرطی به کدام نامساوی بدیهی می‌رسیم؟

- ۱ (۱)  $|ab| \geq 0$  (۲)  $ab \leq |ab|$   
 ۳ (۳)  $|ab| \geq 1$  (۴)  $a^2b^2 \geq 0$

73. اگر  $x$  یک عدد حقیقی دلخواه باشد، در اثبات درستی نامساوی  $|\sin x + \cos x| \leq \sqrt{2}$  به روش بازگشتی با استفاده از قضیه‌های دو شرطی به کدام نامساوی بدیهی می‌رسیم؟

- ۱ (۱)  $\sin 2x \leq 1$  (۲)  $\cos 2x \leq 1$   
 ۳ (۳)  $\sin 2x \leq 0$  (۴)  $\sin 2x \geq 0$

74. اگر  $a, b$  دو عدد حقیقی مثبت باشند، در اثبات درستی نامساوی  $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  به روش بازگشتی با استفاده از قضیه‌های دو شرطی به کدام نامساوی بدیهی می‌رسیم؟

- ۱ (۱)  $(a+b)^2 \geq 0$  (۲)  $(a-b)^2 \geq 0$   
 ۳ (۳)  $(a+b)^3 \geq 0$  (۴)  $a^2 + b^2 \geq 0$

## Number Theory

### تشخیص نوع اثبات



75. برای اثبات درستی یا نادرستی حکم «تفاضل مربعات دو عدد فرد متوالی همواره مضرب ۸ است» کدام روش اثبات مناسب‌تر است؟

- ۱ (۱) اثبات مستقیم بدون در نظر گرفتن همهٔ حالات (۲) اثبات بازگشتی با استفاده از گزاره‌های هم‌ارز  
 ۳ (۳) برهان خُلف (۴) اثبات مستقیم با در نظر گرفتن همهٔ حالات

76. برای اثبات درستی یا نادرستی حکم «به ازای همهٔ اعداد طبیعی عبارت  $n! + n$  همواره مرکب است» کدام روش اثبات مناسب‌تر است؟

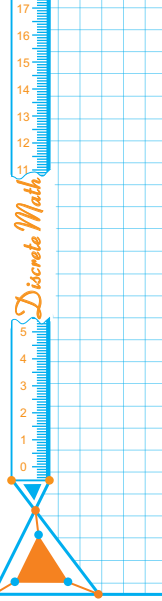
- ۱ (۱) اثبات مستقیم (۲) اثبات بازگشتی  
 ۳ (۳) مثال نقض (۴) برهان خُلف

77. برای اثبات درستی یا نادرستی حکم «به ازای همهٔ اعداد طبیعی بزرگتر از یک عبارت  $n! + n$  همواره مرکب است» کدام روش اثبات مناسب‌تر است؟

- ۱ (۱) اثبات مستقیم (۲) اثبات بازگشتی  
 ۳ (۳) مثال نقض (۴) برهان خُلف

78. برای اثبات درستی یا نادرستی حکم «اگر  $\sqrt{3}$  گنگ باشد  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  نیز گنگ است» کدام روش اثبات مناسب‌تر است؟

- ۱ (۱) اثبات مستقیم (۲) اثبات بازگشتی  
 ۳ (۳) مثال نقض (۴) برهان خُلف



**79.** برای اثبات درستی یا نادرستی حکم «میانگین هندسی دو عدد نایبشتر از میانگین حسابی آن‌هاست» کدام روش اثبات مناسب‌تر است؟

(مثال دوم صفحه ۷ - کتاب درسی)

- (۱) برهان خُلف  
(۲) اثبات مستقیم  
(۳) اثبات بازگشتی  
(۴) مثال نقض

**80.** برای اثبات درستی یا نادرستی حکم «عبارت  $n^2 + 3n + 5$  همواره عددی فرد است» کدام روش استدلال مناسب‌تر است؟

- (۱) برهان خُلف  
(۲) اثبات بازگشتی  
(۳) مثال نقض  
(۴) اثبات با در نظر گرفتن همهٔ حالت‌ها

**81.** برای اثبات درستی یا نادرستی حکم «مجموع مربعات سه عدد، از مجموع حاصل ضرب دوه‌دوی آن‌ها کمتر نیست» کدام روش استدلال مناسب‌تر است؟

(تمرین ۱ صفحه ۸ - کتاب درسی بند ب)

- (۱) برهان خُلف  
(۲) اثبات مستقیم  
(۳) مثال نقض  
(۴) اثبات بازگشتی

**82.** برای اثبات درستی یا نادرستی حکم «اگر  $a$  و  $b$  دو عدد صحیح باشند، عبارت  $ab(a+b)$  همواره زوج است» کدام روش استدلال مناسب‌تر است؟

- (۱) برهان خُلف  
(۲) استدلال استقرایی  
(۳) مثال نقض  
(۴) اثبات با در نظر گرفتن همهٔ حالت‌ها

**83.** برای اثبات درستی یا نادرستی حکم «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع اعداد طبیعی متوالی نوشت» کدام روش استدلال مناسب‌تر است؟

- (۱) برهان خُلف  
(۲) مثال نقض  
(۳) اثبات مستقیم  
(۴) اثبات با در نظر گرفتن همهٔ حالت‌ها

**84.** برای اثبات درستی یا نادرستی حکم «هر عدد صحیح فرد مانند  $a$  به یکی از دو صورت  $4k+1$  یا  $4k+3$  نوشته می‌شود» کدام روش استدلال مناسب‌تر است؟

(مسئله ۳ صفحه ۱۵)

- (۱) برهان خُلف  
(۲) مثال نقض  
(۳) اثبات مستقیم  
(۴) اثبات با در نظر گرفتن همهٔ حالت‌ها

**85.** برای اثبات درستی یا نادرستی حکم «تفاضل مکعب‌های دو عدد صحیح متوالی عددی فرد است» کدام روش استدلال مناسب‌تر است؟

(تمرین ۱۴ صفحه ۱۷)

- (۱) برهان خُلف  
(۲) استدلال استقرایی  
(۳) اثبات مستقیم با در نظر گرفتن همهٔ حالت‌ها  
(۴) اثبات بازگشتی

**86.** برای اثبات درستی یا نادرستی حکم «اگر  $n$  عددی صحیح باشد، عبارت  $n^3 - n$  مضرب ۳ است.» کدام روش استدلال مناسب‌تر است؟

(تمرین ۱۵ صفحه ۱۷)

- (۱) برهان خُلف  
(۲) مثال نقض  
(۳) اثبات بازگشتی  
(۴) اثبات با در نظر گرفتن همهٔ حالت‌ها

**87.** برای اثبات درستی یا نادرستی حکم «همواره یکی از ۳ عدد  $a$  یا  $a+2$  یا  $a+4$  بر ۳ بخش پذیر است.» کدام روش استدلال مناسب‌تر است؟

(تمرین ۱۳ صفحه ۱۷)

- (۱) استدلال استقرایی  
(۲) اثبات بازگشتی  
(۳) مثال نقض  
(۴) اثبات با در نظر گرفتن همهٔ حالت‌ها

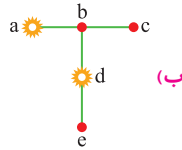
**88.** در حکم «اگر  $a$  و  $b$  دو عدد صحیح باشند و  $ab$  عددی فرد باشد، آنگاه  $a^2 + b^2$  زوج است.» برای اثبات فرد بودن  $a, b$  از ..... و در ادامه برای اثبات زوج بودن  $a^2 + b^2$  از ..... استفاده می‌شود.

(کار در کلاس صفحه ۵)

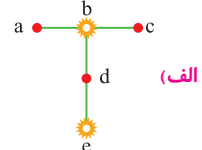
- (۱) برهان خُلف - اثبات مستقیم  
(۲) اثبات بازگشتی - اثبات با در نظر گرفتن همهٔ حالت‌ها  
(۳) اثبات مستقیم - برهان خُلف  
(۴) برهان خُلف - مثال نقض



1231. در کدام گراف، مجموعه رأس‌های مشخص شده احاطه‌گراست؟



(ب)



(الف)

(۴) نه الف، نه ب

(۳) هم الف، هم ب

(۲) فقط ب

(۱) فقط الف

1232. در گراف مقابل، چه تعداد از مجموعه‌های داده شده یک مجموعه احاطه‌گراست؟

 $\{u, w\}$  ● $\{w, v\}$  ● $\{v\}$  ● $\{u\}$  ●

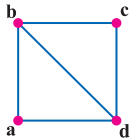
(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

1233. در گراف مقابل، چه تعداد از مجموعه‌های داده شده یک مجموعه احاطه‌گراست؟

 $\{d\}$  ● $\{a, c\}$  ● $\{c\}$  ● $\{b\}$  ●

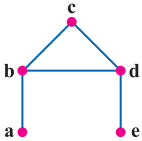
(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

1234. در چه تعداد از موارد داده شده، هرکدام از رأس‌های گراف، یا متعلق به  $D$  هستند یا با یکی از اعضای  $D$  همسایه‌اند؟

 $D = \{b, a, e\}$  ● $D = \{c, a, e\}$  ● $D = \{b, d\}$  ● $D = \{a, b, c\}$  ●

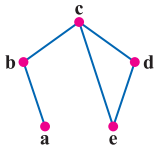
(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

1235. در گراف مقابل، چه تعداد از مجموعه‌های داده شده یک مجموعه احاطه‌گراست؟

 $\{b, d\}$  ● $\{b, e\}$  ● $\{a, d\}$  ● $\{a, c\}$  ●

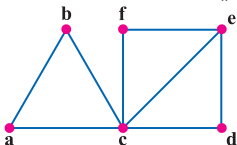
(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

1236. در کدام یک از موارد داده شده، هرکدام از رأس‌های گراف، یا متعلق به  $D$  هستند یا با یکی از اعضای  $D$  همسایه‌اند؟

 $D = \{c, e\}$  (د) $D = \{a, f, d\}$  (ج) $D = \{e, a\}$  (ب) $D = \{d, b\}$  (الف)

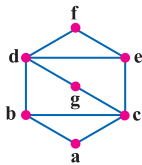
(۴) الف، د

(۳) ب، ج، د

(۲) ب، د

(۱) ب، ج

1237. در چه تعداد از موارد داده شده، هرکدام از رأس‌های گراف، یا متعلق به  $D$  هستند یا با یکی از اعضای  $D$  همسایه‌اند؟

 $D = \{g, f, a\}$  ● $D = \{b, g, e\}$  ● $D = \{b, e, a, f\}$  ● $D = \{d, e, a\}$  ●

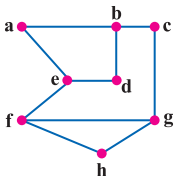
(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

1238. در گراف مقابل، چه تعداد از مجموعه‌های داده شده یک مجموعه احاطه‌گراست؟

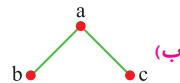
 $D_f = \{f, a, g\}$  ● $D_g = \{a, d, f\}$  ● $D_f = \{e, g, d\}$  ● $D_f = \{f, a, c\}$  ●

(۴) ۴

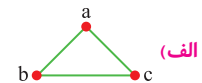
(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱



(ب)



(الف)

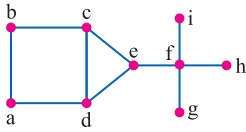
(۴) نه الف، نه ب

(۳) هم الف، هم ب

(۲) فقط ب

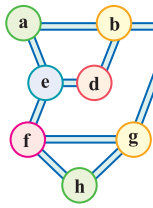
(۱) فقط الف

1240. کدام مجموعه برای گراف  $G$  در شکل مقابل یک مجموعه احاطه‌گر محسوب نمی‌شود؟



- (۱)  $\{a, e, f\}$       (۲)  $\{b, d, f\}$   
 (۳)  $\{c, d, f\}$       (۴)  $\{c, e, f\}$

1241. فرض کنید شکل مقابل، نقشه یک منطقه از شهر است. قرار است در بعضی تقاطع‌های شهر دستگاه خود پرداز نصب شود به گونه‌ای که هر فرد در هر تقاطعی که باشد، یا در همان تقاطع به دستگاه خود پرداز دسترسی داشته باشد و یا حداکثر با رفتن به یک تقاطع مجاور به دستگاه خود پرداز دسترسی پیدا کند. نصب دستگاه خود پرداز در کدام تقاطع‌ها این کار را برآورده نمی‌کند؟



- (۱)  $\{e, g, b\}$       (۲)  $\{a, d, f\}$       (۳)  $\{f, d, b\}$       (۴)  $\{b, f\}$

1242. در گراف  $G$  با درجه رؤس  $1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 1$  اگر  $N_G(a) = \{b, f\}$ ,  $N_G(d) = \{c, e\}$ ,  $N_G(b) = \{a, c\}$ ، کدام مجموعه یک مجموعه احاطه‌گر است؟

- (۱)  $\{a, d\}$       (۲)  $\{e, f\}$       (۳)  $\{a, c\}$       (۴)  $\{e, a\}$

1243. در گراف همبند  $G$  با درجه رؤس  $1, 1, 2, 2, 3, 4$  اگر  $N_G(a) = \{b, c, d, e\}$ ,  $N_G(e) = \{a, g, f\}$ ,  $N_G(f) = \{g, e\}$  باشد، کدام مجموعه یک مجموعه احاطه‌گر است؟

- (۱)  $\{c, g\}$       (۲)  $\{a, g\}$       (۳)  $\{b, c\}$       (۴)  $\{e, b\}$

1244. چند گراف با رؤس  $V = \{a, b, c\}$  وجود دارد که مجموعه احاطه‌گر آن  $D = \{a\}$  باشد؟

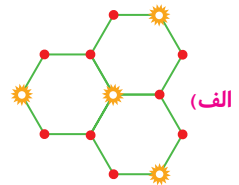
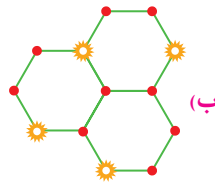
- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

## Graph & Modeling

### عدد احاطه‌گری

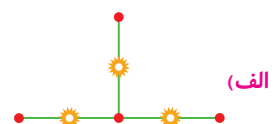
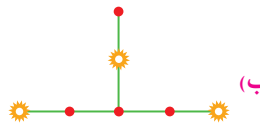


1245. در کدام یک از موارد رأس‌های مشخص شده یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم تشکیل می‌دهند؟



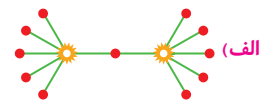
- (۱) فقط الف      (۲) فقط ب      (۳) هم الف، هم ب      (۴) نه الف، نه ب

1246. در کدام یک از موارد رأس‌های مشخص شده یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم تشکیل می‌دهند؟



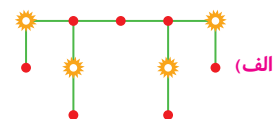
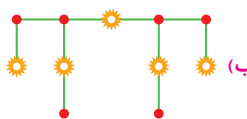
- (۱) فقط الف      (۲) فقط ب      (۳) هم الف، هم ب      (۴) نه الف، نه ب

1247. در کدام یک از موارد رأس‌های مشخص شده یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم تشکیل می‌دهند؟



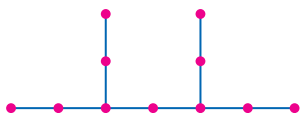
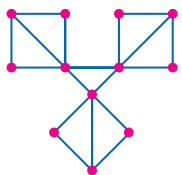
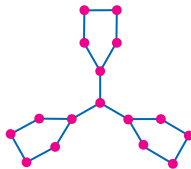
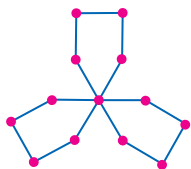
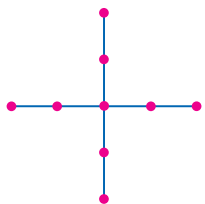
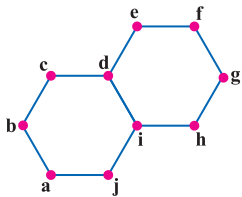
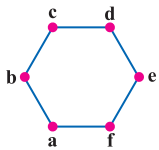
- (۱) فقط الف      (۲) فقط ب      (۳) هم الف، هم ب      (۴) نه الف، نه ب

1248. در کدام یک از موارد رأس‌های مشخص شده یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم تشکیل می‌دهند؟



- (۱) فقط الف      (۲) فقط ب      (۳) هم الف، هم ب      (۴) نه الف، نه ب





1249. عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

- ۲ (۲)
- ۴ (۴)
- ۱ (۱)
- ۳ (۳)

1250. عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

1251. عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

- ۳ (۲)
- ۵ (۴)
- ۲ (۱)
- ۴ (۳)

1252. عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

- ۳ (۱)
- ۴ (۲)
- ۵ (۳)
- ۶ (۴)

1253. عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

- ۶ (۲)
- ۵ (۴)
- ۳ (۱)
- ۴ (۳)

1254. عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- ۶ (۳)
- ۷ (۴)

1255. عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

- ۴ (۲)
- ۶ (۴)
- ۳ (۱)
- ۵ (۳)

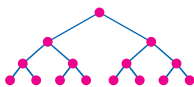
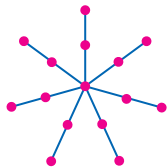
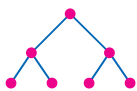
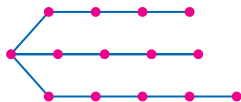
1256. عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

- ۳ (۱)
- ۴ (۲)
- ۵ (۳)
- ۶ (۴)

1257. عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

- ۳ (۲)
- ۵ (۴)
- ۲ (۱)
- ۴ (۳)





1258. عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

1259. عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

- ۳ (۲)
- ۵ (۴)
- ۲ (۱)
- ۴ (۳)

1260. عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- ۶ (۳)
- ۷ (۴)

1261. عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

- ۵ (۲)
- ۷ (۴)
- ۴ (۱)
- ۶ (۳)

1262. عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- ۶ (۳)
- ۷ (۴)

1263. عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

- ۲ (۲)
- ۴ (۴)
- ۱ (۱)
- ۳ (۳)

1264. عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

- ۶ (۱)
- ۷ (۲)
- ۸ (۳)
- ۹ (۴)

1265. عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

- ۳ (۲)
- ۵ (۴)
- ۲ (۱)
- ۴ (۳)

1266. عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

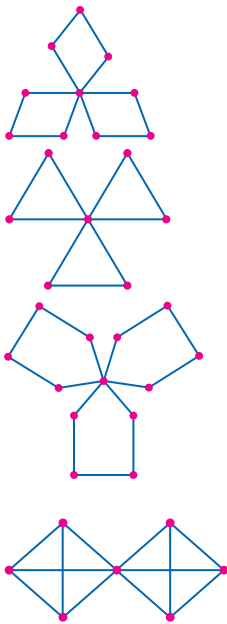
- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

1267. عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

- ۵ (۲)
- ۷ (۴)
- ۴ (۱)
- ۶ (۳)

1268. عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- ۶ (۳)
- ۷ (۴)



1434. یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال در گراف مقابل حداکثر چند عضو دارد؟

- ۴ (۱)  
۵ (۲)  
۶ (۳)  
۷ (۴)

1435. گراف شکل مقابل چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال غیر مینیمم دارد؟

- ۸ (۱)  
۹ (۲)  
۶ (۳)  
۷ (۴)

1436. یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال از گراف مقابل حداکثر چند عضو دارد؟

- ۶ (۱)  
۷ (۲)  
۹ (۳)  
۵ (۴)

1437. گراف شکل مقابل چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال غیر مینیمم دارد؟

- ۹ (۱)  
۱۰ (۲)  
۱۶ (۳)  
۶ (۴)

1438. در گرافی با درجه رئوس ۲، ۲، ۲، ۲، ۳، ۳، ۳، ۶ که دو رأس با درجه ۳ مجاور نیستند، چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال وجود دارد؟

- ۳ (۱)  
۴ (۲)  
۵ (۳)  
۶ (۴)

1439. گراف شکل مقابل چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال سه عضوی دارد؟

- ۲ (۱)  
۴ (۲)  
۵ (۳)  
۴ (۴)

چنین مجموعه احاطه‌گری ندارد.

1440. گراف شکل مقابل چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال دارد؟

- ۳ (۱)  
۵ (۲)  
۶ (۳)  
۸ (۴)

1441. گراف مقابل چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال غیر مینیمم دارد؟

- ۲ (۱)  
۴ (۲)  
۳ (۳)  
۶ (۴)

1442. گراف شکل مقابل چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال دارد؟

- ۱ (۱)  
۶ (۲)  
۷ (۳)  
۸ (۴)

1443. گراف شکل مقابل چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال دارد؟

- ۱ (۱)  
۸ (۲)  
۳ (۳)  
۷ (۴)

1444. گراف ناهمبند شکل مقابل چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال دارد؟

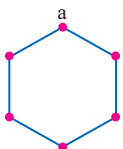
- ۳ (۱)  
۶ (۲)  
۷ (۳)  
۸ (۴)

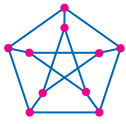
1445. گراف ۲-منتظم  $G$  از مرتبه ۱۲ دارای دوره‌هایی با طول زوج و بزرگ‌تر از ۴ است، این گراف چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال غیر مینیمم دارد؟

- ۳ (۱)  
۴ (۲)  
۹ (۳)  
۴ (۴)

1446. گراف شکل مقابل چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال فاقد رأس  $a$  دارد؟

- ۱ (۱)  
۲ (۲)  
۳ (۳)  
۴ (۴)



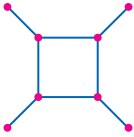


1447. گراف شکل مقابل چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۵ عضوی دارد؟

- ۱۰ (۱)
- ۱۲ (۲)
- ۱ (۳)
- ۲ (۴)

1448. گرافی با درجه رئوس ۳, ۳, ۳, ۳, ۳, ۳ چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال دارد؟

- ۵ (۱)
- ۱۰ (۲)
- ۱۱ (۳)
- ۶ (۴)

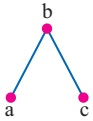


1449. گراف شکل مقابل چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال دارد؟

- ۸ (۱)
- ۲ (۲)
- ۴ (۳)
- ۱۶ (۴)

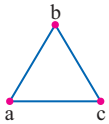
1450. گراف شکل مقابل چند زیرگراف دارد که یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال دو عضوی یکتا داشته باشند؟

- ۱ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)



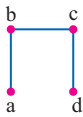
1451. گراف مقابل چند زیرگراف دارد که دارای مجموعه احاطه‌گر مینیمال دو عضوی یکتا باشند؟

- ۲ (۱)
- ۶ (۲)
- ۷ (۳)
- ۱ (۴)



1452. گراف شکل مقابل چند زیرگراف دارد که دارای مجموعه احاطه‌گر مینیمال سه عضوی یکتا باشند؟

- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۵ (۳)
- ۶ (۴)



1453. در گراف G از مرتبه ۶ بین هر دو رأس دلخواه، دقیقاً یک مسیر وجود دارد، چه تعداد از گزاره‌های زیر درباره این گراف درست است؟

- اگر عدد احاطه‌گری گراف ۱ باشد، گراف یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۵ عضوی دارد.
- اگر عدد احاطه‌گری گراف ۳ باشد، گراف یک رأس از درجه ماکزیمم دارد.
- اگر یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۴ عضو داشته باشد، گراف دو رأس از درجه ماکزیمم دارد.
- اگر گراف یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۵ عضوی داشته باشد، یک رأس از درجه ماکزیمم دارد.

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

1454. چه تعداد از گزاره‌های زیر در باره گراف G با درجه رئوس ۲, ۲, ۲, ۳, ۳ درست است؟

- اگر دور به طول فرد نداشته باشد، یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال سه عضوی دارد.
- اگر دور به طول فرد داشته باشد، حداکثر تعداد اعضای یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال برابر عدد احاطه‌گری گراف است.
- اگر یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال سه عضوی داشته باشد، سه دور به طول ۴ دارد.
- اگر مجموعه احاطه‌گر مینیمم دو عضوی یکتا داشته باشد دور به طول ۳ نیز دارد.

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

1455. در گراف‌های ساده G مجموع مرتبه و اندازه برابر ۶ است، چه تعداد از گزاره‌های زیر درباره این گراف درست است؟

- اگر گراف منتظم باشد، عدد احاطه‌گری آن ۶ است.
- اگر گراف مجموعه احاطه‌گر مینیمم یکتا داشته باشد، منتظم است.
- اگر گراف ۴ مجموعه احاطه‌گر مینیمم داشته باشد، منتظم است.
- اگر گراف یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال سه عضو داشته باشد، دور دار است.

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

(تمرین ۹ صفحه ۷۲ کتاب درسی)

1752. معادله  $3x + y + z = 7$  چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

۱۸ (۴)	۱۵ (۳)	۱۰ (۲)	۸ (۱)
--------	--------	--------	-------

(بر اساس تمرین ۹ صفحه ۷۲ کتاب درسی)

1753. معادله  $x + y + 2\sqrt{z} = 4$  چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

۱۰ (۴)	۷ (۳)	۹ (۲)	۸ (۱)
--------	-------	-------	-------

1754. معادله  $4x + 4y + z = 6$  چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

۲ (۴)	۶ (۳)	۴ (۲)	۳ (۱)
-------	-------	-------	-------

1755. معادله  $x^2 + xy + xz = 10$  چند جواب طبیعی دارد؟

۱۴ (۴)	۱۰ (۳)	۱۳ (۲)	۱۲ (۱)
--------	--------	--------	--------

1756. معادله  $x + y + \log \frac{z}{p} = \frac{\lambda}{z}$  چند جواب طبیعی دارد؟

۱۵ (۴)	۹ (۳)	۱۳ (۲)	۱۲ (۱)
--------	-------	--------	--------

1757. چند سه تایی مرتب مانند  $(x_1, x_2, x_3)$  وجود دارد که مجموع سه مؤلفه برابر ۱۷ و همگی عدد طبیعی فرد باشند؟

۳۶ (۴)	۴۵ (۳)	۲۸ (۲)	۵۵ (۱)
--------	--------	--------	--------

1758. معادله  $|x_1 + x_2|^3 + |x_2 + x_3|^2 = 52$  چند جواب طبیعی دارد؟

۱۲ (۴)	۱۰ (۳)	۸ (۲)	۶ (۱)
--------	--------	-------	-------

1759. معادله  $x_1 + [x_2 + x_3] + x_4 = 5$  چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

۷۸ (۴)	۵۶ (۳)	۵۲ (۲)	۴۵ (۱)
--------	--------	--------	--------

1760. معادله  $\lceil x \rceil = 7$  چند جواب صحیح در بازه  $[0, 4]$  دارد؟  $\lceil x \rceil$  نماد سقف  $x$  است.

۲۸ (۴)	۲۱ (۳)	۱۵ (۲)	۱۰ (۱)
--------	--------	--------	--------

1761. معادله  $x + y + z = 13$  چند جواب صحیح و نامنفی دارد که در آن‌ها  $x = y$  است؟

۶ (۴)	۵ (۳)	۱۲ (۲)	۷ (۱)
-------	-------	--------	-------

1762. ۲۴ مهره سفید یکسان را در ۳ جعبه گذاشته‌ایم. در چند حالت تعداد مهره‌های جعبه اول ۳ برابر تعداد مهره‌های جعبه دوم است؟

۸ (۴)	۷ (۳)	۶ (۲)	۵ (۱)
-------	-------	-------	-------

1763. به چند طریق می‌توان ۱۰ گلابی را بین حسن، داوود و علی توزیع کرد به طوری که تعداد گلابی‌های حسن بیشتر از تعداد گلابی‌های داوود باشد؟

۲۰ (۴)	۳۰ (۳)	۱۵ (۲)	۱۰ (۱)
--------	--------	--------	--------

1764. چند سه تایی مرتب مانند  $(x, y, z)$  یافت می‌شود که مجموع مؤلفه‌ها برابر ۷ بود و  $x$  طبیعی و مربع کامل باشد و  $y, z$  صحیح و نامنفی باشند؟

۱۵ (۴)	۱۱ (۳)	۱۰ (۲)	۱۲ (۱)
--------	--------	--------	--------

1765. معادله  $x + y + z + t = 10$  را در نظر بگیرید، چه تعداد از عبارات زیر درباره این معادله صحیح است؟

● معادله ۵۶ جواب صحیح و نامنفی دارد که همه متغیرها زوج باشند.

● معادله ۲۰ جواب طبیعی دارد که همه متغیرها عدد فرد باشند.

● معادله ۶۶ جواب صحیح و نامنفی دارد که  $x \leq 5$ .

۳ (۴)	۲ (۳)	۱ (۲)	۰ (۱)
-------	-------	-------	-------

1766. تعداد جملات بسط  $(a + b + c)^9$  کدام است؟

۷۸ (۴)	۶۶ (۳)	۴۵ (۲)	۵۵ (۱)
--------	--------	--------	--------

1767. در بسط  $(2a + b - c)^6$  ضریب جمله  $a^2bc^3$  کدام است؟

- ۱) ۱۲۰ (۲) -۲۴۰ (۳) ۲۴۰ (۴) -۱۲۰

1768. در بسط  $(3x + y + 2)^5$  ضریب جمله  $xy^2$  کدام است؟

- ۱) ۳۰ (۲) ۹۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۱۲۰

1769. در بسط  $(x + y + z)^8$  چند جمله وجود دارد که در آن‌ها توان  $x$  برابر ۲ باشد؟

- ۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

1770. در بسط  $(x + y + z)^7$  چند جمله وجود دارد که در آن‌ها توان  $x$  بزرگتر از ۳ باشد؟

- ۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۱۵ (۴) ۱۰

1771. چه تعداد از جملات زیر درباره بسط  $(a + 2b + c)^6$  درست است؟

- دارای ۲۸ جمله است.
- تعداد جملات فاقد  $a$  و شامل  $b$  برابر ۵ است.
- ضریب جمله  $a^3b^2c$  از ضریب جمله  $ab^3c^2$  بزرگتر است.
- مجموع ضرایب بسط برابر ۴۰۹۶ است.

- ۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

## Combinations

### نامعادله

1772. نامعادله  $x + y + z \leq 7$  چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

- ۱) ۱۲۰ (۲) ۹۱ (۳) ۳۶ (۴) ۲۱۰

1773. نامعادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 < 6$  چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

- ۱) ۱۶۵ (۲) ۱۲۶ (۳) ۸۴ (۴) ۱۴۵

1774. نامعادله  $x_1 + x_2 + x_3 \leq 7$  چند جواب طبیعی دارد؟

- ۱) ۳۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۵ (۴) ۴۵

1775. نامعادله  $x_1 + x_2 < 10$  چند جواب طبیعی دارد؟

- ۱) ۲۱ (۲) ۴۵ (۳) ۲۸ (۴) ۳۶

1776. نامعادله  $x + y + z \leq 8$  چند جواب صحیح و نامنفی دارد که  $x \geq 2$  باشد؟

- ۱) ۷۰ (۲) ۸۴ (۳) ۹۱ (۴) ۱۲۰

1777. نامعادله  $x_1 + x_2 + x_3 \leq 11$  چند جواب صحیح و نامنفی با شرط  $x_1 \geq 1, x_2 \geq 2, x_3 \geq 3$  دارد؟

- ۱) ۸۴ (۲) ۵۶ (۳) ۳۵ (۴) ۲۰

1778. نامعادله  $x_1 + x_2 + x_3 < 9$  چند جواب صحیح و نامنفی با شرط  $x_1 \leq 3$  دارد؟

- ۱) ۱۳۵ (۲) ۱۲۵ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۳۰

1779. نامعادله  $x_1 + x_2 + x_3 < 12$  چند جواب صحیح و نامنفی دارد که  $x_1 > 3, x_2 > 2, x_3 \leq 3$  باشد.

- ۱) ۳۳ (۲) ۳۴ (۳) ۳۵ (۴) ۳۶

1780. نامعادله  $2x_1 + x_2 + x_3 \leq 5$  چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

- ۱) ۳۴ (۲) ۲۱ (۳) ۱۸ (۴) ۱۷



2104. جدول ارزش کدام گزاره با سایر گزاره‌ها تفاوت دارد؟

$$\begin{array}{ll} p \Rightarrow (p \vee \sim q) & (1) \quad (p \wedge \sim q) \Rightarrow p \\ (p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q) & (2) \quad (p \vee q) \Rightarrow p \end{array}$$

2105. کدام گزینه با سایر گزینه‌ها در جدول ارزش گزاره‌ها متفاوت است؟

$$\begin{array}{ll} \sim q \Leftrightarrow \sim p & (1) \quad (p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q) \\ (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) & (2) \quad (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p) \end{array}$$

2106. کدام گزاره با سایر گزاره‌ها دارای ارزش متفاوت است؟

$$\begin{array}{ll} \sim p \vee q & (1) \quad p \Rightarrow (p \Rightarrow q) \\ (p \vee q) \Rightarrow (q \wedge p) & (2) \quad p \Rightarrow (p \wedge q) \end{array}$$

2107. کدام گزینه یک گزاره همواره نادرست است؟

$$\begin{array}{ll} p \Rightarrow (p \vee q) & (1) \quad p \wedge \sim (\sim q \Rightarrow p) \\ [p \wedge (p \vee q)] \Leftrightarrow p & (2) \quad p \Rightarrow (p \wedge q) \end{array}$$

2108. هم ارز گزاره  $p \Rightarrow [\sim (q \Rightarrow p) \vee q]$  کدام است؟

$$\begin{array}{ll} p \Rightarrow \sim q & (1) \quad p \\ \sim q \Rightarrow \sim p & (2) \quad q \Rightarrow p \end{array}$$

2109. هم ارز گزاره  $q \Rightarrow [\sim (p \Rightarrow q) \wedge \sim p]$  کدام است؟

$$\begin{array}{ll} \sim p \Rightarrow q & (1) \quad q \\ \sim q & (2) \quad p \end{array}$$

2110. گزاره  $(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge r)$  ، با کدام گزاره زیر هم ارزش است؟

$$\begin{array}{ll} p \wedge (q \vee r) & (1) \quad p \vee (q \wedge r) \\ r \Rightarrow (p \vee q) & (2) \quad r \Rightarrow (p \wedge q) \end{array}$$

2111. گزاره  $p \wedge [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q]$  هم ارز با کدام گزاره است؟

$$\begin{array}{ll} \text{(1) همواره درست است.} & \\ \text{(2) همواره نادرست است.} & \end{array}$$

2112. گزاره  $[(p \wedge \sim r) \vee (p \wedge r)] \Rightarrow [\sim q \Rightarrow (p \wedge \sim q)]$  هم ارز با کدام گزاره است؟

$$\begin{array}{ll} q \vee r & (1) \quad p \Rightarrow r \\ \text{(2) همواره درست} & \text{(3) همواره نادرست} \end{array}$$

2113. اگر گزاره  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$  درست باشند، کدام گزاره زیر همواره درست است؟

$$\begin{array}{ll} p \vee r & (1) \quad r \Rightarrow p \\ p \Rightarrow r & (2) \quad \sim p \Rightarrow r \end{array}$$

2114. مجموعه‌های A و B هر یک دارای 6 گزاره هستند که 3 تا از گزاره‌ها درست و 3 تای دیگر نادرست است. اگر گزاره‌های p و q به تصادف از مجموعه‌های A و B انتخاب شوند، احتمال آن‌که گزاره  $p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$  درست باشد، کدام است؟

$$\begin{array}{llll} \frac{1}{3} & (1) & \frac{2}{3} & (2) & \frac{3}{4} & (3) & \frac{1}{2} & (4) \end{array}$$

2115. مجموعه‌های A, B, C هر یک شامل 4 گزاره هستند که نصف آن‌ها ارزش درست دارند. اگر گزاره p به تصادف از A و گزاره q به تصادف از B و گزاره r به تصادف از C انتخاب شود، احتمال آن‌که گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow r$  درست باشد، کدام است؟

$$\begin{array}{llll} \frac{1}{8} & (1) & \frac{7}{8} & (2) & \frac{3}{8} & (3) & \frac{5}{8} & (4) \end{array}$$

(مشابه خارج - 98)

(مشابه خارج - 98)

(خارج - 98)

(مشابه خارج - 98)

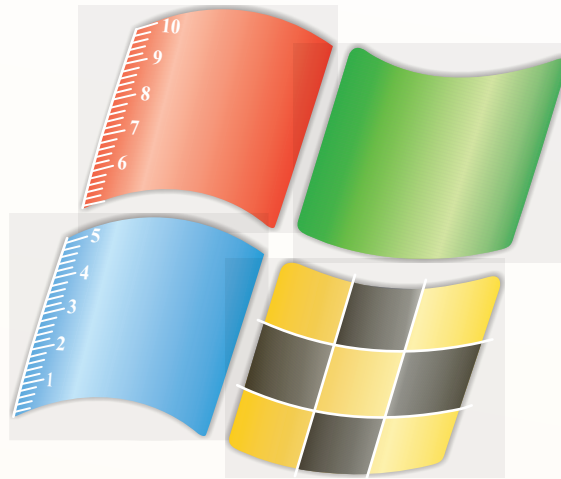
(مشابه خارج - 98)

(مشابه خارج - 98)

پاسخنامه

تمام تشریحی

و تمام رنگی



# ANSWERS

پاسخنامه

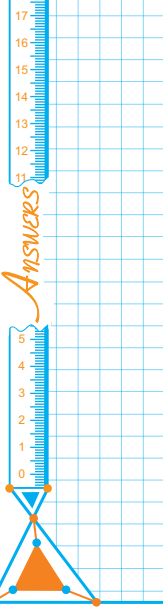
پاسخنامه تشریحی، موجز و تمام رنگی این نسل از کتاب‌های ریاضی میکرو بر مبنای استراتژی فکری خطوط راهنما در بیمارستان‌ها طراحی شده است.<sup>۱</sup>

۱. اجرای این کار بسیار زمان بر و دشوار است و نیازمند هماهنگی بین تیم تألیف، تیم صفحه‌آرایی، تیم رسامی و گرافیک، و در نهایت مدیر فنی و مدیر تألیف است و یک روند تکاملی را طی نسل‌های مختلف کتاب طی خواهد کرد. اگر نظر و پیشنهادی در جهت تکامل این روش پاسخنامه نویسی دارید حتماً آن را از طریق اینستاگرام

با ما در میان بگذارید

 alimonsef\_shokri





# Number Theory

## تئوری اعداد

1 **۴** عبارت  $4k+1$  مربع کامل است، زیرا:

$$4k+1 = 4(n(n+1))+1 = 4n^2 + 4n + 1 = (2n+1)^2$$

2 **۱** دو عدد فرد متوالی را  $2k-1$  و  $2k+1$  در نظر می‌گیریم، در این صورت داریم:

$$(2k-1)(2k+1)+1 = (4k^2-1)+1 = 4k^2 = (2k)^2$$

حال حاصل عبارت‌های (الف) و (ب) را پیدا می‌کنیم:

(الف) 
$$\left(\frac{(2k-1)+(2k+1)}{2}\right)^2 = (2k)^2$$

(ب) 
$$\frac{(2k-1)^2 + (2k+1)^2}{2} = \frac{(4k^2 - 4k + 1) + (4k^2 + 4k + 1)}{2} = 4k^2 + 1$$

همکاران گرامی سعی نکنید این تیپ تست‌ها را با عددگذاری برای دانش‌آموزان حل کنید. چون در مسائل پیچیده‌تر قدرت استدلال را از دست خواهند داد و با یک تغییر کوچک در صورت سؤال قادر به حل آن نخواهد بود.

3 **۳** اعداد را  $k-1, k, k+1$  در نظر می‌گیریم، عدد کوچکتر  $k-1$  و عدد بزرگتر  $k+1$  است، بنابراین:

$$(k-1)(k+1)+1 = (k^2-1)+1 = k^2$$

(الف) قطعاً درست است، حال حاصل عبارت‌های (ب) و (ج) را پیدا می‌کنیم:

(ب) 
$$\left(\frac{k-1+k+1}{2}\right)^2 = \left(\frac{2k}{2}\right)^2 = k^2 \checkmark$$

(ج) 
$$\frac{(k-1)^2 + (k+1)^2}{2} = \frac{(k^2 - 2k + 1) + (k^2 + 2k + 1)}{2} = \frac{2k^2 + 2}{2} = k^2 + 1 \times$$

4 **۴** عبارات اول، دوم و سوم درست است:

$(2k-1) + (2k+1) = 4k \checkmark$   $(2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2k' + 1 \checkmark$

$(k-1) + k + (k+1) = 3k \checkmark$   $(2k) + (2k+2) = 4k + 2 \neq 4k' \times$

5 **۲** درستی دو عبارت را می‌توان نشان داد:

$(4q+3)^2 = 16q^2 + 24q + 9 = 4k + 1 \times$   
$$\frac{4(4q^2+6q)}{4}$$

$(7q+3)(7q'+3) = 49qq' + 21q + 21q' + 9 = 7k' + 2 \times$   
$$\frac{7+2}{7k}$$

$(8q+7)^2 = (64q^2 + 112q) + 49 = 8k + 1 \checkmark$   
$$\frac{48+1}{8k}$$

$(7q+3)^2 = 49q^2 + 42q + 9 = 7k + 2 \checkmark$   
$$\frac{7+2}{7k}$$

6 **۴** هر چهار عبارت درست هستند:

$(2k-1) + (2k+1) + (2k+3) = 6k + 3 = 2k' \checkmark$

$(2k+1) + (2k'+1) = 2k + 2k' + 2 = 2k'' \checkmark$

$(2k-1) + (2k+1) = 4k \checkmark$

$(2k-2) + (2k) + (2k+2) = 6k \checkmark$

7 **۱** موارد (ب) و (ج) درست است:

(الف) 
$$(\Delta q + 2)^2 = (2\Delta q^2 + 2\Delta q) + 4 = \Delta k + 4 = \Delta k' - 1 \times$$
  
$$\frac{\Delta k}{\Delta k}$$

(ب) 
$$(7q+4)^2 = (49q^2 + 56q) + 16 = 7k + 9 = 7k' + 2 \checkmark$$
  
$$\frac{7k}{7k}$$

(ج) 
$$(8q+3)^2 = (64q^2 + 48q) + 9 = 8k + 9 = 8k' + 1 \checkmark$$
  
$$\frac{8k}{8k}$$

(د) 
$$(4q+3)^2 = (16q^2 + 24q) + 9 = 4k + 9 = 4k' + 1 \times$$
  
$$\frac{4k}{4k}$$

8 **۳** موارد (الف) و (ج) درست است:

(الف) 
$$(6q+5)(6q'+5) = (36qq' + 30q + 30q') + 25 = 6k + 1 \checkmark$$
  
$$\frac{24+1}{6k}$$

(ب) 
$$(4q+3)(4q'+3) = (16qq' + 12q + 12q') + 9 = 4k + 1 \times$$
  
$$\frac{8+1}{4k}$$

(ج) 
$$(\Delta q+3)(\Delta q'+3) = 2\Delta qq' + 1\Delta q + 1\Delta q' + 9 = \Delta k - 1 \checkmark$$
  
$$\frac{10-1}{\Delta k}$$

(د) 
$$(7q+4)(7q'+4) = 49qq' + 28q + 28q' + 16 = 7k + 2 \times$$
  
$$\frac{14+2}{7k}$$

9 **۱** تنها عبارت چهارم درست است:

• به کمک چند مثال نمی‌توان درستی یک قضیه را نشان داد یعنی این جمله هر چند که درست است ولی ارائه چند مثال درستی آن را نشان نمی‌دهد.  $\times$

• در قرن هفدهم اوایلر نشان داد عدد فرما  $(2^{2^n} + 1)$  به ازای  $n = 5$  مرکب است و بر 64 بخش پذیر است.  $\times$

$(2k+1)(2k'+1)(2k''+1)(2q) = 2q' \times$

$(2k-3) + (2k-1) + (2k+1) + (2k+3) + (2k+5) = 10k + 5 = \Delta k' \checkmark$

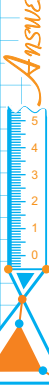
10 **۲** 
$$k(k+1)(k+2)(k+3)+1 = \frac{(k^2+3k)(k^2+3k+2)}{x} + 1$$

$$= x(x+2)+1 = x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 = (k^2 + 3k + 1)^2$$

• این عدد مجذور کامل است و چون حاصل ضرب چهار عدد متوالی زوج است در نتیجه حاصل ضرب چهار عدد متوالی بعلاوه یک فرد خواهد بود و این عدد مربع یک عدد فرد خواهد بود. • از طرفی چون مربع کامل است همواره مرکب خواهد بود. اما موارد دوم (•) و چهارم (•) نادرست هستند به عنوان مثال  $5^2 = 1 + 4 + 9 + 16 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1$  که مضرب 3 نیست و به ازای  $k = 11$  عبارت به صورت  $155^2 = 1 + 11 + 121 + 132 + 143 = 11^2 + 3 \times 11 + 1$  در می‌آید که مجذور عدد اول نیست.

11 **۴** اعدادی به شکل  $2^n$  را نمی‌توان به صورت مجموع چند عدد متوالی نوشت:

۱)  $10 = 1 + 2 + 3 + 4$     ۲)  $9 = 2 + 3 + 4$     ۳)  $12 = 3 + 4 + 5$



72 ۲ چون هر دو طرف نامساوی عباراتی نامنفی هستند، طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$|a+b| \leq |a|+|b| \Leftrightarrow |a+b|^2 \leq (|a|+|b|)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2+b^2+2ab \leq a^2+b^2+2|a||b|$$

$$\Leftrightarrow 2ab \leq 2|a||b| \Leftrightarrow ab \leq |a||b| \Leftrightarrow ab \leq |ab|$$

73 ۱ چون هر دو طرف نامساوی عباراتی نامنفی هستند، طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$|\sin x + \cos x| \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x \leq 2$$

$$\Leftrightarrow 1 + \sin 2x \leq 2 \Leftrightarrow \sin 2x \leq 1$$

74 ۲ طرفین نامساوی  $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  را در  $a^2b^2$  ضرب می‌کنیم:

$$a^3 + b^3 \geq ab^2 + ba^2 \Leftrightarrow (a+b)(a^2 - ab + b^2) \geq ab(a+b)$$

چون  $a$  و  $b$  مثبت هستند پس آن را از طرفین تساوی ساده می‌کنیم:

$$a^2 - ab + b^2 \geq ab \Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0$$

75 ۱ اثبات مستقیم مناسب‌ترین مناسب‌ترین روش است:

$$(2k+1)^2 - (2k-1)^2 = (4k^2 + 4k + 1) - (4k^2 - 4k + 1) = 8k$$

76 ۳ نادرستی این گزاره را به کمک مثال نقض می‌توان نشان داد:

$$n! + n \xrightarrow{n=1} 1! + 1 = 2$$

77 ۱ اثبات مستقیم مناسب‌ترین روش است:

$$n! + n = n \times \underbrace{((n-1)! + 1)}_{k \geq 2} = n \times k = \text{مربک}$$

78 ۴ از برهان خلف استفاده می‌کنیم یعنی می‌گوییم اگر  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  گنگ نباشد، گویا است [فرض نلف] حال اگر آن را  $a$  فرض کنیم، آنگاه خواهیم داشت:

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} = a \Rightarrow 2 + \sqrt{3} = a^2 \Rightarrow \sqrt{3} = \underbrace{a^2 - 2}_{\text{گویا کنگ}}$$

بنابراین فرض خلف باطل است.

79 ۳ استفاده از اثبات بازگشتی مناسب است:

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \Leftrightarrow ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow ab \leq \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{4} \Leftrightarrow 4ab \leq a^2 + b^2 + 2ab$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab \geq 0 \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0 \text{ بدیهی}$$

80 ۴ طبق روش اشباع برای  $n$  دو حالت در نظر می‌گیریم:

$$1) n = 2k \Rightarrow n^2 + 3n + 5 = (2k)^2 + 3(2k) + 5 = 4k^2 + 6k + 4 + 1 = 2k^2 + 1$$

$$2) n = 2k + 1 \Rightarrow n^2 + 3n + 5 = (2k+1)^2 + 3(2k+1) + 5 = 4k^2 + 4k + 1 + 6k + 3 + 5 = 4k^2 + 10k + 8 + 1 = 2k^2 + 1$$

64 ۲ برای اثبات این گزاره از روش اثبات مستقیم استفاده می‌شود.

$$\frac{p}{q} \times \frac{r}{s} = \frac{pr}{qs} = \frac{A}{B}$$

65 ۲ برای اثبات گنگ بودن اعداد از برهان خلف استفاده می‌کنیم کافی است فرض کنیم  $\sqrt{2}$  گویا است و ...

$$x^2 + y^2 \geq xy(x^2 + y^2) \Rightarrow x^2 - x^2y + y^2 - xy^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow x^2(x-y) - y^2(x-y) \geq 0 \Rightarrow (x-y)(x^2 - y^2) \geq 0$$

$$\Rightarrow (x-y)(x-y)(x^2 + xy + y^2) \geq 0 \Rightarrow (x-y)^2(x^2 + xy + y^2) \geq 0$$

67 ۱ همه پارامترها را به طرف اول منتقل می‌کنیم:

$$a^2 + b^2 + c^2 + m \geq 2(a+b+c)$$

$$\Rightarrow a^2 - 2a + b^2 - 2b + c^2 - 2c + m \geq 0$$

$$\Rightarrow (a-1)^2 - 1 + (b-1)^2 - 1 + (c-1)^2 - 1 + m \geq 0$$

$$\Rightarrow (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 + m - 3 \geq 0 \Rightarrow m - 3 \geq 0 \Rightarrow m \geq 3$$

68 ۴ طرفین نامساوی  $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$  را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 2xy + 2xz + 2yz$$

حال همه پارامترها را به طرف اول منتقل می‌کنیم و  $2Z^2$ ,  $2Y^2$ ,  $2Z^2$  را به شکل  $x^2 + x^2$ ,  $y^2 + y^2$ ,  $z^2 + z^2$  می‌نویسیم و خواهیم داشت:

$$(x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - 2xz + z^2) + (y^2 - 2yz + z^2) \geq 0$$

$$\Rightarrow (x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2 \geq 0$$

69 ۱  $a^2 + ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2a^2 + 2ab + 2b^2 \geq 0$

$$\Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 + a^2 + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow (a+b)^2 + a^2 + b^2 \geq 0$$

70 ۱ ابتدا طرفین نامساوی را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$x^2 + y^2 + m \geq x + xy + y \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2m \geq 2x + 2xy + 2y$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy + x^2 - 2x + y^2 - 2y + 2m \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)^2 + (x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 2 - 2m$$

بنابراین باید  $2 - 2m \leq 0$  باشد، تا نامساوی فوق بدیهی باشد. در نتیجه:

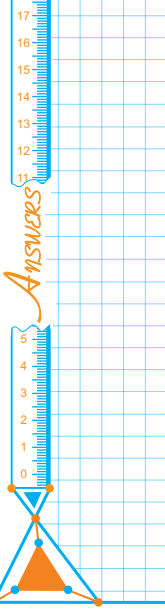
$$2m \geq 2 \Rightarrow m \geq 1$$

71 ۳ با توجه به این که  $0 < a < b < 1$  است، پس  $0 < a < 1$  و  $0 < b < 1$  و در نتیجه  $0 < ab < 1$  و از آن جا  $1 - ab > 0$  است، حال طرفین تساوی داده شده را در  $1 - ab$  ضرب می‌کنیم و جهت نامساوی عوض نمی‌شود:

$$\frac{b-a}{1-ab} < 1 \Leftrightarrow b-a < 1-ab \Leftrightarrow ab + b - a - 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow a(b-1) + b-1 < 0 \Leftrightarrow (b-1)(a+1) < 0$$

چون  $b < 1$  است،  $b-1 < 0$  و چون  $a > 0$  است  $a+1 > 0$  است پس نامساوی به دست آمده همواره درست است.



81 اثبات بازگشتی مناسب‌ترین روش است:

81  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc \Rightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 \geq 2ab + 2ac + 2bc$   
 $\Leftrightarrow (a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2 \geq 0$

82 اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها مناسب‌تر است کافیت برای

- a و b دو حالت زوج و فرد در نظر بگیریم.
- 1 اگر حداقل یکی از دو عدد a یا b زوج باشد، ab زوج است و عبارت ab(a+b) زوج است.
- 2 اگر a و b هر دو فرد باشند، a+b زوج است و عبارت ab(a+b) زوج خواهد شد.

83 با مثال نقض می‌توان نشان داد که عدد ۸ را نمی‌توان به صورت

مجموع چند عدد متوالی نوشت. به‌طور کلی اعدادی که به شکل  $2^n$  هستند را نمی‌توان به صورت مجموع چند عدد متوالی نوشت

84 هر عدد صحیح به یکی از چهار صورت  $4k$  یا  $4k+1$  یا  $4k+2$  یا  $4k+3$

است،  $4k$  یا  $4k+2$  همواره زوج هستند بنابراین اگر عددی فرد باشد، یا به صورت  $4k+1$  است یا  $4k+3$  یعنی برای اثبات از روش اشباع استفاده می‌شود.

85 از روش اشباع در فرایند اثبات استفاده می‌شود:

$A = (k+1)^3 - k^3 = (k^3 + 3k^2 + 3k + 1) - k^3 = 3k(k+1) + 1$   
حال برای k می‌توان دو حالت در نظر گرفت:  
1  $k = 2k' \Rightarrow A = 3 \times 2k'(2k'+1) + 1 = 2k'' + 1$   
2  $k = 2k'+1 \Rightarrow A = 3(2k'+1)(2k'+2) + 1 = 2k'' + 1$

86 می‌دانیم  $n^2 - n = n(n-1)(n+1)$  است، بنابراین به کمک روش

- اشباع خواهیم داشت:
- 1 اگر  $n = 2k$  باشد، n مضرب ۳ است و  $n^2 - n$  مضرب ۳ خواهد شد.
- 2 اگر  $n = 3k+1$  باشد،  $n-1$  مضرب ۳ است و  $n^2 - n$  مضرب ۳ خواهد شد.
- 3 اگر  $n = 3k+2$  باشد،  $n+1$  مضرب ۳ بوده و  $n^2 - n$  مضرب ۳ خواهد شد.

87 اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها:

- 1 اگر  $a = 2k$  باشد که a مضرب ۳ است.
- 2 اگر  $a = 3k+1$  باشد،  $a+2$  مضرب ۳ است.
- 3 اگر  $a = 3k+2$  باشد،  $a+4$  مضرب ۳ است.

88 برای اثبات فرد بودن ab از برهان خلف استفاده می‌کنیم، یعنی

می‌گوییم اگر ab فرد نباشد [فرض نكلف] باید زوج باشد، پس حداقل یکی از آن‌ها زوج است که در این صورت ضرب آن‌ها زوج خواهد شد [که نلاف فرض است] بنابراین هم a و هم b فرد هستند حال برای نشان دادن زوج بودن  $a^2 + b^2$  از اثبات مستقیم استفاده می‌کنیم:

$a^2 + b^2 = (2k+1)^2 + (2k'+1)^2 = (4k^2 + 4k + 1) + (4k'^2 + 4k' + 1)$   
 $= 4(k^2 + k'^2 + k + k') + 2 = 4k'' + 2 = 2(2k'' + 1) = 2q$

89 اگر  $a|b$  آنگاه:

- a مقسوم علیه b است. ✓
- b شمارنده a نیست [مضرب a است] ✗
- a مضرب b نیست. ✗
- a عاد می‌کند b را ✓

90 به بررسی عبارات می‌پردازیم:

- شمارنده‌های ۱۲ عبارتند از: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲ ✗
- عدد ۲۰ دارای شمارنده‌های ۱, ۲, ۴, ۵, ۱۰, ۲۰ است. ✗
- عدد ۵ شمارنده ۳۰ محسوب می‌شود چون  $30 = 6 \times 5$  ✓
- عدد ۷ عدد ۹۱ را عاد می‌کند چون  $91 = 7 \times 13$  ✓

91 به بررسی عبارات می‌پردازیم:

- $ab=cd \Rightarrow cd=a \times q \Rightarrow a|cd$  ✓
- $ac=bd \not\Rightarrow bd|c$  ✗
- $ab=cd \not\Rightarrow ab|c$  ✗
- $abc=d \Rightarrow d=acq \Rightarrow ac|d$  ✓

92 به بررسی عبارات می‌پردازیم:

- $a|\pm 1 \Rightarrow a = \pm 1$  ✓ تنها بر خودشان بخش پذیرند:
- $\pm 1|a \Rightarrow a \in \mathbb{Z}$  ✓ همه اعداد بر  $\pm 1$  بخش پذیرند:
- $a|0 \Rightarrow a \in \mathbb{Z}$  ✗ صفر بر تمام اعداد بخش پذیر است:
- $0|a \Rightarrow a=0$  ✗ تنها عددی که بر صفر بخش پذیر است خود صفر است.

93 به بررسی عبارات می‌پردازیم:

- $a|b \xrightarrow{b \neq 0} |a| \leq |b|$  ✗ این نتیجه‌گیری فقط به ازای b های مخالف صفر درست است.
- $\begin{cases} a|b \Rightarrow |a| \leq |b| \\ b|a \Rightarrow |b| \leq |a| \end{cases} \Rightarrow |a| = |b|$  ✓
- مثال نقض  $3|5 \not\Rightarrow 5|3$  ✗
- مثال نقض  $4|2 \not\Rightarrow 2|4$  ✗

94 تنها عددی که بر صفر بخش پذیر است خود صفر است:

$n^2 - n = 0 \Rightarrow n(n-1) = 0 \Rightarrow n = 0, 1, -1 \xrightarrow{n \geq 0} n = 0, 1$

149  $a^{m+1}|b^2 \Rightarrow a^m|b^2 \Rightarrow 2(m+1) \geq 2(2m)$

$2m+2 \geq 4m \Rightarrow m \leq 1 \Rightarrow m=1, 2, 3$

150  $b|c \Rightarrow b^2|c^2, a|b^2 \xrightarrow{\text{تعدی}} a|c^2$

151  $a|b \Rightarrow a^2|b^2, b^2|c \xrightarrow{\text{تعدی}} a^2|c$

152  $a^2|c \Rightarrow a^2|bc, bc|d \Rightarrow a^2|d \Rightarrow a|d$

153  $a^2b|c \Rightarrow ab|c$  لاغر، لاغرتر شده

154  $bc|d \Rightarrow c|d \Rightarrow c^2|d^2, a|c^2 \xrightarrow{\text{تعدی}} a|d^2$

155  $b^2-c^2|c \Rightarrow b-c|c, a|b-c \xrightarrow{\text{تعدی}} a|c$

156  $b^2+c^2|bc \Rightarrow b+c|bc, a|b+c \Rightarrow a|bc$

157 به کمک اثبات مستقیم می توان نشان داد نتیجه گیری درست است:

$a|b \Rightarrow b=aq \xrightarrow{\text{ضرب}} bd=ac(qq') \Rightarrow ac|bd$   
 $c|d \Rightarrow d=cq'$

158 به کمک مثال نقض می توان نشان داد نتیجه گیری نادرست است:

$6 \times 8 | 4 \times 12 \not\Rightarrow 6 | 4 \times 8 | 12$

159 به کمک مثال نقض می توان نشان داد نتیجه گیری نادرست است:

$\begin{cases} 3|6 \\ 4|12 \end{cases} \not\Rightarrow 3+4|6+12$

160 به کمک مثال نقض می توان نشان داد نتیجه گیری نادرست است:

$\begin{cases} 4|8 \\ 1|3 \end{cases} \not\Rightarrow 4-1|8-3$

161 به کمک اثبات مستقیم می توان نشان داد نتیجه گیری درست است:

$\begin{cases} a|b \\ a|c \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب طرفین}} a^2|bc \Rightarrow a|bc$

162 به کمک مثال نقض می توان نشان داد نتیجه گیری نادرست است:

$6|2 \times 3 \not\Rightarrow 6|2 \vee 6|3$

163 به کمک اثبات مستقیم می توان نشان داد نتیجه گیری درست است

$bc|a \Rightarrow a=(bc)q \Rightarrow \begin{cases} a=b(cq) \Rightarrow b|a \\ a=c(bq) \Rightarrow c|a \end{cases}$

164 به کمک مثال نقض می توان نشان داد نتیجه گیری نادرست است

$\begin{cases} 4|12 \\ 6|12 \end{cases} \not\Rightarrow 4 \times 6 | 12$

140 عبارات های اول و دوم و سوم درست هستند.

$12^n|b \Rightarrow \begin{cases} 4|b \Rightarrow 2|b \\ 3|b \end{cases} \Rightarrow 2 \times 3 | b \times b \Rightarrow 6|b^2$

141 هر چهار عبارت درست هستند:

- $a^n|b^n \Rightarrow a|b$  ✓
- $a|b \Rightarrow a \leq b \Rightarrow n^a|n^b$  ✓
- $a|b \Rightarrow an|bn$  ✓
- $a|b \Rightarrow a!|b!$  ✓

142 می دانیم  $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$  بنابراین:

- $n|m$  ✓
- $n-1|m$  ✓
- $n-2|m \Rightarrow n-2|n!$  ✓
- $n(n-1)|m$  ✓

143 عبارات اول و دوم و چهارم درست هستند:

- $a|n!$  ✓
- $a-1|n!$  ✓
- $(a-2)|n!$  ✓

144 عبارات اول و چهارم درست هستند:

- $a|n-2 \Rightarrow a|n(n-1)(n-2) \times \dots \times 2 \times 1 \Rightarrow a|n!$  ✓
- $a|n! \not\Rightarrow a-2|n$  ✗
- $a+1|n \not\Rightarrow a|n!$  ✗
- $a!|(n-1)! \Rightarrow a!|n! \Rightarrow a(a-1) \times \dots \times 2 \times 1|n! \Rightarrow a-1|n!$  ✓

145 عبارات اول و دوم درست هستند:

- $(a+1)!|n \Rightarrow (a+1)(a)(a-1) \times \dots \times 2 \times 1|n \Rightarrow a|n$  ✓
- $(a+2)!|n-1 \Rightarrow a!|n \times (n-1) \times \dots \times 2 \times 1 \Rightarrow a|n!$  ✓  
 $(a+2)(a+1)a!$
- $5-1|4 \not\Rightarrow 5!|4!$  ✗
- $9|3^2 \not\Rightarrow 9|3!$  ✗

146 در فرض داده شده، لاغرا را لاغرتر و سپس چاق را چاق تر می کنیم:

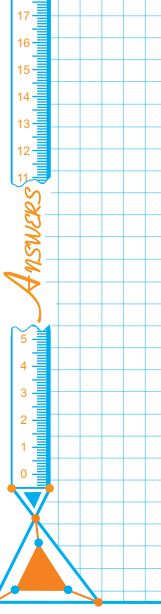
$2a|b \xrightarrow{\text{لاغر، لاغرتر}} a|b \xrightarrow{\text{چاق، چاق تر}} \begin{cases} a|2b \\ a|b^2 \end{cases}$

اما عبارت سوم قابل نتیجه گیری نیست چون لاغر، چاق شده است!

147 نتیجه گیری  $a^x|b^y \Rightarrow a^z|b^t$  در صورتی درست است که  $xt \geq yz$

باشد، یعنی حاصل ضرب توان های دور بزرگتر مساوی حاصل ضرب توان های نزدیک باشد. طبق این قانون فقط گزینه □ درست است.

148  $a^2|b^4 \xrightarrow{2 \times 2 \geq 2 \times 4} a^2|b^2$



1 178  $\begin{cases} a|b^r-c \\ a|b \end{cases} \Rightarrow a|b(b)-(b^r-c) \Rightarrow a|c$

1 179  $\begin{cases} a|2b+c \\ a|c \end{cases} \Rightarrow a|(2b+c)-c \Rightarrow a|2b$

2 180  $\begin{cases} a|2b+3c \\ a|b-c \end{cases} \Rightarrow a|2b+3c-2(b-c) \Rightarrow a|5c$

1 181  $\begin{cases} a|2b+c \\ a|b+2c \end{cases} \Rightarrow a|2(b+2c)-(2b+c) \Rightarrow a|3c$

- بررسی موارد: 3 182
- $\begin{cases} a|b \\ a|a \end{cases} \Rightarrow a|a+b$  ✓
  - $a|b \not\Rightarrow a+b|b$  ✗
  - $a|b \not\Rightarrow a-b|b$  ✗
  - $\begin{cases} a|b \\ a|a \end{cases} \Rightarrow a|a-b$  ✓
  - $\begin{cases} a|b \\ a|a \end{cases} \Rightarrow a|2a+3b$  ✓
  - $a|b \not\Rightarrow 2a+3b|b$  ✗
- به طور کلی اگر  $a|f(a)+f(b)$

بررسی موارد: 3 183

(الف)  $a|b \Rightarrow a|\underbrace{2a^r}_{f(a)} + \underbrace{3b^r}_{f(b)}$  ✓

(ب)  $a|b \Rightarrow a|\underbrace{2a^r+a^r}_{f(a)} + \underbrace{3b}_{f(a)}$  ✓

بررسی موارد: 2 184

(الف)  $a|b \Rightarrow a|a+b \not\Rightarrow a^r|a+b$  ✗

(ب)  $\begin{cases} a-b|a \\ a-b|a-b \end{cases} \Rightarrow a-b|a-(a-b) \Rightarrow a-b|b$  ✓

بررسی موارد: 1 185

(الف)  $\begin{cases} a|a+b \\ a|a \end{cases} \Rightarrow a|b$  ✓

(ب)  $\begin{cases} a+b|2a \\ a+b|a+b \end{cases} \Rightarrow a+b|2(a+b)-2a \Rightarrow a+b|2b$  ✗

از رابطه فوق نمی توان نتیجه گرفت که  $a+b|b$

بررسی موارد: 2 186

(الف)  $\begin{cases} a-b|a+b \\ a-b|a-b \end{cases} \Rightarrow a-b|a+b-(a-b) \Rightarrow a-b|2b$  ✗

(ب)  $\begin{cases} a+b|a-b \\ a+b|a+b \end{cases} \Rightarrow a+b|(a+b)-(a-b) \Rightarrow a+b|2b$  ✓

بررسی موارد: 3 187

(الف)  $a^r-b^r|a \Rightarrow (a-b)(a+b)|a \Rightarrow \begin{cases} a+b|a \\ a+b|a+b \end{cases} \Rightarrow a+b|b$  ✓

(ب)  $\begin{cases} a^r-b^r|a^r \text{ 1} \\ a^r-b^r|a^r-b^r \text{ 2} \end{cases} \Rightarrow a^r-b^r|b^r \text{ 2}$

بنابراین با ترکیب خطی 1 و 2 می توان گفت  $a^r-b^r|a^r+b^r$  ✓.

165  $bc|a, a|x \xrightarrow{\text{تعدی}} bc|x \Rightarrow b|x \Rightarrow b|2x$

166  $60|a \Rightarrow a=60k \Rightarrow 60k|420 \Rightarrow k|7 \Rightarrow k=\pm 1, \pm 7$

167 طرفین دو بخش پذیری را در هم ضرب می کنیم:

$\begin{cases} m|12y \\ 36x|am \end{cases} \Rightarrow 36mx|12a \Rightarrow 36x|12ay \Rightarrow 3x|ay$

168  $4|a \Rightarrow a=4k \Rightarrow 4k|60 \Rightarrow k|15 \Rightarrow k=1, 3, 5, 15$

169  $x|z \Rightarrow x^2|z^2, 2y|x^2 \xrightarrow{\text{تعدی}} 2y|z^2 \Rightarrow y|z^2$

170 طرفین دو بخش پذیری را در هم ضرب می کنیم:

$\begin{cases} cd^r|ab^r \\ ab^r|cd \end{cases} \Rightarrow ab^r \times cd^r|ab^r \times cd \Rightarrow b^rd^r|b^rd \Rightarrow d|b$

171 باید  $100|n^2+1$  و  $5|n^2+1$  بنابراین:

$\begin{cases} 5|n^2+1 \Rightarrow n^2+1=5q \\ n^2+1|100 \Rightarrow 5q|100 \Rightarrow q|20 \Rightarrow q=1, 2, 4, 5, 10, 20 \end{cases}$

حال باید ببینیم کدام یک از جواب های به دست آمده قابل قبول است:

- 1  $q=1 \Rightarrow n^2+1=5 \Rightarrow n^2=4 \Rightarrow n=2$  ✓
- 2  $q=2 \Rightarrow n^2+1=10 \Rightarrow n^2=9 \Rightarrow n=3$  ✓
- 3  $q=4 \Rightarrow n^2+1=20 \Rightarrow n^2=19$  ✗
- 4  $q=5 \Rightarrow n^2+1=25 \Rightarrow n^2=24$  ✗
- 5  $q=10 \Rightarrow n^2+1=50 \Rightarrow n^2=49 \Rightarrow n=7$  ✓
- 6  $q=20 \Rightarrow n^2+1=100 \Rightarrow n^2=99$  ✗

172 به کمک مثال نقض می توان نشان داد نتیجه گیری نادرست است:

$5|2+3 \not\Rightarrow 5|285|3$

173 به کمک مثال نقض می توان نشان داد نتیجه گیری نادرست است:

$5|6-1 \not\Rightarrow 5|685|1$

174  $\begin{cases} a|b-c \\ a|b+c \end{cases} \Rightarrow a|(b+c)+(b-c) \Rightarrow a|2b$

175 به کمک ترکیب خطی، پارامتر m را در طرف چاق از بین می بریم:

$\begin{cases} a|m-1 \\ a|m+2 \end{cases} \Rightarrow a|(m+2)-(m-1) \Rightarrow a|3 \Rightarrow a=\pm 1, \pm 3$

176 به کمک ترکیب خطی، پارامتر m را در طرف چاق از بین می بریم:

$\begin{cases} a|3-m \\ a|5+m \end{cases} \Rightarrow a|8 \Rightarrow a=\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8$

177  $\begin{cases} a|b+c \\ a|c \end{cases} \Rightarrow a|(b+c)-c \Rightarrow a|b$