

دانش آموز گرامی:

■ برای کسب نمرات عالی و موفقیت در آزمون پایان ترم مشاوره‌های زیر ارائه می‌گردد.

در آزمون پایان ترم از زیرموضوعات مطرح شده در جدول زیر قطعاً سؤالاتی مطرح خواهد شد. با توجه به مثال‌های ارائه شده از هر زیرموضوع، اولویت‌های مطالعاتی خود را مشخص کرده و سعی کنید مهارت خود را در پاسخ‌گویی به چنین سؤالاتی بالا ببرید.

بارم بندی

بارم‌بندی درس آمار و احتمال - پایه یازدهم - دوره دوم متوسطه - سال تحصیلی ۹۷-۱۳۹۶

شماره فصل	بارم نوبت اول	بارم نوبت دوم	زیرموضوع	مثال
۱	۱۳	۵	منطق ریاضی، گزاره، جدول ارزشی، گزاره‌ها، دامنه تغییرات، ترکیب گزاره‌ها، نقیض گزاره‌ها، هم‌ارزی، سورها	جدول ارزشی گزاره‌ها را برای گزارهٔ مقابل رسم کنید. $(p \vee q) \wedge \sim p$ دامنهٔ متغیر و مجموعه جواب گزاره نمای مقابل را به‌دست آورید. $2x^2 - 5x + 3 = 0$ نقیض سور گزاره روبه‌رو را بنویسید. «همهٔ مارها سمی هستند.»
			مجموعه و زیرمجموعه‌ها، افزاز، عضوگیری، تساوی مجموعه‌ها	اگر $A = \{2^x \mid x \in \mathbb{Z}, x \leq 2\}$ باشد، اعضای A را بنویسید و مشخص کنید $P(P(A))$ چند عضو دارد و همهٔ افزارهای A را بنویسید. به روش عضوگیری ثابت کنید اگر $A \subset B$ باشد، آن‌گاه $A \cup B = B$.
			اعمال جبری روی مجموعه‌ها، نمودار ون، قوانین دمورگان، ضرب دکارتی	به کمک جبر مجموعه‌ها و همچنین نمودار ون درستی تساوی زیر را بررسی کنید. $(A - B) \cup (A \cap B) = A$ اگر $A = \left\{ \frac{x}{y} \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 3 \right\}$ و $B = \{2^x \mid x \in \mathbb{Z}, x \leq 2\}$ باشد، اعضای $A \times B - B^2$ را بنویسید و روی نمودار نشان دهید.
۲	۷	۷	مبانی احتمال، ترجمه گزاره‌ها به زبان مجموعه‌ها، تشخیص فضای نمونه‌ای، اصول احتمال	دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. A پیشامد رو شدن عدد زوج در تاس اول و مضرب ۳ آمدن در تاس دوم و B پیشامد این‌که اعداد روشده در هر دو تاس یکسان باشند، آیا A و B ناسازگارند؟
			احتمال غیرهم‌شانس	سه فرد a، b و c با هم مسابقه می‌دهند. اگر احتمال برد a نصف b و شانس برد b سه برابر برد c باشد، چقدر احتمال دارد a یا c ببرد؟
			احتمال شرطی، قانون ضرب احتمال، قانون احتمال کل، قانون بیز	دسته‌ای کارت شامل ۲ کارت دو رو قرمز، ۸ کارت یک‌رو سبز، یک رو قرمز است. کارتی را به تصادف از این دسته انتخاب می‌کنیم و فقط یک روی آن را مشاهده می‌کنیم و می‌بینیم که آن رو قرمز است. احتمال اینکه کارت انتخاب شده دورو قرمز باشد چقدر است؟
۳	—	۵	پیشامدهای مستقل، انتخاب با جایگذاری و بدون جایگذاری	اگر شانسی قبولی رضا ۵۸٪ و شانسی قبولی علی ۴۲٪ باشد، چقدر احتمال دارد: الف. حداقل یکی از آن‌ها قبول شود؟ ب. هیچکدام قبول نشوند؟
			توصیف و نمایش داده‌ها، فراوانی، فراوانی نسبی	جدول زیر مربوط به اطلاعات گروه خونی ۲۰ فرد یک محله است، نمودار دایره‌ای و میله‌ای آن را رسم کنید.
			میانگین، میانه، چارک اول و سوم، مد	در داده‌های زیر میانگین، میانه، چارک اول و سوم و مد را مشخص کنید. ۷, ۱۱, ۴, ۹, ۱۰, ۱, ۹
۴	—	۳	انحراف معیار، واریانس، نرخ تورم، ضریب تغییرات، نمودار جعبه‌ای، نمودار پراکنش نگاشت	انحراف معیار، واریانس و ضریب تغییرات داده‌های زیر به‌دست آورید و نمودار جعبه‌ای آن را رسم کنید. ۵, ۷, ۱۱, ۴, ۹, ۱۰, ۱, ۹ نمودار پراکنش نگاشت برای چه نوع تغییری مناسب است؟
			گردآوری داده‌ها	انواع نمونه‌گیری را نام ببرید. منظور از ارب در نمونه‌گیری چیست؟ تفاوت آماره و پارامتر چیست؟
			برآورد نقطه‌ای، برآورد بازه‌ای، برآورد درصد	برآورد نقطه‌ای پارامترها را تعریف کنید. اگر انحراف معیار درآمد هر فرد در جامعه ۲ میلیون باشد، انحراف معیار برآورد میانگین درآمد جامعه را برای ۱۰۰۰ نمونه محاسبه کنید. از ۴۸ نفر سؤالی در مورد استفاده از وسایل نقلیه عمومی پرسیده شد. اگر جواب ۳۶ نفر مثبت باشد، یک بازهٔ اطمینان ۹۵ درصدی به‌دست آورید.
جمع نمره	۲۰	۲۰	۲۰	

فصل ۱ آشنایی با مبانی ریاضیات

درس ۱ آشنایی با منطق ریاضی

سوالات امتحانی درس اول

۱	<p>کدام یک از جملات زیر گزاره است؟ ارزش هر یک از گزاره‌ها را مشخص کنید.</p> <p>الف. آرامگاه فردوسی در شیراز است. ب. لطفاً درب خودرو را آهسته ببندید. ث. $x^2 + 1 = -2$ ج. سعدی شاعر ایرانی قرن هفتم است.</p>																						
۲	<p>در جاهای خالی اعداد یا عبارات مناسب قرار دهید، به طوری که گزاره‌های حاصل دارای ارزش درست باشند.</p> <p>الف. $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ب. $\frac{3 \times \square}{2} \in \{1, 12\}$ ب. $\square + 1 \notin \mathbb{N}$ ت. $\square \times \sqrt{2} \in \mathbb{Z}$ ث. $7(\square + 2) = 35$ ج. $\{1, 2\} \subseteq \mathbb{N}$</p>																						
۳	<p>نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.</p> <p>الف. هر شیعه‌ای مسلمان است. ب. π عددی گنگ است.</p>																						
۴	<p>جدول ارزش گزاره‌های زیر را تشکیل دهید.</p> <p>الف. $\sim(\sim p \vee \sim p)$ ب. $p \vee (q \wedge r)$ ج. $\sim(p \vee \sim p)$</p>																						
۵	<p>گزاره هم ارز نقیض هر یک از گزاره‌های زیر را با استفاده از قاعده نقیض سور بیابید.</p> <p>الف. تمام مارها سمی هستند. ب. هیچ کودکی حيله‌گر نیست. پ. تمام دانشجویان باهوش هستند. ت. بعضی از اسب‌ها رام هستند.</p>																						
۶	<p>حکم‌های زیر را با استفاده از فرم‌های نمادی نمایش دهید.</p> <p>الف. اگر او پزشکی بخواند، آن‌گاه درآمد خوبی در انتظارش است. ب. اگر او به تحصیل هنر پردازد، آن‌گاه زندگی خوبی در انتظارش است. پ. اگر درآمد خوبی در انتظارش باشد یا زندگی خوبی در انتظارش باشد، شهریه‌ای که به کالج می‌پردازد به هدر رفته است. ت. شهریه کالج او به هدر رفته است، بنابراین او نه پزشکی می‌خواند، نه به تحصیل هنر می‌پردازد.</p>																						
۷	<p>جدول زیر را کامل کنید.</p>																						
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">ارزش گزاره</th> <th rowspan="2">گزاره</th> <th rowspan="2">و یا</th> <th rowspan="2">گزاره</th> </tr> <tr> <th>نادرست</th> <th>درست</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>(الف)</td> <td>یا</td> <td>۲ عددی اول است</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">✓</td> <td>(ب)</td> <td>و</td> <td>حافظ شاعر ایرانی است</td> </tr> <tr> <td></td> <td>π عددی گنگ است.</td> <td>یا</td> <td>(پ)</td> </tr> <tr> <td></td> <td>پدر علی کارگر است.</td> <td>(ت)</td> <td>تهران پایتخت ایران است</td> </tr> </tbody> </table>	ارزش گزاره	گزاره	و یا	گزاره	نادرست	درست		(الف)	یا	۲ عددی اول است	✓	(ب)	و	حافظ شاعر ایرانی است		π عددی گنگ است.	یا	(پ)		پدر علی کارگر است.	(ت)	تهران پایتخت ایران است
ارزش گزاره	گزاره					و یا	گزاره																
		نادرست	درست																				
	(الف)	یا	۲ عددی اول است																				
✓	(ب)	و	حافظ شاعر ایرانی است																				
	π عددی گنگ است.	یا	(پ)																				
	پدر علی کارگر است.	(ت)	تهران پایتخت ایران است																				

جدول زیر را کامل کنید.

$p \wedge q$	$p \vee q$	ارزش q	ارزش p	گزاره q	گزاره p
.....	بوعلی سینا پزشک است.	سال کیبسه ۳۶۶ روز است.
.....	F	تیر ۳۱ روز است.
.....	F	$\sqrt{2}$ گنگ است.
.....	F	F

عبارات زبان فارسی را به زبان ریاضی تبدیل کنید و بالعکس.

- ۹ الف. برای هر عدد حقیقی x داریم: $x^2 + 1 > 0$.
 ب. $\exists x \in \mathbb{N}, x = 2k + 1$.
 ت. بعضی از اعداد زوج، مضرب ۳ هستند.
- ۱۰ الف. $\exists x \in A: x + 5 = 1$.
 ب. $\exists x \in A: x + 1 \leq 5$.
 ت. $\forall x \in A: x - 2 > 3$.
- الف. گزاره است - نادرست
 ب. گزاره است - درست
 ت. گزاره نیست
 ج. گزاره است - درست

پاسخ

- ۱ الف. گزاره است - نادرست
 ب. گزاره است - درست
 ت. گزاره نیست
 ج. گزاره است - درست

- ۲ الف. ۸
 ب. ۱ یا هر عدد منفی
 ت. ۰
 ج. \subseteq
 ث. ۳

- ۳ الف. وجود دارد مسلمانی که شیعه نباشد.
 ب. آسمان آبی نیست یا گل سرخ نیست.
 پ. π عددی گنگ نیست.
 ت. ابوالوفا موسیقی‌دان است و هندسه شاخه‌ای در ادبیات است.

الف ۴

p	$\sim p$	$\sim p \vee \sim p$	$\sim(\sim p \vee \sim p)$
د	ن	ن	د
ن	د	د	ن

ب.

p	q	r	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$
د	د	د	د	د
د	د	ن	ن	د
د	ن	د	ن	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	د	د
ن	د	ن	ن	ن
ن	ن	د	ن	ن
ن	ن	ن	ن	ن

پ.

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$	$\sim(p \vee \sim p)$
د	ن	د	ن
ن	د	د	ن

- ۵ الف. ماری وجود دارد که سمی نباشد.
 ب. کودکی وجود دارد که حيله‌گر است.
 پ. دانشجویی وجود دارد که باهوش نیست.
 ت. هیچ اسبی رام نیست.

۶ زندگی خوبی در انتظارش است: Z

به تحصیل هنر پردازد: T

درآمد خوبی در انتظارش است: D

او پزشکی بخواند: P

شهریه کالج او به هدر رفته است: S

- الف) $P \Rightarrow D$
 ب) $T \Rightarrow Z$
 پ) $D \vee Z \Rightarrow S$
 ت) $S \Rightarrow \sim P \wedge \sim T$

۷ الف. تهران پایتخت ایران است.

ب. ابوالوفا شیمی‌دان است.

پ. ۲ عددی زوج است.

ت. یا

$p \wedge q$	$p \vee q$	ارزش q	ارزش p	گزاره q	گزاره p
T	T	T	T	بوعلی سینا پزشک است.	سال کیسه ۳۶۶ روز است.
F	T	T	F	تیر ۳۱ روز است.	اصفهان پایتخت ایران است.
F	T	F	T	π عددی گویا است.	$\sqrt{2}$ گنگ است.
F	F	F	F	شیراز در استان خراسان است.	۵ مضرب ۳ است.

$-4 < x + 2 < 4 \rightarrow -6 < x < 2$

$A = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1\}$

$x + 5 = 1 \Rightarrow x = -4 \Rightarrow S = \{-4\}$

$x + 1 \leq 5 \Rightarrow x \leq 4 \Rightarrow S = D = A$

$2x - 1 < 5 \Rightarrow 2x < 6 \Rightarrow x < 3 \Rightarrow S = D = A$

$x - 2 > 3 \Rightarrow x > 5 \Rightarrow S = \{6, 7, \dots\}$

الف. درست

ب. درست

پ. درست

ت. نادرست

۱۰

الف. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$

ب. برای بعضی مقادیر اعداد طبیعی x داریم: $x = 2k + 1$

پ. به ازای هر عدد حقیقی x داریم: $x^2 + 5x = 0$

ت. $\exists x = 2k, 2k = 3a$

۹

درس ۲ مجموعه - زیرمجموعه

سؤالات امتحانی درس دوم

۱۱	اگر $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}$ باشد، درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را معلوم کنید.
	الف) $\{a\} \in A$ ب) $\{a\} \subset A$
	پ) $\{\{a\}\} \in A$ ت) $\{a, \{a\}\} \not\subset A$
	ث) $\{b, \{a, b\}\} \notin P(A)$ ج) $\{b\} \in P(A)$
۱۲	مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضا مشخص کنید.
	الف. $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x + 2 < 2\}$ ب. $B = \{m \in \mathbb{R} \mid m^3 - m^2 = 0\}$
	پ. $C = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x + 1 < 4\}$ ت. $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x^2 - 5x + 3 = 0\}$
۱۳	اگر $A = \{x \in \mathbb{Z}, 2x - 5 \leq 1\}$ ، $B = \{x \in \mathbb{Z}, x \leq 2\}$ و $C = \{x \in \mathbb{N}, x + 1 < 5\}$ باشند، مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.
	الف) $A \cap B$ ب) $(A - C) \cap B$ پ) $(A \cap C) - B$
۱۴	ثابت کنید \emptyset زیر مجموعه هر مجموعه‌ای است. (به کمک عضوگیری)
۱۵	تعیین کنید در میان مجموعه‌های زیر، کدام مجموعه زیر مجموعه دیگری است؟
	الف) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 8x + 12 = 0\}$ ب) $B = \{2, 4, 6\}$
	پ) $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2k, k \in \mathbb{N}\}$ ت) $D = \{\text{تاس مضرب ۶ بیاید}\}$
۱۶	مجموعه توانی $A = \{-2, 1, 0, -1\}$ را بنویسید. این مجموعه چند زیر مجموعه سره و ناسره دارد؟
۱۷	مجموعه‌ای مثال بزنید که هر یک از عضوهایش یک مجموعه باشد.

فصل اول ■ آشنایی با مبانی ریاضیات

درس اول ■ آشنایی با منطق ریاضی

تعریف گزاره: جمله‌ای خبری است که درستی یا نادرستی آن برای ما مشخص نیست. **استدلال:** می‌تواند از یک یا چند جمله‌ی خبری تشکیل شود که یکی از آن‌ها نتیجه‌ی استدلال و بقیه مقدمه‌های استدلال هستند.

نکته: جملات پرسشی، امری و عاطفی (نشان دهنده احساسات) گزاره محسوب نمی‌شوند. **نکته:** هر گزاره دارای ارزش درست یا نادرست است.

p
د
ن

می‌توان ارزش درستی یا نادرستی گزاره‌ها را به کمک جدول ارزش گزاره‌ها معلوم کرد. **گزاره‌نما:** یک جمله‌ی خبری که دارای یک یا چند متغیر است و ارزش آن بر ما معلوم نیست.

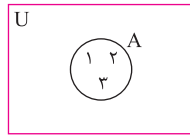
نکته: در هر گزاره‌نما به مجموعه مقادیری که می‌توان آن‌ها را به جای متغیرهای آن قرار داد تا گزاره‌نما تبدیل به گزاره شود، **دامنه‌ی متغیر** می‌گویند و آن را با D نشان می‌دهند و به مجموعه‌ی عضوهایی از دامنه که به ازای آن‌ها گزاره‌نما به گزاره درست تبدیل می‌شود، **مجموعه جواب** می‌گویند و آن را با S نشان می‌دهند و $S \subseteq D$ است.

ترکیب گزاره‌ها

ترکیب فصلی دو گزاره: ترکیب دو گزاره p و q با رابط منطقی «یا»
ترکیب عطفی دو گزاره: ترکیب دو گزاره p و q با رابط منطقی «و»

۱

نمایش هندسی



نکته: برای نمایش عضو بودن یک عنصر در مجموعه، از نماد (\in) و عضو نبودن از (\notin) استفاده می‌کنیم.

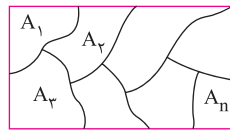
زیرمجموعه: A را زیرمجموعه B گوئیم هرگاه هر عضو A در B باشد.

$$\forall x \in A \Rightarrow x \in B \Rightarrow A \subseteq B$$

نکته: اگر A دارای n عضو باشد:

۱. 2^n زیرمجموعه دارد.
۲. $2^n - 1$ زیرمجموعه سره دارد.
۳. $2^n - 2$ زیرمجموعه سره غیرتهی دارد.
۴. یک زیرمجموعه ناسره دارد.

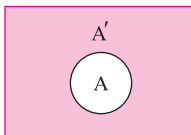
افراز: یعنی بخش کردن یک مجموعه به زیر مجموعه‌هایی از آن به طوری که:



۱. اشتراک زیر مجموعه‌ها با هم تهی باشد.
 ۲. هیچ زیرمجموعه‌ای تهی نباشد.
 ۳. اجتماع زیرمجموعه‌ها برابر مجموعه شود.
- در شکل بالا A_1, A_2, \dots, A_n افرازهای مجموعه A هستند.

۳

مجموعه متمم: A' مجموعه‌ای شامل اعضای M به طوری که در A نباشد.



روابط زیر همواره برقرارند:

- ۱) $A \cup A' = U$
- ۲) $A \cap A' = \emptyset$
- ۳) $A \cup M = M$
- ۴) $A \cap M = A$
- ۵) $A \cup \emptyset = A$
- ۶) $A \cap \emptyset = \emptyset$
- ۷) $A \cap B = B \cap A$
- ۸) $A \cup B = B \cup A$
- ۹) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
- ۱۰) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
- ۱۱) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- ۱۲) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

روابط متمم

- ۱) $(A')' = A$
- ۲) $M' = \emptyset$
- ۳) $\emptyset' = M$
- ۴) $A - B = A \cap B'$

قضیه

الف) $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B$ ب) $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$

قوانین جذب یا هم‌پوشانی

الف) $A \cup (A \cap B) = A$ ب) $A \cap (A \cup B) = A$

قوانین دمورگان

الف) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ب) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

نکته: کلیه روابط بین مجموعه‌ها را می‌توان به کمک روابط و قوانین بالا و همچنین نمودار ون اثبات کرد.

۵

فصل دوم ■ احتمال

درس اول ■ مبانی احتمال

در علم آمار با استفاده از نمونه‌های معلومی که جمع‌آوری می‌کنیم، به شناخت جامعه می‌رسیم و در حقیقت به کمک علم آمار اطلاعات مناسبی جمع‌آوری می‌کنیم.

اما در علم احتمال با وقایعی سروکار داریم که نتیجه آن‌ها قبل از وقوع قابل تعیین کردن نیست. اما می‌توان پیش‌بینی کرد چه حالتی ممکن است پیش بیاید. مثلاً وقتی تاسی را پرتاب می‌کنیم، نمی‌دانیم چه عددی رو می‌شود ولی یقین داریم عددی از مجموعه $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ خواهد بود.

مجموعه تمام حالات ممکن برای یک آزمایش تصادفی را فضای نمونه‌ای می‌گوئیم و با S نشان می‌دهیم. به هر عضو آن یک برآمد می‌گوئیم.

نکته: اگر چند ابزار آزمایشی با هم پرتاب شود و فضای نمونه‌ای هر یک برابر $n_1(S), n_2(S), \dots, n_k(S)$ باشند، در این صورت تعداد کل اعضای فضای نمونه‌ای $n(S) = n_1(S) \times n_2(S) \times \dots \times n_k(S)$ می‌باشد.

نکته: در حالتی که چند ابزار آزمایشی داریم شکل اعضای فضای نیز متفاوت خواهد شد. یعنی در حالتی که یک تاس پرتاب می‌شود، اعضا به صورت تک عضوی هستند.

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و زمانی که دوتایی می‌شود اعضا نیز دوتایی خواهند شد و به همین ترتیب هر چه تعداد ابزار زیاد شود، نوع اعضا نیز متفاوت می‌شود.

مثال: فضای نمونه‌ای یک تاس و یک سکه:

$$n(S) = \underbrace{2}_{\text{تاس}} \times \underbrace{6}_{\text{سکه}} = 12$$

$$S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$$

۷

مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه	سؤالات امتحانی درس: آمار و احتمال
آزمون نوبت دوم (۱)	پایه یازدهم - منتخب [۴]

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف. اگر A و B دو پیشامد از فضای S باشند و $A \cap B \neq \emptyset$ باشد، A و B را گوییم.</p> <p>ب. بررسی یک نمونه نامعلوم از یک جامعه معلوم، نام دارد.</p> <p>پ. اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آن گاه</p> <p>ت. برای متغیرهای پیوسته از نمودار استفاده می شود.</p>	
---	--	--

۲	<p>در هر یک از موارد زیر گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>الف. کدام یک از عبارات زیر یک گزاره با ارزش درست است؟</p> <p>(۱) آیا درس خوانده‌ای؟ (۲) ابن سینا یک پزشک ایرانی است. (۳) مولانا ریاضی دان است. (۴) به به چه هوای خوبی.</p> <p>ب. اگر $A \subset B$ باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟</p> <p>(۱) $A \cap B = A$ (۲) $A' \cap B' = B'$ (۳) $A - B = A$ (۴) $A \cup B = B$</p> <p>پ. اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، آن گاه:</p> <p>(۱) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (۲) $P(A \cap B) = P(A) - P(B)$ (۳) $P(A' \cap B') = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (۴) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$</p> <p>ت. در نمودار جعبه‌ای زیر به ترتیب A، B، C نمایان گر چه پارامترهایی هستند؟</p> <p>(۱) دامنه تغییرات - چارک اول - چارک سوم (۲) کمترین داده - چارک سوم - بیشترین داده (۳) چارک اول - میانه - چارک سوم (۴) کمترین داده - چارک اول - میانه</p>	
---	---	--

۱/۲۵	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف. تعداد نامه‌های یک صندوق پستی یک متغیر کمی گسسته است.</p> <p>ب. آماره، مشخصه‌ای عددی است که توصیف‌کننده جامعه می باشد و تغییر نمی کند.</p> <p>پ. داده‌ای که بیشترین فراوانی را داشته باشد، میانه نام دارد.</p> <p>ت. هر چقدر ضریب تغییرات کم تر باشد میزان پراکندگی داده‌ها کم تر خواهد شد.</p> <p>ث. اگر $A \cap B \neq \emptyset$ باشد، در این صورت $(A \times B) \cap (B \times A) = \emptyset$.</p>	۳
------	---	---

۱/۵	<p>با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها و با پر کردن جاهای خالی نشان دهید:</p> <p>$p \Rightarrow p \vee q = T$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \vee q$</th> <th>$p \Rightarrow p \vee q$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>د</td> <td>د</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>د</td> <td>ن</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>د</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>ن</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	p	q	$p \vee q$	$p \Rightarrow p \vee q$	د	د			د	ن			ن	د			ن	ن			۴
p	q	$p \vee q$	$p \Rightarrow p \vee q$																			
د	د																					
د	ن																					
ن	د																					
ن	ن																					

۱/۵	<p>الف. دو افراز دو عضوی برای $A = \{1, 2, 3, 4\}$ بنویسید.</p> <p>ب. به کمک روش عضوگیری ثابت کنید: اگر A و B دو مجموعه با مرجع U باشند و $A \subset B$، آن گاه $B' \subset A'$.</p>	۵
-----	--	---



ردیف	سؤالات	نمره														
۶	درستی تساوی زیر را بررسی کنید. $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$	۱/۵														
۷	اگر $A = \{x \in \mathbb{Z}, x \leq 1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{N}, x + 1 \leq 3\}$ ، آنگاه $A^2 - A \times B$ را بنویسید و روی شکل نشان دهید.	۱/۵														
۸	در انتخابات شورای یک روستا ۴ نفر کاندید شده‌اند. اگر شانس برد فرد a چهار برابر فرد c و شانس برد فرد b نصف برد فرد a و شانس برد فرد d دو برابر فرد a باشد، چقدر احتمال دارد فرد c برنده انتخابات باشد؟	۱/۵														
۹	اگر در یک محله ۲۲٪ از خانواده‌ها با وجود داشتن یک خودرو، یک دوچرخه نیز داشته باشند و همچنین ۳۶٪ آن‌ها فقط یک خودرو و ۳۰٪ آن‌ها فقط یک دوچرخه داشته باشند، مطلوب است: الف. احتمال این‌که خانواده‌ای که به تصادف انتخاب می‌شود، هم خودرو و هم دوچرخه داشته باشد. ب. احتمال شرطی این‌که خانواده انتخاب شده خودرو داشته باشند، به شرط آن‌که همچنین خانواده صاحب دوچرخه نیز باشد.	۲														
۱۰	احتمال موفقیت عمل پیوند کلیه روی یک بیمار ۶/۰ و روی بیمار دیگر ۸/۰ است. اگر این عمل روی دو نفر انجام شود، مطلوب است احتمال این‌که: الف. روی هر دو بیمار موفقیت‌آمیز باشد. ب. روی هیچ‌کدام موفقیت‌آمیز نباشد.	۱/۵														
۱۱	نمرات ۶ درس علی به صورت زیر می‌باشد. اگر معدل علی ۱۶ باشد، نمره درس شیمی او چند است؟	۱/۵														
<table border="1"> <thead> <tr> <th>ادبیات</th> <th>زیست</th> <th>عربی</th> <th>شیمی</th> <th>فیزیک</th> <th>ریاضی</th> <th>دروس</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۱۶</td> <td>۱۵/۵</td> <td>۱۳/۵</td> <td>x</td> <td>۱۸</td> <td>۱۹</td> <td>نمره</td> </tr> </tbody> </table>			ادبیات	زیست	عربی	شیمی	فیزیک	ریاضی	دروس	۱۶	۱۵/۵	۱۳/۵	x	۱۸	۱۹	نمره
ادبیات	زیست	عربی	شیمی	فیزیک	ریاضی	دروس										
۱۶	۱۵/۵	۱۳/۵	x	۱۸	۱۹	نمره										
مقدار واریانس و انحراف معیار نمرات علی را به دست آورید.																
۱۲	انواع نمونه‌گیری را نام ببرید.	۱														
۱۳	الف. برای هر یک از موارد زیر یک روش جمع‌آوری داده ذکر کنید. ۱. تعداد دختران قد بلند در کلاس درس آمار و احتمال یک مدرسه ۲. میانگین قد دانش‌آموزان یک مدرسه در سال تحصیلی جدید ب. اگر پس از یک آزمون نسبتاً سخت از شما سؤال شود (نمره شما چند است؟) چه نوع پاسخی می‌دهید و از چه مدلی برای پاسخ دادن استفاده می‌کنید؟	۱														
۱۴	نمونه‌گیری ارب را با ذکر مثال توضیح دهید.	۰/۵														
۱۵	در یک بررسی تبلیغاتی، باید بدانیم چند درصد افراد از کالای خارجی استفاده می‌کنند. اگر طول بازه اطمینان ۹۵٪ از ۲۵٪ بیشتر نباشد، حداقل چند نمونه لازم است؟	۰/۷۵														
۲۰	جمع نمره															

پاسخ تشریحی آزمون (۴)

- ۱ الف. سازگار (۰/۲۵) ب. احتمال (۰/۲۵) ۲ الف. گزینه «۲» (۰/۵) ب. گزینه «۳» (۰/۵)
 پ. $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ (۰/۲۵) ت. بافت نگاشت (۰/۲۵) پ. گزینه «۱» (۰/۵) ت. گزینه «۴» (۰/۵)

$$P(d) = 2P(a) \quad 4T + 2T + 8T + T = 1 \rightarrow 15T = 1 \rightarrow T = \frac{1}{15}$$

$$P(c) = \frac{1}{15} \quad (0/5)$$

۳ الف. درست (۰/۲۵) ب. نادرست (۰/۲۵) پ. نادرست (۰/۲۵)
ت. درست (۰/۲۵) ث. نادرست (۰/۲۵)

۴

p	q	$p \vee q$	$p \Rightarrow p \vee q$
د	د	د	د
د	ن	د	د
ن	د	د	د
ن	ن	ن	د

(۰/۵) (۱)

۹

E: داشتن اتومبیل $P(E) = 0/36$ $P(F) = 0/30$ $P(F|E) = 0/22$
 F: داشتن دوچرخه
 (۰/۵)
 الف) $P(E \cap F) = P(F|E)P(E) = 0/22 \times 0/36 = 0/792$ (۰/۵)
 ب) $P(E|F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)} = \frac{0/792}{0/30} = 0/264$ (۰/۵)
 (۰/۵)

۱۰

$P(A) = 0/6$
 $P(B) = 0/8$
 (۰/۲۵)
 الف) $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0/6 \times 0/8 = 0/48$ (۰/۵)
 ب) $P(A' \cap B') = P(A')P(B') = (1 - 0/6)(1 - 0/8) = 0/8$
 (۰/۲۵) (۰/۵)

۱۱

$$\bar{x} = \frac{19 + 18 + x + 13/5 + 15/5 + 16}{6} = 16 \quad (0/5)$$

$$x = 14$$

$$s^2 = \frac{(19-16)^2 + (18-16)^2 + (14-16)^2 + (13/5-16)^2 + (15/5-16)^2 + (16-16)^2}{6}$$

$$= 3/91 \quad (0/5)$$

انحراف معیار $= \sqrt{s^2} = \sqrt{3/91}$ (۰/۵)

۱۲ نمونه‌گیری تصادفی ساده - خوشه‌ای - طبقه‌ای - سیستماتیک
 (هر مورد ۰/۲۵)

۱۳ الف. ۱. مشاهده (۰/۲۵) ۲. دادگان (۰/۲۵)
 ب. نمره‌ای حدوداً بین ۱۶ تا ۱۸ با ۹۰٪ اطمینان (طبق برآورد بازه‌ای) (۰/۵)

۱۴ اگر نمونه‌گیری به‌گونه‌ای باشد که تمام جامعه را شامل نشود و به سمت خاصی گرایش پیدا کند گوییم اریب دارد. (۰/۲۵) مثلاً در انتخاب نمونه از یک مدرسه دخترانه فقط دختران چادری را انتخاب کنیم. (۰/۲۵)

۱۵ طول بازه اطمینان حداکثر $\frac{2}{\sqrt{n}}$ است، (۰/۲۵) پس:

$$\frac{2}{\sqrt{n}} \leq \frac{25}{1000} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{n}} \leq \frac{1}{40} \rightarrow \sqrt{n} \geq 80 \rightarrow n \geq 6400 \quad (0/5)$$

۵ الف. $A_1 = \{1, 2\}$ $A_2 = \{3, 4\}$ (۰/۲۵)
 $A_1 = \{1, 2, 3\}$ $A_2 = \{4\}$ (۰/۲۵)
 ب. اگر $A \subset B \rightarrow x \in A \rightarrow x \in B$
 $\forall x: (x \in B' \rightarrow x \notin B) \xrightarrow{A \subset B} x \notin A \rightarrow x \in A'$ (۰/۵)
 $\forall x: (x \in B' \rightarrow x \in A') \rightarrow B' \subset A'$ (۰/۵)

۶

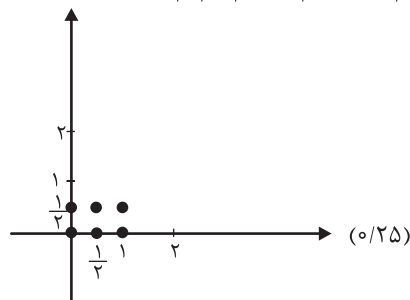
$$(A \cap B) - (A \cap C) = (A \cap B) \cap (A' \cup C')$$

$$= \underbrace{(A \cap B \cap A')}_{\emptyset} \cup (A \cap B \cap C')$$

$$= A \cap B \cap C' = A \cap (B \cap C') = A \cap (B - C) \quad (0/5)$$

۷

$A = \{(\frac{1}{p}, 1, 0)\}$ (۰/۲۵) $B = \{1, 2\}$ (۰/۲۵)
 $A^2 = \{(\frac{1}{p}, \frac{1}{p}), (\frac{1}{p}, 1), (\frac{1}{p}, 0), (1, \frac{1}{p}), (1, 1), (1, 0), (0, \frac{1}{p}), (0, 0), (0, 1)\}$ (۰/۲۵)
 $A \times B = \{(\frac{1}{p}, 1), (\frac{1}{p}, 2), (1, 1), (1, 2), (0, 1), (0, 2)\}$ (۰/۲۵)
 $A^2 - A \times B = \{(\frac{1}{p}, \frac{1}{p}), (\frac{1}{p}, 0), (1, \frac{1}{p}), (1, 0), (0, \frac{1}{p}), (0, 0)\}$ (۰/۲۵)



۸

$P(a) = 4P(c)$ $P(c) = T$
 $P(b) = \frac{1}{2}P(a)$ $P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1$ (۰/۵)