

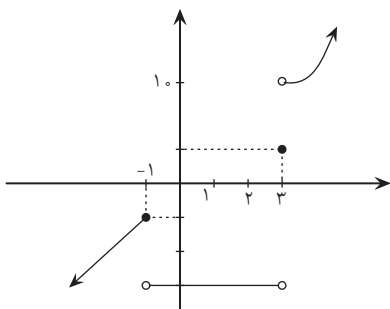
$$D_f = D_g \Rightarrow f = g$$

$$f(x) = g(x)$$

$D_f \neq D_g \Rightarrow \{1, 5\} \neq \{1, 2\} \Rightarrow$ دو تابع برابر نیستند. ۲۰

۲۱

$$f(x) = \begin{cases} x & x \leq -1 \\ 1 & x = 2 \\ -3 & -1 < x < 3 \\ x^2 + 1 & x > 3 \end{cases}$$



$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x-2)(x+3)}{x-2} = x+3 & x \neq 2 \\ \Delta & x = 2 \end{cases}, D_f = D_g = \mathbb{R}$$

۱۷

$$\text{اگر } \begin{cases} x \neq 2 \Rightarrow f(x) = g(x) \\ x = 2 \Rightarrow \underbrace{f(2) \neq g(2)}_{5 \neq 6} \Rightarrow f \neq g \end{cases}$$

۱۸

$$f(x) = \begin{cases} x & x \neq 2 \\ 3 & x = 2 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{x(x-2)}{x-2} = x & x \neq 2 \\ 3 & x = 2 \end{cases}$$

 برای هر x

$$D_f = D_g = \mathbb{R} \quad \left. \begin{array}{l} x \neq 2 \Rightarrow f(x) = g(x) \\ x = 2 \Rightarrow f(2) = g(2) = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow f(x) = g(x)$$

 پس $f = g$

۱۹

$$f(x) = x+1 \quad g(x) = \frac{x(x+1)}{x} = x+1$$

درس انواع تابع

سوالات امتحانی درس دوم

درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را تعیین کنید.

نادرست درست

۲۲ دامنهٔ تابع $y = \frac{1-x}{4x+x^3}$ برابر است با: $\mathbb{R} - \{0, 1, -1\}$.

نادرست درست

۲۳ رابطهٔ $y = \sqrt{x^2}$ یک تابع را مشخص می‌کند.

نادرست درست

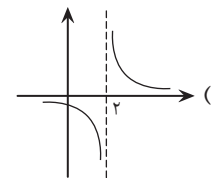
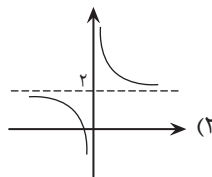
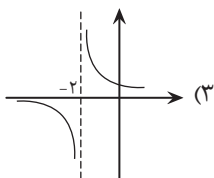
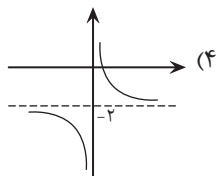
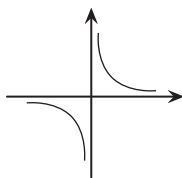
۲۴ دامنهٔ $y = [x]$ اعداد صحیح است.

نادرست درست

۲۵ دامنهٔ $y = \sqrt{1-x}$ برابر است با $[-\infty, 1]$.

گزینهٔ صحیح را انتخاب کنید.

۲۶ هرگاه نمودار تابع با ضابطهٔ $y = \frac{1}{x}$ به صورت روبرو باشد، نمودار تابع با ضابطهٔ $y = \frac{1}{x-2}$ به کدام صورت است؟



(۴) $\mathbb{R} - \{0\}$

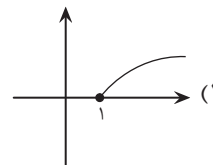
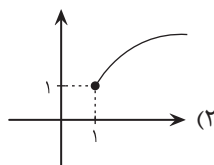
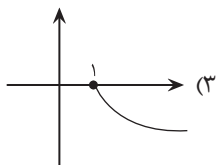
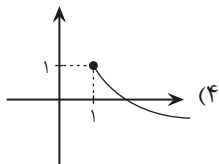
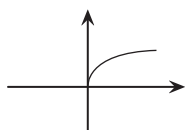
(۳) $[-1, +\infty)$

(۲) $[0, +\infty)$

(۱) \mathbb{R}

۲۷ دامنهٔ تابع با ضابطهٔ $y = \frac{\sqrt{3x-1}}{x^2-x+1}$ برابر است با:

۲۸

 هرگاه نمودار تابعی با ضابطه $y = \sqrt{x}$ به صورت روبرو باشد، نمودار تابع $y = \sqrt{x-1} + 1$ کدام است؟


۲۹

 هزینه تصفیه x درصد از ناخالصی‌های نفتی یک منبع نفتی با تابعی مانند $f(x) = \frac{200x}{100-x}$ محاسبه می‌شود که در آن x درصد ناخالصی و $f(x)$ هزینه تصفیه بر حسب میلیون تومان است.

 الف. هزینه تصفیه 40% درصد از ناخالصی‌ها چقدر است؟

ب. با توجه به تابع داده‌شده، آیا امکان دارد که همه ناخالصی‌های این منبع تصفیه شود؟

پ. دامنه این تابع را به کمک بازه نمایش دهید.

 ت. اگر تابع افزایش درآمد حاصل از فروش نفت x درصد تصفیه‌شده با رابطه خطی $f(x) = 4x$ بر حسب میلیون تومان داده شده باشد،

 هزینه چند درصد تصفیه با افزایش درآمد حاصل از فروش آن برابری می‌کند؟ ($x \neq 0$)

کدام یک از توابع زیر گویا هستند؟ در صورت گویا بودن دامنه آن‌ها را به دست آورید.

۳۰

الف) $f(x) = \frac{x+3}{x^2-9}$

ب) $h(x) = \frac{\sqrt{2x} + 2x^2}{\frac{1}{2}x+1}$

پ) $r(x) = \frac{|x|}{|x|}$

ت) $s(x) = \frac{3x}{x^2+2x+1}$

ث) $t(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}-\sqrt{2}}$

نمودار توابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن‌ها را بیابید.

۳۱

الف) $h(x) = -\sqrt{x-4}$

ب) $t(x) = \sqrt{x-4}$

پ) $f(x) = \sqrt{2x-5} - 1$

ت) $m(x) = \sqrt{3x+9}$

ث) $z(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & x > 0 \\ -\sqrt{x+3} & x \leq 0 \end{cases}$

دامنه توابع زیر را بیابید.

۳۲

الف) $y = \frac{2x-7}{4}$

ب) $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

پ) $y = \frac{z+2}{\sqrt{z-2}}$

ت) $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$

ث) $y = \frac{1}{x^2}$

 کدام یک از معادله‌های زیر y را به صورت تابعی از x مشخص می‌کند؟

۳۳

الف) $x^2 - y^2 = 2$

ب) $2x^3 - y^2 = 2$

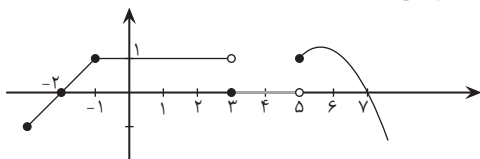
پ) $x = |y| - 2$

ت) $|x^2 - 1| + |y + 2| = 0$

ث) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \geq 3 \\ 5x & x < 4 \end{cases}$

 اگر نمودار $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، تابع $y = \frac{1}{f(x)}$ در چه نقاطی تعریف نشده است؟

۳۴



۳۵	یک شرکت خدماتی برای هر ساعت کار و یا کسری از ساعت، ۵ هزار تومان هزینه دریافت می‌کند. تابعی بنویسید که هزینه x ساعت کار را محاسبه کند. نمودار این تابع را نیز رسم کنید.
۳۶	تابع پله‌ای روبه‌رو را رسم کنید. دامنه و برد آن را به‌دست آورید.
۳۷	نمودار توابع زیر را رسم کنید.
۳۸	اگر $f(x) = [x+2] + [-x]$ و $x \notin \mathbb{Z}$ ، آن‌گاه $f(x)$ را بیابید.
۳۹	اگر $f(x) = [x] + 3$ باشد، در این صورت حاصل $f(2-\sqrt{2})$ را به‌دست آورید.
۴۰	آیا رابطه $y = x x - 1$ بیانگر یک تابع است؟ چرا؟

پاسخ

- ۲۲ نادرست
برای پیدا کردن دامنه تابع گویا باید مخرج کسر مخالف صفر باشد، پس:
 $4x + x^2 = 0 \Rightarrow x(4 + x^2) = 0 \Rightarrow x = 0, 4 + x^2 = 0 \rightarrow$
ریشه حقیقی ندارد. $x^2 = -4$
 $\rightarrow D = \mathbb{R} - \{0\}$
- ۲۳ درست
 $y = \sqrt{x^2} = |x|$ برای هر x یک y را مشخص می‌کند، پس تابع است.
- ۲۴ نادرست
دامنه جزء صحیح x ، اعداد حقیقی و برد آن اعداد صحیح است.
- ۲۵ درست
باید عبارت زیر رادیکال با فرجه زوج، نامنفی باشد؛ یعنی:
 $1 - x \geq 0 \Rightarrow 1 \geq x \Rightarrow D = (-\infty, 1]$
- ۲۶ گزینه «۱»
نمودار $y = \frac{1}{x-2}$ انتقال یافته نمودار $y = \frac{1}{x}$ به اندازه دو واحد به سمت راست است.
- ۲۷ گزینه «۱»
 $x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 1$
 < 0 . این معادله ریشه حقیقی ندارد، پس دامنه تابع برابر با \mathbb{R} است.
- ۲۸ گزینه «۲»
 $y = \sqrt{x-1} + 1$ انتقال یافته نمودار $y = \sqrt{x}$ به اندازه یک واحد به سمت راست و یک واحد به سمت بالا است.
- ۲۹ الف. میلیون تومان $\frac{200 \times 40}{100 - 40} = \frac{8000}{60} = 133 \frac{1}{3}$
ب. برای این که ۱۰۰ درصد ناخالصی‌های این منبع تصفیه شود باید $x = 100$ باشد. تابع $f(x)$ به ازای $x = 100$ تعریف نمی‌شود، چون مخرج کسر صفر می‌شود، در نتیجه ۱۰۰ در دامنه تابع نیست، پس چنین کاری امکان‌پذیر نیست.
پ. از آن‌جا که ورودی تابع که درصد تصفیه است، هر عدد از ۰ تا ۱۰۰ (غیر از خود ۱۰۰) می‌تواند باشد، $D_f = [0, 100)$.
ت. $\frac{200x}{100-x} = 4x \Rightarrow 200x = 4x(100-x) \Rightarrow 4x^2 - 200x = 0$
 $\Rightarrow 4x(x-50) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-50=0 \text{ یا } 4x=0 \\ x=0 \text{ یا قابل قبول} \end{cases}$
با توجه به سؤال غیرقابل قبول است.
- ۳۰ الف. تابع‌های کسری که صورت و مخرج آن‌ها چندجمله‌ای باشند تابع گویا هستند، پس $f(x)$ گویا است. برای پیدا کردن دامنه توابع گویا، ریشه‌های مخرج را، در صورت وجود، از \mathbb{R} حذف می‌کنیم. دقت کنیم که قبل از ساده کردن یک تابع گویا، دامنه آن را به‌دست می‌آوریم.
 $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-3, 3\}$
ب. صورت آن چندجمله‌ای نیست، پس تابع گویا نیست.
پ. گویا است، چون می‌توان آن را به صورت زیر نوشت:
 $r(x) = \frac{|x|}{|x|} = \frac{x}{x}$ یا $\frac{-x}{-x}$
 $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$
ت. $x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1) = 0 \Rightarrow x+1 = 0$
 $\Rightarrow x = -1 \Rightarrow D_s = \mathbb{R} - \{-1\}$
ث. $\sqrt{2x} - \sqrt{2} = 0 \Rightarrow \sqrt{2x} = \sqrt{2} \Rightarrow x = 1 \Rightarrow D_t = \mathbb{R} - \{1\}$