

دانش آموز گرامی:

■ برای کسب نمرات عالی و موفقیت در آزمون پایان ترم مشاوره‌های زیر ارائه می‌گردد.

در آزمون پایان ترم از زیرموضوعات مطرح شده در جدول زیر قطعاً سؤالاتی مطرح خواهد شد. با توجه به مثال‌های ارائه شده از هر زیرموضوع، اولویت‌های مطالعاتی خود را مشخص کرده و سعی کنید مهارت خود را در پاسخ‌گویی به چنین سؤالاتی بالا ببرید.

بارم بندی

بارم‌بندی ریاضی و آمار (۱) پایه دهم رشته ادبیات و علوم انسانی - سال تحصیلی ۹۷-۱۳۹۶

شماره فصل	نوبت اول	نوبت دوم	شهریور	زیر موضوع	مثال												
۱	۶	۲	۴	اتحاد و تجزیه	..... $\rightarrow$ تجزیه $\frac{1}{x} - \frac{6}{8}$ ..... اتحاد $\frac{(2x-3)^2}{x^2 - \Delta x + 6}$												
				عبارت‌های گویا	ابتدا بنویسید که عبارت $\frac{x^3 - 7x^2 + 6x}{x^3 - x}$ به ازای چه مقادیری از x تعریف نشده است، سپس آن را ساده کنید.												
				جمع و تفریق عبارت‌های گویا	$\frac{x^2}{x^2 - \Delta x + 6} + \frac{x}{x-2} - \frac{4x}{x-3} = ?$												
۲	۷/۵	۳	۴	معادله درجه ۲	m را طوری بیابید که معادله $mx^2 - (m+1)x + 1 = 0$ دارای ریشه مضاعف باشد. معادله‌ای بنویسید که جواب‌های آن $x = 2$ و $x = -4$ باشد.												
				حل معادله درجه ۲	$2x^2 + 2x - 24 = 0 \rightarrow x = ?$ تجزیه $3x(x+3) = -x^2 - 2 \rightarrow x = ?$ دلتا $2x^2 - \Delta x = 3 \rightarrow x = ?$ مربع کامل کردن												
۳	۶/۵	۲	۵	مفهوم تابع	a و b را طوری بیابید تا $R = \{(9, 2), (17, 8), (5, a^2 - 3), (5, 1), (17, b + 3)\}$ تابع باشد. دامنه و برد نمودار تابع زیر را بیابید. 												
				ضابطه جبری تابع	برد تابع f را با توجه به دامنه داده شده تعیین کنید. $f: A \rightarrow B$ $f(x) = \sqrt{x+1}; A = \{0, 1, 2, 3, 4, 8\}$												
				نمودار تابع خطی	برای تابع خطی g یا $g(-2) = -5$ و $g(1) = 4$ ، ابتدا ضابطه جبری تابع را تعیین کنید، سپس نمودار آن را رسم کنید.												
۴	۵/۵	-	۴	نمودار تابع درجه ۲	رأس سهمی $y = 2x^2 - 4x + 1$ را مشخص کرده، سپس به کمک آن نمودار سهمی را رسم کنید.												
				گردآوری داده‌ها	کدام روش جمع‌آوری داده‌ها، مناسب مورد رویه‌رو است؟ «تعداد دانش‌آموزان متولد در زمستان در مدرسه شما»												
۵	-	۳/۵	۳	نوع متغیرها	..... $\rightarrow$ نوع متغیر ..... عناوین کتاب‌های مورد بررسی یک دانش‌پژوه ..... $\rightarrow$ نوع متغیر ..... مراحل دگرذیسی قورباغه												
				معیارهای گرایش به مرکز	میانگین و میانه داده‌های ۳، ۷، -۱، -۶، ۱۰، ۱۱ را تعیین کنید.												
				معیارهای پراکنندگی	ابتدا انحراف معیار داده‌های زیر را تعیین کرده، سپس نمودار جعبه‌ای آن‌ها را رسم کنید. ۱۲، ۱۰، ۱۵، ۲۳، ۱۴، ۲۷، ۱۶، ۳۴، ۴۱، ۴۳، ۳۲												
جمع نمره	۲۰	۲۰	۲۰	نمودارهای یک متغیره	رسم نمودارهای میله‌ای و دایره‌ای برای داده‌های ..... مناسب‌تر است. متغیر سوم در نمودار حبابی متناسب با ..... است و نمی‌تواند مقادیر ..... را اختیار کند.												
				نمودارهای چندمتغیره	نمودار راداری جدول داده‌های زیر را رسم کنید. <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>ادبیات فارسی</td> <td>دین و زندگی</td> <td>شیمی</td> <td>ریاضی</td> </tr> <tr> <td>۱۸</td> <td>۱۹</td> <td>۱۵</td> <td>۹</td> </tr> <tr> <td>۱۵</td> <td>۱۹</td> <td>۱۷</td> <td>۱۱</td> </tr> </table>	ادبیات فارسی	دین و زندگی	شیمی	ریاضی	۱۸	۱۹	۱۵	۹	۱۵	۱۹	۱۷	۱۱
				ادبیات فارسی	دین و زندگی	شیمی	ریاضی										
				۱۸	۱۹	۱۵	۹										
۱۵	۱۹	۱۷	۱۱														
اگر زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری $20^\circ$ باشد، چند متغیر در نمودار حضور دارد؟																	
جمع نمره	۲۰	۲۰	۲۰														

## درس ۳ معادله‌های شامل عبارتهای گویا

سوالات امتحانی درس سوم	
۳۷. معادلات زیر را حل کنید. الف) $x^2 + 1 = \frac{x+3}{3}$ ب) $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} = 4$ پ) $\frac{2}{x+2} - \frac{4}{x-2} = \frac{3}{x^2-4}$ ت) $x + \frac{1}{x-1} - \frac{5-4x}{x-1} = 0$ ث) $\frac{x+2}{x-1} + \frac{x-4}{2x} = \frac{4}{2x^2-2x}$	۳۸. $m$ چقدر باشد تا جواب معادله $\frac{x+2}{x-2} - \frac{1}{x} = \frac{m}{x(x-2)}$ برابر ۱ باشد؟ ۳۹. رضا کتاب گلبرگ ریاضی دهم را به تنهایی در ۴ روز تاپ می‌کند و حسین همین کتاب را به تنهایی در ۱۲ روز تاپ می‌کند. اگر این دو نفر با هم کتاب گلبرگ را تاپ کنند، کتاب در چند روز تاپ می‌شود؟ ۴۰. دو برابر مجموع معکوس دو عدد زوج، متوالی و طبیعی برابر با $\frac{7}{11}$ است آن دو عدد را بیابید. ۴۱. یک درهم پول را بین تعدادی به طور مساوی تقسیم کردیم، اگر یک نفر به این جمع اضافه شود و مجدداً یک درهم را به طور مساوی بین آن‌ها تقسیم کنیم به هر نفر $\frac{1}{4}$ درهم کمتر از دفعه قبل می‌رسد. تعداد نفرات در مرحله اول چقدر بوده است؟

### پاسخ

۳۷ ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\text{الف) } \frac{x^2+1}{1} - \frac{x+3}{3} = 0$$

$$\frac{(x^2+1) \times 3}{1 \times 3} - \frac{(x+3)}{3} = \frac{3x^2+3-x-3}{3} = 0$$

صورت کسر را مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$3x^2 - x = 0 \rightarrow x(3x-1) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ 3x-1 = 0 \rightarrow 3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

ب)  $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} = 4$

حال مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - 4 = 0$$

$$\frac{1 \times (x+1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{1 \times (x-1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{4(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = 0$$

$$= \frac{x+1-x+1-4x^2+4}{(x-1)(x+1)} = 0$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0 \rightarrow (x-1)(x+4) = 0$$

پس  $x = -4$  قابل قبول است، ولی  $x = 1$  غیرقابل قبول است چون مخرج را صفر می‌کند.

۳۷ ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{2}{x+2} - \frac{4}{x-2} = \frac{3}{x^2-4}$$

$$\frac{2}{x+2} - \frac{4}{x-2} - \frac{3}{(x-2)(x+2)} = 0$$

مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{2(x-2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{4(x+2)}{(x-2)(x+2)} - \frac{3}{(x-2)(x+2)} = 0$$

$$= \frac{2x-4-4x-8-3}{(x+2)(x-2)} = 0 \rightarrow \frac{-2x-15}{(x+2)(x-2)} = 0$$

$$\rightarrow -2x-15 = 0 \rightarrow -2x = 15 \rightarrow x = -\frac{15}{2}$$

ت)  $x + \frac{1}{x-1} - \frac{5-4x}{x-1} = 0$

$$\frac{x \times (x-1)}{x-1} + \frac{1}{x-1} - \frac{5-4x}{x-1} = 0$$

$$\rightarrow \frac{x^2 - x + 1 - 5 + 4x}{x-1} = 0$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0 \rightarrow (x-1)(x+4) = 0$$

پس  $x = -4$  قابل قبول است، ولی  $x = 1$  غیرقابل قبول است چون مخرج را صفر می‌کند.

$$\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} = \frac{7}{12} \rightarrow \frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} - \frac{7}{12} = 0$$

حال مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{1 \times 12(k+1)}{k(k+1) \times 12} + \frac{1 \times 12 \times k}{k(k+1)(12)} - \frac{7k(k+1)}{12k(k+1)}$$

$$= \frac{12k + 12 + 12k - 7k^2 - 7k}{12k(k+1)} = 0$$

$$-7k^2 + 17k + 12 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (17)^2 - 4(-7)(12) = 625$$

$$k = \frac{-17 \pm \sqrt{625}}{2(-7)} = \frac{-17 \pm 25}{-14} \rightarrow \begin{cases} k = \frac{8}{-14} = \frac{-4}{7} & \text{غقق} \\ k = 3 & \text{قق} \end{cases}$$

پس اعداد زوج متوالی  $2k$  و  $2k+2$  یعنی  $6$  و  $8$  می‌باشد و معکوس آن‌ها  $\frac{1}{6}$  و  $\frac{1}{8}$  می‌باشد.

۴۱ فرض کنید تعداد افراد اولیه‌ای که ۱ درهم بین آن‌ها تقسیم شده

است  $X$  نفر بوده و در حالت دوم تعداد نفرات  $X+1$  است. در حالت اول به هر شخص  $\frac{1}{X}$  درهم و در حالت دوم به هر شخص  $\frac{1}{X+1}$

درهم می‌رسد. اختلاف این دو مبلغ برابر با  $\frac{1}{20}$  است پس:

$$\frac{1}{X} - \frac{1}{X+1} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{X} - \frac{1}{X+1} - \frac{1}{20} = 0 \rightarrow \frac{20(X+1) - 20X - X(X+1)}{X(X+1)(20)} = 0$$

$$\rightarrow 20X + 20 - 20X - X^2 - X = 0 \rightarrow -X^2 - X + 20 = 0$$

$$\rightarrow X^2 + X - 20 = 0$$

$$(X+5)(X-4) = 0 \rightarrow \begin{cases} X+5=0 \rightarrow X=-5 & \text{غقق} \\ X-4=0 \rightarrow X=4 & \text{قق} \end{cases}$$

$X = -5$  غیرقابل قبول است چون تعداد نفرات نمی‌تواند منفی باشد.

$$\text{ث) } \frac{X+2}{X-1} + \frac{X-4}{2X} - \frac{4}{2X^2-2X} = 0$$

مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{X+2}{X-1} + \frac{X-4}{2X} - \frac{4}{2X(X-1)} = 0$$

$$\frac{(X+2)2X}{(X-1)(2X)} + \frac{(X-4)(X-1)}{2X(X-1)} - \frac{4}{2X(X-1)} = 0$$

$$\frac{2X^2 + 4X + X^2 - 5X + 4 - 4}{2X(X-1)} = \frac{3X^2 - X}{2X(X-1)} = 0$$

$$\rightarrow 3X^2 - X = 0 \rightarrow X(3X-1) = 0$$

$$\begin{cases} 3X-1=0 \rightarrow X=\frac{1}{3} & \text{قق} \\ X=0 & \text{غقق} \end{cases}$$

۳۸  $X$  را در معادله قرار می‌دهیم، سپس  $m$  را به دست می‌آوریم:

$$X=1 \rightarrow \frac{1+2}{1-2} - \frac{1}{1} = \frac{m}{1(1-2)}$$

$$\frac{3}{-1} - 1 = \frac{m}{-1} \rightarrow -4 = \frac{m}{-1} \rightarrow m=4$$

۳۹ (تایپ می‌کند)  $\frac{1}{4} \rightarrow$  (روز) ۱  $\Rightarrow$  رضا در ۴ روز تایپ می‌کند

(تایپ می‌کند)  $\frac{1}{12} \rightarrow$  (روز) ۱  $\Rightarrow$  حسین در ۱۲ روز تایپ می‌کند

(تایپ می‌کنند)  $\frac{1}{X} \Rightarrow$  (روز) ۱  $\Rightarrow$  هر دو در  $X$  روز تایپ می‌کنند

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\rightarrow \frac{1}{X} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{X} - \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = 0 \rightarrow \frac{12-3X-X}{12X} = 0$$

$$\rightarrow 12-4X=0 \rightarrow X=3$$

$$\begin{cases} \text{عدد زوج اولی} = 2k \\ \text{عدد زوج بعدی} = 2k+2 \end{cases}$$

$$\rightarrow 2\left(\frac{1}{2k} + \frac{1}{2k+2}\right) = \frac{7}{12}$$

یادداشت:

تجزیه

الف. فاکتورگیری: برای تجزیه قبل از هر کاری، اگر جمله‌ها دارای عامل مشترکی باشند، از جمله مشترک فاکتور می‌گیریم که به این عمل فاکتورگیری می‌گویند.

$$(x+2y)^3 + 2(x+2y) = (x+2y)[(x+2y)^2 + 2]$$

عامل مشترک      عامل مشترک

ب. اتحاد مزدوج: معمولاً اگر دو عبارت وجود داشته باشد که بین آن‌ها علامت منفی باشد و هر دو ترجیحاً مربع کامل باشد از این روش استفاده می‌کنیم.

$$x^2 - (2x+1)^2 = [x - (2x+1)][x + (2x+1)]$$

پ. اتحاد جمله مشترک: اگر سه جمله داشته باشیم به طوری که یکی از جملات مربع کامل و جمله بعدی به صورت حاصل جمع دو عدد در جمله مشترک و جمله

آخر حاصل ضرب دو عدد باشد، می‌توان از این روش استفاده کرد.

$$x^2 - 14x + 24 = \underbrace{x^2}_{\text{مربع جمله مشترک}} - \underbrace{14x}_{\text{جمع دو عدد}} + \underbrace{24}_{\text{ضرب دو عدد}}$$

$$\begin{cases} \text{حاصل ضرب دو عدد} = 24 \\ \text{حاصل جمع دو عدد} = -14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2, -12 \\ -1, 24 \end{cases}$$

$$\rightarrow x^2 - 14x + 24 = (x-2)(x-12)$$

ت. اتحاد مربع دو جمله‌ای: اگر تعداد جملات سه جمله باشد، به طوری که دو جمله آن مربع کامل باشد و جمله سوم دو برابر جمله اول و دوم باشد، از این روش استفاده می‌کنیم.

$$x^2 + 2(2x) + 2^2 = (x+2)^2$$

عبارت‌های گویا

به کسرهایی که بعد از ساده شدن صورت و مخرج آن‌ها، چند جمله‌ای در صورت و

مخرج وجود داشته باشد، عبارت‌های گویا گویند. مانند  $\frac{x}{x^2+1}$  که بعد از ساده شدن

$$\frac{1}{x(x^2+1)}$$

حاصل می‌شود که عبارت گویا است. ولی  $\frac{\sqrt{x^2}}{x+1}$  بعد از ساده شدن

$$\frac{|x|}{x+1}$$

حاصل می‌شود که عبارت گویا نیست، زیرا  $|x|$  چند جمله‌ای نیست.

✓ عبارت‌های گویا به ازای عدد یا اعدادی که مخرج کسر را صفر می‌کنند تعریف نمی‌شوند. مثلاً عبارت گویا  $\frac{3Z+4}{Z-4}$  در همه جا تعریف می‌شود به غیر از  $Z=4$ ، چون اگر به جای  $Z$  عدد ۴ را قرار دهیم مخرج کسر صفر می‌شود و این کسر تعریف نمی‌شود.

ساده کردن عبارت‌های گویا

عامل‌های مشترک را از صورت و مخرج (به شرط صفر نبودن) حذف می‌کنیم.

$$\frac{4x^2 - 2x}{4x^2 - 1} = \frac{2x(2x-1)}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{2x}{2x+1} \quad (2x-1 \neq 0 \rightarrow x \neq \frac{1}{2})$$

۴

معادلات

فصل دوم ■ معادله درجه دوم

معادله درجه اول: هر معادله به صورت  $ax+b=0$  ( $a \neq 0$ ) را یک معادله درجه

اول گویند. جواب این معادله همواره برابر است با  $x = \frac{-b}{a}$ . هر گاه بخواهیم یک مسئله را به معادله تبدیل کنیم، عدد را معمولاً در نظر می‌گیریم و نصف عدد  $(\frac{1}{2}x)$ ، نصف نصف عدد  $(\frac{1}{4}x)$ ، ثلث عدد  $(\frac{1}{3}x)$ ، ربع عدد  $(\frac{1}{4}x)$ ، و مربع عدد  $(x^2)$  در نظر گرفته می‌شود.

مثال: عبارت زیر را به صورت یک معادله بنویسید.

«مجموع ثلث و خمس عددی، ۳۴ واحد بیش‌تر از ربع آن عدد است.»

$$\frac{1}{5}x + \frac{1}{3}x = \frac{1}{4}x + 34$$

پاسخ:

معادله درجه دوم: معادله‌ای به شکل  $ax^2 + bx + c = 0$  است که در آن  $a \neq 0$ . ضریب  $x^2$ ،  $b$  ضریب  $x$  و  $c$  عدد ثابت است.

روش‌های حل معادله درجه دوم

۱. روش تجزیه: در روش تجزیه کافی است معادله درجه دوم را با استفاده از یکی از روش‌های تجزیه، به صورت حاصل ضرب یک یا دو عبارت درجه اول بنویسیم. سپس با توجه به این‌که برای هر دو عدد حقیقی  $a$  و  $b$ ؛ اگر  $ab=0$  آن‌گاه  $b=0$  یا  $a=0$ ، می‌توان معادله را حل کرد.

■ سه جمله طرف چپ، به صورت اتحاد مربع دو جمله‌ای می‌نویسیم:

$$(x - \frac{1}{4})^2 = \frac{8+1}{16} = \frac{9}{16}$$

■ از طرفین معادله ریشه‌گیری می‌کنیم:

$$\rightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \\ x - \frac{1}{4} = -\frac{3}{4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

۳. روش کلی حل معادله درجه دوم: در معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  کافی است

ابتدا  $4ac - b^2$  را تشکیل دهیم که این عبارت را مبین معادله می‌نامند و آن را با  $\Delta$  نشان می‌دهیم. حال براساس علامت  $\Delta$  می‌توان در مورد وجود و تعداد ریشه‌های معادله درجه دوم اظهار نظر کرد.

الف. اگر  $\Delta > 0$  باشد، معادله دارای دو جواب است که عبارتند از

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

ب. اگر  $\Delta = 0$  باشد معادله دارای یک جواب است. (در این حالت این ریشه را ریشه مضاعف می‌نامند.)

$$x = \frac{-b}{2a}$$

پ. اگر  $\Delta < 0$  باشد معادله جواب ندارد.

۸

۶



سؤالات امتحانی درس: ریاضی و آمار (۱)		مدت امتحان: ۹۰ دقیقه
پایه دهم - منتخب [۴]		آزمون نوبت دوم (۱)
ردیف	سؤالات	نمره
۱	<p>جمله‌های زیر را با عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف. <math>(a+b)^4 = a^4 + \square a^3b + \square a^2b^2 + \square ab^3 + b^4</math></p> <p>ب. معادله <math>ax^2 + bx + c = 0</math> در صورتی همواره جواب دارد که .....</p> <p>پ. عبارت گویای <math>\frac{5}{x^2 + 2x}</math> به ازای ..... تعریف نشده است.</p> <p>ت. در تابع <math>f: \begin{cases} A \rightarrow B \\ f(x) = 0 \end{cases}</math> اگر <math>A = \mathbb{R}</math> باشد برد آن برابر است با .....</p> <p>ث. مشخصه عددی را که توصیف‌کننده جنبه‌ی خاصی از نمونه باشد ..... گویند.</p> <p>ج. جنسیت و گروه خونی افراد جزء متغیر ..... محسوب می‌شود.</p> <p>چ. روش‌های گردآوری داده‌ها عبارتند از .....</p> <p>ح. برای بیان مدرک تحصیلی از مقیاس ..... و برای ارتفاع شهرها از مقیاس ..... استفاده می‌کنیم.</p> <p>خ. معیارهای مرکزی ..... ، ..... می‌باشد و معیار پراکندگی ..... می‌باشد.</p> <p>د. معیار پراکندگی که معمولاً با میانگین بیان می‌شود ..... و اگر با میانه بیان شود ..... نام دارد.</p> <p>ذ. تقریباً ۶۸٪ مشاهدات در فاصله ..... از میانگین هستند.</p>	۴/۲۵
۲	<p>الف. حاصل اتحاد <math>(ax^2 - \frac{2}{3})^3</math> را به دست آورید.</p> <p>ب. چه عبارتی را در <math>x^2 + 2y</math> ضرب کنیم تا حاصل <math>x^6 + 8y^3</math> شود؟</p>	۰/۷۵ ۰/۵
۳	<p>مضرب مشترکی از چند جمله‌های زیر را به دست آورید به طوری که نسبت به متغیر <math>x</math> آن از کوچک‌ترین توان باشد.</p> <p><math>P(x) = a^4 + 4a^3 - 5a^2</math> <math>Q(x) = a^4 - a</math></p>	۱
۴	اگر یکی از جواب‌های معادله $4x^2 - ax + 20 = 0$ برابر $(-4)$ باشد، جواب دیگر این معادله را به دست آورید.	۱
۵	در معادله $-2x^2 + 3x + a = 0$ در صورتی که حاصل ضرب دو ریشه برابر با $-5$ باشد، $a$ را بیابید.	۰/۵
۶	مجموع ثلث و سه برابر عددی ۶۰ است، آن عدد را پیدا کنید.	۰/۷۵
۷	تابلویی از جنس برنز داریم که نسبت برنز خالص به وزن برنج خالص آن برابر ۷ است. اگر آن را ذوب کرده و ۲۰۰ گرم برنج به آن اضافه کنیم و سپس تابلوی جدیدی درست کنیم، $\frac{3}{4}$ وزن تابلوی جدید برنز خواهد شد. حال وزن تابلوی اولیه قبل از ذوب شدن چقدر بوده است؟	۱
۸	اگر مجموعه $A$ مجموعه‌ای ۴ عضوی و $B$ مجموعه‌ای ۳ عضوی باشد دو تابع از مجموعه $A$ به مجموعه $B$ تعریف کنید.	۱
۹	قطر مربع را به صورت تابعی از طول ضلع مربع بنویسید. سپس متغیر وابسته و مستقل را مشخص کنید.	۱
۱۰	الف. تابعی را مشخص کنید که برد آن ۳ عضو و دامنه‌اش ۴ عضو داشته باشد. ب. آیا می‌توان تابعی نوشت که برد آن ۲ عضو و دامنه‌اش یک عضو داشته باشد؟	۰/۵
۱۱	<p>برد توابع زیر را با توجه به ضابطه و دامنه داده شده به دست آورید.</p> <p>الف) <math>\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = -x^2 + 1 \\ A = \{-1, \frac{1}{2}, \sqrt{2}, 1\} \end{cases}</math></p> <p>ب) <math>\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = -x \\ A = \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\} \end{cases}</math></p>	۱/۵
۱۲	تابع خطی $f$ از نقطه $(-1, 2)$ می‌گذرد و $f(3) = 4$ می‌باشد. مقادیر زیر را به دست آورید.	۱/۲۵
	الف) $f(\frac{1}{2})$ ب) $f(-5)$	

ردیف	سؤالات	نمره																																																	
۱۳	تابع $f(x) = -(x-2)^2 + 1$ مفروض است: الف. رأس و محور تقارن آن را بیابید. ب. نمودار این تابع را رسم کنید.	۱																																																	
۱۴	در دو فروشگاه قیمت بعضی از اجناس به صورت زیر است. (واحد هر کالا برحسب هزار تومان می‌باشد ترجیح می‌دهید از کدام فروشگاه خرید کنید، چرا؟)	۱																																																	
	<table border="1"> <tr> <td>A</td> <td>۹</td> <td>۱۲</td> <td>۱۰</td> <td>۱۰</td> <td>۸</td> <td>۹</td> <td>۱۴</td> <td>۸</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>۸</td> <td>۱۳</td> <td>۸</td> <td>۱۲</td> <td>۷</td> <td>۹</td> <td>۱۵</td> <td>۸</td> </tr> </table>	A	۹	۱۲	۱۰	۱۰	۸	۹	۱۴	۸	B	۸	۱۳	۸	۱۲	۷	۹	۱۵	۸																																
A	۹	۱۲	۱۰	۱۰	۸	۹	۱۴	۸																																											
B	۸	۱۳	۸	۱۲	۷	۹	۱۵	۸																																											
۱۵	با توجه به داده‌های زیر چارک اول، میانه، چارک سوم و دامنه میان چارکی را بیابید. ۴,۸,۱۲,۱۰,۹,۵,۸,۷,۹,۱۰,۱۱,۶	۱																																																	
۱۶	متغیر سوم در نمودار حبابی متناسب با چه پارامتری است؟	۰/۵																																																	
۱۷	در مدرسه‌ای قرار است بین ۶ نفر دانش‌آموز که نمرات بهتری دارند یک نفر برای منطقه انتخاب شود. به نظر شما کدام دانش‌آموز مناسب‌تر است؟ نمودار پیشنهادی خود را رسم کنید.	۱/۵																																																	
	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>ریاضی</th> <th>علوم</th> <th>عربی</th> <th>فارسی</th> <th>انگلیسی</th> <th>راهبرد حل مسئله</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>٪ ۸۲</td> <td>٪ ۷۵</td> <td>٪ ۹۱</td> <td>٪ ۷۲</td> <td>٪ ۶۵</td> <td>٪ ۵۰</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>٪ ۷۸</td> <td>٪ ۵۶</td> <td>٪ ۹۵</td> <td>٪ ۸۲</td> <td>٪ ۷۰</td> <td>٪ ۶۲</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>٪ ۹۰</td> <td>٪ ۴۸</td> <td>٪ ۷۵</td> <td>٪ ۸۷</td> <td>٪ ۹۶</td> <td>٪ ۷۰</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>٪ ۶۸</td> <td>٪ ۹۲</td> <td>٪ ۴۳</td> <td>٪ ۶۳</td> <td>٪ ۹۵</td> <td>٪ ۵۷</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>٪ ۴۸</td> <td>٪ ۶۷</td> <td>٪ ۱۰۰</td> <td>٪ ۵۵</td> <td>٪ ۸۰</td> <td>٪ ۶۲</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>٪ ۱۰۰</td> <td>٪ ۸۰</td> <td>٪ ۶۰</td> <td>٪ ۷۳</td> <td>٪ ۹۵</td> <td>٪ ۱۵</td> </tr> </tbody> </table>		ریاضی	علوم	عربی	فارسی	انگلیسی	راهبرد حل مسئله	A	٪ ۸۲	٪ ۷۵	٪ ۹۱	٪ ۷۲	٪ ۶۵	٪ ۵۰	B	٪ ۷۸	٪ ۵۶	٪ ۹۵	٪ ۸۲	٪ ۷۰	٪ ۶۲	C	٪ ۹۰	٪ ۴۸	٪ ۷۵	٪ ۸۷	٪ ۹۶	٪ ۷۰	D	٪ ۶۸	٪ ۹۲	٪ ۴۳	٪ ۶۳	٪ ۹۵	٪ ۵۷	E	٪ ۴۸	٪ ۶۷	٪ ۱۰۰	٪ ۵۵	٪ ۸۰	٪ ۶۲	F	٪ ۱۰۰	٪ ۸۰	٪ ۶۰	٪ ۷۳	٪ ۹۵	٪ ۱۵	
	ریاضی	علوم	عربی	فارسی	انگلیسی	راهبرد حل مسئله																																													
A	٪ ۸۲	٪ ۷۵	٪ ۹۱	٪ ۷۲	٪ ۶۵	٪ ۵۰																																													
B	٪ ۷۸	٪ ۵۶	٪ ۹۵	٪ ۸۲	٪ ۷۰	٪ ۶۲																																													
C	٪ ۹۰	٪ ۴۸	٪ ۷۵	٪ ۸۷	٪ ۹۶	٪ ۷۰																																													
D	٪ ۶۸	٪ ۹۲	٪ ۴۳	٪ ۶۳	٪ ۹۵	٪ ۵۷																																													
E	٪ ۴۸	٪ ۶۷	٪ ۱۰۰	٪ ۵۵	٪ ۸۰	٪ ۶۲																																													
F	٪ ۱۰۰	٪ ۸۰	٪ ۶۰	٪ ۷۳	٪ ۹۵	٪ ۱۵																																													
۲۰	جمع نمره																																																		

## پاسخ تشریحی آزمون (۴)

- ۱ الف.  $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$  (۰/۲۵)
- ب.  $\Delta > 0$  (۰/۲۵)
- پ.  $-2, 0$  (۰/۵)
- ت.  $R_f = \{0\}$  (۰/۲۵)
- ث. آماره (۰/۲۵)
- ج. کیفی (۰/۲۵)
- چ. مشاهده، پرسش‌نامه، مصاحبه، دادگان (۰/۵)
- ح. ترتیبی، فاصله‌ای (۰/۵)
- خ. میانه، میانگین، انحراف معیار (۰/۵)
- د. انحراف معیار، دامنه میان چارکی (۰/۵)
- ذ. یک برابر انحراف معیار (۰/۲۵)
- ۲ الف.  $(ax^2)^3 - 3(ax^2)^2 \left(\frac{2}{3}\right) + 3(ax^2) \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^3$  (۰/۵)
- $= a^3x^6 - 2a^2x^4 + \frac{4}{3}ax^2 - \frac{8}{27}$  (۰/۲۵)
- ب.  $(x^2 + 2y)(x^4 - 2x^2y + 4y^2) = x^6 + 8y^3$  (۰/۵)
- ۳  $P(x) = a^4 + 4a^3 - 5a^2 \xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} a^2(a^2 + 4a - 5)$  (۰/۲۵)
- $= a^2(a-1)(a+5)$
- $Q(x) = a^4 - a = a(a^3 - 1) = a(a-1)(a^2 + a + 1)$  (۰/۲۵)
- × حاصل ضرب عبارت‌های مشترک با بیش‌ترین توان = جواب  
(حاصل ضرب عبارت‌های غیرمشترک)
- جواب  $= a^2(a-1) \times (a+5)(a^2 + a + 1)$  (۰/۵)



$$\begin{cases} f(-1) = -(-1)^3 + 1 = -(-1) + 1 = 1 + 1 = 2 \quad (0/25) \\ f(\frac{1}{2}) = -(\frac{1}{2})^3 + 1 = -\frac{1}{8} + 1 = \frac{-1+8}{8} = \frac{7}{8} \quad (0/25) \\ f(\sqrt[3]{2}) = -(\sqrt[3]{2})^3 + 1 = -2 + 1 = -1 \quad (0/25) \\ f(1) = -(1)^3 + 1 = -1 + 1 = 0 \quad (0/25) \end{cases}$$

$$\rightarrow R_f = \{2, \frac{7}{8}, -1, 0\}$$

$$\begin{cases} f(1) = -1 \\ f(2) = -2 \rightarrow R_f = \{\dots, -4, -3, -2, -1\} \quad (0/5) \\ f(3) = -3 \end{cases}$$

$$f(-1) = 2 \rightarrow A \begin{vmatrix} -1 \\ 2 \end{vmatrix} \quad f(2) = \frac{7}{8} \rightarrow B \begin{vmatrix} 2 \\ \frac{7}{8} \end{vmatrix}$$

$$\rightarrow m = \frac{2-7/8}{-1-2} = \frac{9/8}{-3} = \frac{3}{8}$$

$$y = mx + h \rightarrow \begin{cases} f(x) = mx + h \\ f(2) = 3m + h \\ f(-1) = -m + h \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} (1) \quad 3 = 3m + h \\ (2) \quad 2 = -m + h \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (1) - (2): 4m = 1 \rightarrow m = \frac{1}{4} \\ (2): 2 = -\frac{1}{4} + h \rightarrow h = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4} \quad (0/75)$$

$$f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{4}(\frac{1}{2}) + \frac{9}{4} = \frac{1}{8} + \frac{9}{4} = \frac{1}{8} + \frac{18}{8} = \frac{19}{8} \quad (0/25)$$

$$f(-5) = \frac{-5}{4} + \frac{9}{4} = \frac{4}{4} = 1 \quad (0/25)$$

$$y = -(x-2)^2 + 1 \rightarrow S \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \end{vmatrix} \quad (0/25)$$

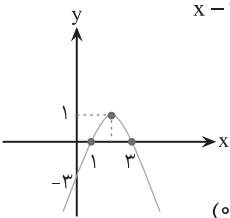
$$\text{محور تقارن: } x = 2 \quad (0/25)$$

	رأس	
x	0	1
	-3	0

$$y = 0 \rightarrow -(x-2)^2 + 1 = 0$$

$$-(x-2)^2 = -1 \rightarrow (x-2)^2 = 1$$

$$x-2 = \pm 1 \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$



$a < 0$  سهمی رو به پایین

۱۴ کافی است انحراف استاندارد هر کدام را بدست آوریم.

$$A \rightarrow \bar{x} = \frac{9+12+10+10+8+9+14+8}{8} = 10 \quad (0/25)$$

$$B \rightarrow \bar{x} = \frac{8+13+8+12+7+9+15+8}{8} = 10$$

۴ چون  $-4$  یکی از جوابها است پس در معادله به جای  $x$ ،  $-4$  قرار می دهیم.

$$4(-4)^2 - a(-4) + 20 = 0 \rightarrow 64 + 4a + 20 = 0 \rightarrow 84 = -4a$$

$$\rightarrow a = \frac{-84}{4} = -21 \quad (0/25)$$

$$\rightarrow 4x^2 + 21x + 20 = 0 \quad (0/25)$$

$$a = 4, \quad b = 21, \quad c = 20$$

$$\rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (21)^2 - 4(4)(20) = 441 - 320 = 121$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-21 + \sqrt{121}}{2(4)} = \frac{-21 + 11}{8} = \frac{-10}{8} = -\frac{5}{4} \quad (0/25) \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-21 - 11}{8} = -\frac{32}{8} = -4 \quad (0/25) \end{cases}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} \rightarrow \frac{-5}{1} = \frac{a}{-2} \rightarrow a = 10 \quad (5)$$

$$(0/25) \quad (0/25)$$

$$\frac{x}{3} + 3x = 60 \rightarrow \frac{x}{3} + 3x - 60 = 0 \quad (0/5) \quad (6)$$

$$\frac{x + 9x - 180}{3} = 0 \rightarrow \frac{10x - 180}{3} = 0 \rightarrow 10x - 180 = 0 \rightarrow 10x = 180 \rightarrow x = 18 \quad (0/25)$$

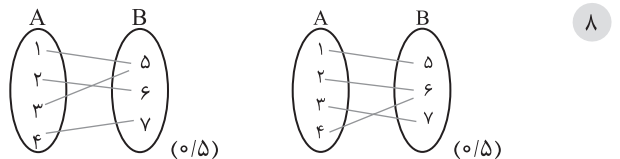
$$7x = \text{وزن برنج} \rightarrow x = \text{وزن برنج} \quad (7)$$

$$7x + x = 8x \quad (0/25)$$

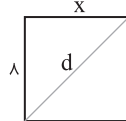
$$\frac{7x}{8x + 200} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{7x}{8x + 200} - \frac{3}{4} = 0 \rightarrow \frac{7x - 3(2x + 50)}{8x + 200} = 0 \quad (0/25)$$

$$7x - 6x - 150 = 0 \rightarrow x - 150 = 0 \rightarrow x = 150 \quad (0/25)$$

$1200$  گرم می باشد  $8x = 8 \times 150 = 1200 \quad (0/25)$



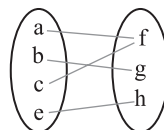
$$x^2 + x^2 = d^2 \rightarrow 2x^2 = d^2 \quad (0/5) \quad (9)$$



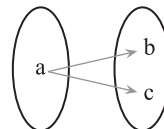
$$\rightarrow \frac{d}{2} = \frac{x}{\sqrt{2}} \quad (0/5)$$

متغیر وابسته      متغیر مستقل

۱۰ الف. بله؛ می توان نوشت.  $(0/25)$



ب. خیر؛ نمی توان تابع نوشت چون شرایط تابع برقرار نمی شود.  $(0/25)$



$$4, 5, \quad \underbrace{6, 7}, \quad 8, 8 \quad (0/25)$$

$$\frac{6+7}{2} = \frac{13}{2} = 6.5 = Q_1 = \text{چارک اول}$$

$$9, 9, \quad \underbrace{10, 10}, \quad 11, 12 \quad (0/25)$$

$$Q_3 = \frac{10+10}{2} = \frac{20}{2} = 10 = \text{چارک سوم}$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 10 - 6.5 = 3.5 \quad (0/25)$$

۱۶ مساحت (۵/۵)

۱۷ نفر آخر یعنی F انتخاب بهتری می باشد. (۵/۵)

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{(9-1)^2 + (12-1)^2 + (10-1)^2 + (10-1)^2 + (8-1)^2 + (9-1)^2 + (14-1)^2 + (8-1)^2}{8}}$$

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{1+4+0+0+4+1+16+4}{8}} = \sqrt{3/75} = 1/93 \quad (0/25)$$

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{(8-1)^2 + (12-1)^2 + (8-1)^2 + (12-1)^2 + (7-1)^2 + (9-1)^2 + (15-1)^2 + (8-1)^2}{8}}$$

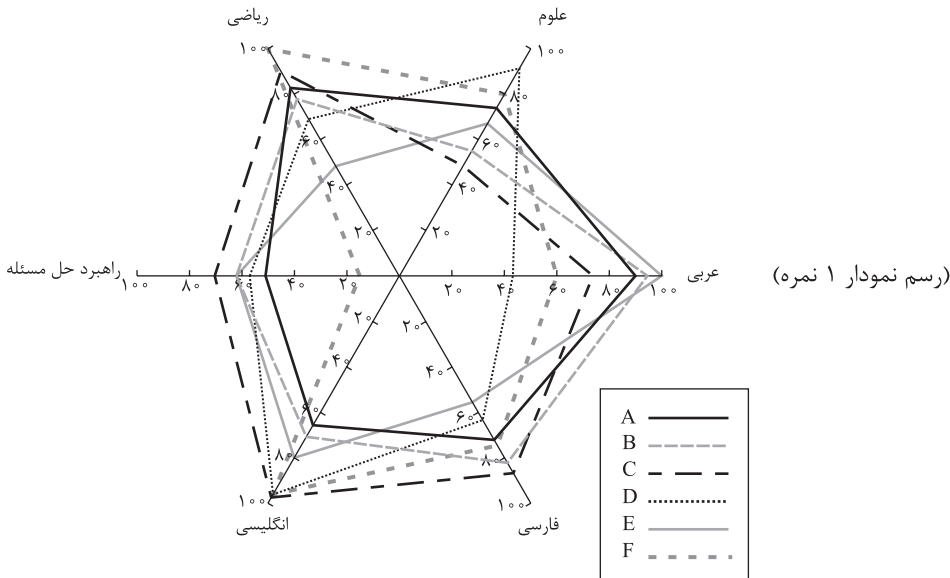
$$\sigma_B = \sqrt{\frac{4+9+4+4+9+1+25+4}{8}} = \sqrt{7/5} = 2/73 \quad (0/25)$$

از فروشگاه A خرید می کنیم چون پراکندگی کمتری دارد. (۵/۲۵)

$$4, 5, 6, 7, 8, \quad \underbrace{8, 9}, \quad 9, 10, 10, 11, 12 \quad (0/25)$$

$$\frac{8+9}{2} = 8.5 = \text{میانگین}$$

۱۵



یادداشت: