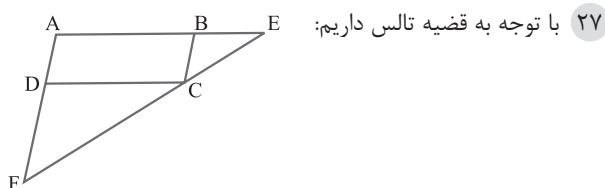


$$\left. \begin{aligned} BC \parallel AF &\rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{FC}{EF} \\ DC \parallel AE &\rightarrow \frac{AD}{AF} = \frac{EC}{EF} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{AB}{AE} + \frac{AD}{AF} = \frac{FC}{EF} + \frac{EC}{EF} = \frac{FC+EC}{EF}$$

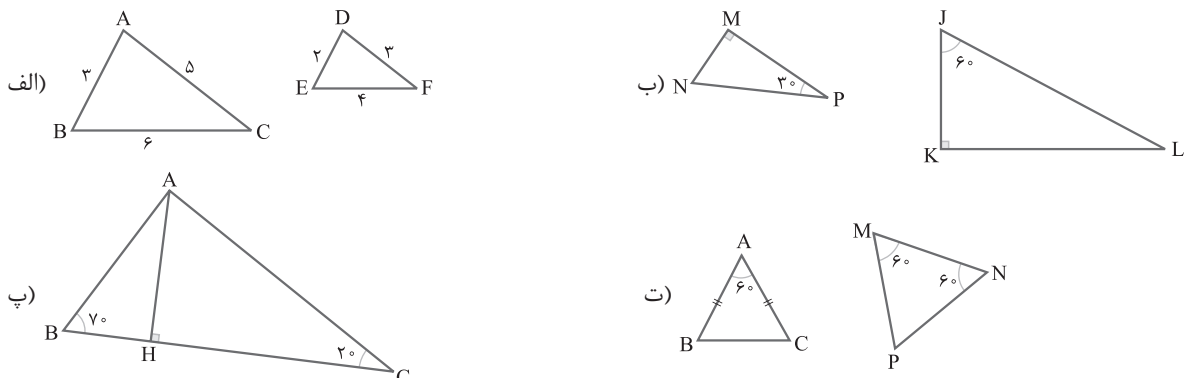
$$= \frac{EF}{EF} = 1 \rightarrow \frac{AB}{AE} + \frac{AD}{AF} = 1$$



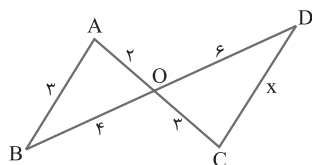
درس ۳ تشابه مثلث‌ها

سؤالات امتحانی درس سوم

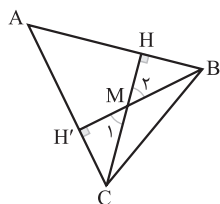
۲۸. در کدام یک از موارد زیر دو مثلث متشابه هستند؟ در صورت متشابه بودن، حالت تشابه و نسبت تشابه را بنویسید.



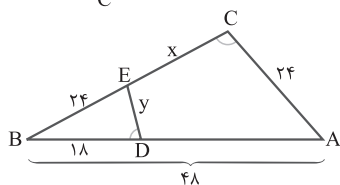
۲۹. در شکل مقابل مقدار x را بیابید.



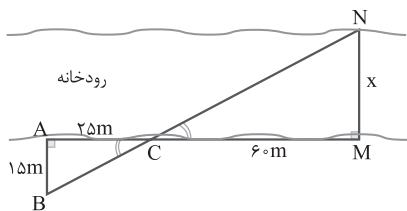
۳۰. در شکل روبه‌رو BH' و CH' ارتفاع‌های مثلث ABC هستند. چرا دو مثلث BMH' و CMH' متشابه هستند؟



۳۱. در شکل زیر $\hat{C} = \hat{BDE}$ و x و y را به دست آورید.

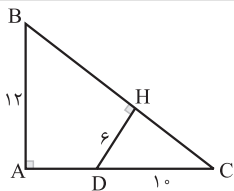
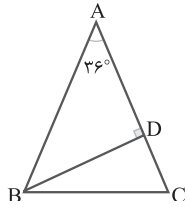


۳۲. شکل زیر توسط یک نقشه‌بردار برای محاسبه عرض رودخانه رسم شده است. به کمک اندازه‌های مشخص شده در شکل، عرض رودخانه را حساب کنید.



۳۳. در شکل مقابل:

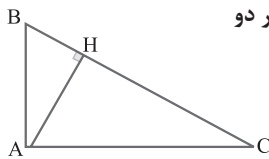
الف. ثابت کنید: $\triangle ABC \sim \triangle CDH$
 ب. اندازه AC و CH را به دست آورید.


 ۳۴. در مثلث متساوی‌الساقین ABC زاویه راس 36° است و BD نیمساز زاویه B است. ثابت کنید مثلث‌های ABC و BDC متشابه‌اند.


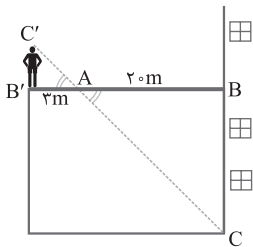
۳۵. می‌دانیم که در هر مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر آن را به دو مثلث قائم‌الزاویه تفکیک می‌کند که هر دو با هم و با مثلث اصلی متشابه‌اند. با توجه به نکته گفته‌شده ثابت کنید:

$$\text{الف. } AH^2 = BH \times CH$$

$$\text{ب. } AB^2 = BH \times BC$$



۳۶. دو قسمت مختلف یک بیمارستان به وسیله یک پل هوایی به هم مرتبط شده‌اند. مهران برای پیدا کردن ارتفاع این پل مانند شکل در یک انتهای آن ایستاد و شعاع دید خود را بر رأس زاویه بین سطح زمین و ساختمان قرار داد.

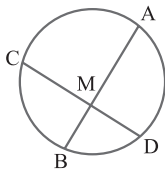


الف. چرا دو مثلث ABC و AB'C' متشابه‌اند؟

 ب. با توجه به اندازه‌های مشخص‌شده در شکل و طول قد مهران که $1/8$ متر است، ارتفاع پل یعنی اندازه BC را به دست آورید.

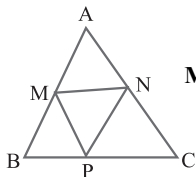
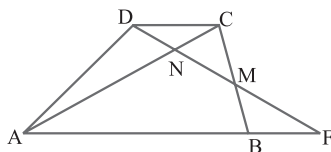
۳۷. در شکل مقابل AB و CD دو وتر دایره هستند که در نقطه M یکدیگر را قطع کرده‌اند. ثابت کنید:

$$AM \times MB = CM \times MD$$



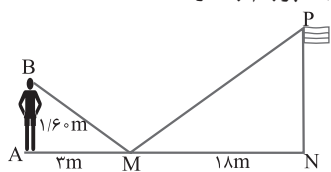
۳۸. در شکل مقابل نقاط M و N و P به ترتیب وسط ضلع‌های AB، AC و BC هستند. ثابت کنید:

$$\triangle MNP \sim \triangle ABC$$


 ۳۹. در دوزنقه ABCD، اگر N وسط پاره‌خط DM و M وسط BC باشد، ثابت کنید: $\frac{DN}{MF} = \frac{CD}{AB}$


۴۰. رضا می‌خواهد طول میله پرچم دبیرستان را به دست آورد، ولی امکان اندازه‌گیری آن به طور مستقیم وجود ندارد. او این مسئله را با حسین در میان گذاشت. حسین گفت که این خیلی آسان است فقط یک آینه و یک متر لازم دارم.

حسین آینه را در حیاط مدرسه در نقطه‌ای قرار می‌دهد و از آینه دور می‌شود سپس به رضا می‌گوید که آینه را در راستای خودش و میله پرچم جابه‌جا کند تا موقعی که انتهای میله پرچم را در آینه ببیند. سپس از رضا می‌خواهد که فاصله میله پرچم تا آینه و آینه تا حسین و همچنین قد حسین تا چشمانش را اندازه بگیرد و در شکل زیر بنویسد. با توجه به شکل طول میله پرچم چقدر است؟



۴۱. در مثلث ABC، M وسط ضلع AB است. ضلع BC را به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا نقطه N به دست آید (BC = CN)، پاره خط MN ضلع AC را در E قطع می‌کند. ثابت کنید: $\frac{CE}{AE} = \frac{1}{2}$

۴۲. خط دلخواه d اضلاع AB، AC و BC (یا امتداد آن‌ها) از مثلث ABC را به ترتیب در نقاط X و Y و Z قطع می‌کند. ثابت کنید:

$$\frac{AX}{XB} \times \frac{BZ}{ZC} \times \frac{CY}{YA} = 1$$

پاسخ

۲۸ الف. اگر دو مثلث دارای سه ضلع متناسب باشند با هم متشابه هستند.

$$\frac{DE}{AB} = \frac{EF}{BC} = \frac{DF}{AC} \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{4}{6} \neq \frac{2}{5}$$

چون تناسب سه ضلع برقرار نیست پس دو مثلث متشابه نیستند.

ب. $\left. \begin{matrix} \hat{P} = 30^\circ \\ \hat{M} = 90^\circ \end{matrix} \right\} \rightarrow N = 60^\circ$

ت. $\left. \begin{matrix} \hat{N} = \hat{J} = 60^\circ \\ \hat{M} = \hat{K} = 90^\circ \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \Delta MNP \sim \Delta KJL$

پ. در هر مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر آن را به دو مثلث قائم‌الزاویه تفکیک می‌کند که هر دو با هم و با مثلث اصلی متشابه‌اند.

$$\left. \begin{matrix} \hat{B} = 70^\circ \\ \hat{C} = 20^\circ \end{matrix} \right\} \rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

چون مثلث ABC قائم‌الزاویه است بنا به نکته بالا:

$$\Delta ABC \sim \Delta ABH \sim \Delta ACH$$

ت. $\left. \begin{matrix} \Delta ABC : AB = AC \\ \hat{A} = 60^\circ \end{matrix} \right\} \rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$

$\Delta MNP : \hat{M} = \hat{N} = 60^\circ \rightarrow \hat{P} = 60^\circ$

اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر مساوی باشند آن دو مثلث متشابه هستند.

$$\left. \begin{matrix} \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ \\ \hat{M} = \hat{N} = \hat{P} = 60^\circ \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{ز ز}} \Delta ABC \sim \Delta MNP$$

نکته: دو مثلث متساوی‌الاضلاع همیشه با هم متشابه هستند.

۳۰ $\left. \begin{matrix} \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{ز ز}} \Delta BMH \sim \Delta CMH'$

۳۱ $\left. \begin{matrix} \hat{B} = \hat{B} \text{ مشترک} \\ \hat{C} = \hat{BDE} \text{ فرض} \end{matrix} \right\} \rightarrow \Delta BDE \sim \Delta ABC$

$$\frac{DE}{AC} = \frac{BE}{AB} = \frac{BD}{BC} \rightarrow \frac{y}{24} = \frac{24}{48} = \frac{18}{24+x}$$

$$y = \frac{24 \times 24}{48} = 12$$

$$\frac{24}{48} = \frac{18}{24+x} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{18}{24+x} \Rightarrow 24+x = 36 \Rightarrow x = 12$$

۳۲ $\left. \begin{matrix} \hat{A} = \hat{M} = 90^\circ \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{matrix} \right\} \rightarrow \Delta ABC \sim \Delta MCN$

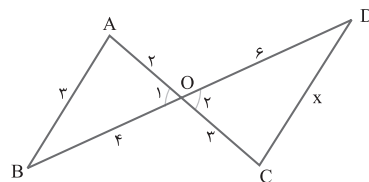
$$\rightarrow \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{CM} \rightarrow \frac{15}{x} = \frac{25}{60} \rightarrow x = \frac{15 \times 60}{25} = 36 \text{m}$$

۳۳ الف. $\left. \begin{matrix} \hat{A} = \hat{H} = 90^\circ \\ \hat{C} = \hat{C} \end{matrix} \right\} \rightarrow \Delta ABC \sim \Delta CDH \text{ (ز ز)}$

ب. $\Delta CDH : CH^2 = CD^2 - DH^2 \rightarrow CH^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \rightarrow CH = 8$

از طرفی با توجه به تشابه دو مثلث داریم:

$$\frac{BC}{CD} = \frac{AB}{DH} = \frac{AC}{CH} \rightarrow \frac{12}{6} = \frac{AC}{8} \rightarrow AC = \frac{12 \times 8}{6} \rightarrow AC = 16$$



۲۹