

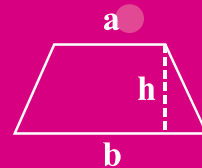
$$S = \frac{(a+b) \times h}{2}$$

x	0	-1	3	$\frac{1}{2}$
$4x^2 - 7$	-7	-3	29	-6

$$4x - 1 = 2x + 7$$

$$1, 3, 6, 10, \dots, \frac{n(n+1)}{2}$$

$$4x - 1 = 2x + 7$$



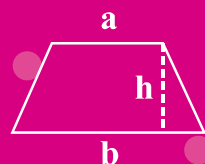
$$1, 3, 6, 10, \dots, \frac{n(n+1)}{2}$$

واحد ۳ جبر و معادله

- ساده کردن عبارتهای جبری
- بیان جبری یک عبارت کلامی
- مقدار عددی یک عبارت جبری
- حل معادله
- حل مسأله به کمک معادله
- الگویابی و جمله nام
- مفهوم یک عمل روی دو عدد

$$S = \frac{(a+b) \times h}{2}$$

x	0	-1	3	$\frac{1}{2}$
$4x^2 - 7$	-7	-3	29	-6



$$4x - 1 = 2x + 7$$

«فرض کنیم $x=1$ و $y=1$ ، به وضوح داریم $x=y$.
حال اگر طرفین این رابطه را در x ضرب کنیم داریم:
 $x^2 = xy$. عبارت y^2 را از طرفین آن کم می‌کنیم:

$$x^2 - y^2 = xy - y^2$$

با محاسبه $(x-y)(x+y)$ می‌بینیم که حاصل برابر
 $x^2 - y^2 = y(x-y)$ می‌شود پس:

از طرفین از $(x-y)$ فاکتور می‌گیریم و عبارت مشترک
 $(x-y)$ را حذف می‌کنیم. داریم: $x+y=y$

با جایگذاری همان مقادیر اولیه داریم: $(2=1)$ اشتباه این
راه حل در کجاست؟



x	0	-1	3	$\frac{1}{2}$
$4x^2 - 7$	-7	-3	29	-6

$$1, 3, 6, 10, \dots, \frac{n(n+1)}{2}$$

پیش‌آزمون

۱. ساده شده عبارت مقابل برابر است با:

$$4(y+x+2) - 8(x-y+1)$$

$$12y - 7x + 16 \quad (4)$$

$$-4x + 12y \quad (3)$$

$$-4y - 7x + 16 \quad (2)$$

$$7x - 12y \quad (1)$$

۲. بلیط ورودی یک باغ‌وحش برای افراد بزرگسال x تومان، برای بچه‌های ۷ تا ۱۲ سال، نصف مبلغ بزرگسالان و برای افراد زیر ۷

سال، ۱۰۰۰ تومان است. اگر پدر و مادری همراه با دختر ۸ ساله، پسر ۱۵ ساله و کودک ۴ ساله‌شان به باغ‌وحش بروند، هزینه

ورودی آن‌ها چه قدر است؟

$$1000 + \frac{3x}{2} \quad (4)$$

$$1000 + \frac{7x}{2} \quad (3)$$

$$1000 + \frac{5x}{2} \quad (2)$$

$$1000 + 2x \quad (1)$$

۳. حاصل عبارت $(-3ay + 6a)(2x - y)$ به ازای $x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{3}$ کدام است؟

$$\frac{10}{3}a \quad (4)$$

$$+\frac{20}{3}a \quad (3)$$

$$+\frac{10}{9}a \quad (2)$$

$$+\frac{20}{9}a \quad (1)$$

۴. اگر $a + 2b = 5$ و $c = 3$ باشد، مقدار $a + 2(b + c)$ چه قدر است؟

$$12 \quad (4)$$

$$11 \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

۵. جواب معادله $2(3x - 7) = 11(x - 8)$ کدام است؟

$$13/8 \quad (4)$$

$$14/6 \quad (3)$$

$$14/8 \quad (2)$$

$$13/6 \quad (1)$$

۶. جواب‌های معادله $0 = (\frac{3x}{4} - 6)(5x - 1)$ در کدام گزینه آمده است؟

$$-\frac{1}{5} \text{ و } -8 \quad (4)$$

$$-\frac{1}{5} \text{ و } 8 \quad (3)$$

$$\frac{1}{5} \text{ و } -8 \quad (2)$$

$$\frac{1}{5} \text{ و } 8 \quad (1)$$

۷. پول احمد دو برابر و نیم پول حمید است. حمید ثلث پول جواد را دارد. اگر احمد ۶۰ تومان کم‌تر از جواد داشته باشد، احمد چند

تومان دارد؟

$$300 \quad (4)$$

$$365 \quad (3)$$

$$360 \quad (2)$$

$$350 \quad (1)$$

۸. جواب معادله پارامتری $10x - 12 = 5a + 9x + 3$ بر حسب a در کدام گزینه است؟

$$10a + 15 \quad (4)$$

$$15a + 10 \quad (3)$$

$$5a + 5 \quad (2)$$

$$5a + 15 \quad (1)$$

۹. تعداد دایره‌ها در مرحله n ام از کدام یک از روابط زیر به دست می‌آید؟

$$n \times n + 1 \quad (2)$$

$$n \times (n + 1) \quad (1)$$

$$n \times n - 1 \quad (4)$$

$$n \times (n - 1) \quad (3)$$

۱۰. جمله ۱۰۰۰ ام الگوی زیر کدام است؟

$$+1, +4, 7, 10, +13, +16, \dots$$

$$2997 \quad (4)$$

$$2998 \quad (3)$$

$$3002 \quad (2)$$

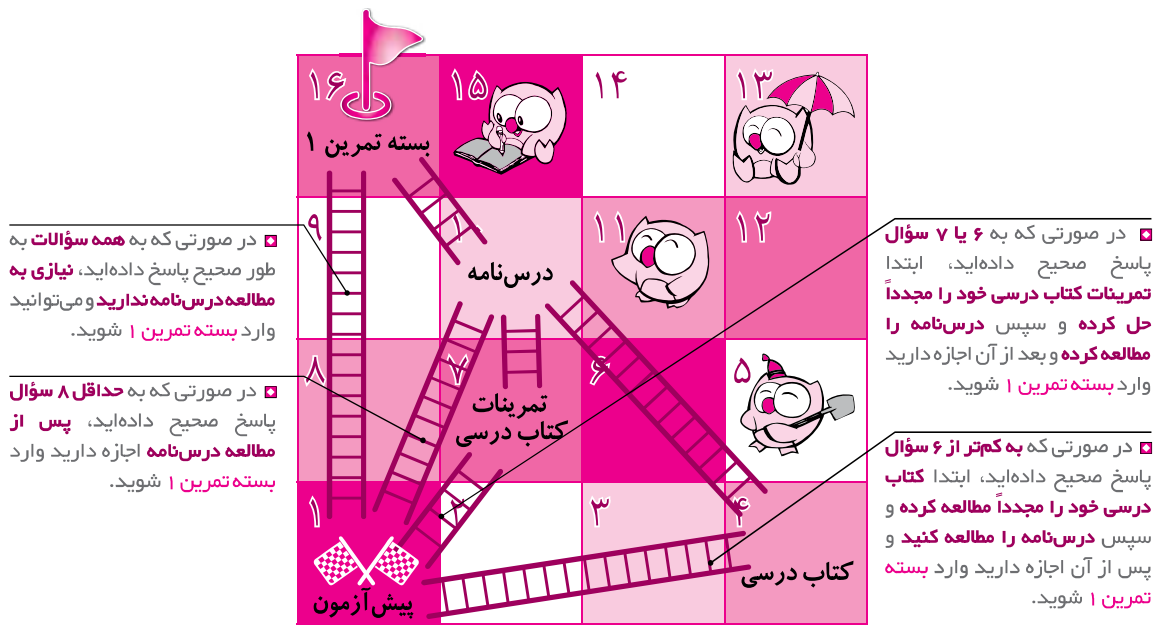
$$3000 \quad (1)$$

۱. ۴ ۳ ۲ ۱ .۹ ۴ ۳ ۲ ۱ .۷ ۴ ۳ ۲ ۱ .۵ ۴ ۳ ۲ ۱ .۳ ۴ ۳ ۲ ۱ .۱

۲. ۴ ۳ ۲ ۱ .۱۰ ۴ ۳ ۲ ۱ .۸ ۴ ۳ ۲ ۱ .۶ ۴ ۳ ۲ ۱ .۴ ۴ ۳ ۲ ۱ .۲

توجه: حالا با توجه به تعداد سؤالاتی که پاسخ صحیح داده‌اید، از یکی از نردبان‌های نشان داده شده در نقشه در بالا بروید تا به خانه بعدی برسید و به مطالعه عنوان آمده در آن خانه بپردازید.

نقشه راه دانش آموز



شناسنامه سؤالات پیش آزمون

شماره سؤال	عنوان زیرموضوع	سطح سؤال	پاسخ
۱	ساده کردن عبارت‌های جبری	۳	۳
۲	بیان جبری یک عبارت کلامی	۳	۳
۳	مقدار عددی یک عبارت جبری	۲	۲
۴	مقدار عددی یک عبارت جبری	۳	۳
۵	حل معادله	۲	۲
۶	حل معادله	۶	۶
۷	حل مسأله با کمک معادله	۷	۷
۸	حل معادله	۸	۸
۹	الگویابی و جمله n ام	۹	۹
۱۰	الگویابی و جمله n ام	۱۰	۱۰

درس‌نامه

عبارت‌های جبری

به عبارت‌های مقابل توجه کنید. $4p - q + 2$, $3 \circ abc$, $a + \frac{1}{b}$, $3xx - 5yy$, $\frac{xy}{2}$
در هر کدام از عبارت‌های فوق، با استفاده از حروف، اعداد و عملیات ریاضی (+, -, ×, ÷) رابطه‌ای به وجود آمده است. به این عبارت‌ها، عبارت‌های جبری می‌گوییم.

یک جمله جبری: به عبارتی مانند $10x - 1$ یک جمله می‌گوییم، عدد 10 ضریب آن x متغیر است.

$$1a = a$$

نکته: معمولاً در عبارت‌های جبری، ضریب یک را نمی‌نویسیم.

$$3x = 3 \times x = 3 \cdot x$$

معمولاً علامت ضرب در عبارت‌های جبری نوشته نمی‌شود.

ضرب یک عدد در یک عبارت جبری

برای ضرب یک عدد در یک عبارت جبری، آن را در ضریب هر کدام از جملات عبارت جبری ضرب می‌کنیم.

$$-4(3x + 5y) = -12x - 20y$$

مثال:

ضرب یک جمله‌ی جبری در یک عبارت جبری

برای ضرب یک جمله‌ی جبری در یک عبارت جبری، یک جمله‌ی را در هر کدام از جملات عبارت جبری ضرب می‌کنیم.

$$3x(5y + x) = 15xy + 3xx$$

مثال:

ضرب چند عبارت جبری

برای ضرب دو (یا چند) عبارت جبری در یکدیگر، هر کدام از جملات عبارت جبری اول را در تمام جملات عبارت جبری دوم ضرب می‌کنیم.

$$(-3x + 2y)\left(-\frac{1}{2}a + x\right) = \frac{3}{2}xa - 3xx - ya + 2yx$$

مثال:

ساده کردن عبارت‌های جبری

جمله‌های متشابه: دو جمله را متشابه می‌گوییم هرگاه متغیرهای (قسمت‌های حرفی) آن‌ها عیناً مثل هم باشد.

به‌عنوان مثال $\frac{3}{4}ab$ و fab با هم متشابه هستند.

$$3xx, -5xy, \frac{xy}{13}, 40x, 7xx, y, +45x$$

مثال: از بین عبارت‌های مقابل، کدام عبارت‌ها با هم متشابه هستند؟

پاسخ: عبارت‌های جبری $-5xy$ و $\frac{xy}{13}$ با هم متشابه هستند. عبارت‌های جبری $7xx$ و $3xx$ هم با هم متشابه هستند.

عبارت‌های جبری $40x$ و $45x$ با هم متشابه هستند. عبارت جبری y با هیچ کدام از عبارت‌های فوق متشابه نیست.

برای ساده کردن عبارت‌های جبری، ابتدا جملات متشابه آن‌ها را مشخص کرده، سپس با استفاده از قوانین جمع و تفریق عددها، ضرایب

جملات متشابه را با هم جمع و تفریق می‌کنیم.

$$4(y + x + 2) - 8(x - y + 1)$$

۱. ساده شده عبارت مقابل برابر است با:

$$12y - 7x + 16 \quad (4)$$

$$-4x + 12y \quad (3)$$

$$-4y - 7x + 16 \quad (2)$$

$$7x - 12y \quad (1)$$

$$4(y + x + 2) - 8(x - y + 1) = \underline{4y} + \underline{4x} + 8 - \underline{8x} + \underline{8y} - 8 = 12y - 4x$$

پاسخ: گزینه «۳»

بیان جبری یک عبارت کلامی

از کاربردهای حروف و عبارت‌های جبری، در تبدیل عبارت‌های کلامی به جبری است. با انتخاب حروف دلخواه برای متغیرهای مسئله و

به کار گرفتن عملیات جبری (+, -, ×, ÷)، آن عبارت کلامی را با عبارت جبری نمایش می‌دهیم.

مثال: محیط یک مربع به طول ضلع b برابر $4b$ و مساحت همین مربع، $b \times b$ است.

۲. بلیط ورودی یک باغ وحش برای افراد بزرگسال x تومان، برای بچه‌های ۷ تا ۱۲ سال، نصف مبلغ بزرگسالان و برای افراد زیر ۷ سال، ۱۰۰۰ تومان است. اگر پدر و مادری همراه با دختر ۸ ساله، پسر ۱۵ ساله و کودک ۴ ساله‌شان به باغ وحش بروند، هزینه ورودی آن‌ها چه قدر است؟

$$1000 + 2x \quad (1) \quad 1000 + \frac{5x}{2} \quad (2) \quad 1000 + \frac{7x}{2} \quad (3) \quad 1000 + \frac{3x}{2} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه «۳»

$$1000 + \frac{3x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} = 3x + \frac{x}{2} + 1000 = \frac{7x}{2} + 1000$$

$\frac{x}{2}$ پدر و مادر و پسر ۱۵ ساله
 $\frac{x}{2}$ کودک ۴ ساله
 $\frac{x}{2}$ دختر ۸ ساله

مقدار عددی یک عبارت جبری

اگر در یک عبارت جبری، به جای متغیر یا متغیرهایش، عدد یا عددهای مشخصی را جایگزین کنیم، مقدار آن عبارت جبری را به دست آورده‌ایم.

a, b	$a = 2, b = -2$	$a = 0, b = \frac{1}{3}$
$3b - 4a$	$3 \times (-2) - 4 \times (2) = -6 - 8 = -14$	$3 \times (\frac{1}{3}) - 4 \times 0 = 1$

مثال:

نکته: رعایت اولویت انجام عملیات، در به دست آوردن مقدار عددی درست عبارت جبری لازم است.

نکته: ساده کردن یک عبارت جبری و بعد مقداردهی به متغیرهای آن یا برعکس، هیچ کدام در نتیجه نهایی تأثیر گذار نیستند.

۳. حاصل عبارت $\frac{1}{3}(2x - y)(-3ay + 6a)$ به ازای $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}$ چند است؟

$$\frac{10}{9}a \quad (1) \quad +\frac{20}{3}a \quad (2) \quad +\frac{10}{9}a \quad (3) \quad +\frac{20}{3}a \quad (4)$$

پاسخ: گزینه «۲»

$$\frac{1}{3}(2x - y)(-3ay + 6a) \xrightarrow{x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{3}} \frac{1}{3}(2 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{3})(-3 \times a \times \frac{1}{3} + 6a) = \frac{1}{3}(\frac{2}{3})(+5a) = +\frac{10}{9}a$$

توجه: گاهی اوقات برای پیدا کردن مقدار عددی عبارت جبری، باید از مقدارهای عبارت جبری داد شده در صورت سؤال استفاده کنیم.

برای این منظور لازم است با ساده کردن عبارت‌های جبری، مقدار حاصل را بیابیم.

۴. اگر $a + 2b = 5$ و $c = 3$ باشد، مقدار $a + 2(b + c)$ چه قدر است؟

$$12 \quad (1) \quad 11 \quad (2) \quad 8 \quad (3) \quad 6 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه «۳»

$$a + 2(b + c) = a + 2b + 2c \xrightarrow{\substack{a+2b=5 \\ c=3}} 5 + 6 = 11$$

معادله

به تساوی جبری که به ازای برخی مقادیر عددی، به تساوی عددی تبدیل می‌شود، یک معادله می‌گوییم. این مقادیر را جواب‌های معادله نیز می‌نامیم.

مثال: معادله جبری $2x - 3 = 4$ به ازای $x = \frac{7}{2}$ به تساوی عددی تبدیل می‌شود.

$$2 \times (\frac{7}{2}) - 3 = 7 - 3 = 4$$

؟

۵. جواب معادله $2(3x-7) = 11(x-8)$ کدام است؟

۱۳/۸ (۴)

۱۴/۶ (۳)

۱۴/۸ (۲)

۱۳/۶ (۱)

پاسخ: گزینه «۲»

$$2(3x-7) = 11(x-8) \Rightarrow 6x - 14 = 11x - 88 \Rightarrow -5x = -74 \Rightarrow x = \frac{-74}{-5} = 14\frac{8}{5}$$

خواص

با اضافه کردن هر عدد دلخواه (مثبت یا منفی) همزمان به دو طرف معادله، جواب آن معادله تغییری نمی‌کند.

$$x - 5 = 1 \rightarrow x - 5 + 5 = 1 + 5 \Rightarrow x = 6$$

مثال:

با ضرب کردن هر عدد دلخواه در دو طرف معادله، جواب معادله تغییر نمی‌کند.

$$2x = -4 \rightarrow \frac{1}{2} \times 2x = \frac{1}{2} \times (-4) \rightarrow x = -2$$

از دو خاصیت فوق، برای پیدا کردن جواب معادله استفاده می‌کنیم.

نکته: در برخی معادلات بهتر است ابتدا عبارت جبری دو طرف را ساده کرده و بعد از طریق «معلوم و مجهول کردن» معادله را حل کرد.

نکته: برای حل معادلاتی که ضرایب کسری دارند، به سبب ساده‌تر شدن محاسبات، بهتر است ابتدا با ضرب کردن دو طرف در کوچک‌ترین مخرج مشترک کسرها، معادله را از حالت کسری خارج کرده و بعد آن را حل کرد.

مثال: جواب معادله $\frac{1}{2}x - \frac{4}{3} = 2(\frac{x}{3} - 7)$ چند است؟

$$\frac{1}{2}x - \frac{4}{3} = 2(\frac{x}{3} - 7) \rightarrow \frac{1}{2}x - \frac{4}{3} = \frac{2x}{3} - 14 \xrightarrow{\times 6} 6 \times (\frac{1}{2}x - \frac{4}{3}) = 6 \times (\frac{2x}{3} - 14)$$

پاسخ:

$$\rightarrow 3x - 8 = 4x - 84 \rightarrow -x = -76 \rightarrow x = 76$$

نکته: لزوماً هر معادله‌ای، دارای جواب نیست یا دارای فقط یک جواب نیست.

مثال: $x \times x = -4$ در محدوده اعدادی که می‌شناسیم، دارای جواب نیست.

$$(x-14)(x-5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x-5=0 \rightarrow x=5 \\ x-14=0 \rightarrow x=14 \end{cases}$$

معادله روبه‌رو دارای دو جواب است.

$$3x - 5 = 16 \rightarrow 3x = 21 \rightarrow x = 7$$

معادله روبه‌رو دارای یک جواب است.

؟

۶. جواب‌های معادله $0 = (\frac{3x}{4} - 6)(5x - 1)$ در کدام گزینه آمده است؟

$$-\frac{1}{5} \text{ و } -8 \quad (۴)$$

$$-\frac{1}{5} \text{ و } 8 \quad (۳)$$

$$\frac{1}{5} \text{ و } -8 \quad (۲)$$

$$\frac{1}{5} \text{ و } 8 \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه «۱» زمانی که حاصل ضرب دو یا چند عدد صفر است، حداقل یکی از عددها صفر است. بنابراین از دو عبارت

جبری که حاصل ضرب آنها صفر شده است، حداقل یک عبارت باید صفر باشد.

$$(\frac{3x}{4} - 6)(5x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} 5x - 1 = 0 \rightarrow 5x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{5} \\ \text{یا} \\ \frac{3x}{4} - 6 = 0 \rightarrow \frac{3x}{4} = 6 \rightarrow 3x = 24 \rightarrow x = 8 \end{cases}$$

حل مسأله با کمک معادله

برای حل مسئله بعد از تعیین مجهول و اختصاص متغیر به آن، صورت مسأله را از کلامی به صورت جبری تبدیل می‌کنیم و معادله تشکیل می‌دهیم، با حل کردن معادله، مجهول مسئله به دست می‌آید.

مثال: حاصل جمع یک سوم عددی با یک واحد، مساوی خود آن عدد است. آن عدد کدام است؟

عدد دلخواه: x $\frac{1}{3}x + 1 = x \rightarrow 3 \times (\frac{1}{3}x + 1) = 3x \rightarrow x + 3 = 3x \rightarrow -2x = -3 \rightarrow x = \frac{3}{2}$

پاسخ:

۷. پول احمد دو برابر و نیم پول حمید است. حمید ثلث پول جواد را دارد. اگر احمد ۶۰ تومان کم‌تر از جواد داشته

باشد، احمد چند تومان دارد؟

۳۰۰ (۴)

۳۶۵ (۳)

۳۶۰ (۲)

۳۵۰ (۱)

پاسخ: گزینه «۴» انتخاب متغیر: $z =$ پول جواد، $y =$ پول حمید و $x =$ پول احمد

تشکیل معادله: $x = z - 60$ و $y = \frac{1}{3}z$ و $x = 2/5y$

حل معادله پول احمد:

$\rightarrow x = 2/5 \times \frac{1}{3}z = 2/5 \times \frac{1}{3}(x + 60) = \frac{2/5}{3}x + 50 \Rightarrow x - \frac{25}{30}x = 50 \rightarrow \frac{1}{6}x = 50 \rightarrow x = 300$

معادله پارامتری: در برخی معادلات علاوه بر مجهول مسأله، متغیر دیگری نیز وجود دارد که جواب معادله وابسته به آن متغیر (پارامتر) است. برای حل معادله و به دست آوردن جواب معادله برحسب پارامترهای دیگر، کافی است با پارامترها همانند عدد در یک معادله برخورد کنیم.

۸. جواب معادله پارامتری $10x - 12 = 5a + 9x + 3$ برحسب a کدام گزینه است؟

$10a + 15$ (۴)

$15a + 10$ (۳)

$5a + 5$ (۲)

$5a + 15$ (۱)

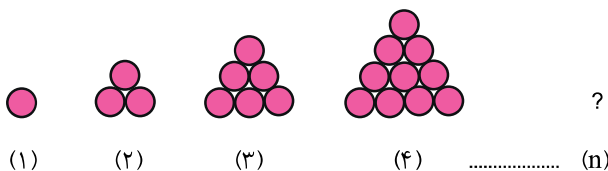
پاسخ: گزینه «۱»

براساس خواسته مسأله، مجهول x و پارامتری که جواب x را با آن می‌یابیم، a است.

$10x - 12 = 5a + 9x + 3 \rightarrow 10x - 9x = 5a + 3 + 12 \rightarrow x = 5a + 15$

پیدا کردن جمله n ام در الگوها

مثال: به الگوی مقابل توجه کنید. شکل n ام دارای چند \bullet است؟



پاسخ: الگوی اعداد مربوط به تعداد دایره‌ها را می‌نویسیم.

... و ۱۰ و ۶ و ۳ و ۱
+۲ +۳ +۴

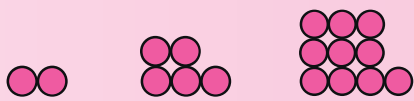
در چنین الگوهایی، عدد ثابتی وجود ندارد اما نظم معینی در بین عددها است که برای یافتن این الگو باید به رابطه بین هر شکل و شکل ماقبل آن توجه کنیم و یا رابطه‌ای را بین تعداد دایره‌ها (عدد هر شکل) و شماره آن شکل به دست آوریم.

شکل (۱): $\frac{1 \times 2}{2} = 1$

شکل (۲): $\frac{2 \times 3}{2} = 1 + 2$ شکل (۳): $\frac{3 \times 4}{2} = 1 + 2 + 3$ شکل (n): $\frac{n \times (n+1)}{2} = 1 + 2 + 3 + \dots + n$

عبارت $\frac{n(n+1)}{2}$ جمله‌ی عمومی الگوی بالاست. به کمک آن می‌توان با دانستن شماره‌ی شکل، تعداد دایره‌های آن شکل را به دست آورد و یا برعکس با مشخص بودن تعداد دایره‌های یک شکل، شماره‌ی آن شکل را تعیین کرد.

۹. تعداد دایره‌ها در مرحله‌ی n ام از کدام یک از روابط زیر به دست می‌آید؟



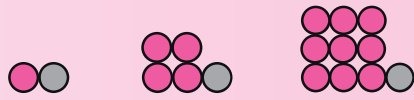
$$(1) \quad n \times (n+1)$$

$$(3) \quad n \times (n-1)$$

$$(4) \quad n \times n - 1$$

پاسخ: گزینه «۲»

با توجه به تعداد دایره‌ها که در هر مرحله اضافه می‌شود،



(۱)

(۲)

(۳)

... (n)

$$1+1$$

$$2 \times 2 + 1$$

$$3 \times 3 + 1$$

$$n \times n + 1$$

دنباله حسابی

به دنباله‌های عددی زیر توجه کنید:

الف) ... و ۷ و ۵ و ۳ و ۱

$$\begin{array}{cccc} \xrightarrow{+2} & \xrightarrow{+2} & \xrightarrow{+2} & \\ 1 & 3 & 5 & 7 \end{array}$$

ب) ... و -۹ و -۷ و -۵ و -۳ و -۱

$$\begin{array}{cccc} \xrightarrow{-2} & \xrightarrow{-2} & \xrightarrow{-2} & \\ -1 & -3 & -5 & -7 \end{array}$$

هر جمله از دنباله‌های فوق از اضافه شدن یک عدد صحیح ثابت به جمله قبلی آن به دست می‌آید. به چنین دنباله‌هایی، دنباله‌ی حسابی می‌گوییم. **قدر نسبت:** عدد صحیح ثابت را قدر نسبت می‌نامیم. برای پیدا کردن قدر نسبت، اختلاف هر جمله را از جمله ماقبل آن به دست می‌آوریم.

جمله‌ی n ام

برای پیدا کردن هر جمله دلخواه از دنباله‌ی حسابی، چون هر جمله دلخواه، از مجموع جمله ماقبل و قدرنسبت به دست می‌آید، رابطه‌ی روبه‌رو را داریم:

مثال: جمله n ام دنباله (الف) و (ب) را مشخص کنید.

پاسخ: چون جمله اول و قدر نسبت در دنباله الف و ب مشخص می‌باشد، لذا از رابطه زیر برای پیدا کردن جمله n ام استفاده می‌کنیم.

$$n \text{ام جمله} = (n-1)d + \text{جمله اول}$$

الف) جمله n ام دنباله (الف): $1 + (n-1) \times 2 = 1 + 2n - 2 = 2n - 1$

الف) جمله بیست‌ام دنباله (الف): $2 \times 20 - 1 = 39$

ب) جمله n ام دنباله (ب): $12 + (n-1) \times (-7) = 12 - 7n + 7 = -7n + 19$

ب) جمله n ام دنباله (ب): $-7 \times 13 + 19 = -51 + 19 = -32$

۱۰. جمله ۱۰۰۰ام الگوی مقابل کدام است؟

$$+1, +4, 7, 10, +13, +16$$

$$2997 \quad (4)$$

$$2998 \quad (3)$$

$$3002 \quad (2)$$

$$3000 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه «۳» برای پیدا کردن جمله ۱۰۰۰ام، ابتدا فرمول جمله n ام را به دست می‌آوریم.

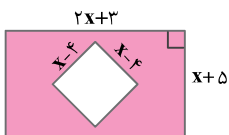
... و ۱۶ و ۱۳ و ۱۰ و ۷ و ۴ و ۱

$$\begin{array}{cccc} \xrightarrow{+3} & \xrightarrow{+3} & \xrightarrow{+3} & \\ 1 & 4 & 7 & 10 \end{array}$$

قدرنسبت = ۳، جمله اول = ۱

جمله ۱۰۰۰ام: $3n - 2 \xrightarrow{n=1000} 3 \times 1000 - 2 = 2998$

بسته تمرین



۱. در شکل مقابل مساحت قسمت رنگ شده را با کدام عبارت جبری زیر می‌توان نشان داد؟

(۲) $xx + 21x - 1$

(۱) $2xx - 8x + 16$

(۴) $-xx - 21x + 1$

(۳) $2xx + 13x + 15$

۲. کدام عبارت جبری زیر با $ax(b-1) + 2(b-1)$ مساوی است؟

(۲) $(ax+2)(b-1)$

(۱) $b(ax+2) + (x+2)$

(۴) $(ax-2)(b+1)$

(۳) $(2+b)(ax-2) - ax + 2$

$2(x-1) + 3$

۳. کدام گزینه عبارت جبری مقابل را به صورت کلامی بیان می‌کند؟

(۲) سه تا بیشتر از دو برابر عددی منهای یک

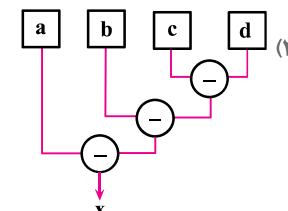
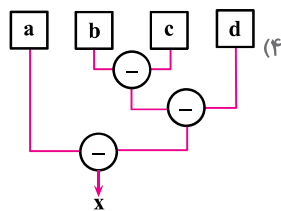
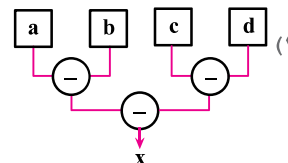
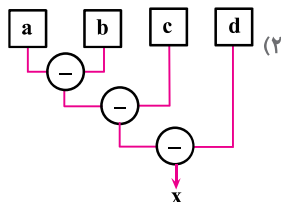
(۱) دو برابر عددی منهای سه

(۴) یک واحد کم‌تر از ضرب عددی در دو بعلاوه سه

(۳) سه تا بیشتر از دو برابر یک واحد کم‌تر از عددی

(اولین المپیاد ریاضی نوجوانان)

۴. نمودار نظیر رابطه $x = a - (b - [c - d])$ کدام یک از گزینه‌های زیر است؟



۵. اگر $a = 3$ و $b = -2$ باشد، حاصل عبارت $\frac{(a-1)(a+1)}{-6(2a+3b)+3}$ کدام است؟

(۴) $+\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{10}{39}$

(۲) $+\frac{10}{33}$

(۱) $\frac{2}{3}$

۶. هرگاه $a = 2b$ و $c = fa$ باشد، حاصل $2a + b - c$ کدام است؟

(۴) $-3b$

(۳) $3b$

(۲) $-5b$

(۱) $5b$

۷. به ازای کدام مقدار a ، جواب معادله $\frac{2x-a}{5} = \frac{3x+1}{8}$ ، عدد ۷ است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) ۲

۸. جواب معادله $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} + \frac{x}{6} = 261$ کدام گزینه است؟

(۴) ۲۴۰

(۳) ۲۱۰

(۲) ۱۸۰

(۱) ۱۵۰

۹. مجموع دو عدد فرد متوالی ۶۰ است. حاصل ضرب این دو عدد چند است؟

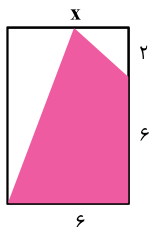
۷۸۳ (۴)

۱۰۲۳ (۳)

۸۹۹ (۲)

۸۷۰ (۱)

۱۰. مساحت ناحیه رنگ شده $\frac{3}{4}$ مساحت مستطیل است. x چه قدر است؟



$x = 2$ (۱)

$x = 3$ (۲)

$x = 4$ (۳)

$x = 5$ (۴)

۱۱. ۱۲ سال قبل، پدر علی دو برابر مادر علی سن داشت. چه زمانی سن پدر علی دو برابر سن سه سال قبل مادر علی است؟

۶ سال بعد (۴)

۳ سال بعد (۳)

هم اکنون (۲)

سه سال قبل (۱)

۱۲. در کیف A دو برابر کیف B، سنگ زینتی وجود دارد. ۱۲٪ از سنگ‌های A را برداشتیم و داخل کیف C قرار دادیم هم چنین

۲۰٪ از سنگ‌های کیف B را در کیف C قرار دادیم اکنون داخل کیف C، ۴۸۸ سنگ وجود دارد که ۲۲٪ بیشتر از تعداد

سنگ‌هایی است که در ابتدا داخل کیف C بوده است. در ابتدا چند سنگ در کیف A وجود داشت؟

(المپیاد - ۲۰۰۳)

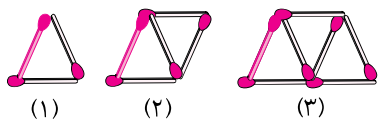
۴۴۰ (۴)

۲۰۰ (۳)

۴۸۸ (۲)

۴۰۰ (۱)

۱۳. تعداد چوب کبریت‌ها در مرحله nام، با کدام یک از روابط زیر به دست نمی‌آید؟



$2(n+1)$ (۱)

$n + (n+1)$ (۲)

$2n + 1$ (۳)

$2(n+1) - 1$ (۴)

(المپیاد - ۹۴ کیلان)

۱۴. جمله نود و نهم الگوی عددی $\frac{7}{2}, \frac{7}{6}, \frac{7}{12}, \frac{7}{20}, \frac{7}{30}, \frac{7}{42}, \dots$ کدام است؟

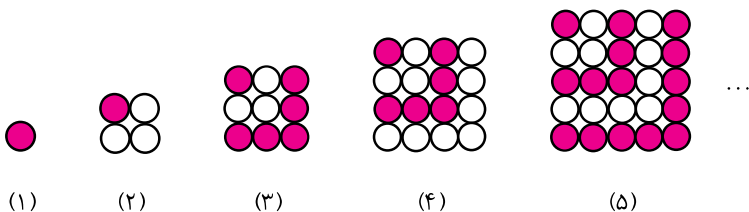
$\frac{7}{9900}$ (۴)

$\frac{7}{990}$ (۳)

$\frac{7}{594}$ (۲)

$\frac{7}{9702}$ (۱)

۱۵. با توجه به شکل‌های زیر، اختلاف و مجموع دایره‌های رنگی در شکل نوزدهم و بیستم چه اعدادی است؟ (المپیاد علمی - فراسان رضوی ۹۴)



۳۹ و ۰ (۱)

۳۹ و ۱ (۲)

۳۸۰ و ۱ (۳)

۳۸۰ و ۰ (۴)

- | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱. <input type="checkbox"/> ۴ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۱ | ۲. <input type="checkbox"/> ۴ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۱ | ۳. <input type="checkbox"/> ۴ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۱ | ۴. <input type="checkbox"/> ۴ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۱ | ۵. <input type="checkbox"/> ۴ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۱ | ۶. <input type="checkbox"/> ۴ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۱ |
| ۷. <input type="checkbox"/> ۴ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۱ | ۸. <input type="checkbox"/> ۴ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۱ | ۹. <input type="checkbox"/> ۴ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۱ | ۱۰. <input type="checkbox"/> ۴ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۱ | ۱۱. <input type="checkbox"/> ۴ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۱ | ۱۲. <input type="checkbox"/> ۴ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۱ |
| ۱۳. <input type="checkbox"/> ۴ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۱ | ۱۴. <input type="checkbox"/> ۴ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۱ | ۱۵. <input type="checkbox"/> ۴ <input type="checkbox"/> ۳ <input type="checkbox"/> ۲ <input type="checkbox"/> ۱ | | | |

توجه: حالا با توجه به پاسخ‌نامه و از طریق فرمول می‌توانید درصد پاسخگویی خود به سؤالات را مشخص نموده و ادامه مسیر خود را مطابق دستورالعمل آمده، مشخص کنید.

$$\text{درصد پاسخگویی} = \frac{\text{تعداد سؤالات با پاسخ درست}}{\text{تعداد کل سؤالات}} \times 100$$

شناسنامه سوالات بسته تمرین ۱

شماره سؤال	عنوان زیرموضوع	سطح سؤال	پاسخ	سؤال متناظر در پیش آزمون	سؤال متناظر در بسته تمرین ۲	سؤال متناظر در بسته تمرین ۳
۱	ساده کردن عبارت‌های جبری	۲	۲	۱	۱	۱
۲	ساده کردن عبارت‌های جبری	۲	۲	۱	۱	۱
۳	بیان جبری یک عبارت کلامی	۳	۳	۲	۲	۲
۴	مقدار عددی یک عبارت جبری	۳	۳	۳	۳	۳
۵	مقدار عددی یک عبارت جبری	۱	۱	۳	۴	۳
۶	مقدار عددی یک عبارت جبری	۴	۴	۳	۴	۳
۷	حل معادله	۳	۳	۵	۴	۵
۸	حل معادله	۲	۲	۵	۴	۵
۹	حل مسأله به کمک معادله	۲	۲	۸	۷	۶
۱۰	حل مسأله به کمک معادله	۳	۳	۷	۶	۷
۱۱	حل مسأله به کمک معادله	۴	۴	۸	۷	۶
۱۲	حل مسأله به کمک معادله	۱	۱	۸	۷	۶
۱۳	الگویابی و جمله nام	۱	۱	۱۰	۹	۸
۱۴	الگویابی و جمله nام	۴	۴	۱۰	۹	۸
۱۵	الگویابی و جمله nام	۴	۴	۱۰	۹	۸

پاسخنامه

- ۱ گزینه «۲» برای پیدا کردن مساحت قسمت رنگی، باید مساحت قسمت رنگ نشده را از مساحت مستطیل کم کنیم.
- مساحت مستطیل: $(2x+3)(x+5) = 2xx + 10x + 3x + 15 = 2xx + 13x + 15$
- مساحت قسمت رنگ نشده: $(x-4)(x-4) = xx - 4x - 4x + 16 = xx - 8x + 16$
- مساحت قسمت رنگ نشده - مساحت مستطیل: $2xx + 13x + 15 - xx + 8x - 16 = xx + 21x - 1$
- ۲ گزینه «۲» $ax(b-1) + 2(b-1) = (ax+2)(b-1)$
- ۳ گزینه «۳» عبارت جبری که هر کدام از گزینه‌ها مشخص می‌کند.
- گزینه «۱»: $2x-3$ گزینه «۲»: $(2x-1)+3$ گزینه «۳»: $(2x+3)-1$ گزینه «۴»: $(2x+3)-1$
- ۴ گزینه «۳» بنابر اولویت انجام عملیات، ابتدا داخلی‌ترین پرانتز باید حساب شود که این تنها در گزینه «۳» درست است.
- گزینه «۱»: $x = (a-b) - (c-d)$ گزینه «۲»: $x = ((a-b)-c) - d$ گزینه «۳»: $x = a - ((b-c) - d)$ گزینه «۴»: $x = a - ((b-c) - d)$

$$\frac{(a-1)(a+1)}{-6(2a+3b)+3} \xrightarrow[\substack{a=3 \\ b=-2}]{\substack{a=3 \\ b=-2}} \frac{(3-1)(3+1)}{-6(2 \times 3 + 3 \times (-2)) + 3} = \frac{8}{+3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

گزینه ۵ «۱»

گزینه ۶ «۴» در عبارت جبری $2a + b - c$ ، حاصل همه متغیرهای a و c را بر حسب b قرار می‌دهیم.

$$c = 4a \xrightarrow{a=2b} c = 4 \times 2b = 8b$$

$$2a + b - c \rightarrow 2 \times (2b) + b - 8b = -3b$$

گزینه ۷ «۳» $x = 7$ را در معادله قرار داده، معادله جدید با متغیر a را حل می‌کنیم تا پاسخ به دست آید.

$$\frac{2 \times 7 - a}{5} = \frac{3 \times 7 + 1}{8} \rightarrow \frac{14 - a}{5} = \frac{22}{8} \xrightarrow{\text{طرفین-وسطین}} 112 - 8a = 110 \rightarrow -8a = -2 \rightarrow a = \frac{-2}{-8} = \frac{1}{4}$$

گزینه ۸ «۲» برای حل این معادله، دو طرف معادله را در مخرج مشترک عددهای ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ ضرب می‌کنیم.

$$60 \times \left(\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} + \frac{x}{6} \right) = 261 \times 60 \rightarrow 30x + 20x + 15x + 12x + 10x = 15660 \rightarrow 87x = 15660 \rightarrow x = 180$$

گزینه ۹ «۲» اگر k را یک عدد صحیح در نظر بگیریم، هر عدد فرد را می‌توانیم با $2k - 1$ نشان دهیم. هر دو عدد فرد متوالی، دو تا با هم

$$(2k - 1) + (2k + 1) = 60 \rightarrow 4k = 60 \rightarrow k = 15$$

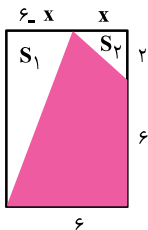
فاصله دارند.

با جایگذاری مقدار k ، دو عدد فرد به دست می‌آوریم.

$$2k - 1 \xrightarrow{k=15} 29 \quad 29 \times 31 = 899$$

$$2k + 1 \xrightarrow{k=15} 31$$

گزینه ۱۰ «۳»



$$S = \text{مستطیل } S - (S_1 + S_2) = (8 \times 6) - \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 6 + \frac{(6-x) \times 6}{2} \right) = 48 - (x + 24 - 3x) = 24 + 3x$$

$$\text{مستطیل } S = \frac{3}{4} S \text{ رنگ شده}$$

$$24 + 3x = \frac{3}{4} \times 48 \rightarrow 24 + 3x = 36 \Rightarrow 3x = 12 \rightarrow x = 4$$

گزینه ۱۱ «۴»

اگر سن مادر علی را با x و سن پدر علی را با y نشان دهیم، سن آنها در ۱۲ سال قبل برابر با $y - 12$ و $x - 12$ است. بنابراین داریم:

$$y - 12 = 2(x - 12) \rightarrow y = 2x - 12 *$$

اگر تعداد سال مورد نظر را با a نشان دهیم، بعد از گذشت a سال، بین سن سه سال قبل مادر علی و پدرش این رابطه را داریم:

$$y + a = 2(x - 3) \xrightarrow{*} 2x - 12 + a = 2x - 6 \rightarrow a = 6$$

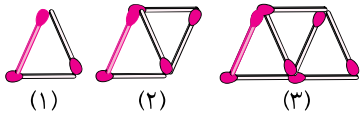
گزینه ۱۲ «۱» تعداد سنگ‌ها در هر کیف را با متغیرهای A ، B و C (نام کیف) نمایش می‌دهیم.

$$C + \frac{22}{100}C = 488 \rightarrow \frac{122}{100}C = 488 \rightarrow C = 400$$

به داخل کیف C ، ۱۲٪ از سنگ‌های A و ۲۰٪ از سنگ‌های B اضافه کرده‌ایم.

$$C + \frac{12}{100}A + \frac{20}{100}B = 488 \xrightarrow[\substack{A=2B \\ C=400}]{\substack{A=2B \\ C=400}} 400 + \frac{12}{100}(2B) + \frac{20}{100}(B) = 488$$

$$\rightarrow \frac{44}{100}B = 488 - 400 \rightarrow B = 200 \xrightarrow{A=2B} A = 400$$



گزینه «۱» روش اول:
یک چوب کبریت رنگی شده در هر مرحله ثابت است و در هر مرحله، به تعداد شماره مرحله چوب کبریت دو تایی اضافه می‌شود. بنابراین، تعداد چوب کبریت‌ها در مرحله n برابر است با $2 \times n + 1$. با ساده کردن هر کدام از گزینه‌های ۲ و ۴ به عبارت $2n + 1$ می‌رسیم.

$$\begin{array}{ccccccc} 3 & & 5 & & 7 & & 9 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ +2 & & +2 & & +2 & & +2 \end{array}$$

روش دوم: الگوی عددی مربوط به شکل‌های فوق را می‌نویسیم:

این الگو، یک دنباله حسابی با جمله اول ۳ و قدرنسبت ۲ است.

جمله n ام:

$$3 + (n-1) \times 2 = 3 + 2n - 2 = 2n + 1$$

گزینه «۴» الگوی موجود در بین عددهای مخرج هر کسر را پیدا می‌کنیم.

$$\frac{7}{2} \text{ و } \frac{7}{6} \text{ و } \frac{7}{12} \text{ و } \frac{7}{20} \text{ و } \frac{7}{30} \text{ و } \frac{7}{42} \text{ و } \dots$$

$$\frac{7}{2 \times 1} \text{ و } \frac{7}{2 \times 3} \text{ و } \frac{7}{2 \times 6} \text{ و } \frac{7}{2 \times 10} \text{ و } \frac{7}{2 \times 15} \text{ و } \frac{7}{2 \times 21} \text{ و } \dots$$

بنابراین در مخرج کسرها باید رابطه بین عددهای رنگی شده را پیدا کنیم.

$$\begin{array}{ccccccc} & & 1+2+3 & & 1+2+3+4+5 & & \\ & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 1 & \text{ و } & 6 & \text{ و } & 15 & \text{ و } & 21 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 1+2 & & 1+2+3+4 & & 1+2+3+4+5+6 & & \end{array}$$

این الگو همان اعداد مثلثی هستند که جمله n ام آن‌ها از رابطه $\frac{n(n+1)}{2}$ به دست می‌آید. بنابراین کسر $\frac{7}{199}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$1 + 2 + \dots + 99 = \frac{99 \times 100}{2} = 4950 \rightarrow \text{جمله } 99\text{ام} : \frac{7}{2 \times 4950} = \frac{7}{9900}$$

گزینه «۴» با توجه به الگوی رنگ شدن دایره‌ها، می‌بینیم که هر دو مرحله پشت سر هم مانند ۱ و -۲ یا ۳ و ۴ و ... تعداد دایره‌های رنگی یکسان است پس اختلاف دایره‌ها در هر دو مرحله پشت سر هم به صورت n و $n+1$ (فرد) صفر است.

تعداد دایره‌های رنگی را به صورت یک دنباله می‌نویسیم.

... و ۱۵ و ۱۵ و ۶ و ۶ و ۱ و ۱

$$1 + 2 + \dots + 19 = \frac{19 \times 20}{2} = 190$$

شکل سوم شکل پنجم

$$190 + 190 = 380 = \text{مجموع دایره‌های شکل نوزدهم و بیستم}$$

توجه: حالا با توجه به درمصد پاسخگویی خود در بسته تمرین ۱، از روی یکی از نردبان‌های «نقشه راه دانش‌آموز» انتهای کتاب حرکت کرده تا خود را به خانه جدید برسانید و بعد از آن مطابق دستورالعمل آورده‌شده در آن خانه عمل کنید. توجه کنید که در صورت ورود به بسته تمرین ۲ باز هم باید مطابق دستورالعمل‌های این نقشه عمل کنید. توجه شود که سؤالات متناظر با هر سؤال در هر بسته تمرین در جدولی که در ابتدای پاسخ‌نامه هر بسته تمرین آمده‌است، مشخص شده‌است.

بسته تمرین

$$\frac{3}{y}x + 13y + \frac{2}{y}x - 3y = ?$$

(۴) $\frac{5}{y}x + 10y$

(۳) $\frac{5}{y}x + 16y$

(۲) $\frac{1}{y}x + 10y$

(۱) $\frac{1}{y}x + 16y$

۱. ساده شده عبارت جبری مقابل کدام است؟

۲. اگر n عددی طبیعی باشد، عبارت کلامی معادل $\frac{1}{2n} - 1$ کدام است؟

(۱) عدد قبل از n امین عدد زوج طبیعی

(۲) یک واحد کم‌تر از نصف عدد طبیعی

(۳) یک واحد کم‌تر از معکوس n امین عدد زوج طبیعی

(۴) یک واحد کم‌تر از نصف معکوس n امین عدد زوج طبیعی

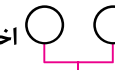

۳. اگر $A = 3xy - 6x - 9$ و $B = 4xy - 6x - 8$ باشد، حاصل عبارت $4A - 3B$ به ازای $x = 2$ و $y = (-1)$ چند است؟

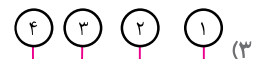
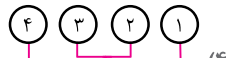
(۴) صفر

(۳) +۲۴

(۲) -۲۴

(۱) ۷۲

۴. خروجی دستگاه  اختلاف بین دو عدد بالاست مثلاً  . دستگاه طراحی شده در کدام گزینه، بزرگ‌ترین خروجی را دارد؟



۵. جواب معادله $\frac{8x+18}{6} = \frac{4x+7}{3}$ کدام است؟

(۴) این معادله جواب ندارد.

(۳) -۴

(۲) ۲

(۱) $\frac{11}{3}$

۶. فردی به تمام ۲۴ سؤال از یک آزمون پاسخ داده و نمره‌ای برابر ۵۷ به دست آورده است. اگر به هر پاسخ صحیح ۳ / ۵ نمره مثبت و

به هر پاسخ غلط یک نمره منفی تعلق گرفته باشد، پاسخ‌های صحیح این فرد چه تعداد از پاسخ‌های غلط او بیشتر است؟ (۸۴ - GMAT)

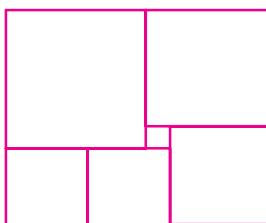
(۴) ۱۳

(۳) ۱۰

(۲) ۱۲

(۱) ۱۴

۷. یک مستطیل را به شکل زیر به مربع‌هایی تجزیه کرده‌ایم. اگر طول ضلع کوچک‌ترین مربع ۱ باشد، اندازه طول ضلع بزرگ‌ترین



مربع کدام است؟

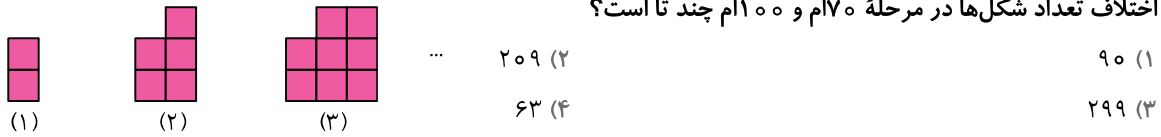
(۲) ۱۰

(۱) ۳

(۴) ۶

(۳) ۱۵

۸. اختلاف تعداد شکل‌ها در مرحله ۷۰ام و ۱۰۰ام چند تا است؟



۹. هشت عدد صحیح مثبت به ترتیب در یک ردیف قرار گرفته‌اند. از عدد سوم به بعد هر عدد با مجموع دو عدد قبلی‌اش برابر است.

چنانچه هشتمین عدد برابر ۲۰۱۱ باشد، بزرگ‌ترین مقدار ممکن برای عدد اول این دنباله چند است؟ (المپیاد ریاضی - ۲۰۱۱)

۲۰۱۱ (۴) ۱۹۲۰ (۳) ۲۴۰ (۲) ۲۲۰ (۱)

۱۰. جمله n ام دنباله مقابل از کدام رابطه زیر به دست نمی‌آید؟

۶ و ۱۱ و ۱۶ و ۲۱ و ... $5n + 6$ (۴) $5n + 1$ (۳) $6 + 5(n - 1)$ (۲) $6n - (n - 1)$ (۱)

۱. ۴ ۳ ۲ ۱ .۳ ۴ ۳ ۲ ۱ .۵ ۴ ۳ ۲ ۱ .۷ ۴ ۳ ۲ ۱ .۹ ۴ ۳ ۲ ۱

۲. ۴ ۳ ۲ ۱ .۴ ۴ ۳ ۲ ۱ .۶ ۴ ۳ ۲ ۱ .۸ ۴ ۳ ۲ ۱ .۱۰ ۴ ۳ ۲ ۱

توجه: حالا با توجه به پاسخ‌نامه و از طریق فرمول می‌توانید درصد پاسخگویی خود به سؤالات را مشخص نموده و ادامه مسیر خود را مطابق دستور العمل آمده، مشخص کنید.

$$\text{درصد پاسخگویی} = \frac{\text{تعداد سؤالات با پاسخ درست}}{\text{تعداد کل سؤالات}} \times 100$$

شناسنامه سوالات بسته تمرین ۲

سؤال متناظر در بسته تمرین ۳	سؤال متناظر در پیش آزمون	پاسخ	سطح سؤال	عنوان زیرموضوع	شماره سؤال
۱	۱	۴	سه سطحی	ساده کردن عبارتهای جبری	۱
۲	۲	۳	سه سطحی	بیان جبری یک عبارت کلامی	۲
۳	۴	۲	سه سطحی	مقدار عددی یک عبارت جبری	۳
۳	۴	۴	سه سطحی	مقدار عددی یک عبارت جبری	۴
۵	۴	۴	سه سطحی	حل معادله	۵
۸	۷	۲	سه سطحی	حل مسأله به کمک معادله	۶
۸	۷	۳	سه سطحی	حل مسأله به کمک معادله	۷
۱۰	۹	۱	سه سطحی	الگویابی و جمله nام	۸
۱۰	۹	۲	سه سطحی	الگویابی و جمله nام	۹
۱۰	۹	۴	سه سطحی	الگویابی و جمله nام	۱۰

پاسخنامه

$$\frac{3}{y}x + 13y + \frac{2}{y}x - 3y = \left(\frac{3}{y} + \frac{2}{y}\right)x + (13 - 3)y = \frac{5}{y}x + 10y$$

گزینه «۴» ۱

$$\left(\frac{1}{2n} \div 2\right) - 1 = \frac{1}{4n} - 1$$

گزینه «۴»

گزینه «۳» عبارت جبری مربوط به سایر گزینهها:
گزینه «۱»: $2n - 1$ گزینه «۲»: $\frac{n}{2} - 1$

$$4A - 3B = 4(3xy - 6x - 9) - 3(4xy - 6x - 8)$$

$$= 12xy - 24x - 36 - 12xy + 18x + 24 = -6x - 12 \xrightarrow{x=2} -24$$

گزینه «۲» ۳

گزینه «۴» ۴

گزینه «۱»: $(4 - 3) - (2 - 1) = 1 - 1 = 0$

خروجی هر یک از دستگاهها را حساب می‌کنیم:

گزینه «۲»: $((4 - 3) - 2) - 1 = 1 - 2 - 1 = -2$

گزینه «۳»: $4 - (3 - (2 - 1)) = 4 - 2 = 2$

گزینه «۴»: $4 - ((3 - 2) - 1) = 4 - 0 = 4$

گزینه «۴» دو طرف معادله را در مخرج مشترک ۳ و ۶ ضرب می‌کنیم.

$$6 \times \frac{8x + 18}{6} = \frac{4x + 7}{3} \times 6 \rightarrow 8x + 18 = 2(4x + 7) \rightarrow 8x + 18 = 8x + 14 \rightarrow 18 = 14$$

بعد از حل معادله، به رابطه $18 = 14$ می‌رسیم که غیرممکن است. یعنی این معادله جواب ندارد.

گزینه «۲» اگر تعداد سؤال‌هایی را که فرد پاسخ صحیح داده است با x و تعداد سؤال‌هایی را که پاسخ غلط داده است، با y نشان دهیم، دو معادله روبه‌رو را داریم:

$$x + y = 24 \quad (1) \quad \text{و} \quad 3/5x - y = 57 \quad (2)$$

از معادله (۱)، y را برحسب x به دست آورده و در معادله (۲) جایگذاری می‌کنیم.

$$\frac{y=24-x}{(2)} \rightarrow 3/5x - 24 + x = 57 \rightarrow 4/5x = 81 \rightarrow x = 18$$

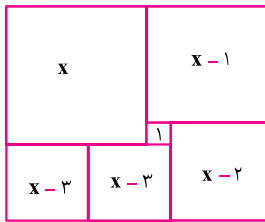
$$18 + y = 24 \rightarrow y = 6$$

$$x - y = 18 - 6 = 12$$

با استفاده از رابطه (۱)، مقدار y را می‌یابیم.

اختلاف تعداد پاسخ‌های صحیح و پاسخ‌های غلط

گزینه «۳» ۷

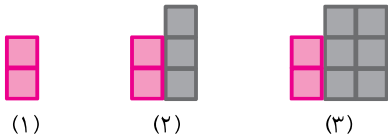


اگر طول ضلع بزرگترین مربع را x بگیریم، طول ضلع بقیه‌ی مربع‌ها عبارتند از:

$x-1$ و $x-2$ و $x-3$ و $x-3$ لذا خواهیم داشت:

$$2(x-3) = x+1 \Rightarrow x = 7$$

گزینه «۱» ۸



اگر به الگوی تکرار شکل‌ها در هر مرحله توجه کنیم، می‌بینیم که در هر مرحله دو شکل

رنگی ثابت بوده و یکی کم‌تر از شماره مرحله، شکل‌های سه تایی به آن اضافه می‌شود.

پس تعداد شکل‌ها در مرحله n از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$2 + 3(n-1) = 2 + 3n - 3 = 3n - 1$$

$$3n - 1 \xrightarrow{n=70} 209 \quad 299 - 209 = 90$$

$$3n - 1 \xrightarrow{n=100} 299$$

$$2 \text{ و } 5 \text{ و } 8 \text{ و } \dots$$

توجه: تعداد شکل‌ها در هر مرحله، دنباله حسابی با قدرنسبت ۳ تشکیل می‌دهد.

گزینه «۲» فرض کنیم a و b دو عدد ابتدایی این دنباله باشند. با جمع کردن هر دو جمله قبلی، جمله جدید این دنباله را می‌سازیم.

$$a, b, a+b, a+2b, 2a+3b, 3a+5b, 5a+8b, 8a+13b$$

$$8a + 13b = 2011*$$

طبق فرض مسئله، داریم:

چون قرار است اولین جمله یعنی a بزرگ‌ترین مقدار را داشته باشد، پس در رابطه $*$ ، $8a$ باید بیشترین مقدار و $13b$ کم‌ترین مقدار

$$8a = 2011 - 13b$$

را داشته باشند.

با حدس و آزمایش، کم‌ترین مقدار b را می‌یابیم به طوری که $2011 - 13b$ بر ۸

بخش پذیر باشد. (باقی‌مانده تقسیم بر ۸ صفر شود).

b	نتیجه
$b=0$	$8a=2011$ ✗
$b=1$	$8a=1998$ ✗
$b=2$	$8a=1985$ ✗
\vdots	\vdots
$b=7$	$8a=1920$ ✓ $\rightarrow 8a=1920 \rightarrow a=240$

گزینه «۴» دنباله فوق، یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۵+ و جمله اول ۶ تشکیل می‌دهد.

$$6 \text{ و } 11 \text{ و } 16 \text{ و } 21 \text{ و } \dots \quad \text{جمله } n^{\text{ام}}: 6 + (n-1)(5) = 6 + 5n - 5 = 5n + 1$$

$$\begin{matrix} 6 & 11 & 16 \\ +5 & +5 & +5 \end{matrix}$$

بعد از ساده کردن هر دو گزینه «۱» و «۲» نیز جمله عمومی $5n + 1$ به دست می‌آید.



بسته تمرین

۱. حاصل عبارت $3x\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{3}\right) - \frac{x}{2}(1 - 3x)$ برابر است با:

(۱) $3xx - \frac{3}{2}x$ (۲) $\frac{-x}{2}$ (۳) $\frac{x \times x + x}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}x$

۲. سه نفر توافق کردند که تعداد n سکه یکسان داخل یک کیسه را به روش زیر بین خود تقسیم کنند:

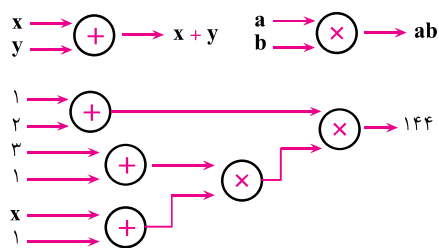
آن چه اولی برمی‌دارد، یک سکه بیشتر از نصف سکه‌ها است. دومی یک سوم باقی‌مانده را برمی‌دارد و سهم سومی، دو برابر سهم دومی می‌باشد. سهم سومی بر حسب n کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3} \times \left(\frac{n}{2} - 1\right)$ (۲) $\frac{2}{3} \times (n - 1)$
 (۳) $\frac{n}{2} + 1$ (۴) $\frac{1}{3} \left(\frac{n}{2} - 1\right)$

۳. اگر $\frac{x}{y} = 70$ باشد، $\frac{x}{2y}$ برابر است با:

(۱) ۳۵ (۲) ۶۸ (۳) ۷۲ (۴) ۱۴۰

۴. ماشین‌های ورودی - خروجی جمعی و ضربی به صورت مقابل عمل می‌کنند.



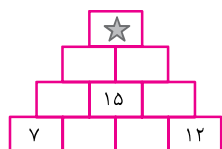
در ماشین زیر، مقدار x کدام است؟

(۱) $27/2$ (۲) $129/3$
 (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۵. جواب معادله $\frac{x-1}{4} - \frac{1}{8} \left(\frac{x-5}{4} - \frac{14-2x}{5} \right) = \frac{x-9}{2} - \frac{7}{8}$ چند است؟

(۱) -۱۷ (۲) ۴ (۳) ۱۷ (۴) $\frac{1}{17}$

۶. در دیواره آجری زیر، عدد داخل هر مستطیل برابر مجموع اعداد دو مستطیل زیرین آن است. عدد داخل آجر \star کدام است؟



(۱) ۶۸ (۲) ۶۴
 (۳) ۶۲ (۴) ۶۶

۷. پنج عدد مثبت داده شده است. مجموع عدد اول و پنجم ۱۳ شده است. عدد دوم برابر با یک سوم مجموع این پنج عدد، عدد سوم برابر

با یک چهارم این مجموع و عدد چهارم نیز برابر با یک پنجم این مجموع است. مقدار بزرگ‌ترین عدد چند است؟ (المپیاد انفرادی - ۲۰۰۴)

(۱) ۲۵ (۲) ۱۵ (۳) ۱۲ (۴) ۲۰

۸. مبلغ ۲۷۳۰۰ تومان با اسکناس‌های ۱۰۰ تومانی و ۵۰ تومانی پرداخت شده است. تعداد اسکناس‌های ۱۰۰ تومانی سه برابر تعداد اسکناس‌های ۵۰ تومانی است. چند قطعه از اسکناس‌ها ۱۰۰ تومانی هستند؟

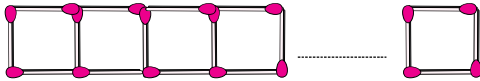
۲۱۲ (۴)

۲۲۲ (۳)

۲۰۰ (۲)

۲۳۴ (۱)

۹. از بهم چسباندن چوب کبریت‌ها، طرحی به شکل زیر با صد مربع ساخته‌ایم. تعداد چوب کبریت‌ها چند تا است؟



۱۰۰ (۱)

۳۰۰ (۲)

۳۰۱ (۳)

۲۹۹ (۴)

$\frac{1}{2}, \frac{5}{6}, 1, \frac{11}{10}, \frac{7}{6}, \dots$

۲ (۴)

۱۰. جملهٔ سی‌ام از الگوی عددی روبه‌رو، به چه عددی نزدیک‌تر است؟

$\frac{1}{2}$ (۳)

صفر (۲)

۱ (۱)

۱. ۳. ۵. ۷. ۹.
 ۲. ۴. ۶. ۸. ۱۰.

توجه: حالا با توجه به پاسخ‌نامه و از طریق فرمول می‌توانید درصد پاسخگویی خود به سؤالات را مشخص نموده و ادامه مسیر خود را مطابق دستورالعمل آمده، مشخص کنید.

$$\text{درصد پاسخگویی} = \frac{\text{تعداد سؤالات با پاسخ درست}}{\text{تعداد کل سؤالات}} \times 100$$

شناسنامه سوالات بسته تمرین ۳

سؤال متناظر در پیش آزمون	پاسخ	سطح سؤال	عنوان زیرموضوع	شماره سؤال
۱	۱	۱	ساده کردن عبارتهای جبری	۱
۲	۱	۱	بیان جبری یک عبارت کلامی	۲
۳	۱	۱	مقدار عددی یک عبارت جبری	۳
۴	۳	۳	حل معادله	۴
۵	۳	۳	حل معادله	۵
۶	۲	۲	حل مسأله به کمک معادله	۶
۷	۴	۴	حل مسأله به کمک معادله	۷
۸	۱	۱	حل مسأله به کمک معادله	۸
۹	۳	۳	الگویابی و جمله nام	۹
۱۰	۳	۳	الگویابی و جمله nام	۱۰

پاسخنامه

$$3x\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{3}\right) - \frac{x}{2}(1 - 3x) = \frac{3}{2}xx - \frac{x}{3} - \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}xx = \frac{6}{2}xx + (-1 - \frac{1}{2})x = 3xx - \frac{3}{2}x$$

۱ گزینه «۱»

تعداد سکههای نفر اول: $\frac{n}{2} + 1$

۲ گزینه «۱»

تعداد سکههای نفر دوم: $\frac{1}{3}(n - \frac{n}{2} - 1) = \frac{1}{3}(\frac{n}{2} - 1)$ تعداد سکههای نفر سوم: $\frac{2}{3}(\frac{n}{2} - 1) = \frac{1}{3}n - \frac{2}{3}$

$$\frac{x}{2y} = \frac{1}{2} \times \frac{x}{y} \xrightarrow{\frac{x}{y} = 70} \frac{1}{2} \times 70 = 35$$

۳ گزینه «۱»

۴ گزینه «۳» خروجی ماشین را با عبارت جبری نشان می‌دهیم.

$$(1+2) \times (3+1)(x+1) = 144 \rightarrow 12(x+1) = 144 \rightarrow (x+1) = 12 \rightarrow x = 11$$

$$\frac{x-1}{4} - \frac{1}{8}\left(\frac{x-5}{4} - \frac{14-2x}{5}\right) = \frac{x-9}{2} - \frac{y}{8}$$

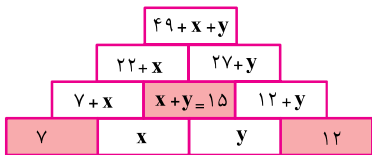
۵ گزینه «۳»

مخرج مشترک عددهای ۸ و ۵، ۴۰ است که در دو طرف معادله باید ضرب کنیم.

$$40 \times \frac{x-1}{4} - 40 \times \frac{1}{8}\left(\frac{x-5}{4} - \frac{14-2x}{5}\right) = 40 \times \frac{x-9}{2} - 40 \times \frac{y}{8} \rightarrow 10(x-1) - 5\left(\frac{x-5}{4} - \frac{14-2x}{5}\right) = 20(x-9) - 5y$$

$$\rightarrow 20 \times (10x - 10 - 5\left(\frac{x-5}{4} - \frac{14-2x}{5}\right)) = 20 \times (20(x-9) - 5y)$$

$$\rightarrow 200x - 200 - 25(x-5) + 20(14-2x) = 400(x-9) - 700 \rightarrow -265x = -4505 \rightarrow x = 17$$



گزینه «۲» $\star = 49 + x + y \xrightarrow{x+y=15} 49 + 15 = 64$

گزینه «۴» با متغیرهای a, b, c, d و e به ترتیب پنج عدد صحیح مثبت را نشان می‌دهیم.

$a + e = 13$ (۱) و $b = \frac{1}{3}(a + b + c + d + e)$ (۲) و $c = \frac{1}{4}(a + b + c + d + e)$ (۳) و $d = \frac{1}{5}(a + b + c + d + e)$ (۴)

دو طرف معادله‌های (۱) تا (۴) را با هم جمع می‌کنیم:

$$a + b + c + d + e = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)(a + b + c + d + e) + 13$$

$$(a + b + c + d + e) = \frac{47}{60}(a + b + c + d + e) + 13 \rightarrow \frac{13}{60}(a + b + c + d + e) = 13 \rightarrow a + b + c + d + e = 60$$

با جایگذاری مقدار $a + b + c + d + e$ ، مقدار هر کدام از متغیرها را می‌یابیم.

(۱): $a + e = 13$

(۲): $b = 20$

(۳): $c = 15$

(۴): $d = 12$

بنابراین عدد صحیح دوم بیشترین مقدار را دارد.

گزینه «۱» تعداد اسکناس‌های ۱۰۰ تومانی را با a و تعداد اسکناس‌های ۵۰ تومانی را با b نشان می‌دهیم.

$100a + 50b = 27300$ (۱) و $a = 3b$ (۲)

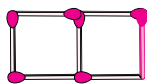
با جایگذاری مقدار متغیر a بر حسب b در معادله (۱) داریم:

$100(3b) + 50b = 27300 \rightarrow 350b = 27300 \rightarrow b = 78$ (۲) $\xrightarrow{b=78} a = 3 \times 78 = 234$

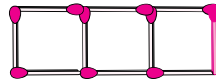
گزینه «۳» ۹



یک مربع
 $3 + 1$



دو مربع
 $3 \times 2 + 1$



سه مربع
 $3 \times 3 + 1$

صد مربع
 $3 \times 100 + 1$

تعداد چوب کبریت‌ها در مرحله nام از رابطه $3n + 1$ به دست می‌آید.

$\frac{1}{2}, \frac{5}{6}, 1, \frac{11}{10}, \frac{7}{6}, \dots$

$\rightarrow \frac{2}{4}, \frac{5}{6}, \frac{8}{8}, \frac{11}{10}, \frac{14}{12}, \dots$

$\rightarrow \frac{3 \times 1 - 1}{2 \times 2}, \frac{3 \times 2 - 1}{2 \times 3}, \frac{3 \times 3 - 1}{2 \times 4}, \frac{3 \times 4 - 1}{2 \times 5}, \frac{3 \times 5 - 1}{2 \times 6}, \dots, \frac{3n - 1}{2 \times (n + 1)}$

$\frac{3n - 1}{2(n + 1)} \xrightarrow{n=30} \frac{89}{62} = 1 \frac{27}{62} \xrightarrow{\frac{27}{62} < \frac{1}{2}} 1 \frac{1}{2}$

گزینه «۳» ۱۰



آزمون پایانی

$$a(b - 3c) + 3c(a - 1)$$

$$-3c - ab \quad (4)$$

$$3c + ab \quad (3)$$

$$ab - 3c \quad (2)$$

$$3c - ab \quad (1)$$

۱. قرینه ساده شده عبارت مقابل برابر است با:

۲. ساده شده عبارت $\frac{5}{3}x - \frac{2-3x}{2}$ معادل کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

$$\frac{4+9x}{6} \quad (4)$$

$$\frac{x}{6} + 1 \quad (3)$$

$$\frac{x}{6} - 1 \quad (2)$$

$$\frac{19x}{6} - 1 \quad (1)$$

۳. عدد x از عدد y ، ۸ واحد بیشتر است. اگر x را دو برابر و y را نصف کنیم، تفاوت آن‌ها چقدر می‌شود؟

$$x - \frac{y}{2} = 20 \quad (4)$$

$$x + \frac{y}{2} + 16 \quad (3)$$

$$x - \frac{y}{2} - 12 \quad (2)$$

$$x + \frac{y}{2} + 8 \quad (1)$$

۴. برای ساخت یک عروسک، ۵ کیلوگرم پنبه و برای چشم‌ها و بینی، ۲۵۰ گرم قطعه‌های کوچک لازم است. برای ساخت n عروسک از این مدل در مجموع چند کیلوگرم پنبه و قطعه لازم است؟

$$5250n \quad (4)$$

$$(5+250)n \quad (3)$$

$$\frac{5}{250}n \quad (2)$$

$$5n + 250 \quad (1)$$

۵. اگر $(4a - 4)$ ، هشت واحد بیشتر از $(4b - 4)$ باشد، مقدار $a - b$ کدام است؟

$$8 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$-2a - x + 2x + 3a - (-4x)$$

۶. حاصل عبارت جبری روبه‌رو به ازای $x = 3$ و $a = 2$ کدام است؟

$$-17 \quad (4)$$

$$17 \quad (3)$$

$$13 \quad (2)$$

$$-13 \quad (1)$$

۷. اعداد کدام گزینه در جای خالی قرار گیرند تا تساوی روبه‌رو برقرار باشد؟ $\bigcirc(4x - 5y) + \square(3x + 2y) = -11x + 31y$

$$+3 \text{ و } +5 \quad (4)$$

$$-3 \text{ و } 5 \quad (3)$$

$$+3 \text{ و } -5 \quad (2)$$

$$-3 \text{ و } -5 \quad (1)$$

۸. بزرگ‌ترین عدد از بین ۲۳ عدد فرد طبیعی متوالی، ۵ برابر کوچک‌ترین عدد است. میانگین این ۲۳ عدد چند است؟

(المپیاد انفرادی - ۲۰۱۰)

$$38 \quad (4)$$

$$33 \quad (3)$$

$$28 \quad (2)$$

$$23 \quad (1)$$

۹. از یک کاهن پرسیدند: «چند ساعت از ۱۲ ظهر گذشته است؟» پاسخ داد: «اگر یک سوم آن چه گذشته؛ هم بگذرد، آن وقت برابر می‌شود با یک چهارم آن چه هم اکنون به ۱۲ شب باقی‌مانده است.» چند ساعت از نیمروز گذشته است؟

$$36 \quad (4)$$

$$\frac{36}{38} \quad (3)$$

$$\frac{36}{19} \quad (2)$$

$$12 \quad (1)$$

۱۰. وقتی آتوسا ۸ سالش بود، پدرش ۳۱ ساله بود. اکنون سن پدرش دو برابر سن اوست. اکنون سن آتوسا چند است؟ (المپیاد - ۲۰۰۶)

$$31 \quad (4)$$

$$23 \quad (3)$$

$$33 \quad (2)$$

$$43 \quad (1)$$

۱۱. جمله ۱۳۸ام در دنباله ... و ۵ و ۴ و ۴ و ۴ و ۳ و ۳ و ۲ و ۲ و ۱ برابر چند است؟

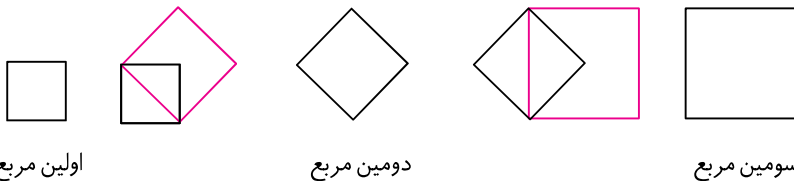
$$53 \quad (4)$$

$$52 \quad (3)$$

$$51 \quad (2)$$

$$50 \quad (1)$$

۱۲. در یک دنباله از مربع‌ها، طول ضلع اولین مربع یک سانتی‌متر است. طول ضلع هر مربع، برابر با طول قطر مربع قبلی‌اش است. به شکل زیر توجه کنید. طول ضلع یازدهمین مربع چند است؟



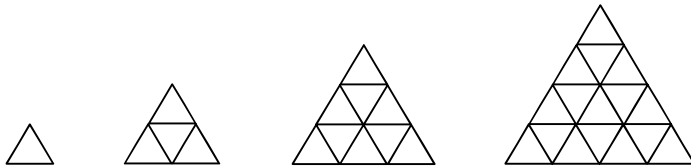
- ۳۲ (۱)
- ۱۶ (۲)
- ۱۰ (۳)
- ۸ (۴)

۱۳. در یک کتاب، اعداد ۴، ۷، ۱۰، ۱۳، ۱۶، ... به ترتیب نوشته شده‌اند. (در هر صفحه کتاب، صد عدد) اولین گروه صدتایی از اعداد در صفحه ۵۲۶ شروع می‌شوند. عدد ۲۰۰۵ در کدام صفحه قرار دارد؟

(المپیاد - ۲۰۰۵)

- ۵۳۳ (۴)
- ۵۳۱ (۳)
- ۵۳۲ (۲)
- ۵۳۰ (۱)

۱۴. در دنباله زیر، طول ضلع هر کدام از مثلث‌های کوچک یک سانتی‌متر است. مجموع تعداد مثلث‌های کوچک در شکل دهم و هفتم چند تا است؟



- ۱۰۰ (۱)
- ۴۹ (۲)
- ۱۴۹ (۳)
- ۱۷ (۴)

۱۵. خانه‌های نوار جمعی زیر این گونه پر می‌شود که عدد هر خانه برابر با جمع اعداد در خانه قبلی است.

...	۸	۵	۳	۲	۱	۱	۱	نوار جمعی (۱)
-----	---	---	---	---	---	---	---	---------------

با استفاده از نوار قبلی، نوار جدیدی می‌سازیم که در آن عدد هر خانه نوار قبلی را در خودش ضرب می‌کنیم و داخل خانه متناظر

...	۶۴	۲۵	۹	۴	۱	۱	نوار جمعی (۲)
-----	----	----	---	---	---	---	---------------

از نوار جدید می‌نویسیم.

حاصل جمع ده خانه‌ی نوار دوم چه عددی است؟

- ۴۸۹۵ (۴)
- ۴۸۹۰ (۳)
- ۳۰۲۶ (۲)
- ۳۰۲۵ (۱)

- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|----|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۱۳ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۱۰ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۷ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۴ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۱ |
| ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۱۴ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۱۱ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۸ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۲ |
| ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۱۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۱۲ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۹ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۶ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۳ |

شناسنامه سؤالات آزمون پایانی

پاسخ	عنوان زیرموضوع	شماره سؤال	پاسخ	عنوان زیرموضوع	شماره سؤال
۲	حل مسأله به کمک معادله	۹	۱	ساده کردن عبارت‌های جبری	۱
۳	حل مسأله به کمک معادله	۱۰	۱	ساده کردن عبارت‌های جبری	۲
۴	الگویابی و جمله nام	۱۱	۱	بیان جبری یک عبارت کلامی	۳
۱	الگویابی و جمله nام	۱۲	۴	بیان جبری یک عبارت کلامی	۴
۲	الگویابی و جمله nام	۱۳	۳	مقدار یک عبارت جبری	۵
۳	الگویابی و جمله nام	۱۴	۳	مقدار یک عبارت جبری	۶
۴	الگویابی و جمله nام	۱۵	۲	حل معادله	۷
			۳	حل معادله	۸

پاسخ‌نامه

$$-(a(b-3c)+3c(a-1)) = -(ab-3ac+3ac-3c) = -ab+3c$$

$$\frac{5}{3}x - \frac{2-3x}{2} = \frac{5}{3}x - \frac{2}{2} + \frac{3}{2}x = (\frac{5}{3} + \frac{3}{2})x - 1 = \frac{19}{6}x - 1$$

$$x = y + 8 \quad (1)$$

$$2x - \frac{y}{2} = 2(y+8) - \frac{y}{2} = 2y + 16 - \frac{y}{2} = \frac{3}{2}y + 16 = y + \frac{y}{2} + 8 + 8 = x + \frac{y}{2} + 8$$

$$(5 \times 1000 + 250)n = 5250n$$

$$4a - 4 = 4b - 4 + 8 \rightarrow 4a - 4b = 8 \rightarrow 4(a - b) = 8 \rightarrow a - b = 2$$

$$-2a - \frac{x}{2} + \frac{2x}{2} + 3a - (-\frac{x}{2}) = a + \frac{a+x}{2} \xrightarrow{\frac{a=2}{x=2}} 17$$

گزینه «۲» به جای \square و \bigcirc عددهایی باید انتخاب شوند که:

$$\bigcirc(4x) + \square(3x) = -11x \quad \text{و} \quad \bigcirc(-5y) + \square(2y) = 31y \rightarrow 4\bigcirc + 3\square = -11 \quad -5\bigcirc + 2\square = 31$$

با امتحان کردن گزینه‌ها داریم: $\square = +3$ و $\bigcirc = -5$

گزینه «۳» اگر عددهای فرد طبیعی را با شروع از $2k+1$ در نظر بگیریم، دنباله زیر از عددهای فرد را داریم:

$$2k + \square \quad \text{و} \quad 2k + \square \quad \text{و} \quad 2k + \square \quad \text{و} \quad \dots \quad \text{و} \quad 2k + (2 \times 22 + 1)$$

بزرگ‌ترین عدد فرد برابر با $2k+45$ و کوچک‌ترین آن‌ها $2k+1$ است.

$$2k + 45 = 5(2k + 1) \rightarrow -3k = -40 \rightarrow k = 5$$

پس دنباله عددهای فرد فوق به صورت زیر است:

$$11 \quad \text{و} \quad 13 \quad \text{و} \quad 15 \quad \dots$$

میانگین ۲۳ عدد بالا برابر است با:

$$\frac{11 + 13 + 15 + \dots + 51 + 53 + 55}{23} = \frac{23 \times 66}{23} = 66$$

گزینه ۲» فرض کنیم x ساعت از ۱۲ گذشته باشد، در این صورت:

$$x + \frac{1}{3}x = \frac{1}{4}(12-x) \rightarrow \frac{4}{3}x = \frac{1}{4}(12-x) \rightarrow 16x = 36 - 3x \rightarrow 19x = 36 \rightarrow x = \frac{36}{19}$$

$$y = x + 23 \rightarrow 2x = x + 23 \rightarrow x = 23$$

$$y = 2x$$

گزینه ۳» اگر سن آتوسا را x و سن پدرش را y بگیریم:

گزینه ۴» آخرین باری که عدد یک را در دنباله می بینیم در جمله اول است، آخرین باری که عدد ۲ را می بینیم در جمله ۱+۲ و به همین ترتیب آخرین باری که عدد n را در دنباله می بینیم در جمله $1+2+\dots+n$ است.

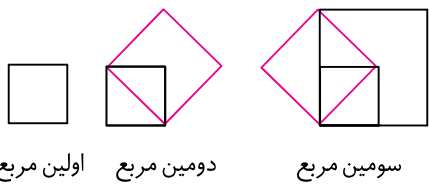
$$1+2+3+\dots+n \geq 1380 \rightarrow \frac{n(n+1)}{2} \geq 1380 \rightarrow n(n+1) \geq 2760$$

بنابراین:

با راهبرد حدس و آزمایش جواب را می یابیم.

$$n = 50 \rightarrow 2550 \geq 2760 \quad \times \quad n = 51 \rightarrow 2650 \geq 2760 \quad \times$$

$$n = 52 \rightarrow 2750 \geq 2760 \quad \times \quad n = 53 \rightarrow 2850 \geq 2760 \quad \checkmark$$



گزینه ۱» با توجه به ادغام شکل‌ها، همانطور که در شکل زیر مشخص است طول ضلع مربع سوم، دو برابر طول ضلع مربع اول است. با ادامه الگو به طور مشابه طول ضلع مربع پنجم، دو برابر طول ضلع مربع سوم است و این روند ادامه دارد.

شماره مربع‌ها	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
طول ضلع مربع‌ها	۱		۲		$2 \times 2 \times 1$		$2 \times 2 \times 2 \times 1$		$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1$		$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1$

$$4, 7, 10, 13, 16, \dots$$

$$3 \times 1 + 1, 3 \times 2 + 1, 3 \times 3 + 1, \dots, 3n + 1, \dots$$

اعداد فوق یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۳ و جمله اول ۴ تشکیل می‌دهد که جمله n ام آن‌ها از رابطه $3n + 1$ به دست می‌آید.

$$2005 = 3n + 1 \rightarrow 3n = 2004 \rightarrow n = 668$$

چون در هر صفحه ۱۰۰ عدد نوشته می‌شود،

چون اولین صدتایی‌ها از صفحه ۵۲۶ شروع می‌شود، پس عدد ۲۰۰۵ با در نظر گرفتن صفحه ۵۲۶ در صفحه ۵۳۲ (۷ صفحه بعد) قرار می‌گیرد.

... و ۲۵ و ۱۶ و ۹ و ۴ و ۱

گزینه ۳» الگوی تعداد مثلث‌ها در هر مرحله را به دست می‌آوریم.

$$n = 7 \rightarrow 7 \times 7 = 49 \Rightarrow 149 \text{ ام } 7 \text{ و } 10 \text{ ام}$$

$$n = 10 \rightarrow 10 \times 10 = 100$$

گزینه ۴» ابتدا تا جمله یازدهم را طبق الگوی داده شده از هر نوار به دست می‌آوریم.

نوار جمعی (۱)	۱	۱	۲	۳	۵	۸	$8+5=13$	$13+8=21$	$21+13=34$	$34+21=55$	$55+34=89$
نوار جمعی (۲)	۱	۱	۴	۹	۲۵	۶۴	۱۶۹	...			

جمع یک خانه اول: $1 = 1 \times 1$

جمع دو خانه اول: $1 + 1 = 2 = 1 \times 2$

جمع سه خانه اول: $1 + 1 + 4 = 6 = 2 \times 3$

جمع چهار خانه اول: $1 + 1 + 4 + 9 = 15 = 3 \times 5$

جمع پنج خانه اول: $1 + 1 + 4 + 9 + 25 = 40 = 5 \times 8$

جمع شش خانه اول: $1 + 1 + 4 + 9 + 25 + 64 = 104 = 8 \times 13$

با توجه به الگوی به دست آمده در بالا می بینیم که مجموع n خانه از نوار جمعی (۲) برابر حاصل ضرب عددهای دو خانه n و $(n+1)$ از نوار جمعی (۱) است. پس حاصل جمع ۱۰ خانه اول از نوار دوم برابر حاصل ضرب عددهای دو خانه ۱۰ و ۱۱ از نوار جمعی (۱) است.

$$55 \times 89 = 4895$$



آزمون غنی سازی

$$x * y = \frac{x+y}{1+xy}$$

۱. عمل * را به صورت مقابل تعریف می کنیم:

مقدار عبارت $(1 * (2 * (3 * (4 * 5)))$ برابر است با:

$\frac{4}{5}$ (۴)	$\frac{3}{2}$ (۳)	۱۵ (۲)	۱ (۱)
-------------------	-------------------	--------	-------

۲. برای دو عدد a و b ، نماد \bullet را این گونه تعریف می کنیم: $x \bullet y = \frac{xy}{x+y}$. در این صورت مقدار عبارت زیر برابر با کدام گزینه است؟
 $(((((2 \bullet 6) \bullet 12) \bullet 20) \bullet 30) \bullet 42) \bullet 56$

$\frac{9}{8}$ (۴)	$\frac{8}{7}$ (۳)	$\frac{8}{9}$ (۲)	$\frac{7}{8}$ (۱)
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

۳. اگر $x * y = \frac{xy}{y} (x - 3y)$ باشد، درباره معادله $a * 2 = 3 * (-1)$ چه می توان گفت:

(۱) جواب ندارد (۲) بی شمار جواب دارد (۳) دو جواب مختلف دارد (۴) تنها جواب آن $a = 3$ است.

$$\frac{58}{17} = 3 + \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}}$$

۴. هر گاه داشته باشیم:

سه تایی (x, y, z) کدام است؟

$(2, 2, 3)$ (۴)	$(2, 1, 3)$ (۳)	$(1, 2, 3)$ (۲)	$(1, 1, 3)$ (۱)
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

۵. تمام اعداد طبیعی را به صورت ... و 13 و 7 و 3 و 1 نوشته ایم. به اعداد میانی هر سطر دقت کنید. عدد میانی صدمین سطر کدام است؟

۱	۹۹۰۱ (۱)
۲ ۳ ۴	۵۰۵۰۵ (۲)
۵ ۶ ۷ ۸ ۹	۱۰۱۰۱ (۳)
۱۰ ۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴ ۱۵ ۱۶	۱۰۲۰۱ (۴)
۱۷ ۱۸ ۱۹ ۲۰ ۲۱ ۲۲ ۲۳ ۲۴ ۲۵	
⋮	
⋮	
⋮	

۶. در یک توالی از اعداد طبیعی، هر عدد از عدد سوم به بعد برابر حاصل جمع دو عدد قبل از آن است. پنجمین عدد در این توالی

1391 است. کدام گزینه در این توالی همواره درست است؟

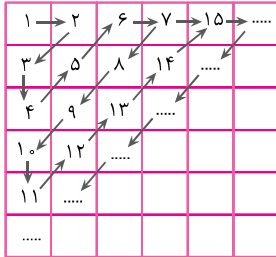
(۱) اولین عدد در این توالی، عددی کوچک تر از 464 است.

(۲) دومین عدد در این توالی، عددی کوچک تر از 464 است.

(۳) سومین عدد در این توالی، عددی کوچک تر از 464 است.

(۴) چهارمین عدد در این توالی، نمی تواند 696 باشد.

۷. در شکل زیر اعداد طبیعی به ترتیب فلش‌ها زیاد می‌شوند. به‌عنوان مثال عدد ۸ در ستون ۳ و سطر دوم قرار دارد و عدد ۹ در ستون دوم و سطر سوم قرار دارد. در این صورت عدد ۲۰۰۸ در کدام سطر و ستون قرار دارد؟



- (۱) سطر نهم، ستون ۵۵
- (۲) سطر ۵۵، ستون نهم
- (۳) سطر اول، ستون ۶۳^{ام}
- (۴) سطر دوم، ستون ۶۲^{ام}

۸. در یک ردیف از اعداد، هر عدد یا برابر یک است یا برابر با ۲۰۱۲. اولین عدد برابر ۲۰۱۲ است. دقیقاً یک عدد یک بین اولین و دومین ۲۰۱۲ وجود دارد اما دقیقاً دو تا عدد یک بین دومین و سومین ۲۰۱۲ وجود دارد. دقیقاً ۳ تا عدد یک بین سومین و چهارمین ۲۰۱۲ وجود دارد و همین ترتیب ادامه دارد. مجموع ۲۰۱۲ عدد نخست چند است؟

(المپیاد تیمی - ۲۰۱۲)

- (۱) ۱۲۴۷۴۴
- (۲) ۱۲۶۶۹۴
- (۳) ۱۸۹۱
- (۴) ۲۰۱۲

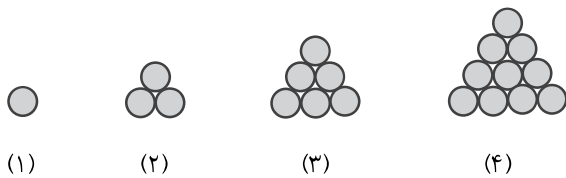
۹. همهٔ اردک‌های یک مغازه هم‌وزن هستند و همهٔ مرغ‌های آن نیز هم‌وزن هستند. اگر مجموع وزن ۳ اردک و ۲ مرغ برابر با ۳۲ کیلوگرم شود در مجموع وزن ۴ اردک و ۳ مرغ برابر با ۴۴ کیلوگرم می‌شود. مجموع وزن ۲ اردک و ۱ مرغ چند کیلوگرم است؟

(المپیاد تیمی - ۲۰۰۸)

- (۱) ۸
- (۲) ۴
- (۳) ۲۰
- (۴) ۱۶

۱۰. اعداد مثلثی، اعدادی هستند که با استفاده از آن‌ها مثلث‌هایی به شکل زیر می‌توان ساخت:

علی اعداد یک تا ۱۱ را از دور ساعت برداشته و طوری آن‌ها را دور ساعت چیده که حاصل جمع هر دو عدد کنار هم یک عدد مثلثی است. عدد ۱۲ سر جای خود قرار دارد. چه عددی جای ۶ قرار گرفته است؟



- (۱) ۵
- (۲) ۶
- (۳) ۸
- (۴) ۹

- ۱. ۱ ۲ ۳ ۴ .۳ ۱ ۲ ۳ ۴ .۵ ۱ ۲ ۳ ۴ .۷ ۱ ۲ ۳ ۴ .۹ ۱ ۲ ۳ ۴
- ۲. ۱ ۲ ۳ ۴ .۴ ۱ ۲ ۳ ۴ .۶ ۱ ۲ ۳ ۴ .۸ ۱ ۲ ۳ ۴ .۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴

شناسنامه سوالات آزمون غنی سازی

شماره سؤال	عنوان زیرموضوع	سطح سؤال	پاسخ	شماره سؤال	عنوان زیرموضوع	سطح سؤال	پاسخ
۱	مفهوم عمل روی دو عدد	۱	۱	۶	الگویابی و جمله nام	۲	۲
۲	مفهوم عمل روی دو عدد	۳	۲	۷	الگویابی و جمله nام	۱	۱
۳	حل معادله	۴	۳	۸	الگویابی و جمله nام	۲	۲
۴	حل معادله	۴	۴	۹	حل مسأله به کمک معادله	۳	۳
۵	الگویابی و جمله nام	۱	۵	۱۰	الگویابی و جمله nام	۱	۱

پاسخ نامه

۱ گزینۀ «۱» از داخلی ترین پرانتزها، عمل * را روی دو عدد اعمال می کنیم:

$$4 * 5 = \frac{4+5}{1+20} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7} \rightarrow 3 * \frac{3}{7} = \frac{3+\frac{3}{7}}{1+\frac{9}{7}} = \frac{\frac{24}{7}}{\frac{16}{7}} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2} \rightarrow 2 * \frac{3}{2} = \frac{2+\frac{3}{2}}{1+3} = \frac{\frac{7}{2}}{4} = \frac{7}{8} \rightarrow 1 * \frac{7}{8} = \frac{1+\frac{7}{8}}{1+\frac{7}{8}} = 1$$

$$x \bullet y = \frac{xy}{x+y}$$

۲ گزینۀ «۳»

$$2 \bullet 6 = \frac{12}{2+6} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{3}{2} \bullet 12 = \frac{18}{\frac{2}{2}+12} = \frac{18}{13} \rightarrow \frac{18}{13} \bullet 20 = \frac{360}{\frac{18}{13}+20} = \frac{360}{\frac{278}{13}} = \frac{360 \cdot 13}{278} \rightarrow \dots \rightarrow$$

با ادامه دادن محاسبات، با الگوی $\frac{n+2}{n+1}$ جواب هر عمل در مرحله nام به دست می آید:

$$n = 6 \quad \frac{6+2}{6+1} = \frac{8}{7}$$

۳ گزینۀ «۴»

$$\left. \begin{aligned} a * 2 &= \frac{2a}{2} (a - 3 \times 2) = a(a - 6) \\ 3 * (-1) &= \frac{-3}{2} (3 - 3 \times (-1)) = -9 \end{aligned} \right\} \rightarrow a(a - 6) = -9$$

با بررسی حالت‌هایی که حاصل ضرب دو عدد برابر -۹ است، می بینیم که تنها $a = 3$ جواب معادله است.

۴ گزینۀ «۴» (ابتدا کسر بزرگ‌تر از واحد $\frac{58}{17}$ را به صورت عدد مخلوط می نویسیم $3\frac{7}{17}$. حال باید این عدد را به صورت کسرهای

تودرتویی بنویسیم که صورت کسر آن‌ها ۱ است. از معکوس کسرها استفاده می کنیم. $\frac{1}{17} = \frac{1}{17}$ و دوباره $\frac{1}{17}$ را به عدد مخلوط تبدیل کرده و حل را ادامه می دهیم.)

$$\frac{58}{17} = 3\frac{7}{17} = 3 + \frac{7}{17} = 3 + \frac{1}{\frac{17}{7}} = 3 + \frac{1}{2 + \frac{3}{7}} = 3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{7}{3}}} = 3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{2}{x} + \frac{1}{\frac{2}{y} + \frac{1}{\frac{2}{z}}}}}$$

توجه: در سه تایی (x, y, z) ترتیب و محل قرار گرفتن هر کدام از x, y و z اهمیت دارد. با هر جابه‌جایی آن‌ها، سه تایی جدید ایجاد می شود.

گزینه ۱» ۵

... و ۳۱ و ۲۱ و ۱۳ و ۷ و ۳ و ۱
 $+2 + 4 + 6 + 8 + 10$

به عدد میانی هر سطر دقت می‌کنیم. (با نوشتن و ادامه دادن سطرها)

... و $1+2 \times 1 + 2 \times 2 + 2 \times 3$ و $1+2 \times 1 + 2 \times 2$ و $1+2 \times 1$ و $1+2 \times 0$
 سطر چهارم = ۱۳ سطر سوم = ۷ سطر دوم = ۳ سطر اول = ۱

بنابر الگوی به دست آمده، جمله میانی nامین سطر از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$1 + 2 \times 1 + 2 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + 2 \times (n-1) = 1 + 2 \times (1 + 2 + \dots + n-1) = 1 + 2 \times \frac{(n-1)n}{2} = 1 + (n-1)n$$

پس با جایگذاری $n = 100$ مقدار جمله میانی صدمین جمله به دست می‌آید:

$$1 + (n-1)n \xrightarrow{n=100} 1 + (99 \times 100) = 9901$$

گزینه ۲» ۶

اگر عدد اول را x و عدد دوم را y در نظر بگیریم، دنباله روبه‌رو از اعداد ساخته می‌شود:
 $x, y, x+y, x+2y, 2x+3y$
 از طرفی داریم:

$$2x + 3y = 1391$$

چون x و y عددهای طبیعی هستند، پس کم‌ترین مقدار برای هر یک، عدد یک است.

$$x=1 \rightarrow 2+3y=1391 \rightarrow 3y=1389 \rightarrow y=\frac{1389}{3}=463$$

بیشترین مقدار y ، ۶۹۴ است.

$$y=1 \rightarrow 2x+3=1391 \rightarrow 2x=1388 \rightarrow x=694$$

پس گزینه «۲» درست است.

۷

گزینه «۱» اگر خط‌های مورب رسم شده را قطر بنامیم، در قطر اول یک عدد، در قطر دوم دو عدد، قطر سوم سه عدد و ... و در قطر nام، n عدد قرار دارد. بنابراین عدد پایانی قطر nام، برابر مجموع اعداد ۱ تا n ($\frac{n(n+1)}{2}$) است. با روش حدس و آزمایش nی را می‌یابیم که ۲۰۰۸ در آن قطر قرار دارد.

$$n=62 \rightarrow \frac{62 \times 63}{2} = 1953$$

پس عدد ۲۰۰۸ در قطر ۶۳ام قرار دارد.

$$n=63 \rightarrow \frac{63 \times 64}{2} = 2016$$

در قطرهای زوج حرکت از بالا به پایین (در جهت افزایش سطرها و کاهش ستون‌ها) و در قطرهای فرد حرکت از پایین به بالا است (در جهت کاهش سطرها و افزایش ستون‌ها). ۲۰۱۶ در سطر اول و ستون ۶۳ام، ۲۰۱۵ در سطر دوم ستون ۶۲ام و ... در سطر نهم ستون ۵۵ام قرار دارد.

۸

گزینه «۲» اگر عددهای هر سطر را به شکل روبه‌رو بچینیم،

$$2012 \rightarrow 1$$

$$2012 \rightarrow 1 \rightarrow 1$$

$$2012 \rightarrow 1 \rightarrow 1 \rightarrow 1$$

$$2012 \rightarrow 1 \rightarrow 1 \rightarrow 1 \rightarrow 1$$

$$2012$$

باید ببینیم چند سطر می‌توان به صورت روبه‌رو نوشت به طوری که دقیقاً

۲۰۱۲ عدد داشته باشیم.

$$2 + 3 + 4 + 5 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} - 1 = 2012$$

\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow
 سطر اول سطر دوم سطر سوم سطر چهارم ... ام (n-1)

$$\rightarrow n(n+1) = 4026 \rightarrow n = 63 \rightarrow 2 + \dots + 63 = 1952 \rightarrow 2012 - 1952 = 60$$

$$62 \times 2012 = 124744$$

بنابراین در سطر ۶۲ام، ۵۹ تا یک و یک داریم.

$$1 + 2 + \dots + 61 + 59 = 1950$$

$$124744 + 1950 = 126694$$

تعداد یک‌ها
از سطر اول تا ۶۱ام

تعداد یک‌ها
در سطر ۶۲ام

گزینه «۳» اگر وزن اردک‌ها را با x و وزن مرغ‌ها را با y نشان دهیم، داریم:

$$\begin{aligned} 3x + 2y = 32 & \quad (1) \\ 4x + 3y = 44 & \quad (2) \end{aligned} \rightarrow 2x + y = ?$$

از معادله (۱)، y را برحسب x به دست آورده و در معادله (۲) جایگذاری می‌کنیم.

$$(1) \quad 2y = 32 - 3x \rightarrow y = 16 - \frac{3}{2}x$$

$$\xrightarrow{(2)} \quad 4x + 48 - \frac{9}{2}x = 44 \rightarrow (4 - \frac{9}{2})x = 44 - 48 \rightarrow (-\frac{1}{2})x = -4 \rightarrow x = +8$$

$$y = 16 - \frac{3}{2}x \xrightarrow{x=8} y = 16 - \frac{3}{2} \times 8 = 16 - 12 = 4$$

$$2x + y \xrightarrow[\substack{x=8 \\ y=4}]{} 2 \times 8 + 4 = 20$$

حال با جایگذاری x و y حاصل عبارت جبری خواسته شده را می‌یابیم.

گزینه «۱» الگوی اعداد را می‌نویسیم.

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 3 & 6 & 10 & 15 & 21 & 28 \\ +2 & +3 & +4 & +5 & +6 & +7 & \end{array}$$

عدد ۱۲ را در ساعت در جای خود قرار می‌دهیم، بعد اعداد را دور تا دور ساعت طوری می‌چینیم

که یکی از اعداد فوق، حاصل جمع دو تا عدد مجاور در دور دایره باشد.

دقت کنیم که نیاز به ادامه دادن الگو بیشتر از جمله ششم نداریم چون حداکثر عددی که مجموع اعداد دور ساعت ایجاد می‌شود ۲۳

است که نزدیک‌ترین عدد مثلثی به آن ۲۱ است.

